

NAUK  
NO. 16

UKRAINISCHE ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG.  
(ČARNIECKI-GASSE № 26).

---

# SITZUNGSBERICHTE

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-  
ÄRZTLICHEN SEKTION.

HEFT XVI.

(MAJ 1931 — APRIL 1932).

VERÖFFENTLICHT

VOM DIREKTOR DER MATH.-NATURWISS.-ÄRZTLICHEN SEKTION.

THE LIBRARY OF THE

AUG 19 1935

UNIVERSITY OF ILLINOIS

LEMBERG, 1932.

VERLAG UND BUCHDRUCKEREI DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT  
DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG.

506

NAUK

NO, 16

I.

## Wirkliche Mitglieder der Sektion.

(Klammerzahl — Datum der Ernennung).

### A) Mitglieder der ukrainischen Nation.

1. Baley Stephan, phil. u. med. Dr. (8. III. 1917), Warschau.
2. Buračynskýj Euhén Titus, med. Dr. (31. III. 1931), Lemberg.
3. Čajkovskýj Nikolaus, phil. Dr. (17. X. 1913), Odessa.
4. Čehelskýj Roman, phil. Dr. (18. III. 1914), Lemberg.
5. Černiachivskýj Alexander, med. Dr. (1. VI. 1899), Kyjiv.
6. Charlemagne Nikolaus, (30. X. 1929), Kyjiv.
7. Dolnyčkyj Miron, phil. Dr. (31. III. 1931), Prag.
8. Feščenko-Tschopivskýj Ivan, r. techn. Dr. (6. IV. 1929), Neu-Beuthen.
9. Hamorak Nestor, phil. Dr. (1. VI. 1923), Kamjanetz-Podolskýj.
10. Herasymenko Polikarp, phil. Dr. (30. VI. 1928), Plzeň.
11. Hirnjak Juljan, r. techn. Dr. (28. I. 1908), Lemberg.
12. Horbačevskýj Ivan, med. Dr. (1. VI. 1899), Prag.
13. Janata Alexander, Prof. (1. VI. 1923), Charkiv.
14. Kravčuk (Krawtchouk) Michael, mat. Dr. (14. V. 1925), Kyjiv.
15. Krokos Vladimir, Prof. (13. IV. 1929), Kyjiv.
16. Kryloff Nikolaus, phil. Dr. (24. III. 1927), Kyjiv.
17. Kubijovyč Vladimir, phil. Dr. (31. III. 1931), Krakau.
18. Kurenskýj (Kourensky) Max, mat. Dr. (13. IV. 1929), Kyjiv.
19. Kučer Vladimir, phil. Dr. (2. IX. 1919), Lemberg.
20. Levyčkyj (Lewicky) Vladimir, phil. Dr. (1. VI. 1899), Lemberg.
21. Masurenko Vassil, Prof. (15. VI. 1929), Charkiv.
22. Matiušenko Borys, med. Dr. (31. III. 1931), Prag.
23. Melnyk Nikolaus, Prof. (17. XII. 1920), Lemberg.
24. Muzyka Max, med. Dr. (13. IV. 1929), Lemberg.

25. Orloff Alexander, rer. nat. Dr. (14. III. 1930), Prag.
26. Pančyšyn Marian, med. Dr. (17. XII. 1920), Lemberg.
27. Pavloff Michael, phil. Dr. (13. IV. 1929), Charkiv.
28. Polanškyj Georg, phil. Dr. (24. III. 1927), Lemberg.
29. Rakovskýj (Rakowsky) Ivan, phil. Dr. (8. IV. 1903), Lemberg.
30. Rožanškyj Demetrius, Prof. (13. IV. 1929), Leningrad.
31. Rudenko Serhij, (18. III. 1914), Leningrad.
32. Rudnyčkyj Stephan, phil. Dr. (25. III. 1901), Charkiv.
33. Sadovskýj Nikefor, Prof. (6. V. 1922), Ternopil.
34. Smakula Alexander, phil. Dr. (13. XII. 1930), Heidelberg.
35. Stasjuk Vassil, phil. Dr. (6. III. 1920). Berežany.
36. Tymošenko Stephan, Prof. (16. V. 1923), Verein. Staaten, Nordamerika.
37. Tysovskýj Alexander, phil. Dr. (24. III. 1927), Lemberg.
38. Velyčko Gregor, phil. Dr. (1. VI. 1899), Charkiv.
39. Vernadskýj Vladimir, phil. Dr. (17. IX. 1924), Paris.
40. Zaryčkyj Miron, phil. Dr. (24. III. 1927), Lemberg.

#### **B) Mitglieder fremder Nationen.**

1. Anthony Raoul, docteur ès sciences (18. III. 1914), Paris.
2. Bontscheff Georg, phil. Dr. (22. X. 1924), Sofia.
3. Bošcovitch Stephan, General (28. XII. 1928), Beograd.
4. Dzordzevyč Živojun, phil. Dr. (22. X. 1924), Beograd.
5. Einstein Albert, phil. Dr. (17. III. 1929), Berlin.
6. Grave Demetrius, mat. Dr. (16. V. 1923), Kyjiv.
7. Hilbert David, phil. Dr. (13. III. 1924), Göttingen.
8. Iširkoff Todoroff Anastas, phil. Dr. (22. X. 1924), Sofia.
9. Joffe A. F., phil. Dr. (28. IV. 1929), Leningrad.
10. Král Jiří, phil. Dr. (30. V. 1929), Bratislava.
11. Kramberger-Gorjanovič Dragutin, phil. Dr. (18. X. 1924), Zahreb.
12. Manouvrier Léonce, docteur ès sciences (18. III. 1914), Paris.
13. Matiegka Jindřich, med. Dr. (17. 12. 1924), Prag.
14. Milojevyč Boryvoj, phil. Dr. (26. V. 1925), Beograd.
15. Penck Albrecht, phil. Dr. (7. IX. 1918), Berlin.
16. Petkoff Stephan, phil. Dr. (18. X. 1924), Sofia.
17. Petrovich Michael, phil. Dr. (18. X. 1924), Beograd.
18. Planck Max, phil. Dr. (29. XII. 1923), Berlin.
19. Purkyně Cyrill, phil. Dr. (22. X. 1924), Prag.
20. Stöckl August (26. IX. 1931), Lemberg.

21. Švambera Venzel, phil. Dr. (22. X. 1924), Prag.
22. Varičak Vladimir, phil. Dr. (22. X. 1924), Zahreb.
23. Vatieff Stephan, phil. Dr. (22. X. 1924), Sofia.

### C) Gestorben.

1. Dr. Bechtereff Vladimir, Leningrad.
2. Chodounský Karl, Prag.
3. Dr. Čvijič Johann, Beograd.
4. Dr. Dakura Josef, Wien.
5. Dr. Drončiloff Kruma, Sofia.
6. Dr. Klein Felix, Göttingen.
7. Dr. Kos Michael, Peremyšl.
8. Kosonogoff Vladimir, Kyjiv.
9. Dr. Łomnicki Marjan, Lemberg.
10. Dr. Łukasevyč Eumen, Warschau.
11. Dr. Niedźviečkyj Julian, Lemberg.
12. Ohonovskýj Peter, Lemberg.
13. Dr. Ozarkevyč Euhén, Lemberg.
14. Dr. Pregl Fritz, Graz.
15. Dr. Puluj Ivan, Prag.
16. Risnyčenko Vladimir, Kyjiv.
17. Dr. Selskýj Felix, Lemberg.
18. Šuchevyč Vladimir, Lemberg.
19. Tutkovskýj Paul, Kyjiv.
20. Verchratskýj Ivan, Lemberg.
21. Dr. Vološčak Ostap, Lemberg.
22. Dr. Zalozečkyj Roman, Lemberg.

### Leitung der Sektion für die Jahre 1931/32.

Direktor: Dr. Levyčkyj Vladimir, Hauptredakteur der Publikationen der Sektion.

Stellvertreter: Dr. Muzyka Max, Leiter des bakteriologisch-chemischen Institutes.

Sekretar: Dr. Polanškyj Georg, Leiter des naturwiss. Museums, Obmannsstellvertreter der geographischen Kommission.

Obmann der physiographischen Kommission: Prof. Melnyk Nikolaus, Redakteur der Sammelschrift der Kommission und Mitredakteur der Sammelschrift der Sektion; Obmannsstellvertreterin: Frl. Mryc Olga, Prof.

Obmann der ärztlichen Kommission: Dr. Pančyšyn Marian.

Obmann der geographischen Kommission: Dr. Kubijovyč Vladimir; Stellvertreter: Dr. Polanškyj Georg.

Obmann der technisch-wissenschaftlichen Kommission: Dr. Feščenko - Tschopivskýj Ivan; Stellvertreter: Ing. Kandiak Ivan.

THE LIBRARY OF THE

AUG 19 1935

UNIVERSITY OF ILLINOIS

## Sitzungen der mathematisch - naturwissenschaftlich - ärztlichen Sektion.

CLXXIII. Sitzung am 22 Mai 1931.

Vorsitzender Hr. Levyčkyj.

1. Der Vorsitzende widmet einen Nachruf dem verstorbenen med. Dr. I. Kuroveć, Arzt und Mitglied der ärztlichen Kommission in Lemberg.

Eine Übersicht der ärztlichen und wissenschaftlichen Tätigkeit des weil. Dr. Kuroveć gibt Hr. Dr. M. Muzyka.

2. Der Vorsitzende gibt zur Kenntnis der Sektion das Erscheinen der ärztlichen Sammelschrift Heft 1. Jhrg IX.

3. Derselbe legt folgende Arbeiten vor:

a) von Hrn G. Prof. Pfeiffer, Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Kyjiv, u. T. „Die Konstruktion des allgemeinen Operators der linearen homogenen partiellen Differentialgleichung erster Ordnung“ (deutsch).

b) von Hrn M. Kourensky (Kyjiv) u. T. „Sur une généralisation de la variation du Lagrange pour l'équation différentielle ordinaire linéaire du 2 ordre“ (ukrainisch).

c) von Hr. M. Michalškyj (Odessa) u. T. „Die Schätzung der Störungen einiger Asteroiden seitens Mars, Erde, Venus und Merkur“ (ukrainisch).

Alle Abhandlungen erscheinen im Bd 30 der Sammelschrift.

4. Hr. M. Muzyka legt seine Arbeit u. T. „Die Blutgruppierungen der Bevölkerung in Ostgalizien“ (ukrain.) vor.

Die Arbeit erscheint demnächst im Bd 30 der Sammelschrift der Sektion.

5. Hr. Vl. Kubijovyč (Krakau) bedankt sich für seine Wahl zum wirklichen Mitglied der Sektion.

6. Es wurden einige Vorschläge, betreffend den im Juni l. J. stattzufindenden dritten Ärzte-, Naturwissenschaftler- und Techniker-Tag, angenommen.

## BERICHTE.

Die Konstruktion des allgemeinen Operators der linearen homogenen partiellen Differentialgleichung erster Ordnung, die in Bezug auf einen von Differentialquotienten aufgelöst ist.

(von G. Pfeiffer).

Ist:

$$X(f) = \xi_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \xi_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + \xi_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \quad 1)$$

eine lineare homogene partielle Differentialgleichung erster Ordnung mit den Integralen:  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_{n-1}$ , und schreibt man ferner die Gleichung 1) in der Form:

$$X(f) = \frac{1}{\omega} K(f) = 0,$$

wobei:

$$K(f) = \frac{D(f, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1})}{D(x_1, x_2, \dots, x_n)}$$

und:

$$\omega = \frac{D(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1})}{D(x_1, x_2, \dots, x_n)}$$

bedeuten, so hat der allgemeine Operator der Gleichung 1) die Form:

$$Y(f) = \sum_{j=1}^{n-1} \Psi_j Y_j(f) + \varrho X(f) = \frac{1}{\omega} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} \Psi_j L_j(f) + \varrho K(f) \right\},$$

wobei  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{n-1}$  willkürliche Funktionen der Integrale  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$ ,  $\varrho$  willkürliche Funktion der unabhängigen Variablen bedeuten. Dabei ist:

$$Y_\tau(f) = \frac{1}{\omega} L_\tau(f) = 0.$$

Sur une généralisation de la variation du Lagrange dans l'équation différentielle ordinaire linéaire du 2<sup>e</sup> ordre.

(par M. Kourensky).

L'auteur donne quelques quadratures nouvelles pour la variation des constantes arbitraires de l'équation différentielle ordinaire linéaire du deuxième ordre.

Die Schätzung der Störungen einiger Asteroiden seitens Mars, Erde, Venus und Merkur.

(von M. Michal'skyj).

Der Verfasser untersucht solche Asteroiden, für welche die Exzentrizität  $e'$  und die Neigung  $\varphi'$  klein, das Verhältnis  $\frac{a}{a'} = \alpha$  ungefähr

$\leq 0,3$  ( $a$   $a'$  Halbaxen des Planeten und des Asteroiden) und die Grösse  $|i' n - n'|$  ungefähr  $\geq 100''$  ( $i' > 5$ ) sind, und zwar auf Grund seiner für den Asteroiden (659) in Astron. Nachr. Bd. 238 N. 5694 erhaltenen Formeln (C). Im speziellen behandelt der Verfasser die Störungen der Polyhymnia (33) seitens der Erde.

### Die Blutgruppierungen der Bevölkerung in Ostgalizien (von M. Muzyka).

1) Die Zusammenstellung der bisherigen gruppenstatistischen Untersuchungen bei den Ukrainern in Großukraina, Rumänien und Volhynien zeigt ausdrücklich folgende gemeinsamen Merkmale: a) einen biochemischen Rassenindex 1,3–1,4; b) einen Prozent der Gruppe O niedriger als 30.

2) Unsere Statistik gibt für die Ukrainer des Ostgaliziens den Index 1,4, und für die Gruppe O den Prozent 30,7.

3) Für die Einwohner, die den polnischen Namen führen, ist der Prozentsatz der Gruppe B kleiner, und der der Gruppen A und O größer, als für die Ukrainer; ihr Index ist 1,7.

4) Bei der Juden ist der Prozentsatz der Gruppe A und B größer, als für die Polen; ihr Index ist derselbe (1,7).

5) Der Unterschied der Zusammensetzung der Polen und der Ukrainer wird viel auffallender, wenn wir bloß die Männer vergleichen.

6) Die Weiber mit ukrainischen Namen zeigen eine ausgesprochene Abweichung von der männlichen Zusammensetzung in der Richtung der Verminderung von B und Vermehrung von A; bei den Weibern mit den polnischen Namen zeigt sich umgekehrt die Vermehrung von B und Verminderung von A.

CLXXIV. Sitzung am 12. Juni 1931.

Vorsitzender Hr. Levyčkyj.

1. Der Vorsitzende widmet einen Nachruf dem Andenken des verstorbenen Mitgliedes der Sektion weil. Prof. med. Dr. Karl Chodounský in Prag.

2. Das Erscheinen der Sitzungsberichte der Sektion Heft XV. wurde zur Kenntnis genommen.

3. Die Sektion nimmt den Bericht über den Verlauf des III. ukrainischen Ärzte-, Naturhistoriker- und Techniker-tages, der in Lemberg im Mai stattgefunden hat, sowie alle Beschlüsse desselben zur Kenntnis.

4. Hr. Muzyka legt der Sektion folgende Arbeiten vor:

a) von Fr. med. Dr. N. Mazepa (Prag) u. T. „Über den Chromogenismus bei Bacter. coli.“ (ukrain.)

b) vom med. Dr. G. Dobrylovskýj (Prag) u. T. „Über die Blutgruppen bei der Mutter und bei dem Foetus, sowie auch über die antiaglutinierende Tätigkeit des Fruchtwassers.“ (ukr.)

5. Hr. Tysovskýj legt die Arbeit des Hrn. Dr. Vl. Brygider (Stanislau) u. T. „Der mikroskopische Bau der Speicheldrüsen bei *Polycera quadrilatera* auf Grund der Verhältnisse in der ganzen Gruppe der Nachtschnecken (*Nudibranchiata*)“ (ukrain.) vor.

6. Hr. Levyčkyj referiert die Arbeit des Frl. A. M. Koreneč u. T. „Das binäre System Harnstoff-*p*-Toluidin“ (ukrainisch).

7. Derselbe legt die Arbeit des Prof. D. M. Boltovskýj (Rostov) u. T. „Sur les courbures des ordres supérieurs des courbes planes“ (franz.) vor.

Alle obengenannten Arbeiten erscheinen demnächsts in den Publikationen der Sektion.

8. Hr. Ing. I. Kandiak bekommt seitens der Sektion den Auftrag, auf Grund der Beschlüsse des III. Tages (Punkt 3) ein Wörterbuch für chemische Terminologie vorzubereiten.

## BERICHTE.

### Über den Chromogenismus des *Bact. coli*.

(von Fr. N. Mazepa).

Der typische Stamm des *Bact. coli*, aus den faeces eines Bauchtyphus-Kranken isoliert, zeigte in den vier Monaten der Entwicklung auf dem Nährboden eine Dissoziation in zwei Arten von Kolonien: 1) eine normale *S*-Form mit gleichen Rändern ohne Pigment, 2) eine größere mit gezähnten Rändern *R*-Form mit einem gelben Farbstoff, der immer dunkler bis orange und ziegelrot wurde, 3) normale *S*-Formen haben gleichfalls dissoziiert und nach drei Jahren ungleiche Ränder und in den älteren Kolonien einen blaßgelben Farbstoff bekommen.

Über die Blutgruppen bei der Mutter und bei dem Foetus, sowie auch über die antiaglutinierende Tätigkeit des Fruchtwassers.

(von G. Dobrylovskýj).

Auf Grund der Untersuchungen von 178 Müttern und 180 Kindern hat der Verfasser die Anwesenheit des im Fruchtwasser gelösten Agglutinogens konstatiert und gleichzeitig die Ergebnisse der Arbeiten von Hirschfeld und Zborowski, die Titerverminderung der Agglutinine im retroplazentalen Blute während der Schwangerschaft betreffend, be-

stätigt. Derselbe erörtert auch die Frage des Entstehens des Aglutinogens im Fruchtwasser und die Ursachen der Titerverminderung der Aglutinine im retroplazentalen Blute.

Der mikroskopische Bau der Speicheldrüsen bei *Polycera quadrilatera* auf Grund der Verhältnisse in der ganzen Gruppe der Nachtschnecken (Nudibranchiata).

(von Vl. Brygider).

1) Es wurde nur eine Form, u. zw. *Polycera quadrilatera*, untersucht. Sie gehört nach der Systematik von R. Bergh zu den Nudibranchiata Holohepatica, und zwar zur Familie der Dorididae phanerobranchiatae.

2) In Zenkers Gemisch konserviert und in 70% Alkohol aufbewahrt, stammt das Material von der zoologischen Station in Neapel.

3) Bei der Besprechung der betreffenden Literatur macht der Verfasser dem französischen Gelehrten, L. F. Henneguy den Vorwurf, daß er in seiner Arbeit: „Contribution à l'histologie des Nudibranches“ (Archives d'Anat. micr. Paris 1925. T. XXI. Fasc. 3. p. 400—468. Pl. V.) die diesbezügliche Literatur nicht eingehend berücksichtigt hat. So ist ihm z. B. die Arbeit des Verfassers: „Über den mikroskopischen Bau der Speicheldrüsen bei den Nudibranchiata“. (Zeitschrift f. wissenschaftl. Zool. 1914. Bd. CX. Heft 3. S. 359—418.) unbekannt. Infolgedessen weist seine Beschreibung der Speicheldrüsen bei *Spurilla neapolitana*, neben mehreren Ungenauigkeiten, auch eine gänzliche Unkenntnis der Pharyngealdrüsen dieser Form auf.

4) Nach der Beschreibung des Mundapparates und der ihn begleitenden, subepithelialen Hautdrüsen, stellt der Verfasser fest, daß *Polycera quadrilatera*, (ähnlich wie *P. quadrilineata*), nur die Pharyngealspeicheldrüsen, aber keine Mundröhrendrüsen besitzt.

5) Die ersten sind tubulös und treten in der Form von zwei der ganzen Länge nach drüsigen Röhren auf. Sie münden ganz vorne an der Rückenseite des Schlundkopfes über der Zunge zu beiden Seiten der unteren Partie des Oesophagus.

Man kann zwei Teile der Drüse: einen 1) proximalen und 2) einen distalen Teil unterscheiden.

Sie stellen in dem ersten Teile nicht bloß ein gewundenes, sondern auch ein gelapptes Röhren dar und sind in einem speziellen Gewebe versunken. Das letzte schließt neben den bindegewebigen Elementen auch zahlreiche glatte Muskelzellen ein.

In der distalen, freien Partie verlaufen dagegen die Drüsen als mehr geradlinige, enge Röhren.

Nach dem Verlassen des sie umringenden Nervenschlundringes laufen sie nach rückwärts, wo sie endlich miteinander verwachsen und mit ihrer Lumina ineinander übergehen.

6) Histologisch ist die Wand der Drüse aus einem einschichtigen Epithel gebaut, das zwischen den eigentlichen, mehr kubischen als zylindrischen Drüsenzellen, die typischen, zusammengedrückten, bewimperten Stützzellen aufweist. Eine kerntragende Tunica propria umspannt die Drüse von außen.

Sämtliche Drüsenzellen sind acidophil und treten entweder als helle, schwach gefärbte, oder als dunkle, stark sich färbende, Zellen auf. Das Protoplasma der beiden Drüsenzellen ist vacuolisiert und weist in einem optischen Profile ein deutliches Netz von größeren Maschen in der hellen und von kleineren in der dunklen Zelle auf. Die beiden Drüsenzellen sind mit einer großen Menge winziger Körnchen gefüllt, die äußerst reichlich und dicht in der dunklen Zelle angehäuft sind. Der Kern der hellen Zelle ist fleckig, beinahe strukturlos, sehr oft an seinen Ecken ausgezogen, während die dunkle Drüsenzelle einen kugeligen, oder ovalen Kern umschließt, der eine deutlichere, körnige Struktur mit einem glänzenden, kugeligen Kernchen aufzuweisen hat.

Eine sehr charakteristische Eigentümlichkeit der dunklen Drüsenzelle ist ihre basilare, basophile Streifung, betreffs derer sich der Verfasser nur auf die Anführung einiger Ansichten an der Hand der diesbezüglichen neuesten Literatur (Lutz, Roskin) beschränkt.

Beide Drüsenzellen, die helle und die dunkle, bilden wahrscheinlich nur Funktionsstadien eines und desselben Drüsenelementes.

### Das binäre System Harnstoff-*p*-Toluidin (vom Frl. A. M. Koreneć).

Das obige System hat die Verfasserin mit thermischen und mikroskopischen Methoden untersucht, und zwar 14 Proben mit den Mischungen von verschiedenen prozentigen Zusammensetzungen durchgeführt. Auf Grund von Kristallisationstemperaturen einzelner Mischungen wurde ein Diagramm des obigen binären Systemes gezeichnet; einzelne Mischungen und Zustände, die bei der Kristallisation vorgekommen sind, sowie vor allem der Verlauf der Kristallisationskurve haben gezeigt, dass wir im binären Systeme Harnstoff-*p*-Toluidin eine Mischung mit gemischten Kristallen vor uns haben. Dasselbe stellt (nach Rozenboom) einen solchen Typus der Mischung dar, in welchem die Komponenten eine kontinuierliche Reihe der gemischten Kristalle nicht bilden, und wobei die Kristallisationskurve einen Wendepunkt der Veränderung besitzt.

### Sur les courbures des ordres supérieurs des courbes planes

(par D. M. Boltovskýj).

L'auteur démontre le théorème suivant:

Rayon de courbure  $R = \text{const.}$  est la seule famille des courbes dépendantes de deux paramètres telle que chaque courbe de la famille peut être ramenée à la coincidence avec chaque autre courbe de la même famille.

$\Omega(\delta, R) = 0$  —  $\delta$  étant l'angle entre l'axe de la déviation et la normale de la courbe — est la seule famille des courbes dépendantes de trois paramètres avec telle propriété et chaque courbe entre dans une telle famille définié par l'équation absolument naturelle.

## CLXXV. Sitzung am 26. September 1931.

Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

1. Hr. G. Polanśkyj berichtet über vorläufige Ergebnisse seiner Sommerexkursionen im Gebiete von Polissje (Gouv. Pinsk).

2. Hr. R. Jendyk referiert seine Aufsätze: 1) eine Rezension auf die Arbeit vom Fürst „griechische Schädel“. 2) Über die Wolga-Finnen auf Grund von kranologischen Untersuchungen.

3. Es wurde beschlossen, dem Hrn. Stefan Polanśkyj (Buenos Aires) für seine großartigen Spenden für das naturhist. Museum, aus einer Sammlung der Coleoptera und einer Bibliothek bestehend, den tiefsten Dank auszudrücken.

## CLXXVI. Sitzung am 13. Oktober 1931.

Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

1. Der Vorsitzende legt die Arbeit des Hrn. A. Smohorshevsky (Kyjiv) u. T. „Note sur les polynomes orthogonaux“ (franz.) vor.

Dieselbe erscheint in laufenden Sitzungsberichten.

2. Hr. Polanśkyj berichtet über die von ihm während seiner Sommerexkursionen im Polissje gesammelten Landes- und Süßwasser-Mollusken.

Die Arbeit erscheint in der Sammelschrift der physiographischen Kommission.

## Note sur les polynomes orthogonaux.

(par A. Smohorshewsky).

Soient

$$0, 1, 2, \dots, n - 1$$

les valeurs de la variable indépendante  $x$  et

$$y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$$

les valeurs correspondantes de la fonction  $y$ .

Pour déterminer approximativement  $y$  sous la forme d'une fonction entière rationnelle de  $x$ :

$$y = A_0 K_0(x) + A_1 K_1(x) + \dots + A_l K_l(x) \quad (l \leq n - 1),$$

posons

$$I_1^2 = \sum_{i=0}^{n-1} p_i \left[ y_i - A_0 K_0(i) - A_1 K_1(i) - \dots - A_l K_l(i) \right]^2 = \min.,$$

où

$$K_0(x), K_1(x), \dots, K_l(x)$$

sont les polynomes respectivement des degrés

$$0, 1, \dots, l,$$

satisfaisant aux conditions suivantes d'orthogonalité et de normalité:

$$\sum_{i=0}^{n-1} p_i K_r(i) K_s(i) = \begin{cases} 1 & (r=s) \\ 0 & (r \neq s) \end{cases}$$

$$(p_i = \binom{n-1}{i} p^i q^{n-1-i}, p > 0, q > 0, p + q = 1).$$

On en tire, comme l'a démontré M. Krawtchouk,\*) l'égalité suivante:

$$\begin{aligned} (1) \quad K_m(x) &= \sqrt{\binom{n-1}{m} (pq)^m} \Delta^m \left[ \binom{n-m-1}{x-m} p^{x-m} q^{n-x-1} \right] : \\ & \quad : \left[ \binom{n-1}{x} p^x q^{n-1-x} \right] \\ &= \sqrt{\binom{n-1}{m}^{-1} (pq)^{-m}} \sum_{i=0}^m (-1)^i \binom{n-x-1}{m-i} \binom{x}{i} p^{m-i} q^i. \end{aligned}$$

Dans cette note l'auteur démontre quelques propriétés des polynomes de M. Krawtchouk.

1. En introduisant la notation

$$C_m = \sqrt{\binom{n-1}{m} (pq)^{-m}}$$

et en posant dans (1)  $q = 1 - p$  on obtient:

$$K_0(x) = 1,$$

$$K_1(x) = C_1 \left[ p - \frac{x}{n-1} \right],$$

$$K_2(x) = C_2 \left[ p^2 - 2p \frac{x}{n-1} + \frac{x(x-1)}{(n-1)(n-2)} \right],$$

$$K_3(x) = C_3 \left[ p^3 - 3p^2 \frac{x}{n-1} + 3p \frac{x(x-1)}{(n-1)(n-2)} - \frac{x(x-1)(x-2)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \right],$$

.....

\*) M. Krawtchouk. Sur une généralisation des polynomes d'Hermite. Comptes rendus, t. 189, p. 620.

M. Krawtchouk. Sur l'interpolation au moyen des polynomes orthogonaux. Записки Київського Сільсько-Господарського Інституту. Т. IV. 1929.

Dans cette dernière note M. Krawtchouk démontre la relation suivante:

$$a_{m+1} K_{m+1}(x) + a_m (x - b_m) K_m(x) + a_{m-1} K_{m-1}(x) = 0,$$

où  $a_{m+1}$ ,  $a_m$ ,  $a_{m-1}$  sont les nombres positifs; on en conclut que la suite

$$K_m(x), -K_{m-1}(x), K_{m-2}(x), -K_{m-3}(x), \dots, (-1)^m K_0(x)$$

est celle de Sturm.

$$K_m(x) = C_m \left[ p^m - \binom{m}{1} p^{m-1} \frac{x}{n-1} + \binom{m}{2} p^{m-2} \frac{x(x-1)}{(n-1)(n-2)} - \dots \right. \\ \left. \dots + (-1)^m \frac{x(x-1)\dots(x-m+1)}{(n-1)(n-2)\dots(n-m)} \right] \\ (m \leq n-1).$$

Analogiquement on a

$$K_0(x) = 1,$$

$$K_1(x) = -C_1 \left[ q - \frac{n-x-1}{n-1} \right],$$

$$K_2(x) = C_2 \left[ q^2 - 2q \frac{n-x-1}{n-1} + \frac{(n-x-1)(n-x-2)}{(n-1)(n-2)} \right],$$

$$K_3(x) = -C_3 \left[ q^3 - 3q^2 \frac{n-x-1}{n-1} + 3q \frac{(n-x-1)(n-x-2)}{(n-1)(n-2)} - \frac{(n-x-1)(n-x-2)(n-x-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \right],$$

$$\dots \\ K_m(x) = (-1)^m C_m \left[ q^m - \binom{m}{1} q^{m-1} \frac{n-x-1}{n-1} + \binom{m}{2} q^{m-2} \frac{(n-x-1)(n-x-2)}{(n-1)(n-2)} - \dots \right. \\ \left. \dots + (-1)^m \frac{(n-x-1)(n-x-2)\dots(n-x-m)}{(n-1)(n-2)\dots(n-m)} \right] \\ (m \leq n-1)$$

2. En introduisant encore les notations

$$k_m(x) = k_{m,n}(x) = k_{m,n,p}(x) = \frac{K_m(x)}{C_m p^m} \\ = 1 - \binom{m}{1} \frac{x}{p(n-1)} + \binom{m}{2} \frac{x(x-1)}{p^2(n-1)(n-2)} - \dots + (-1)^m \frac{x(x-1)\dots(x-m+1)}{p^m(n-1)(n-2)\dots(n-m)} \\ (m \leq n-1),$$

on obtient les propriétés suivantes des polynomes de M. Krawtchouk :

$$\text{I. } \frac{d}{dx} k_{m,n}(x) = - \binom{m}{1} \frac{k_{m-1,n-1}(x)}{p(n-1)} - 1! \binom{m}{2} \frac{k_{m-2,n-2}(x)}{p^2(n-1)(n-2)} - \\ - 2! \binom{m}{3} \frac{k_{m-3,n-3}(x)}{p^3(n-1)(n-2)(n-3)} - \dots - (m-1)! \frac{k_{0,n-m}(x)}{p^m(n-1)(n-2)\dots(n-m)} \\ = - \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} \frac{k_{m-i,n-i}(x)}{i p^i \binom{n-1}{i}}.$$

$$\text{II. } \Delta k_{m,n}(x) = - \frac{m}{p(n-1)} k_{m-1,n-1}(x) \quad (\Delta x = 1).$$

$$\text{III. } k_{m,n}(x) = k_{m-1,n}(x) - \frac{x}{p(n-1)} k_{m-1,n-1}(x-1) \\ = k_{m-2,n}(x) - 2 \frac{x}{p(n-1)} k_{m-2,n-1}(x-1) + \frac{x(x-1)}{p^2(n-1)(n-2)} k_{m-2,n-2}(x-2) \\ \dots$$

$$= k_{m-1, n}(x) + \sum_{i=1}^l (-1)^i \binom{l}{i} \frac{x(x-1)\dots(x-i-1)}{p(n-1)(n-2)\dots(n-i)} k_{m-1, n-i}(x-i).$$

$$\text{IV. } x = [1 - k_1(x)] p(n-1),$$

$$x(x-1) = [1 - 2k_1(x) + k_2(x)] p^2(n-1)(n-2),$$

$$x(x-1)(x-2) = [1 - 3k_1(x) + 3k_2(x) - k_3(x)] p^3(n-1)(n-2)(n-3) \text{ etc.,}$$

ou

$$\binom{x}{r} = \left[ 1 - \binom{r}{1} k_1(x) + \binom{r}{2} k_2(x) - \dots + (-1)^r k_r(x) \right] p^r \binom{n-1}{r}.$$

V. Dans le cas particulier  $p = \frac{1}{2}$  on a

$$k_m \left( \frac{n-1}{2} + x \right) = (-1)^m k_m \left( \frac{n-1}{2} - x \right),$$

$$(2) \quad k_{2l+1, n-1, \frac{1}{2}} \left( \frac{n-1}{2} \right) = 0.$$

VI. Pour  $m$  et  $l$  entiers ( $m \leq n-1$ ;  $l \leq n-1$ ) on a

$$(3) \quad k_m(l) = k_l(m).$$

On déduit de (3) que tous les polynomes  $K_{m, n}(x)$  pour lesquels  $m \leq p(n-1)$  ont les zéros dans l'intervalle  $[0; 1]$ .

En comparant (3) avec (2) on voit que pour  $p = \frac{1}{2}$  et  $n-1 = 2m$  on a

$$k_m(1) = k_m(3) = k_m(5) = \dots = k_m(n-2).$$

Par conséquent

$$(x-1)(x-3)(x-5)\dots(x-2m+1) = (-1)^m 1.3.5\dots(2m-1) k_{m, 2m, \frac{1}{2}}(x).$$

VII. Tous les zéros du polynome  $k_{m, n}(x)$  ou  $K_{m, n}(x)$  sont situés dans l'intervalle  $[0; n-1]$ .

Cela résulte de l'alternance des zéros de deux polynomes voisins  $k_m(x)$ ,  $k_{m+1}(x)$  et de l'égalité

$$k_{n-1, n}(l) = \left( -\frac{q}{p} \right)^l \quad l = 0, 1, 2, \dots, n-1,$$

montrant que dans chaque des intervalles

$$(4) \quad [0; 1], [1; 2], \dots, [n-2; n-1]$$

est situé un des zéros du polynome  $K_{n-1, n}(x)$ .

VIII. Dans chacun des intervalles (4) est situé au plus un des zéros du polynome  $k_{m, n}(x)$ .

En notant par  $r_l$  le nombre des changements de signe dans la suite ( $l$  est un nombre entier  $< n-1$ )

$$(5) \quad k_{n-1, n}(l), k_{n-2, n}(l), \dots, k_{1, n}(l), k_{0, n}(l),$$

on déduit facilement (cf. VII et la note de la page 1) que  $r_{l+1} = r_l + 1$ . De (3) on tire que la suite

$$k_{l, n}(n-1), k_{l, n}(n-2), \dots, k_{l, n}(1), k_{l, n}(0)$$

est identique avec (5). Si la fonction  $k_{l, n}(x)$  aurait deux zéros dans

quelqu'un des intervalles (4), alors il devrait être  $r_1 < l$  et par conséquent  $r_{1+1} < l + 1$ . Par l'induction mathématique on démontre que dans ce cas le nombre des changements de signe dans la suite

$$k_{n-1, n} (n-1), k_{n-1, n} (n-2), \dots, k_{n-1, n} (1), k_{n-1, n} (0)$$

serait  $< n-1$ , ce qui contredit au VII.

Kyiv, 15. X. 1931.

#### CLXXVII. Sitzung am 30. November 1931.

Vorsitzender Hr. Levyčkyj.

1. Hr. Zaryčkyj berichtet über seine u. T. „Einige Reihen und ihre Anwendungen“ (ukrain.) in den Annalen der Akad. der Wissensch. in Kyjiv ershienene Arbeit.

2. Der Vorsitzende legt hiemit die Einladung zum internationalen Mathematiker-Kongreß in Zürich (September 1932) vor.

3. Derselbe bekommt zum Gutachten die Arbeit des Hrn. N. Čajkowśkyj (Odessa) u. T. „Über systematische Entwicklung der Irrationalzahlen“ (deutsch).

4. Hr. Kučer hält einen Vortrag aus Anlaß der 100-jährigen Feier der Entdeckungen des M. Faraday.

5. Hr. Tysovśkyj erstattet einen kurzen Bericht über die unlängst publizierte Anschauungen von Schrammen — betreffend das Hervortreten von morphologischen Eigenschaften bei den Tieren.

6. Hr. Zaryčkyj stellt den Antrag, die Sektion solle womöglich bald zur Herausgabe von populär-wissenschaftlichen Publikationen schreiten.

#### CLXXVIII. Sitzung am 5. Februar 1932.

Vorsitzender Hr. Levyčkyj.

1. Der Vorsitzende gibt die Übersicht der Tätigkeit der Sektion, sowie einzelner Kommissionen im J. 1931.

2. Hr. Muzyka berichtet über seine neuesten Veröffentlichungen in „Medizinischen Berichten“ 1931 Heft 12. (polnisch) u. zw.: a) die Blutgruppen in der Pathologie, b) (mit Dr. Kordiuk) Beitrag zur sg. Agranulozitze.

3. Hr. Polanśkyj legt seine Arbeit u. T. „Einige Bemerkungen über die chronologische Stellung der jungpaläolithischen Station von Żurawka (Poltawa) und der jungpleistozänischen Terrassen des Mittleren Dnipro“ vor.

Dieselbe erscheint in der Sammelsch. der physiogr. Kommission Heft IV—V.

CLXXIX. Sitzung am 1. April 1932.

Vorsitzender Hr. Le vy ć ky j.

1. Die Sektion hat beschlossen, an der Goethe-Feier, die nächstens die Ševčenko-Gesellschaft veranstalten wird, mit einem Referat über Goethe als Naturhistoriker teil zu nehmen.

2. Der Vorsitzende legt eine Note des Hrn. Jaremkevyč u. T. „Zwei spezielle Sextiken“ vor (siehe unten).

3. Hr. Kubijovyč berichtet über den Verlauf des II. ukrainischen wissenschaftlichen Tages in Prag.

4. Derselbe legt seine Arbeit u. T. „Die obere ökomenische Grenze in der Bukowina“ vor.

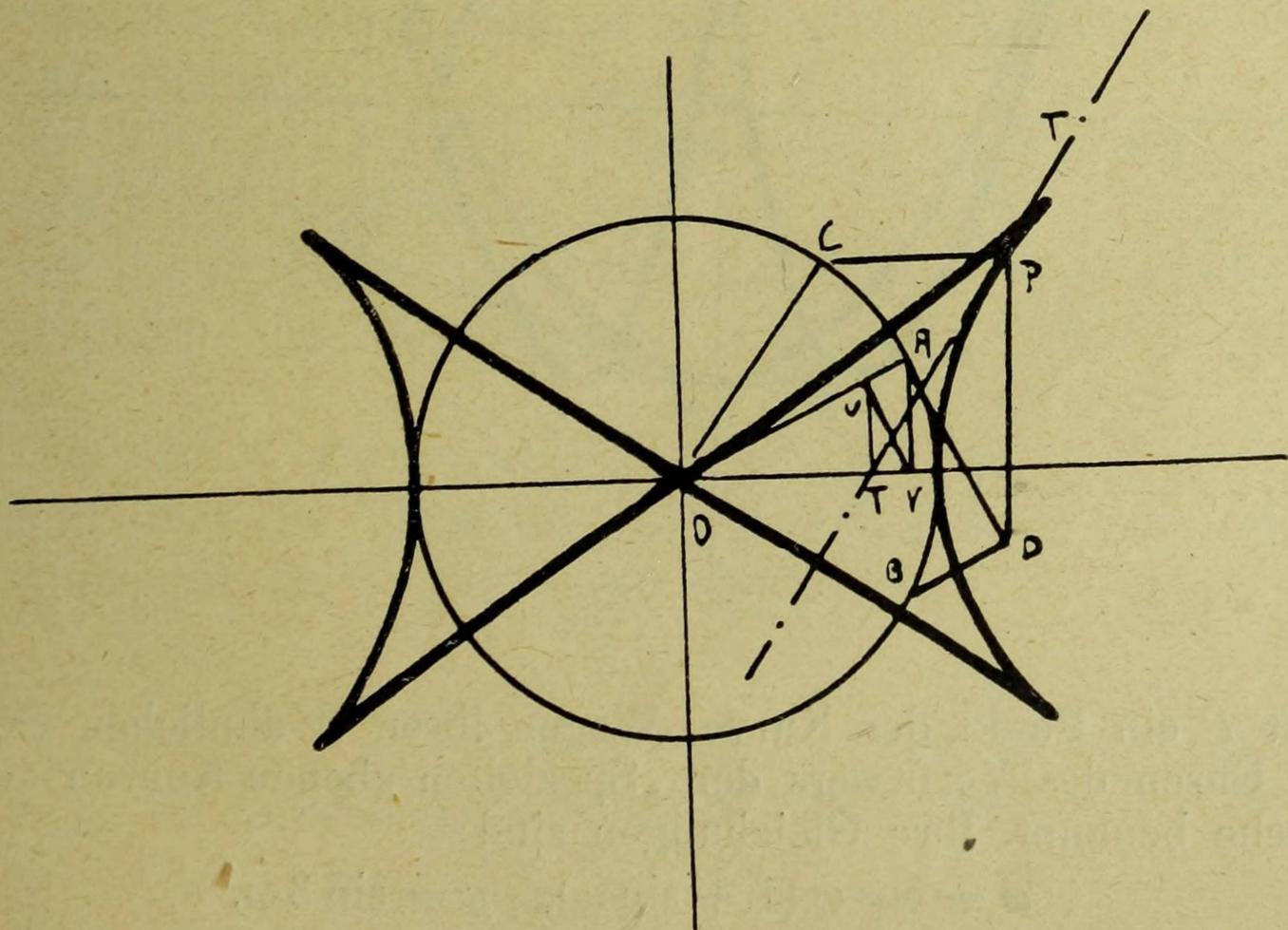
### BERICHT.

#### Zwei spezielle Sextiken.

(von J. Jaremkevyč).

Die beiden speziellen Sextiken, deren Konstruktion ich in dieser Note angebe, eignen sich sehr für Beispiele zur Kurvendiskussion und mögen sich ihrer die Herren Autoren der betreffenden Lehrbücher annehmen.

1. Die Falterkurve. Es sei ein Kreis  $O(r=1)$  gegeben, durch dessen Mittelpunkt das Achsenkreuz gelegt werden möge. Sind  $A$  und  $B$



zwei sich zu  $OX$  symmetrisch bewegende Punkte des Kreises, so soll die Projektion von  $B$  auf die in  $A$  errichtete Tangente  $D$  heißen. Es sei noch ein Punkt  $C$  gegeben, so, daß  $\sphericalangle XOC = 2XOA$  ist. Zieht

man nun  $CP \parallel OX$ ,  $DP \parallel OY$ , dann ist der Schnittpunkt  $P$  der beiden Geraden ein Punkt der Kurve. Ist  $\sphericalangle XOA = \omega$ , dann sind ihre Gleichungen:

$$x = \cos \omega (1 + 2 \sin^2 \omega), \quad y = \sin 2 \omega$$

bzw.

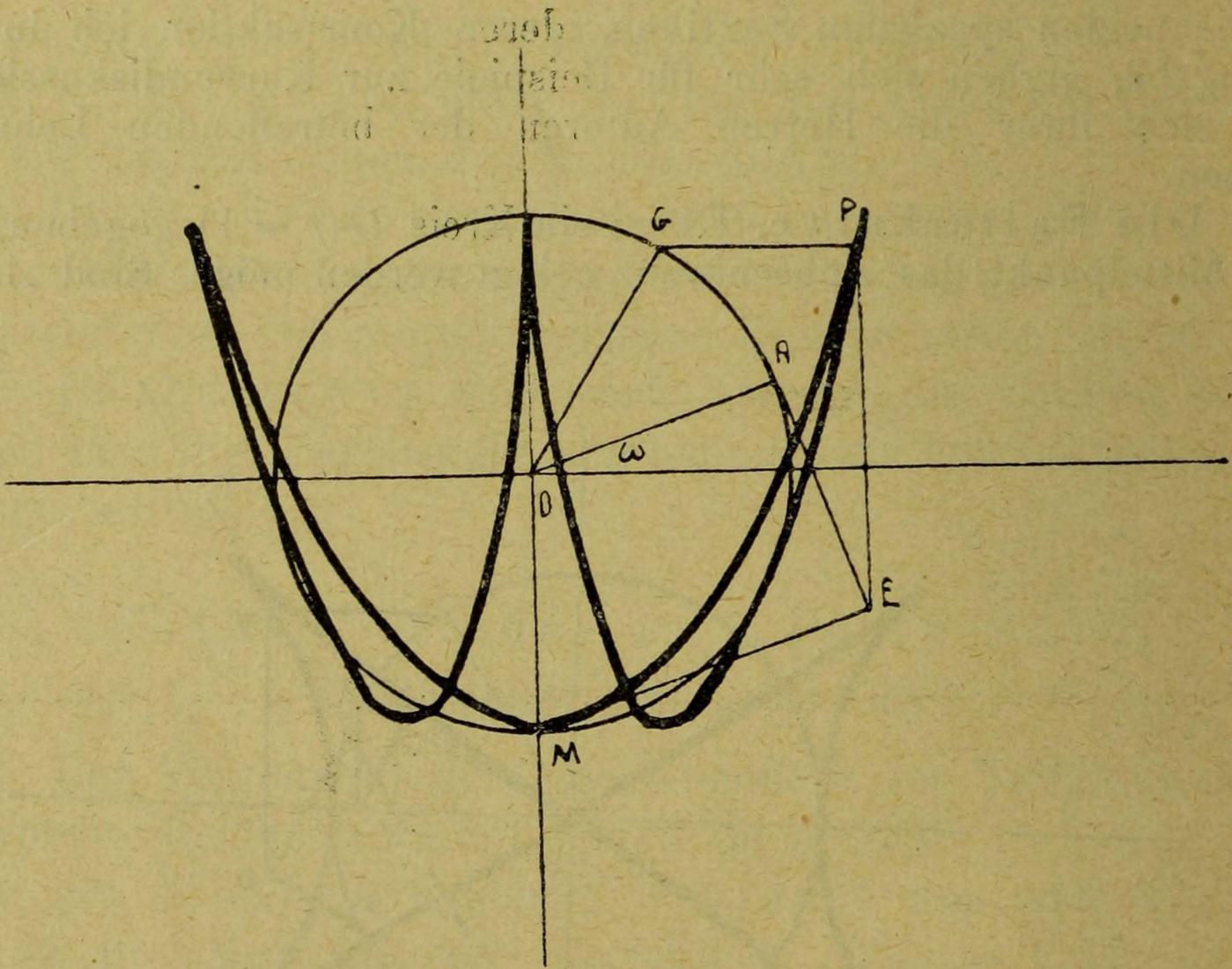
$$y^6 + 4x^2(x^2 - y^2) + 6y^4 + (9y^2 - 4x^2) = 0$$

und in Linienkoordinaten:

$$(9u^2 - 4v^2)^3 = 729u^4.$$

Es ist äußerst interessant, nach den Singularitäten und Brennpunkten dieser ganz speziellen Sextik zu forschen. Nur noch die Tangentenkonstruktion sei hier mitgeteilt: Man führt  $AV \perp OX$ ,  $Vv \perp OA$ ,  $vT \perp OX$ , dann ist  $TP$  die Tangente der Kurve in  $P$ .

2. Die Wieleitnersche Kurve. Die Kurve hat im Reellen zwei Doppelpunkte, eine gewöhnliche Spitze und zwei Schnabelspitzen. Es sei ein Kreis wie im vorigen Fall gegeben,  $A$  wieder ein sich auf dem Kreise bewegendes Punkt; außerdem sei noch der Punkt  $M(0, -1)$  fixiert. Ist  $E$  die Projektion von  $M$  auf die in  $A$  errichtete Tangente, ist weiter  $\sphericalangle XOG = 3XOA$ , und macht man  $EP \parallel OY$ ,  $GP \parallel OX$ ,



dann ist  $P$  ein Punkt der Kurve. Wegen ihrer  $W$ -ähnlichen Gestalt sei sie zur Ehren des Verfassers der „Speziellen ebenen Kurven“ die Wieleitnersche benannt. Ihre Gleichungen sind:

$$x = \cos \omega (1 + \sin \omega), \quad y = \sin 3 \omega.$$

Die Koordinaten der Schnabelspitzen ergeben sich zu  $x = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ,  $y = 1$ .

## III.

**Sitzungen einzelner Kommissionen.**

## A)

## PHYSIOGRAPHISCHE KOMMISSION.

XXXVIII. Sitzung am 14. Mai 1931.

Vorsitzender Hr. Melnyk.

1. Der Vorsitzende gibt zur Kenntnis der Kommission das Verzeichnis der Abhandlungen für die nächste Sammelschrift der Kommission.

2. Hr. J. Iwanýčkyj wurde beauftragt, botanische Sammlungen des weil. Prof. Vološčak zu katalogisieren.

3. Es wurde der Plan der Exkursionen während der Sommerferien ausgearbeitet.

XXXIX. Sitzung am 30. Dezember 1931.

Vorsitzender Hr. Melnyk.

1. Hr. Levyčkyj widmet einen Nachruf dem Andenken des ersten Obmannes der Kommission, weil. med. et phil. Dr. Michael Kociuba.

2. Derselbe berichtet über den Nachlaß des Verstorbenen (Bücher, Mineralien, Karten), den derselbe dem Museum der Ševčenko-Gesellschaft vermacht hat.

3. Hr. Vl. Olšanýkyj, Absolvent der Forstakademie, wurde zum Mitglied der Kommission gewählt.

4. Die Kommission drückt demselben den Dank für das in Ordnungbringen der Sammlungen des weil. Prof. Verchratýkyj aus.

4. Die Hrn. J. Polańskyj und E. Čajkovskýj erstatten den Bericht über die Tätigkeit und Entwicklung des naturhistorischen Museums im J. 1931 (siehe Punkt IV).

## B)

## GEOGRAPHISCHE KOMMISSION.

VII. Sitzung am 30. Mai 1931.

Vorsitzender Hr. Polańskyj.

Die Sitzung war den administrativen Angelegenheiten gewidmet.

## VIII. Sitzung am 31. Dezember 1931.

Vorsitzender Hr. Polanškyj.

1. Hr. Polanškyj berichtet über vorläufige Ergebnisse seiner geologischen Forschungen, die er während des Sommers in Westpolissje auf den Auftrag des Meliorationsbureau in Berest-Litowsk durchgeführt hat.

2. Fr. Dr. O. Daškevyc gibt eine Übersicht der in Sambor erschienenen ukrainischen Publikation über das Bojkenterritorium.

3. Hr. Z. Załuckij berichtet über die Entstehung des Pruthales — auf Grund der Dislokation der alten Terrassen in Pokutje und Transkarpathien.

## IX. Sitzung am 1. April 1932.

Vorsitzender Hr. Kubijovyč.

1. Der Vorsitzende berichtet über den Verlauf des II. ukrainischen wissenschaftlichen Tages in Prag.

2. Es wurde beschlossen, in der ersten Hälfte des Juli 1. J. einen Kurs für Geographie Ukrainas in Lemberg zu veranstalten. Ausser den Vorträgen aus verschiedenen Gebieten der ukrainischen Geographie sind auch praktische Übungen so wie auch Exkursionen vorgesehen.

C)

## TECHNISCH-WISSENSCHAFTLICHE KOMMISSION.

## V. Sitzung am 1. Juli 1931.

Vorsitzender Hr. I. Kandiak.

1. In den Vorstand der Kommission wurden folgende Mitglieder gewählt: Prof. Ing. Dr. Feščenko-Tschopivskyj als Obmann, Ing. I. Kandiak als Obmannsstellvertreter, die Hrn. Ing. S. Pasternak und Ing. A. Romanenko als Schriftführer.

2. Es wurde beschlossen, nach den Ferien zur Errichtung einer agronomisch-technischen Abteilung des naturwiss. Museums der Gesellschaft zu schreiten.

3. Es wurde beschlossen, im Rahmen der mathem.-naturwiss.-ärztlichen Sektion eine Sammelschrift der wissenschaftlichen Arbeiten der Kommission von Zeit zu Zeit zu veröffentlichen.

4. Der Bericht über den jetztigen Stand der Arbeiten zur Sammlung der ukrainischen Fachterminologien für die Elektrotechnik und Tischlerei wurde zur Kenntnis genommen.

## IV.

## Bericht über das naturwissenschaftliche Museum der Gesellschaft.

(Leiter Hr. Dr. G. Polan'skyj).

1. Das Museum hat im Laufe des J. 1931 vier weitere Ubikationen für seine Zwecke von der Leitung der Ševčenko-Gesellschaft zur Disposition bekommen; eine derselben dient als Arbeitszimmer, zwei wurden für weitere Sammlungen bestimmt, eine (die kleinste) dient als vorläufiges Magazin. Dadurch wurde die Entlastung der bisherigen Lokalitäten, sowie die Errichtung einer technologischen Abteilung ermöglicht. Gleichzeitig hat die Leitung dank der Opferwilligkeit seitens einiger ukrainischen Institutionen und des Hrn. Schulrates M. Hrycak in Lemberg (zum dritten Male) wiederum mehrere Gablotten und Schränke für ihre Sammlungen bekommen. Nunmehr verfügt das Museum über 7 Ubikationen.

2. Das Personal des Museums ist im J. 1931 dasselbe, wie im J. 1930 (vgl. Sitzungsb. Heft XIV, Seite 20) geblieben.

3. Der Zustand des Museums stellt sich am Ende des J. 1931 folgendermassen dar:

| Abteilung                   |               | Invent.<br>Nummer | Zunahme<br>im 1931 J. | Bemerkung                                 |
|-----------------------------|---------------|-------------------|-----------------------|---|
| Mineralogie-Petrographie    |               | 3160              | 82                    |   |
| Diluvial-<br>Geologie       | Vertebratae   | 435               | 38                    |   |
|                             | Evertebratae  | 160               | 105                   |   |
|                             | Petrographie  | 125               | 3                     |   |
|                             | Paläontologie | 101               | 0                     | Inventar noch<br>nicht abge-<br>schlossen |
| Botanik                     |               | 1383              | 115                   |   |
| Aves                        | }             | 154               | 5                     | + 2 Muster in<br>Präparation              |
| Mammalia                    |               |                   | 1                     |   |
| Seemollusken                |               | 241               | 131                   |   |
| Süßwasser u. Land Mollusken |               | 373               | 373                   |   |
| Entomologie                 |               | 4585              | 42                    |   |
| Anatomie                    |               | 44                | 4                     |   |
| Technologie                 |               | 408               | 1                     |   |
| Zusammen                    |               | 11169             | 900                   |   |

4. Die grösseren Sammlungen haben für das Museum folgende Herren gespendet: 1) Hr. A. Tysovskýj eine Sammlung von Mittelmeer-Mollusken, 2) Hr. I. Rakovskýj Mittelmeer-Mollusken und Seekrebse, 3) P. I. Kišakevyč eine Kollektion von Tertiärschnecken, 4) Hr. S. Polanickýj eine Käfersammlung aus Galizien, 5) weil. Hr. M. Kociuba geographische Karten und Bücher, 6) Hr. G. Polanickýj Land- und Süsswasser-Konchylien aus Polissje.

Geschlossen am 30. April 1932

THE LIBRARY OF THE

AUG 19 1935

UNIVERSITY OF ILLINOIS