

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра

комп'ютерних наук

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з курсу

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

для студентів зі спеціальності

126 – інформаційні системи та технології

(рівень вищої освіти - бакалавр)

Тернопіль, 2020 р.

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу “Системний аналіз” / М.Є.Фриз., Б.Б.Млинко. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені І.Пулюя, 2020. – 37 с.

Укладачі: к.т.н., доц. Млинко Б.Б.
к.т.н., доц. Фриз М.Є.

Рецензент: д.т.н., проф. Лупенко С.А.

Розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Протокол № 11 від 10 червня 2020 р.

Схвалено та рекомендовано до друку на засіданні методичної комісії факультету комп'ютерно-інформаційних систем та програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Протокол №5 від 25 червня 2020 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
<i>Лабораторна робота №1. Методи опису систем</i>	4
<i>Лабораторна робота №2. Метод аналізу ієрархій</i>	9
<i>Лабораторна робота №3. Метод морфологічного моделювання</i>	15
<i>Лабораторна робота №4. Методи прийняття рішень у системному аналізі з використанням правила Бейєса</i>	22
<i>Лабораторна робота №5. Прийняття рішень на основі мінімізації середнього ризику з використанням критерію Бейєса</i>	25
<i>Лабораторна робота №6. Багатокритеріальна оптимізація за принципом Парето.....</i>	30
Використана література	37

ВСТУП

Системний аналіз – сукупність методів і засобів, що використовуються при вивченні і конструюванні складних об'єктів, при яких розглядаються їх частини, які називаються підсистемами і елементами, з метою з'ясування впливу зв'язків елементів і підсистем на властивості об'єкту в цілому; при прийнятті рішень під час проектування, створення і управління соціальними, економічними, технічними системами.

Курс „Системний аналіз” потребує засвоєння понятійного апарату загальної теорії систем і його використання в різноманітних областях. На сьогодні ще не існує достатньо строгої теорії системного аналізу і технології його застосування до тих чи інших об'єктів і процесів комп'ютеризації. Це, безумовно, в істотній мірі стосується практично всіх об'єктів і процесів комп'ютеризації.

У результаті вивчення навчального матеріалу дисципліни

”Системний аналіз” студент повинен знати:

- основні принципи системного аналізу і теорії прийняття рішень;
- методи системного аналізу складних систем (технологічних комплексів, комп'ютерно-інтегрованих систем керування);
- методи математичного опису структури складних систем та процесу їх функціонування;
- методи синтезу складних систем;
- методи оцінювання ефективності складних систем керування;
- багатокритеріальна оптимізація: принцип Парето;
- метод перетворення графів.

У результаті виконання лабораторних робіт з дисципліни

”Системний аналіз” студент повинен отримати практичні навички:

- у застосуванні методів системного аналізу в дослідженні складних систем;
- здійснювати структурний аналіз на основі методів декомпозиції складних систем;
- розробляти моделі структури та процесу функціонування складних систем;
- використовувати процедури прийняття рішень в умовах невизначеності;
- застосовувати системний підхід до створення комп'ютерно-інтегрованих систем керування.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

МЕТОДИ ОПИСУ СИСТЕМ

Мета роботи: набути практичного досвіду створення функціонального, морфологічного, інформаційного описів системи

Теоретичні відомості

Система – це сукупність елементів, які певним чином взаємопов'язані, утворюють цілісність, а також взаємодіють між собою для виконання заданих цільових функцій.

Система утворює особливу єдність з середовищем та є елементом “надсистеми”. У свою чергу її елементи системи можна розглядати як системи, якщо визначити інший критерій декомпозиції. Виходячи з визначень цієї групи, систему S будемо розглядати у вигляді

$$S = (M, X_s, X_{\bar{s}}, F) \quad (1.1)$$

де M – множина елементів системи,

X_s – множина зв'язків між елементами системи,

$X_{\bar{s}}$ – множина зв'язків між елементами системи та зовнішнім середовищем,

F – множина нових (системних) функцій, властивостей, призначень.

Елемент – це межа членування систем із погляду конкретного аспекту розгляду системи, вирішення конкретного завдання, досягнення поставленої мети.

Систему можна розчленовувати на елементи різними способами залежно від формулювання завдання, мети і її уточнення в процесі системного аналізу.

Сукупність n ізольованих елементів ще не є системою. Для їх вивчення можна провести не більше n дослідних процедур.

В цей же час: для дослідження системи із n взаємозв'язаних елементів, необхідно вивчити $n(n-1)$ зв'язків.

Якщо характеризувати ці зв'язки найпростішим чином, тобто відмічати в будь-який момент часу t_i тільки наявність або відсутність впливу, то загальна кількість станів системи буде дорівнювати $2^{n(n-1)}$.

Способи опису систем

Різноманітні описи системи відображають певні групи їх властивостей і дозволяють виявити впорядкованість, структурованість і функціональну організованість системи.

Будь-яка система або об'єкт передусім цікаві своїм призначенням, місцем, яке вони займають серед інших систем і об'єктів в навколишньому світі, своєю функцією. Тому для характеристики системи передусім повинен бути одержаний *функціональний опис (ФО)*, який дозволяє оцінити призначення системи, її відношення до інших систем, її контакти з навколишнім світом, напрями можливих функціональних змін. *Функціональний опис* пов'язує зовнішні впливи на систему з її реакцією, відповіддю, поведінкою, дією на елементи системи. *ФО* може задаватися деяким оператором в алгебраїчній, логічній, диференціальній, інтегрально-диференціальній формі, який входить в скалярне, векторне або матричне рівняння. Оператор складається на основі вимірювання зовнішніх характеристик (принцип чорного ящика: вивчення зв'язку — вплив — реакція) або на основі знань про будову системи. *ФО* виходить із цільових функцій системи. Подіслідовність дій при виконанні системою деякої функції відображає зміст закону поведінки, яка залежить від процесів, які протікають від процесів, які протікають в середині системи (закони внутрішньої поведінки), і від процесів, в які залучена вся система в рамках метасистеми (закони зовнішньої поведінки). Кожна підсистема сама містить набір елементів, що виконують свої частки функції, тому закони внутрішнього функціонування системи одночасно є законами зовнішнього функціонування для будь-якої підсистеми цієї системи — закони зовнішнього функціонування першого нижнього рівня.

Уявлення про будову системи дає її *морфологічний опис (МО)*, що дозволяє виділити основні елементи, зв'язки, визначити тип структури. Можливими є три варіанти представлення морфологічного опису: з позицій теоретико-множинного підходу (див. (1.1)), у вигляді структури (найпоширеніші типи структур наведено на рис. 1.1) та у вигляді відповідної матриці суміжностей.

Структура системи може характеризуватися типами зв'язків, які в ній переважають. Найпростішими зв'язками є паралельні та послідовні. Залежно від характеру внутрішньої організації системи та зв'язків між елементами виокремлюються основні типи структур, які можна зобразити графічно, у вигляді опису (вербально), матриць або іншими способами (рис. 1.1):

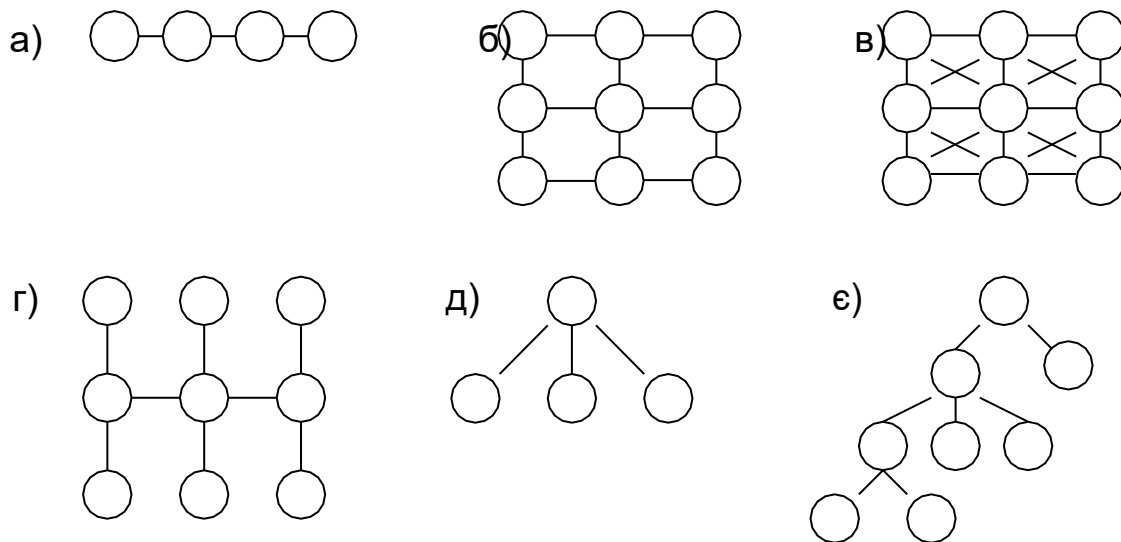


Рис. 1.1 Приклади основних типів структур системи
 а) лінійна; б) матрична; в) мережева; г) кістякова; д) ієрархічна; е) деревовидна

Нехай структура представлена у вигляді наступного графа з орієнтованими та неорієнтованими дугами (рис. 1.2). Неорієнтовані дуги можна замінити парю орієнтованих, скерованих у протилежних напрямках, і представити граф у вигляді матриці суміжностей вершин $V = \{v_{ij}\}$, в якій $v_{ij} = 1$, якщо в графі є ребро (i, j) від i -ї до j -ї вершини, і $v_{ij} = 0$, якщо немає. Отже, матричне представлення буде таким, як на рис. 1.2.

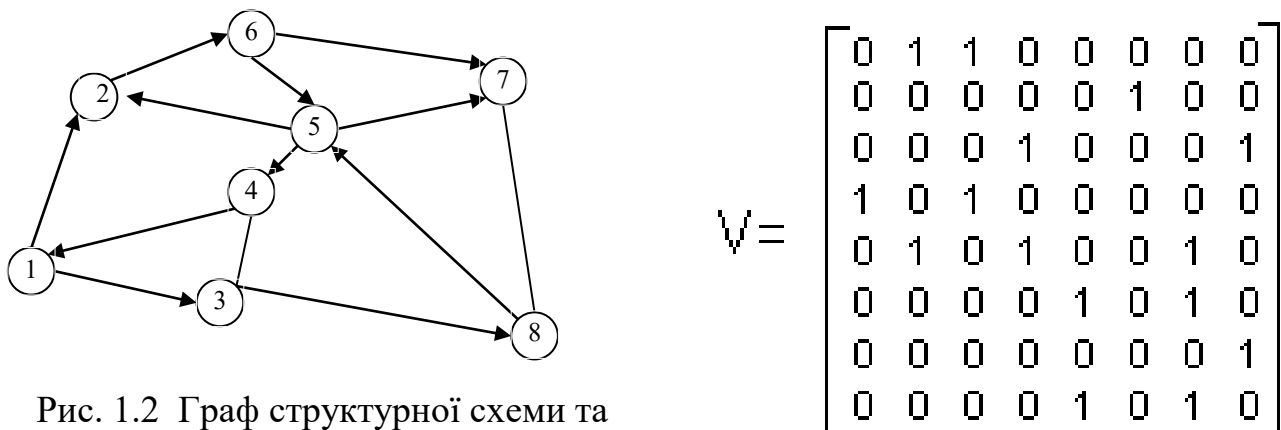


Рис. 1.2 Граф структурної схеми та відповідна матриця суміжностей

Ці два види опису системи доповнюються третім — *інформаційним описом (ІО)*, що дозволяє судити про рівень її організації (дезорганізації), передбачити в ймовірнісному розумінні реакцію системи на той чи інший вплив. Сюди входить також характеристика інформаційних потоків, циркулюючих в системі і дані про алгоритми взаємодії елементів.

Четвертий вид опису системи пов'язаний з характеристикою процесів зародження системи і еволюцією її розвитку в історичному плані — це *генетико-прогностичний опис (ГПО)*.

Порядок виконання роботи

1. Вибрати довільний об'єкт досліджень (можливі варіанти):
 - інтегрований пакет програм для автоматизації офісної діяльності і системи управління документами;
 - спеціалізовані пакети програм для автоматизації окремих процесів;
 - системний підхід до комп'ютеризації лабораторії;
 - архітектура локальної обчислювальної мережі (ЛОМ), системи керування базами даних (СКБД), корпоративної інформаційної системи (КІС) з точки зору системного аналізу;
 - розглянути модель OSI з точки зору системного аналізу (ідея OSI – кожен рівень виконує свою роль, таким чином загальна задача передачі даних розділяється на окремі і зрозумілі задачі кожного рівня);
 - система мультимедіа (розглянути які саме потоки даних, міжпотоківу адаптацію; пріоритети мультимедійних потоків).
2. Здійснити морфологічний та функціональний описи системи вцілому та усіх підсистем, необхідних для досягнення поставленої мети у вигляді (1.1).
3. Представити ієрархічну структуру системи та вказати її вид.
4. Представити ієрархічну структуру системи у вигляді:
 - графа з орієнтованими та неорієнтованими дугами;
 - відповідної матриці суміжностей (у матричному вигляді).

Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- вказаний об'єкт дослідження;
- морфологічний та функціональний описи об'єкту дослідження у вигляді (1.1);
- ієрархічну структуру системи, вказати її приналежність конкретному типу;
- ієрархічну структуру системи у вигляді графа з орієнтованими та неорієнтованими дугами;
- ієрархічну структуру системи у вигляді відповідної матриці суміжностей (у матричному вигляді).
- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. Що таке система?
2. Що таке елемент системи?
3. Що таке декомпозиція?
4. Охарактеризуйте функціональний опис системи.
5. Охарактеризуйте морфологічний опис системи.
6. Охарактеризуйте інформаційний опис системи.
7. Що таке структура? Які види ієрархічних структур вам відомі? Дайте характеристику кожному з них.
8. Як представити структуру у вигляді графа?
9. Що таке матриця суміжностей та вкажіть особливості її побудови?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ.

***Мета роботи:** набутти практичного досвіду структурування проблем у ієрархічному вигляді, синтезу локальних та глобальних пріоритетів альтернатив.*

Теоретичні відомості

Метод аналізу ієрархій (МАІ) ґрунтується на ієрархічному представленні елементів складної проблеми та використовує оцінки в шкалі відношень. Основним варіантом представлення проблеми є ієрархія з однаковим числом та функціональним складом альтернатив під критеріями, тобто ієрархія, в якій альтернативні варіанти оцінюються за всіма критеріями передостаннього рівня. Побудова ієрархії починається з окреслення проблеми дослідження. Далі будується власне ієрархія, що включає мету (призначення), якій відповідає корінь ієрархії, проміжні рівні (аспекти мети, метакритерії, критерії) і альтернативи, що формують найнижчий ієрархічний рівень.

Елементи задачі в МАІ порівнюються попарно відносно їх дії (ваги, інтенсивності) на спільну для них характеристику. Матриці попарних порівнянь будуються для всіх елементів-нащадків, що належать до відповідного елемента-предка. Парні порівняння реалізуються в термінах домінування одного елемента над іншим. Отримані твердження висловлюються в цілих числах з урахуванням дев'ятибальної шкали (табл. 2.1). Значення елементів цих матриць визначаються в результаті опитування експертів, причому матриця попарних порівнянь є обернено симетричною. Для експерта значно простіше здійснити ряд попарних порівнянь нащадків між собою, аніж спробувати відразу ж присвоїти їм певні значення «ваг», які відображають вклад того чи іншого елемента-нащадка в елемент-предок. Цим і пояснюється необхідність застосування методу попарних порівнянь, тому що ця інформація надалі використовується для отримання значень «ваг» та оцінювання послідовності тверджень експерта. Змістовно цьому відповідає знаходження бажаності, сили впливу, цінності чи ймовірності для кожного окремого об'єкта-нащадка

відносно безпосереднього об'єкта-предка. Локальні пріоритети отримуються шляхом обчислення множини головних власних векторів для кожної з обернено симетричних матриць ієрархії згідно формули:

$$A \cdot x = \lambda_{\max} \cdot x \quad (2.1)$$

де $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - головний власний вектор квадратної матриці

попарних порівнянь $A = \{a_{ij}\}$;

λ_{\max} – максимальне власне значення матриці A .

Таблиця 2.1

Шкала відносної важливості

Бал, k	Визначення	Примітка
1	Однакова важливість	Однаковий вклад двох елементів у мету
3	Помірна перевага	Незначна перевага одного елемента над іншим
5	Суттєва перевага	Відчутна перевага одного елемента над іншим
7	Значна перевага	Практично значна перевага одного елемента над іншим
9	Дуже велика перевага	Очевидна перевага - домінування одного елемента над іншим
2,4,6,8	Проміжні значення	Застосовуються в перехідних випадках
1/k	Обернені величини	Використовуються для оцінки не переважаючих елементів

У процесі формування матриці попарних порівнянь на матрицю накладається обмеження оберненої симетричності, що сприяє поліпшенню однорідності та послідовності тверджень експерта. Для оцінки однорідності тверджень експерта доцільно використати відхилення величини максимального власного значення від порядку матриці. Кількісними характеристиками непослідовності тверджень експерта є індекс узгодженості та відношення узгодженості.

Індекс узгодженості визначається наступним чином:

$$I_y = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (2.2)$$

де I_y – індекс узгодженості;

λ_{\max} – максимальне власне число ($\lambda_{\max} \approx n$);

n – порядок матриці.

Середні значення індексу узгодженості $M(I_y)$ для випадкових матриць різної розмірності наведені у таблиці 1.2.

Таблиця 2.2

Середні значення індексу узгодженості

Розмірність матриці, n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Серед. значення індексу узгодженості, $M(I_y)$	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Відношення узгодженості I_0 визначають наступним чином:

$$I_0 = I_y / M(I_y) \quad (2.3)$$

Основним завданням МАІ є розрахунок глобальних пріоритетів альтернатив, тобто пріоритетів альтернатив відносно всієї ієрархії. Ієрархічний синтез використовується для зважування власних векторів матриць парних порівнянь альтернатив вагами критеріїв (елементів), що наявні в ієрархії, а також для обчислення загальних пріоритетів альтернатив. Після розв'язання задачі ієрархічного синтезу оцінюється однорідність ієрархії загалом за допомогою підсумовування показників однорідності всіх рівнів, приведені шляхом «зважування» до першого ієрархічного рівня, де знаходиться коренева вершина.

Порядок виконання роботи

1. Описати предметну область системного аналізу та поставити проблему, яку необхідно розв'язати (конкретна область та задача вибираються самостійно або за рекомендацією викладача).
2. Охарактеризувати множину альтернатив (не менше п'яти), серед яких треба зробити вибір.
3. Здійснити декомпозицію проблеми у вигляді ієрархії (необхідна умова: не менше 4-х рівнів).
4. Розрахувати локальні характеристики вершин ієрархії (при цьому слід мати на увазі, що ієрархічний синтез слід починати з 2-го рівня), а саме:
 - 4.1. Побудувати наступні матриці попарних порівнянь (МПП) факторів (*2-го рівня*) відносно проблеми (*1-го рівня*), критеріїв (*3-го рівня*) відносно факторів (*2-го рівня*) і аналогічно усіх наступних нащадків відносно свого предка, включаючи альтернативи (*N-го рівня*) відносно критеріїв (*N-1-го рівня*), використовуючи шкалу відносної важливості МАІ (таблиця 2.1).
 - 4.2. Знайти власні вектори $x_1^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$; $x_1^{(2)}, \dots, x_3^{(2)}$... для кожної МПП, включаючи власні вектори матриць попарних порівнянь альтернатив відносно критеріїв $p_1^{(N-1)}, p_2^{(N-1)}, p_3^{(N-1)}, \dots, p_N^{(N-1)}$, використовуючи формулу (2.1).
5. Знайти значення індексу узгодженості для кожної МПП, використовуючи формулу (2.2).
6. Знайти значення відношення узгодженості для кожної МПП, використовуючи формулу (2.3) та таблицю 2.2 (прийнятним твердження експерта вважається тоді, коли значення відношення узгодженості $< 0,1$).
7. Розрахувати глобальні пріоритети альтернатив, тобто векторів пріоритетів альтернатив відносно всієї ієрархії, а саме:
 - 7.1. Розрахувати вектори пріоритетів альтернатив відносно кожного із факторів (наприклад, якщо є 3 фактори $Q_1^{(2)}, Q_2^{(2)}, Q_3^{(2)}$, то відносно кожного із цих факторів будуть

відповідно 3 вектори пріоритетів альтернатив $P_1^{(2)}, P_2^{(2)}, P_3^{(2)}$). Кожний із останніх визначається шляхом перемножування матриці, сформованої із значень відповідних локальних векторів пріоритетів альтернатив $p_j^{(i)}$ відносно відповідних їм критеріїв $Q_j^{(i)}$, які є прямими нащадками єдиного для них предка - відповідного фактора на локальний вектор пріоритетів $x_j^{(i)}$, що визначає значимість відповідних критеріїв, розташованих під розглядуваним фактором.

7.2. Визначити вектор пріоритетів альтернатив $P_1^{(1)}$ відносно фокуса ієрархії $Q_1^{(1)}$. Це виконують, шляхом перемножування матриці, сформованої із значень векторів пріоритетів альтернатив $P_j^{(i)}$, отриманих у п.7.1, відносно факторів $Q_j^{(i)}$, які є прямими нащадками єдиного для них предка - фокуса ієрархії $Q_1^{(1)}$ на локальний вектор пріоритетів $x_j^{(i)}$, що визначає значимість відповідних факторів відносно фокуса ієрархії.

Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- побудовану ієрархію;
- побудовані матриці попарних порівнянь (МПП);
- знайдені локальні пріоритети нащадків відносно свого предка $x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)}$ та альтернатив $p_1^{(3)}, p_2^{(3)}, p_3^{(3)}, \dots, p_7^{(3)}$ відносно критеріїв;
- знайдені значення індексу узгодженості для кожної МПП;
- знайдені значення відношення узгодженості для кожної МПП та перевірка правильності твердження експерта.
- знайдені вектори пріоритетів альтернатив $P_j^{(i)}$ відносно факторів $Q_j^{(i)}$;

- знайдений вектор пріоритетів альтернатив $P_1^{(1)}$ відносно фокуса ієрархії $Q_1^{(1)}$.
- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати;
- додатки (тексти програм).

Контрольні запитання

1. У чому полягає суть методу аналізу ієрархій?
2. Які основні типи ієрархій розглядаються в МАІ?
3. Яка послідовність побудови ієрархії в МАІ?
4. Що таке декомпозиція проблеми?
5. Що таке «локальний пріоритет»?
6. В якій послідовності будуються матриці попарних порівнянь та для чого вони служать ?
7. В якій шкалі реалізуються парні порівняння?
8. Які змістовні градації є в шкалі відносної важливості МАІ?
9. Чим пояснюється побудова матриць попарних порівнянь в МАІ?
10. Якими методами можуть бути обчислені значення локальних пріоритетів?
11. Алгоритм розрахунку локальних характеристик вершин ієрархії?
12. Навіщо здійснюється оцінювання послідовності тверджень експерта?
13. Виходячи з яких міркувань будується індекс узгодженості?
14. Який змістовний сенс має відношення узгодженості?
15. Що є метою ієрархічного синтезу?
16. Які основні кроки алгоритму синтезу глобальних пріоритетів?
17. Яким чином оцінюється однорідність ієрархії?
18. Особливості ієрархічного представлення проблеми в МАІ.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

МЕТОД МОРФОЛОГІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Мета роботи: набути практичного досвіду побудови морфологічних таблиць, проведення морфологічного аналізу та синтезу, здійснення оцінювання міри відповідності синтезованого варіанта початковій меті синтезу

Теоретичні відомості

Морфологія — це структурна форма системи, організована відповідно до її функцій. Фактично морфологічний аналіз є методом розвитку творчих здібностей, або, точніше, систематичним допоміжним засобом для творчості. Він зовсім не виключає творчої праці людини, а стимулює її і розширює її можливості, поширюючи на більше число ідей, ніж це було б можливим при класичному підході. Основна ідея морфологічного підходу полягає в тому, щоб знаходити якнайбільшу кількість, або і всі можливі шляхи розв'язання поставленої проблеми шляхом комбінування основних структурних елементів систем або ознак рішень. У цьому випадку система або проблема може бути піддана декомпозиції різними способами і розглядатися в різних аспектах.

Метод морфологічного дослідження реалізується в два якісно різних етапи. Перший етап - морфологічний аналіз, який полягає в одержанні описів всіх систем, що належать до досліджуваного класу, тобто є класифікацією множини систем. Другий етап - морфологічний синтез. На даному етапі проводиться оцінювання описів різних систем класу, що досліджується, і вибір тих, які у тому або іншому наближенні відповідають умовам задачі. В результаті отримується цілісний опис усієї досліджуваної системи на рівні описів окремих підсистем і відношень між ними.

На етапі морфологічного аналізу розробляються морфологічні таблиці, які дозволяють систематизувати досить великий обсяг знань про морфологію систем у компактному вигляді. Формування конкретних морфологічних таблиць для відображення множини систем може реалізуватися шляхом функціонально-елементного аналізу системи або ж з використанням класифікаційних ознак. На підставі функціонально-елементного аналізу формуються рядки морфологічної таблиці, у які

записуються функції системи або узагальнені функціональні підсистеми, з яких складається система загалом. Рядки морфологічної таблиці формуються з функцій або УФПС, що належать одному ієрархічному рівню. Найменуваннями стовпців є *альтернативи* — *варіанти реалізації функцій*.

Множина варіантів, систематизованих у морфологічних таблицях, може бути відображена за допомогою списку якісних ознак. Список ознак, що визначає варіант морфологічної множини, є його образом у просторі ознак. Кількість образів і власне ознак, що використовуються в конкретному дослідженні, може бути досить великою, а це робить морфологічну множину непридатною для безпосереднього аналізу. Чіткіші результати отримуються при використанні математичних методів, спеціально призначених для стискання інформації і кількісної характеристики інтегрованих властивостей матеріалу, що аналізується.

Множина образів варіантів систем представляється у вигляді матриці, що має n стовпців та m рядків, причому номеру стовпця відповідає найменування варіанта системи (альтернативи) $B_j, j \in \overline{1, n}$, а номеру рядка — назва ознаки $Z_i, i \in \overline{1, m}$. У ряді випадків номеру рядка ставиться у відповідність значення ознаки. Інформаційним вмістом матриць є вказівки про присутність або відсутність кожної з ознак, що враховуються, у розглянутих альтернативах. При цьому якщо i -та ознака присутня в j -й системі, то значення елемента матриці X : $x_{ij} = 1$, в іншому випадку $x_{ij} = 0$.

Задачі опрацювання матриць образів систем включає підбір типів відношень і аналіз структури систем, що породжуються ними. Відношення на множині систем, що досліджуються, породжуються мірами подібності, відмінності та мірами включення.

Мірою подібності (близькості) називається величина $L(B_j, B_k)$, що має межу і зростає зі зростанням близькості об'єктів. Міра подібності є дійсною функцією, що має наступні властивості: $0 \leq L(B_j, B_k) \leq 1, k \neq j; L(B_j, B_k) = 1, j = k; L(B_j, B_k) = L(B_k, B_j)$, де B_j, B_k - множини значень ознак, що описують об'єкти, які порівнюються між собою, $B_j = (x_{ij})^T$.

Властивості міри подібності має множина еквівалентних мір, що представляються формулою

$$L^{(u)}(B_j, B_k) = \frac{2 \times \text{card}(B_j \cap B_k)}{(1+u) \times (\text{card}(B_j) + \text{card}(B_k) - 2 \times u \times \text{card}(B_j \cap B_k))}$$

де $\text{card}(B)$ — кардинальне число множини B , для скінченних множин рівне кількості елементів множини.

Міра відмінності $D(B_j, B_k)$ має наступні властивості метрики:
 $1 \geq D(B_j, B_k) \geq 0, k \neq j; D(B_j, B_k) = 0, j = k; D(B_j, B_k) = D(B_k, B_j),$
 $D(B_j, B_k) \leq D(B_j, B_s) + D(B_k, B_s)$

Міри подібності і відмінності синтезуються за спеціальними правилами, а вибір конкретних мір залежить, у першу чергу, від основної задачі — мети конкретного дослідження, а також від шкали вимірів. У табл. 3.1 наведені деякі з розповсюджених мір подібності і відмінності, призначені для опрацювання якісних і кількісних ознак.

Таблиця 3.1

Міри подібності та відмінності

№	Назва міри	Формула для обчислення
1	Міра подібності Чекановського-Серенсена ($u=0$)	$L^{(0)}(B_j, B_k) = \frac{2 \times \text{card}(B_j \cap B_k)}{\text{card}(B_j) + \text{card}(B_k)}$
2	Міра подібності Жаккара ($u=1$)	$L^{(1)}(B_j, B_k) = \frac{\text{card}(B_j \cap B_k)}{\text{card}(B_j \cup B_k)}$
3	Міра подібності Сокала-Сніта ($u=3$)	$L^{(3)}(B_j, B_k) = \frac{\text{card}(B_j \cap B_k)}{2 \times \text{card}(B_j) + 2 \times \text{card}(B_k) - 3 \times \text{card}(B_j \cap B_k)}$
4	Міра подібності Андреева ($u = -1/2$)	$L^{(-1/2)}(B_j, B_k) = \frac{4 \times \text{card}(B_j \cap B_k)}{\text{card}(B_j) + \text{card}(B_k) + 2 \times \text{card}(B_j \cap B_k)}$
5	Міра подібності Мульчинського	$L^{(0)}(B_j, B_k) = \frac{1}{2} \times \text{card}(B_j \cap B_k) \left(\frac{1}{\text{card}(B_j)} + \frac{1}{\text{card}(B_k)} \right)$
6	Міра відмінності	$D(B_j, B_k) = \text{card}(B_j) + \text{card}(B_k) - 2 \times \text{card}(B_j \cap B_k)$

Синтез цілісних раціональних систем може здійснюватися з врахуванням визначеної функції мети, подібності варіантів систем до пошукового завдання чи їх оригінальності на морфологічній множині, різного внеску функціональних підсистем у ефективність цілісної

системи, на основі якісних класифікаційних ознак, подібності до прототипу. Окрім того, методи синтезу раціональних варіантів систем дозволяють здійснити оцінювання міри відповідності синтезованого варіанту початковій меті синтезу безпосередньо під час процедури побудови варіанту, що шукається, у процесі нарощування функціональних підсистем.

Морфологічний синтез на основі класифікаційних ознак із врахуванням функції мети, здійснюється наступним чином:

1. Формуємо морфологічну таблицю, у котрій альтернативи a_{ij} характеризуються множиною ознак F_{ij} . Наявність у альтернативи тієї чи іншої ознаки із вказаної множини позначається одиницею, а відсутність — нулем. Прототип, відносно котрого обчислюється міра подібності, задається аналогічним чином.
2. Після визначення прототипу здійснюється генерація всіх варіантів, що містяться у таблиці, яка розглядається. Пошукові образи згенерованих варіантів порівнюються із образом прототипу.
3. Для кожної пари, що складається із прототипу та пошукового образу варіанта, обчислюється значення міри подібності. Варіанти впорядковуються за мірою близькості до прототипу. Підмножина найближчих до прототипу варіантів остаточно надається експерту для детальнішого аналізу.

Порядок виконання роботи

1. Сформулювати мету дослідження .
2. Представити структуру ієрархії критеріїв за узагальненими функціональними підсистемами (УФПС). Вказати основні УФПС, критерії та альтернативи.
3. У результаті попереднього аналізу побудувати морфологічну таблицю (на основі попарних порівнянь) для предметної області, що розглядається. У таблиці відобразити основні можливі альтернативи для кожної з узагальнених функціональних підсистем.

У морфологічній таблиці (зразок оформлення див. табл. 3.2) навести результати оцінювань у вигляді векторів пріоритетів альтернатив за кожним з критеріїв, що стосуються узагальнених

функцій, а також головні власні вектори (важливості) часткових критеріїв відносно загальних. Цю інформацію отримати шляхом попарних порівнянь альтернатив за критеріями та попарних порівнянь часткових критеріїв відносно загальних на основі методу аналізу ієрархій.

4. Реалізувати процес морфологічного синтезу, а саме:

4.1 Множину варіантів, систематизованих у морфологічній таблиці 3.2, відобразити за допомогою списку якісних ознак та представити у таблиці 3.3.

4.2 Описати властивості альтернатив морфологічної таблиці, які висловити в якісній шкалі найменувань відповідними ознаками (класифікаційними, функціональними, структурними та ін.), тобто сформулювати пошукові образи альтернатив та представити у таблиці 3.3.

4.3 Синтезувати прототип із альтернатив, вказаних у таблиці 3.3 та представити результат у таблиці 3.4.

4.4 Згенерувати пошукові образи R -варіантів системи, загальна кількість яких становить $R = \prod_{i=1}^n k_i$, де k_i - кількість альтернатив для однієї УФПС, n – кількість УФПС. Пошукові образи R -варіантів системи формуються на основі пошукових образів альтернатив (див. табл. 3.3). Занести їх у таблицю 3.4.

4.5 Обчислити значення міри подібності (згідно табл. 3.1) для кожної пари, що складається із прототипу та пошукового образу варіанта системи. Функція мети при цьому має наступний вигляд: знайти підмножину $S \in \Omega$, для елементів котрої

$$L(B_i, B^p) \Rightarrow \max,$$

де $L(B_i, B^p)$ — міра подібності між описом синтезованого варіанта системи B_i та прототипом або пошуковим рішенням B^p .

4.6 Впорядкувати варіанти системи за мірою близькості до прототипу.

Таблиця 3.2

Морфологічна таблиця

<i>Узагальнені функціональні підсистеми</i>	<i>Альтернативи та вектор пріоритетів альтернатив за критеріями</i>				<i>Вага критерію</i>	<i>Найменування критерію</i>
$УФПС_1$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1k_1}		
...		
$УФПС_n$	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nk_n}		

Таблиця 3.3.

Морфологічна таблиця з якісними ознаками

$УФПС_i$	<i>Ознака f_{ij}</i>	<i>Пошукові образи альтернатив</i>		
$УФПС_1$				
...				
$УФПС_n$				

Таблиця 3.4

Перелік варіантів системи

$УФПС_i$	<i>Прототип $B^p=(...)$</i>	<i>Пошуковий образ синтезованих варіантів системи (S_i)</i>			
		$B_1=(...)$	$B_2=(...)$...	$B_{R-1}=(...)$
$УФПС_1$...	
...				...	
$УФПС_n$...	

Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- вказану мету морфологічного дослідження;

- структуру ієрархії критеріїв за узагальненими функціональними підсистемами(УФПС). Вказані основні УФПС, критерії та альтернативи;
- побудовану морфологічну таблицю;
- оформлені таблиці 3.2, 3.3, 3.4;
- обчислені значення мір подібності;
- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати;
- додатки.

Контрольні запитання

1. У чому полягає основна ідея морфологічного моделювання?
2. Назвіть основні етапи морфологічного дослідження?
3. Що є цілями морфологічного аналізу і синтезу систем?
4. Алгоритм проведення морфологічного аналізу та синтезу.
5. Назвіть основні підходи до формування формалізованих пошукових завдань.
6. Які особливості має формування пошукових завдань на ґрунті якісних ознак?
7. З якою метою будуються морфологічні таблиці?
8. У чому полягає формування морфологічних таблиць за допомогою функціонально-елементного аналізу систем?
9. Як синтезуються морфологічні таблиці з використанням класифікаційних ознак?
10. Яким чином реалізується пошук у морфологічній множині підмножини варіантів систем, що найбільш подібні до прототипу?
11. Розкрийте сенс мір подібності, відмінності.
12. Як синтезувати систему на основі якісних класифікаційних ознак?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРАВИЛА БЕЙЄСА

Мета роботи: набути практичного досвіду використання правила Бейєса при прийнятті рішень

Теоретичні відомості

При розв'язуванні задач діагностики (медичної, технічної та ін.) можна виділити множину ознак (симптомів), які однозначно визначають стан досліджуваного об'єкта або навпаки, виключають той чи інший стан. Однак подібна детермінованість представляє собою швидше виняток, ніж правило. Будь-яка ознака (симптом) може зустрічатися з деякою частотою при різних станах, тому для прийняття рішення найчастіше використовують ймовірнісні методи.

Нехай необхідно провести диференціальну діагностику між станами досліджуваного об'єкта (надалі гіпотезами) A_1, A_2, \dots, A_n . Для кожної із цих гіпотез характерним є розподіл умовних ймовірностей $P(B_i|A_j)$ появи тої чи іншої ознаки (надалі симптому) чи симптомокомплексу (групи симптомів) B_i – можливі симптоми.

Якщо задано:

- 1) розподіли умовних ймовірностей $P(B_i|A_j)$;
- 2) апіорні ймовірності гіпотез $P(A_j)$,

то задача диференціальної діагностики зводиться до *статистичної задачі вибору гіпотез*, оптимальне діагностичне правило для якої неважко побудувати з допомогою відомого **правила Бейєса**, яке для апостеріорної ймовірності гіпотези A_j має вигляд:

$$P(A_i|B_j) = \frac{P(B_j|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_j|A_i)P(A_i)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}.$$

де $P(A_i), i = \overline{1, n}$, – апіорна ймовірність гіпотези A_i , $\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$;

$P(A_i|B_j)$ - ймовірність гіпотези A_i при умові, що з'явився симптом чи симптомокомплекс B_j ;

$P\{B_j|A_i\}$ - ймовірність появи симптому чи симптомокомплексу при умові, що істинною є гіпотеза A_i .

Якщо для якої-небудь гіпотези A'_j : ймовірність $P(A'_j|B_j) \gg P(A_i|B_j)$ для інших $j \neq j'$, то оптимальне правило приписує досліджуваному об'єкту гіпотезу A'_j .

Часто ймовірності $P(A_i)$ називають *апіорними*, оскільки вони характеризують міру можливості появи події A_i до появи події B_j . Поява події B_j , очевидно, приводить до зміни міри можливості появи події A_i , тому, ймовірності $P(A_i|B_j)$ називають *апостеріорними*.

Порядок виконання роботи

1. Описати предметну область системного аналізу та поставити задачу прийняття рішень, яку необхідно розв'язати (конкретна область та задача вибираються самостійно або за рекомендацією викладача).
2. Задати:
 - гіпотези A_1, A_2, \dots, A_n , серед яких необхідно здійснити вибір однієї;
 - апіорні ймовірності гіпотез $P(A_i), i = \overline{1, n}$;
 - можливі симптоми B_1, B_2, \dots, B_m ;
 - для кожної із гіпотез задати розподіл умовних ймовірностей $P\{B_j|A_i\}$ появи симптомокомплексу.
3. Провести обстеження заданого об'єкту, виявити відповідні симптоми.
4. Використовуючи правило Бейеса, здійснити вибір однієї гіпотези серед множини вказаних.
5. Оформити звіт по виконаній роботі.
Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- представити гіпотези та їх апіорні ймовірності, можливі симптоми та розподіл умовних ймовірностей появи симптомокомплексу для кожної із гіпотез;
- представити симптом чи симптомокомплекс, виявлений після обстеження;
- обчислені значення апостеріорних ймовірностей згідно правила Бейєса;
- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. Що таке сценарій, політики, цілі, актори?
2. Назвіть етапи проведення передбачень.
3. Опишіть етап написання сценаріїв.
4. Як оцінити сценарії з точки зору їх реальності?
5. Назвіть кроки застосування правила Бейєса.
6. За яким критерієм, використовуючи правило Бейєса, здійснюють вибір однієї гіпотези серед множини вказаних?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ МІНІМІЗАЦІЇ СЕРЕДНЬОГО РИЗИКУ З ВИКОРИСТАННЯМ КРИТЕРІЮ БЕЙЄСА

Мета роботи: набути практичного досвіду використання критерію Бейєса при прийнятті рішень

Теоретичні відомості

Нехай, маємо вибірку $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, кожен елемент якої залежить від дійсного невідомого параметра θ .

Нехай, маємо K гіпотез, висунутих відносно невідомого параметра θ : $H_0 : \theta = \theta_0, H_1 : \theta = \theta_1, H_2 : \theta = \theta_2, \dots, H_{K-1} : \theta = \theta_{K-1}$, причому, гіпотези $H_0, H_1, H_2, \dots, H_{K-1}$ є випадковими подіями з відомими апріорними ймовірностями

$p_j = \mathbf{P}\{H_j\}, j = \overline{0, K-1}, \sum_{j=0}^{K-1} p_j = 1$. Нам потрібен критерій,

відповідно до якого, на основі аналізу вибірки $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, можна було б приймати одну з висунутих гіпотез і відхилити решту.

Для цього вводиться статистика (правило прийняття рішення) $d_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, яка набуває значень з множини $\{0, 1, 2, \dots, K-1\}$ (тобто, $d_n = j$, якщо приймається гіпотеза $H_j, j = \overline{0, K-1}$).

Функція втрат $L(d_n; \theta)$ - це статистика, яка набуває значень з множини $\{c_{ij} : c_{ij} \geq 0, i, j = \overline{0, K-1}\}$, тобто, маємо матрицю втрат розмірністю $K \times K$:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{00} & c_{01} & c_{02} & \cdots & c_{0,K-1} \\ c_{10} & c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1,K-1} \\ c_{20} & c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2,K-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{K-1,0} & c_{K-1,1} & c_{K-1,2} & \cdots & c_{K-1,K-1} \end{pmatrix}.$$

Причому, будемо вважати, що втрати від помилкових рішень мають бути більшими, ніж втрати від правильних рішень, тобто $c_{ij} > c_{jj}$, $i \neq j$, $i, j = \overline{0, K-1}$.

Умовні ризики $r_j(d_n) = \mathbf{M}(L(d_n; \theta) | \theta = \theta_j)$ правила d_n за умови істинності, відповідно, гіпотез H_j , $j = \overline{0, K-1}$ визначаються наступним чином:

$$r_j(d_n) = \sum_{i=0}^{K-1} c_{ij} \mathbf{P}(H_i' | H_j), \quad j = \overline{0, K-1}. \quad (5.1)$$

Ризик правила d_n - це $R(d_n) = \mathbf{M}\mathbf{M}(L(d_n; \theta) | \theta) = \sum_{j=0}^{K-1} r_j(d_n) p_j$. З урахуванням (5.1), його можна зобразити у вигляді:

$$R(d_n) = \sum_{j=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{K-1} c_{ij} p_j \mathbf{P}(H_i' | H_j). \quad (5.2)$$

Якщо ξ - неперервна випадкова величина, то вибірка $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ є неперервним n -вимірним випадковим вектором, що характеризується n -вимірною щільністю розподілу $p(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$. Якщо ж ξ - дискретна випадкова величина, що набуває значень з деякої дискретної множини X , то вибірка $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ є дискретним випадковим вектором, що характеризується n -вимірним розподілом $\mathbf{P}\{\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2, \dots, \xi_n = x_n; \theta\}$, $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$.

Означення. Статистика $L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta)$, $\theta \in \Theta$, що визначається як:

- $L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta) = p(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) |_{x_1=\xi_1, x_2=\xi_2, \dots, x_n=\xi_n}$, якщо вибірка $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ має неперервний розподіл

або

- $L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta) = \mathbf{P}\{\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2, \dots, \xi_n = x_n; \theta\} |_{x_1=\xi_1, x_2=\xi_2, \dots, x_n=\xi_n}$, якщо вибірка $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ має дискретний розподіл,

називається функцією правдоподібності.

Якщо $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ - повторна вибірка, то

$$L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta) = \prod_{k=1}^n L_1(\xi_k; \theta). \quad (5.3)$$

Означення. Статистика

$$l_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \frac{L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta_1)}{L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta_0)},$$

$$\mathbf{P}\{L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta_0) \neq 0\} = 1,$$

називається відношенням правдоподібності.

Легко бачити, що завжди $l_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \geq 0$.

Якщо $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ - повторна вибірка, то, згідно (5.3),

$$l_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \frac{\prod_{k=1}^n L_1(\xi_k; \theta_1)}{\prod_{k=1}^n L_1(\xi_k; \theta_0)} = \prod_{k=1}^n \frac{L_1(\xi_k; \theta_1)}{L_1(\xi_k; \theta_0)} = \prod_{k=1}^n l_1(\xi_k), \quad (5.4)$$

де $l_1(\xi_k) = \frac{L_1(\xi_k; \theta_1)}{L_1(\xi_k; \theta_0)}$, $k = \overline{1, n}$ - елементарне відношення правдоподібності.

Для кожної гіпотези H_j , $j = \overline{1, K-1}$ введемо відношення правдоподібності $l_n^{(j)}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \frac{L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta_j)}{L_n(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \theta_0)}$, $j = \overline{1, K-1}$.

Оптимальне бейєсівське правило d_n^* , що мінімізує ризик $R(d_n)$, має вигляд:

- гіпотеза H_k , $k = \overline{1, K-1}$ приймається (решта гіпотез відхиляються), якщо має місце система нерівностей:

$$\sum_{j=1}^{K-1} (c_{ij} - c_{kj}) \frac{p_j}{p_0} l_n^{(j)} \geq c_{k0} - c_{i0}, \quad i = \overline{0, K-1}, \quad i \neq k; \quad (5.5)$$

- якщо для жодного $k = \overline{1, K-1}$ не виконуються відповідні співвідношення (5.5), то гіпотези H_1, H_2, \dots, H_{K-1} відхиляються, а приймається гіпотеза H_0 .

Порядок виконання роботи

1. Вихідними даними для виконання роботи є файл, у якому записано реалізацію вибірки $x_j, j = \overline{1, n}$, кожний елемент якої має гауссівський розподіл.
2. Задано:
 - гіпотези (параметри гауссівського розподілу – значення математичних сподівань), причому $H_0 : a_0 = 1, H_1 : a_1 = 2, H_2 : a_2 = 3, H_3 : a_3 = 4, H_4 : a_4 = 5$, серед яких, згідно критерію Бейєса, необхідно здійснити вибір однієї;
 - апріорні ймовірності появи гіпотез $p_0 = 0,1, p_1 = 0,3, p_2 = 0,25, p_3 = 0,15, p_4 = 0,2$,
3. Задати матрицю втрат C .
4. Для кожної із гіпотез побудувати відношення правдоподібності згідно формули:

$$l_n^{(j)} = \exp \left[\frac{1}{2\sigma^2} \left(2(a_j - a_0) \sum_{k=1}^n \xi_k - n(a_j^2 - a_0^2) \right) \right], \quad j = \overline{1, K-1}$$

де $\sigma = const = 2, n = 10$;

5. Перевірити, при якому значенні a_j виконується нерівність (5.5).
6. Оформити звіт по виконаній роботі.

Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- представити матрицю втрат C ;
- представити для кожної із гіпотез відношення правдоподібності;
- результати перевірки оптимального бейєсівського правила d_n^* ;
- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. Що таке функція правдоподібності?
2. Що таке відношення правдоподібності?
3. Що таке функція втрат, матриця втрат?
4. Що таке ризик статистичного правила?
5. Охарактеризуйте критерій Бейєса для вибору з двох, більше двох гіпотез.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ПРИНЦИПОМ ПАРЕТО

Мета роботи: набути практичного досвіду визначення паретової множини та вибору на ній єдиної альтернативи

Теоретичні відомості

Особливе місце серед задач, розв'язком яких займається системний аналіз, посідають задачі прийняття рішень, які можна означити як задачі вибору однієї чи кількох альтернатив (в залежності від розв'язуваної задачі) з наявної множини альтернатив.

Достатньо очевидно, що такі задачі є поширеними при розробці, вдосконаленні, функціонуванні вже створеної і налагодженої будь-якої системи (як, наприклад, в автоматизованих системах).

Задачі прийняття рішень, зазвичай є багатокритеріальними та багатоальтернативними. Необхідно порівняти усі альтернативи між собою та вибрати найбільш оптимальну серед них.

Припустимо, що всі властивості альтернатив мають числову оцінку, тобто є критеріями. Позначимо їх через $C_i(\chi)$, $i=\overline{1,n}$. В цьому випадку будь-якій альтернативі може бути співставлена точка n -вимірного простору E^n , координатами якої є значення відповідних критеріїв. Такий простір називається критеріальним. Будемо для визначеності вважати, що чим більше значення i -го критерію $C_i(\chi)$, тим більш переважаючою є дана альтернатива за властивістю i . Розглянемо дві довільні альтернативи. Можливі дві ситуації:

1) одна альтернатива не гірша за іншу за всіма критеріями:

$$c_i(\chi_2) \geq c_i(\chi_1), i=\overline{1,n} \quad (6.1)$$

(причому хоча б одна нерівність виконується як строга);

2) цього стверджувати не можна.

Умова (6.1) – це умова переважання альтернативи χ_2 над альтернативою χ_1 . Таким чином, перехід від χ_1 до χ_2 покращує наш вибір. Чи існують альтернативи, які не можна покращити? Так, і практично завжди – для цього потрібна лише обмеженість значень критеріїв $C_i(\chi)$, $i=\overline{1,n}$. Для демонстрування найважливіших ідей з композиції оцінок скористаємося зручною графічною інтерпретацією критеріального простору при $n=2$.

На рис. 6.1 в осях C_1 , C_2 точками чи зірочками зображені альтернативи. Непокращуваною альтернативою на рис. 6.1, а очевидним чином є та, яка розміщена вище і правіше від усіх інших. Перевірити її непокращуваність можна так: провести із даної точки промені паралельно додатному напрямку осей і пересвідчитися, що в утвореному куті інших альтернатив немає. Цю властивість непокращуваності легко довести від супротивного.

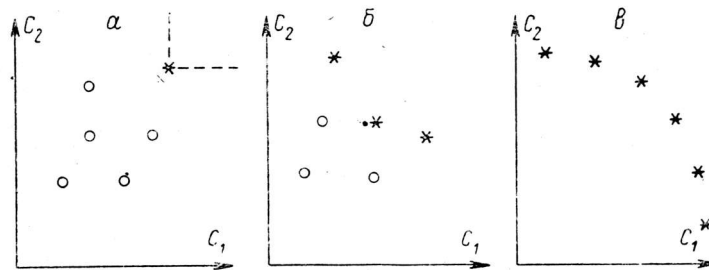


Рис. 6.1. Критеріальний простір. Множина Парето.

Отже, в ситуації рис. 6.1, а ми знайшли єдину непокращувану альтернативу, яку природно вибирати як найкращу. Однак вже рис. 6.1, б демонструє, що таких альтернатив може бути більше, ніж одна, а рис. 6.1, в показує, що можливий випадок, коли всі альтернативи будуть непокращуваними. Однак типовим є саме варіант 6.1, б, на якому кількість непокращуваних альтернатив менша (здебільшого - значно) від кількості вихідних альтернатив.

Множина непокращуваних альтернатив називається **множиною Парето** для даної задачі.

Зрозуміло, що точки, що не належать множині Парето, не претендують на те, щоб вважатися найкращою альтернативою. Виділення множини Парето – це перший крок у порівнянні альтернатив. Можна взагалі обмежитися цим і вважати кращими всі ті альтернативи, які потрапили в цю множину. Однак в абсолютній

більшості практичних задач вимагається у результаті вибрати лише одну альтернативу. Як же вибрати на множині Парето?

Методів такого вибору, заснованих на таких же природних припущеннях, як і ті, які привели до виділення множини Парето, на жаль, не існує. Для подальшої формалізації вибору вводяться більш специфічні і часто досить суперечливі методи.

Наведемо найбільш поширені з них.

1. Вибирають альтернативу, у якої сума значень критеріїв максимальна. Розвиток цієї ідеї порівняння значень різних критеріїв веде до максимізації деякої вибраної функції від критеріїв $f(C_1, C_2, \dots, C_n)$. Вигляд $f = \sum_{i=1}^n \alpha_i C_i$ найбільш використовуваний і називається лінійною згорткою критеріїв з мірою α_i . На рис. 6.2 альтернативою з максимальною сумою критеріїв (згортка з $\alpha_i=1$) буде точка χ_5 .

Додавання критеріїв один до одного та інші операції над ними рідко бувають фізично обґрунтованими. Дуже штучно виглядає, скажімо, сума маси і міцності, вартості і ефективності. Введення функції від критеріїв – в більшості випадків вимушений прийом, що веде до необхідності експертного визначення ваг окремих критеріїв.

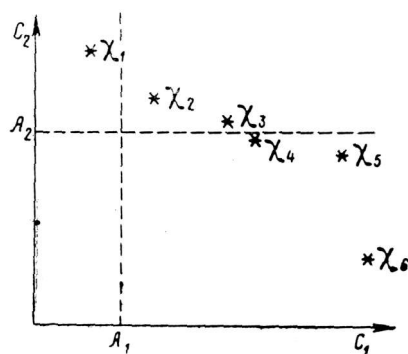


Рис. 6.2. Приклади вибору на множині Парето.

2. Фіксують набір чисел (рівнів) $A_i, i=\overline{2,n}$, і шукають альтернативу, у якої на всі критерії, крім одного, накладені обмеження $C_i(\chi) \geq A_i$, а критерій C_1 максимальний. Звичайно, взяття за основного, головного критерію саме C_1 умовне; він, як і важливі у цій задачі рівні A_i , підлягає спеціальному вибору. На рис. 6.2 при закріпленні рівня A_1 для першого критерію в якості розв'язку отримаємо альтернативу χ_2 , а при рівні A_2 для другого – альтернативу χ_3 . Такий прийом називається методом головного критерію чи методом критеріальних обмежень.

Методи 1, 2 мають важливу властивість – попереднє виділення множини Парето в них необов'язкове. Доводиться, що використання цих прийомів на всій множині альтернатив при досить загальних умовах дає той самий результат, що і на множині Парето. Іншими словами, методи згортки і головного критерію приводять до альтернатив, які належать множині Парето. Хоча призначення цих методів – виділяти єдину альтернативу, висока залежність рішення від мір і рівнів, виду згортки і вибору головного критерію приводить до того, що на практиці вважають за краще розв'язати набір задач з різним вибором усього перерахованого. Одержаний набір розв'язків у випадку їх значної розбіжності далі обробляється аналогічно наведеному нижче методу 4.

3. Точки множини Парето оцінюються за деякою додатковою властивістю, яка не враховувалась раніше. Ця властивість (одна чи більше) може мати фізичний характер чи бути просто математичним прийомом. Так, альтернативи можна порівнювати за вторинними наслідками, за спеціальним чином визначеною стійкістю рішень, за такою геометричною характеристикою, як «серединність». На рис. 6.2 точкою, найменш віддаленою від усіх інших, буде χ_4 .

4. Точки множини Парето поступають на експертну оцінку, за результатами якої на основі балів, системи пріоритетів, рангування, правила вето і т. д. виділяється єдина альтернатива. Якщо точок множини Парето надто багато, то попередньо проводять їх відбір, в якому також користуються і формальними, і неформальними прийомами. Формальні способи звичайно пов'язані з «рівномірною представлюваністю» точок, а експертні можуть базуватися на виборі цікавих комбінацій значень критеріїв та інших міркуваннях.

Порядок виконання роботи

1. Описати предметну область системного аналізу та поставити задачу прийняття рішень (конкретна область та задача вибираються самостійно або за рекомендацією викладача).
2. Охарактеризувати множину альтернатив (не менше п'яти), серед яких треба зробити вибір. Вказані дані оформити у вигляді таблиці (зразок див. таблицю 6.1).
3. Для кожної альтернативи задати:

необхідні критерії (не менше трьох) та відповідні їм числові значення. Вказані дані аналогічно п.2 оформити у вигляді таблиці (зразок див. таблицю 6.1).

Таблиця 6.1

№	Альтернативи	Критерії та їх числові значення			
		1	2	3	...
1					
2					
3					
4					
5					
.					
.					
.					

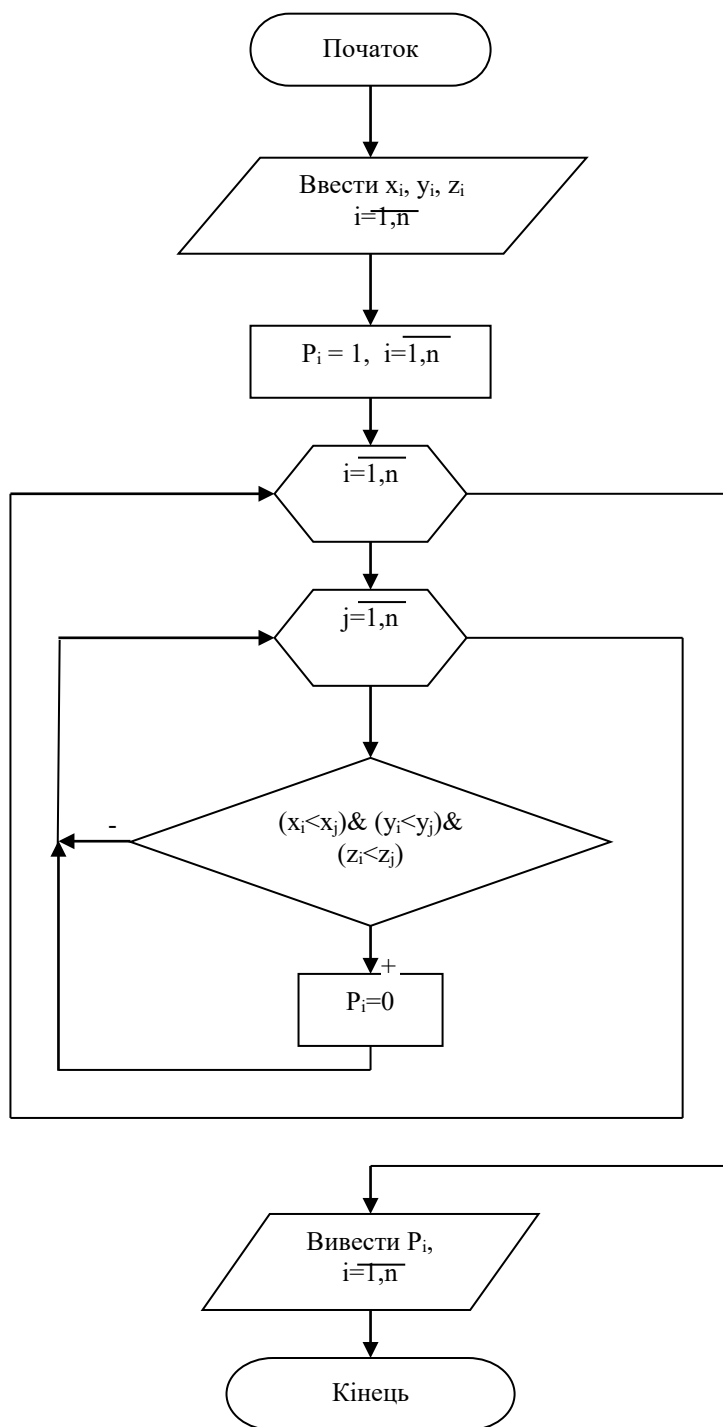
4. Визначити множину Парето для даної задачі згідно блок-схеми алгоритму.
5. На множині Парето вибрати одну альтернативу одним із вищевказаних методів (непарні варіанти – методом лінійної згортки критеріїв з вагами α_i ; парні варіанти – методом критеріальних обмежень).

Звіт повинен включати:

- тему, мету роботи;
- короткий виклад основних теоретичних положень;
- вказану задачу, яку необхідно розв'язати;
- оформлену таблицю 6.1;
- вибрану множину Парето;
- послідовність вибору альтернативи на множині Парето;
- результати вибору альтернативи на множині Парето;

- висновки, в яких необхідно проаналізувати отримані результати;
- додатки (тексти програм).

Блок-схема алгоритму синтезу множини Парето:



Контрольні запитання

1. Що таке множина Парето?
2. У чому суть методу вибору альтернатив за критерієм оптимальності за Парето?
3. Які існують методи вибору альтернатив на множині Парето?
4. Охарактеризуйте вибір альтернативи на множині Парето методом лінійної згортки критеріїв з вагами α_i .
5. У чому полягає вибір альтернативи на множині Парето методом головного критерію (методом критеріальних обмежень)?

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бабак В.П., Марченко Б.Г., Фриз М.Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. – К.: Техніка, 2004. – 288 с. (підручник з грифом МОН)
2. Баранкевич М.М. Експертні методи в ухваленні рішень: Текст лекцій. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008.
3. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа: Учебник, издание 2. – СПб.: Издательство СПбГТУ, 1999.
4. Губанов и др. Введение в системный анализ. – Л.: Из-во ЛГУ, 1979.
5. Згуровський М.З. Панкратова Н.Д. Основи системного аналізу: Підручник К.: Видавнична група ВНУ, 2007
6. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: Высшая школа, 1989.
7. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації / Катренко А.В., Львів, Новий Світ-2000, 2003. - 424 с.
8. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу: Навчальний посібник Вінниця: Нова книга, 2004
9. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория многоуровневых иерархических систем. — М.: Мир, 1973.
10. Тимченко А.А. Основи системного проектування та системного аналізу складних об'єктів: Основи системного підходу та системного аналізу об'єктів нової техніки: Навчальний посібник/За ред. Ю.Г.Леги К.: Либідь, 2004.
11. M. Brunelli, "Introduction to the Analytic Hierarchy Process", Springer Briefs in Operations Research, 2015
12. John W. Satzinger, Robert B. Jackson, Stephen D. Burd, "Systems Analysis and Design in a Changing World", Cengage Learning, 2015
13. Thomas L. Saaty, "Decision making with the analytic hierarchy process", Int. J. Services Sciences, Vol. 1, No. 1, 2008, available at <http://www.rafikulislam.com/uploads/resources/197245512559a37aadea6d.pdf>