УДК.681.513
Ф.Марецький, докт.техн.наук
Державний НДІ інформаційної інфраструктури, м.Львів, Україна
Академія інформатики та управління, м.Бєльско-Бяла, Польща

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАГАЗИНУ ВИСОКОГО СКЛАДУВАННЯ

Запропоновано математичну модель функціонування магазину високого складування, яка описує поточний стан платформи та її пунктів завантаження і розвантаження. З використанням моделі розроблено оптимізаційну процедуру для реалізації послідовних запитів, яка мінімізує технологічні втрати, пов'язані з простоєм обладнання.

Вступ. Магазини високого складування широко використовуються в гнучких виробничих системах для тимчасового зберігання напівпродуктів, знарядь та ін. [1-3]. В їхній будові розрізняють платформи та підйомники, які їх обслуговують. На платформах розміщуються контейнери. Платформи мають пункти завантаження та розвантаження. Кожна платформа обслуговується підйомником, який переносить контейнер між різними її пунктами.

В роботі магазину розрізняють такі основні етапи: завантаження, перевантаження і розвантаження. Перший етап полягає в тому, що контейнери, які надходять ззовні до пункту завантаження платформи, приймають і розміщують в певних вакантних пунктах платформи. На етапі перевантаження контейнери переміщають в межах платформи з одного пункту в інший – ближче до пункту розвантаження. Під час розвантаження контейнери переносять в межах платформи з пункту зберігання до пункту розвантаження. В контейнерах розміщуються об'єкти різних видів, причому до пункту розвантаження необхідно транспортувати об'єкти певного типу відповідно до заданого графіку.

В статтях [4-6] було закладено основи побудови математичних моделей складних технологічних процесів, які використовують монтажні лінії та промислові роботи. В цій статті створено математичну модель магазину високого складування з відповідними платформами та підйомниками.

Формулювання проблеми. Розглянемо магазин високого складування з однією платформою, яка обслуговується одним підйомником. Пункти завантаження та розвантаження розміщено на протилежних кінцях платформи. До пункту завантаження транспортується набір контейнерів різних типів (з об'єктами різного виду). До пункту розвантаження надходять запити на контейнери певних типів. Кожен запит може бути складений у формі графіку або згенерований випадковим чином.

Контейнер з об'єктами необхідного типу повинен бути транспортований до пункту розвантаження в заданий момент часу. У випадку запізнення виникають простої обладнання, які потрібно звести до мінімуму. Тому, підйомник повинен виконувати операції (завантаження, розвантаження і перевантаження) таким чином, щоб мінімізувати ці простої. При цьому проблема полягає у виробленні оптимального алгоритму реалізації запитів, який мінімізує технологічні втрати.

Час виконання операції підйомником залежить від розміщення пунктів, між якими переноситься контейнер. Підйомник рухається зі сталою швидкістю по горизонталі та вертикалі. Щоб виконати запит, він повинен перенести до пункту розвантаження певний контейнер у відповідний момент часу. В окремому пункті може міститися лише один контейнер. Час, необхідний на доставку контейнера в пункт призначення, залежить від розміщення контейнера на платформі. Тому підйомник повинен розміщувати контейнери якнайближче до точки розвантаження. Але операції завантаження (чи перевантаження) займають багато часу. Отже, виникає проблема ефективного керування підйомником.

Математична модель. При формуванні математичної моделі магазину множину всіх пунктів, в яких можуть розміщатися контейнери, умовно представлятимемо у вигляді матриці, що складається з M рядків та N стовпців. При цьому m – номер рядка, в якому розміщено контейнер $(m=1,...,M)$; n – відповідно, номер стовпця $(n=1,...,N)$. Це означає, що контейнер розміщено в пункті з координатами (m,n).

Припустимо, що пункт завантаження розміщено безпосередньо біля пункту з координатами (1,1), але за межами платформи. Умовно його координати вважатимемо $(1,0)$, де "0" означає, що пункт знаходиться за межами платформи. Пункт розвантаження розміщено безпосередньо біля пункту з координатами $(1,N)$, але за межами платформи. Умовно його координати вважатимемо $(1,N+1)$. Час переміщення підйомника між пунктами (i,j) та (m,n) визначаємо із формули

$$V=\max\{c_v\cdot|i-m|,\ c_h\cdot|j-n|\},$$

де c_v – час зміни рядка, c_h – час зміни стовпчика. Нехай в магазині є L типів об'єктів. Позначимо через l – тип об'єкту (контейнера), $l=1,...,L$.

Означення 1. Стан магазину описується матрицею виду $X=\lfloor x_{m,n}\rfloor$, $m=1,...,M$, $n=1,...,N$, де

$$x_{m,n}=\begin{cases} l, & \text{якщо в пункті } (m,n) \text{ розміщується контейнер } l\text{-го типу,}\\ 0, & \text{в іншому випадку.}\end{cases}$$

Аналогічно, вважаємо, що $x_{1,0}$ – стан пункту завантаження, $x_{1,N+1}$ – стан пункту розвантаження.

Стан магазину змінюється після кожної операції підйомника. Позначимо за допомогою верхнього індексу k – номер операції підйомника ($k=1,...,K$, де K – загальна кількість операцій). З врахуванням цього стан магазину описується множиною $\left\{X^{(k)},x_{1,0}^{(k)},x_{1,N+1}^{(k)}\right\}$, на основі чого $\left\{X^{(0)},x_{1,0}^{(0)},x_{1,N+1}^{(0)}\right\}$ – початковий стан, $\left\{X^{(K)},x_{1,0}^{(K)},x_{1,N+1}^{(K)}\right\}$ – кінцевий стан.

Означення 2. Стан підйомника після k-ї операції описується вектором $P^{(k)}=\left\lfloor p_i^{(k)}\right\rfloor_{i=1,2}$, де $p_1^{(k)}$ – номер рядка, в якому розташовано підйомник, $p_2^{(k)}$ – номер відповідного стовпця. Аналогічно, приймаємо, що $P^{(0)}$ – початковий стан, $P^{(K)}$ – кінцевий стан.

Нехай послідовність контейнерів в пункті завантаження подана вектором $S=[s_i]_{i=1,...,I}$, де s_i – тип i-го контейнера. Крім того, вважаємо, що заданими є терміни доступу до цих об'єктів в пункті завантаження, а саме $\Phi=[\phi_i]_{i=1,...,I}$, де ϕ_i – термін доступу до i-го об'єкту. Припустимо також, що запит в пункті розвантаження описано вектором $Y=\lfloor y_j\rfloor_{j=1,...,J}$, де y_j – тип j-го контейнера. Крім цього, відомими є терміни, до яких ці контейнери повинні залишити магазин, тобто $\Psi=\lfloor\psi_j\rfloor_{j=1,...,J}$, де ψ_j – задекларований термін розвантаження j-го контейнера. Якщо контейнер транспортують до пункту розвантаження після терміну ψ_j, то обладнання, яке працює з цим об'єктом матиме простої.

За критерій оптимізації керування складом приймаємо мінімізацію часу простою:

$$Q=\sum_{j=1}^{J}q_j\ ,$$

де

$$q_j=\begin{cases} t_j-\psi_j, & \text{якщо } t_j>\psi_j,\\ 0, & \text{в іншому випадку,}\end{cases}$$

причому t_j – фактичний момент транспортування *j*-го контейнера в пункт розвантаження. Якщо виникає запізнення розвантаження *j*-го контейнера, то пізніші терміни ψ_j необхідно скоригувати.

Рівняння стану. Рівняння стану – це залежності, які повністю визначають стан системи $\left\{X^{(k)}, x_{1,0}^{(k)}, x_{1,N+1}^{(k)}\right\}$, $P^{(k)}$ на основі відомого стану $\left\{X^{(k-1)}, x_{1,0}^{(k-1)}, x_{1,N+1}^{(k-1)}\right\}$, $P^{(k-1)}$. Стан змінюється після виконання підйомником поточної *k*-ї операції. Момент закінчення *k*-ї операції позначимо через $t^{(k)}$ $\left(t^{(0)} = 0\right)$.

Означення 3. Результат виконання *k*-ї операції описується вектором $U^{(k)} = \left[u_r^{(k)}\right]_{r=1,\ldots,4}$. Елементи цього вектора визначаємо наступним чином:

$$u_1^{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{якщо підйомник є в стані очікування,} \\ 1, & \text{якщо підйомник виконує операцію завантаження,} \\ 2, & \text{якщо підйомник виконує операцію перевантаження,} \\ 3, & \text{якщо підйомник виконує операцію розвантаження,} \\ 4, & \text{якщо підйомник виконує операцію ттранспорування,} \end{cases}$$

крім того $u_2^{(k)}$ – номер рядка цільового пункту, $u_3^{(k)}$ – номер стовпця цільового пункту, $u_4^{(k)}$ – час виконання операції.

Операція очікування. Якщо $u_1^{(k)} = 0$, то $u_2^{(k)} = p_1^{(k-1)}$, $u_3^{(k)} = p_2^{(k-1)}$. Натомість $u_4^{(k)}$ можна одержати на основі прийнятого методу керування, наприклад, $u_4^{(k)} = \phi_i$, якщо підйомник може очікувати лише в пункті завантаження.

Операція завантаження. Якщо $u_1^{(k)} = 1$, то $u_2^{(k)} = m$, $u_3^{(k)} = n$ та $u_4^{(k)} = \max\left\{c_v |m-1|, c_h j\right\}$.

Операція перевантаження. Якщо $u_1^{(k)} = 2$, то $u_2^{(k)} = m$, $u_3^{(k)} = n$ та $u_4^{(k)} = \max\left\{c_v \left|m - p_1^{(k-1)}\right|, c_h \left|n - p_2^{(k-1)}\right|\right\}$.

Операція розвантаження. Якщо $u_1^{(k)} = 3$, то $u_2^{(k)} = 1$, $u_3^{(k)} = N+1$ та $u_4^{(k)} = \max\left\{c_v \left|p_1^{(k-1)}\right|, c_h \left|p_2^{(k-1)} - N - 1\right|\right\}$.

Вид рівнянь стану залежить від типу виконуваної операції:

– для операції очікування

$$X^{(k)} = X^{(k-1)}, \quad x_{1,0}^{(k)} = x_{1,0}^{(k-1)}, \quad x_{1,N+1}^{(k)} = x_{1,N+1}^{(k-1)},$$
$$P^{(k)} = P^{(k-1)}, \quad t^{(k)} = t^{(k-1)} + u_4^{(k)};$$

– для операції завантаження

$$x_{m,n}^{(k)} = x_{1,0}^{(k-1)}; \quad \underset{i \neq m}{\forall} \ \underset{j \neq n}{\forall} \ x_{m.n}^{(k)} = x_{1,0}^{(k-1)};$$

$$x_{1,0}^{(k)} = \begin{cases} s_i, & \text{якщо } \left(t^{(k-1)} < \phi_i \le t^{(k)}\right) \wedge \left(x_{1,0}^{(k-1)} = 0\right), \\ 0, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$x_{1,N+1}^{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \left(t^{(k-1)} < \psi_j \le t^{(k)}\right), \\ x_{1,N+1}^{(k-1)}, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$p_1^{(k)} = m, \quad p_2^{(k)} = n;$$

$$t^{(k)} = t^{(k-1)} + u_4^{(k)};$$

– для операції перенесення з пункту (μ,γ) в пункт (m,n)

$$x_{\mu,\gamma}^{(k)} = 0; \quad x_{m,n}^{(k)} = x_{\mu,\gamma}^{(k-1)};$$

$$x_{i,j}^{(k)} = x_{i,j}^{(k-1)}, \qquad i \neq \mu,\ i \neq m,\ j \neq \gamma,\ j \neq n;$$

$$x_{1,0}^{(k)} = \begin{cases} s_i, & \text{якщо} \left(t^{(k-1)} < \phi_i \leq t^{(k)}\right) \wedge \left(x_{1,0}^{(k-1)} = 0\right), \\ x_{1,0}^{(k-1)}, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$x_{1,N+1}^{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \left(t^{(k-1)} < \psi_j \leq t^{(k)}\right), \\ x_{1,N+1}^{(k-1)}, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$P_1^{(k)} = m; \quad P_2^{(k)} = n;$$

$$t^{(k)} = t^{(k-1)} + u_4^{(k)};$$

– для операції розвантаження з пункту (μ,γ):

$$x_{\mu,\gamma}^{(k)} = 0; \quad x_{i,j}^{(k)} = x_{i,j}^{(k-1)},\ i \neq \mu,\ j \neq \gamma;$$

$$x_{1,0}^{(k)} = \begin{cases} s_i, & \text{якщо} \left(t^{(k-1)} < \phi_i \leq t^{(k)}\right) \wedge \left(x_{1,0}^{(k-1)} = 0\right), \\ 0, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$x_{1,N+1}^{(k)} = x_{\mu,\gamma}^{(k-1)}; \quad P_1^{(k)} = 1; \quad P_2^{(k)} = N+1$$

$$t^{(k)} = t^{(k-1)} + u_4^{(k)};$$

– для операції транспортування з пункту (μ,γ) в пункт (m,n):

$$x_{i,j}^{(k)} = x_{i,j}^{(k-1)}; \quad P_1^{(k)} = m; \quad P_2^{(k)} = n;$$

$$x_{1,0}^{(k)} = \begin{cases} s_i, & \text{якщо} \left(t^{(k-1)} < \phi_i \leq t^{(k)}\right) \wedge \left(x_{1,0}^{(k-1)} = 0\right), \\ x_{1,0}^{(k-1)}, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$x_{1,n+l}^{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \left(t^{(k-1)} < \psi_j \leq t^{(k)}\right), \\ x_{1,N+1}^{(k-1)}, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

$$t^{(k)} = t^{(k-1)} + u_4^{(k)}.$$

Загальне рівняння стану має вигляд:

$$X^{(k)} = f\left(X^{(k-1)}, P^{(k-1)}, U^{(k)}\right)$$

та

$$P^{(k)} = g\left(X^{(k-1)}, P^{(k-1)}, U^{(k)}\right).$$

В пункті завантаження $(1,0)$ можна розмістити об'єкт, якщо цей пункт є вільним (а об'єкт є першим в послідовності). Об'єкт можна вивантажити з платформи, якщо пункт розвантаження є вільним.

Загальний час простою після виконання k-ї операції обчислюємо наступним чином:

$$Q^{(k)} = Q^{(k-1)} + q^{(k)},$$

де

$$q^{(k)} = \begin{cases} t^{(k)} - \psi_i, & \text{якщо } \left(x_{1,N+1}^{(k)} = 0\right) \wedge \left(x_{1,N+1}^{(k-1)} > 0\right), \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Мінімізація цього показника підвищує загальну ефективність технологічного процесу.

Висновки.

Запропонована математична модель функціонування магазину високого складування має форму логіко–арифметичних рівнянь, які описують поточний стан платформи та її пунктів завантаження і розвантаження. Ці рівняння уможливлюють визначення стану системи після виконання кожної операції на основі відомих станів системи на попередніх операціях. Використання цієї моделі для розроблення оптимізаційної процедури реалізації запитів мінімізує технологічні втрати, пов'язані з простоєм обладнання.

The mathematical model for operation of depository of high warehousing is proposed, which describes the current state of platform and its points of loading and unloading. With usage of this model an optimization procedure for implementation of the series inquiries is designed, which minimizes technological losses, bound with equipment downtime.

Література

1. Czarnota J. Ekspercki system sterowania magazynem wysokiego składowania / Krajowa Konferencja Naukowa "Inżynieria wiedzy i systemy ekspertowe".- Politechnika Wrocławska.- V.2.- 1993.- P. 496–501.
2. Marecki F. Buffer Store of Line–Type Modelling / Intern. Confer. "Computer Integrated Manufacturing".- Silesian Technical University, Zakopane, 1994.- P. 126-135.
3. Niglus B.: Sterowanie magazynami wysokościowymi. Praca dyplomowa magisterska, Politechnika Śląska, Gliwice 1988.- 95 p.
4. Marecki F. Eksperckie systemy sterowania procesami dyskretnymi / II Krajowa Konferencja Naukowa „Inżyneria Wiedzy i Systemy Ekspertowe.- Wrocław, 1993.- V. 2.- S. 376-381.
5. Марецький Ф. Математична модель функціонування технологічної системи склад – монтажна лінія // Моделювання та інформаційні технології.- Вип. 12.- 2002.- С. 140-147.
6. Марецький Ф. Математична модель одноверсійного процесу монтажу на технологічних лініях з промисловими роботами // Моделювання та інформаційні технології.- Вип. 13.- 2002.- С. 143-148.

Одержано 29.10.2002 р.