

УДК 621.326

О.О. Фединець, Я.Ю. Гарник, Т.І. Радь, Т.С. Дубиняк канд. техн. наук, доц.  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ РУХУ ЦИЛІНДРИЧНОГО ТІЛА ЗІ ЗМІЩЕНИМ  
ЦЕНТРОМ МАСИ ПО ПОХИЛІЙ ПЛОЩИНІ**

О.О.Fedunec, Y.U. Garnyk, I.T.Rad, T.S. Dubyniak Ph.D, Assoc.Prof.  
**INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF MOTION OF A CYLINDRICAL BODY  
WITH A SHIFTED CENTER OF MASS ON AN INCLINED PLANE**

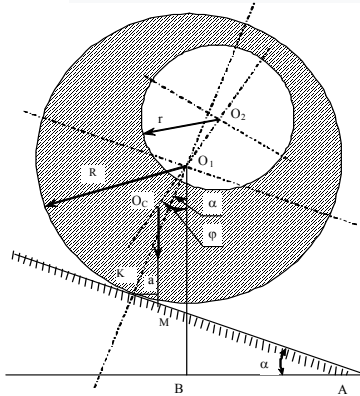


Рис. 1 – Розрахункова схема 1

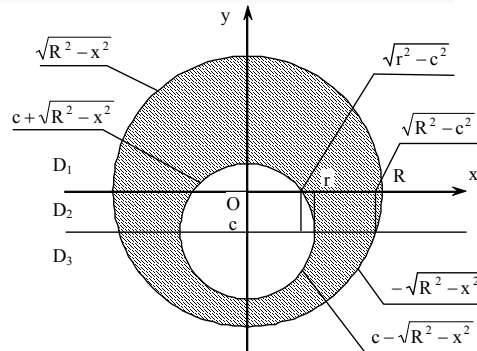


Рис. 2 – Розрахункова схема 2

**Згідно з другим законом Ньютона для обертового руху:**

$$M(\varphi) = I \varphi'' \tag{1}$$

де  $M$  – момент сили, Н;  $\varphi$  - кут повороту;  $I$  – момент інерції,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$  рис. 1.  
Миттєвим центром обертання є точка К.

$$M(\varphi) = P a, \tag{2}$$

де  $P$  – вага циліндра;  $a$  – перпендикуляр, опущений з точки К на лінію дії сили  $P$ , м.

$$a = R \sin \alpha - e \sin \varphi, \tag{3}$$

де  $R$  – радіус циліндра, м;  $\alpha$  - кут нахилу площини;  $e$  – ексцентриситет центра маси, м;  
 $\varphi$  - кут закручування циліндра.

$$M(\varphi) = PR \sin \alpha - Pe \sin \varphi \tag{4}$$

$$P = m g = (m_1 + m_2)g = \rho_1 \pi (R^2 - r^2)g. \tag{5}$$

$$\varphi'' (\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2) = (R^2 - r^2)g R (\sin \alpha - e \sin \varphi). \tag{6}$$

$$\varphi'' + \frac{(R^2 - r^2) \cdot g \cdot e \cdot \sin \varphi}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2} - \frac{(R^2 - r^2) \cdot g \cdot e \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2} = 0. \tag{7}$$

$$\varphi'' - \frac{c \cdot r^2 \cdot g \cdot \sin \varphi}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2} - \frac{R^2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2} = 0. \tag{8}$$

Для спрощення розв'язку зробимо заміну: Згідно рис.2.

$$a = \frac{c \cdot r^2 \cdot g}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2}; \quad b = \frac{R^2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2}.$$

Отримаємо наступне диференційне рівняння:

$$\varphi'' = a \sin \varphi + b. \tag{9}$$

Початкові умови  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = 0$ . Робимо заміну  $\varphi' = \psi$ .

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\phi(n \cdot \Delta t) - \phi((n-1) \cdot \Delta t)}{\Delta t} \quad (10)$$

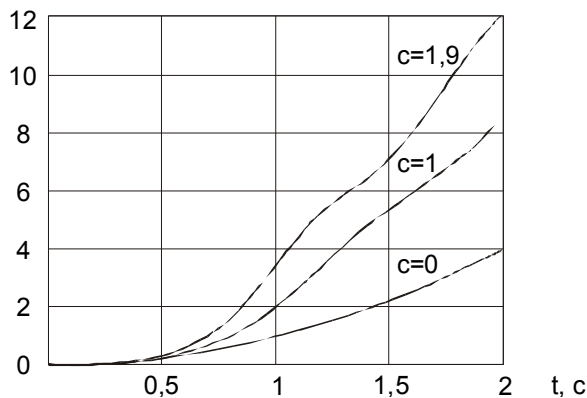
$$\begin{cases} \phi(n \cdot \Delta t) - \phi((n-1) \cdot \Delta t) = \psi((n-1) \cdot \Delta t) \Delta t; \\ \psi(n \cdot \Delta t) - \psi((n-1) \cdot \Delta t) = a \sin \phi((n-1) \Delta t) + b. \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \phi(n \cdot \Delta t) = \phi((n-1) \cdot \Delta t) + \psi((n-1) \cdot \Delta t) \Delta t; \\ \psi(n \cdot \Delta t) = \psi((n-1) \cdot \Delta t) + a \sin \phi((n-1) \Delta t) + b. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \phi(n \cdot \Delta t) = \phi((n-1) \cdot \Delta t) + \psi((n-1) \cdot \Delta t) \Delta t; \\ \psi(n \cdot \Delta t) = \psi((n-1) \cdot \Delta t) + \frac{c \cdot r^2 \cdot g}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2} \sin \phi((n-1) \Delta t) + \frac{R^2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2}(R^4 - r^4) - r^2 c^2}. \end{cases} \quad (13)$$

Система (14) є розв'язком диференційного рівняння (8).

$\varphi$ , рад



$\varphi$ , рад

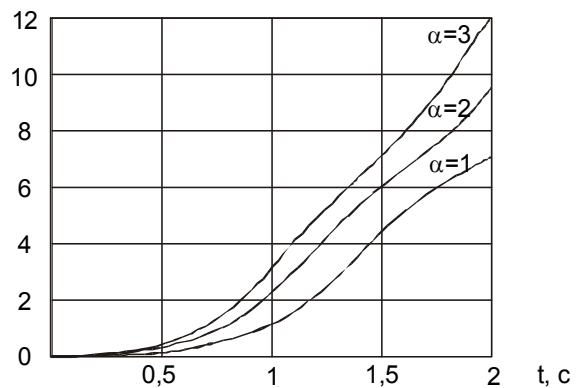


Рисунок 3. Графіки залежності  $\varphi(t)$

Швидкість скочування циліндричного тіла зі зміщеним центром маси по похилій площині зростає при збільшенні зміщення центра маси, але тільки до критичного, при якому тіло ще котиться, і при збільшенні куту нахилу площини

### Література

1. Машины и станды для испытания деталей / Под ред. Д.Н. Решетова. -М.: Машиностроение, 1979.- 343 с
2. Теория надежности радиоэлектронных систем в примерах и задачах : Учеб. пособие для ст. радиотех. спец. вузов. Под ред. Г.В. Дружинина. -М.: Энергия, 1975.