

ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 621.391.7:612.172.2

Ю. Лещин; Б. Яворський, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ОБЧИСЛЕННЯ ТЕСТОВОЇ СТАТИСТИКИ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ВИЯВЛЕННЯ ВАРІАБЕЛЬНОСТІ СЕРЦЕВОГО РИТМУ ПРИ ХОЛТЕРІВСЬКОМУ МОНІТОРИНГІ

Обґрунтовано методику обчислення тестової статистики та характеристик виявлення варіабельності серцевого ритму за критерієм Неймана-Пірсона. Ідентифіковано метод обчислення тестової статистики та характеристик виявлення варіабельності серцевого ритму і параметри обчислювальної моделі програмного забезпечення пакету MATLAB.

Вступ

Під холтерівським моніторингом (ХМ) розуміють тривалу (24 години і більше) реєстрацію на портабельний та рентабельний носій електрокардіосигналу (ЕКС, 2-3 відведень) з її наступним аналізом [1].

В сучасних системах ХМ реєструється близько 26 характеристик ЕКС. Однією з таких характеристик є варіабельність серцевого ритму (ВСР), під якою розуміють зміну тривалості RR інтервалів послідовних циклів серцевих скорочень. ВСР зумовлена нелінійністю симпатичної, парасимпатичної і гуморальної регуляції, їх розгалуженими зв'язками між собою, а також реакціями серцево-судинної системи на різні види стресу тощо [2]. В свою чергу, при аналізі ВСР застосовують близько 40 параметрів, хоч при обчисленні яких послідовність RR інтервалів вважають стаціонарною (значеннями стаціонарного випадкового процесу) [3]. Цей факт та низка досліджень ВСР при ХМ виказують її нестаціонарність. Встановлено, що вона виникає як перехідний процес при зміні фізичного навантаження, ковтання й інших періодичних чи майже періодичних чинників, які подразнюють з боку зовнішнього або внутрішнього середовища організм [4]. Проте виявлення нестаціонарності ВСР, а також її подальший аналіз потребують відповідних моделей для її представлення. Стохастичний характер ВСР потребує відповідних статистичних методів вибору рішення про її тип.

Методи статистичного вибору рішення мають інструментальну підтримку у сучасному математичному і програмному забезпеченні пакету прикладних програм MATLAB (наприклад, Signal Processing Toolbox). Вони виконані універсальним (уніфікованим), модифікованим (нарошуваним) чином та орієнтовані на широке практичне застосування. У той же час специфічність статистичного вибору рішень у випадку ВСР вимагає їх параметричної ідентифікації в обчислювальних можливостях універсального математичного та програмного забезпечення.

В даній роботі ідентифіковано метод статистичного вибору рішення за критерієм Неймана-Пірсона та параметри обчислювальної моделі сучасного універсального математичного та програмного забезпечення пакету MATLAB.

1. Формулювання задачі виявлення ВСР

Частинний випадок ВСР підпадає під математичну модель, засобами якої виражається “міряна величина плюс похибка”. Тому ритмічний ЕКС, варіабельно-ритмічний ЕКС виразимо адитивною сумішшю (“сигнал на фоні шуму”) [3]. За

тестовий ЕКС візьмемо згенеровану засобами MATLAB (демонстраційна програма *sgolaydemo*) ритмічну та варіабельно-ритмічну ЕКГ. Вони представлені на рис. 1, а і рис. 2, а, а їх ритмокардіограми (РКГ), що відображають послідовність RR інтервалів, на рис. 1, б і рис. 2, б відповідно.

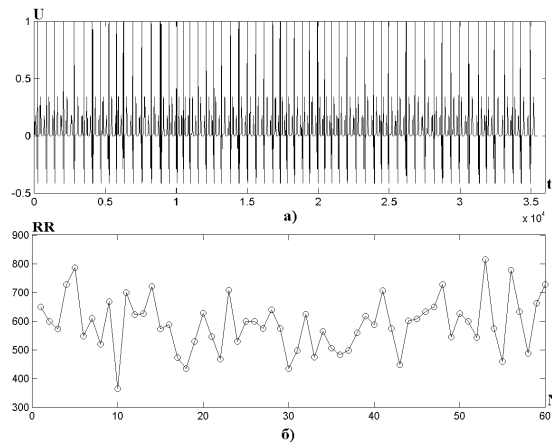


Рисунок 1 - Ритмічна ЕКГ (а) та РКГ (б).

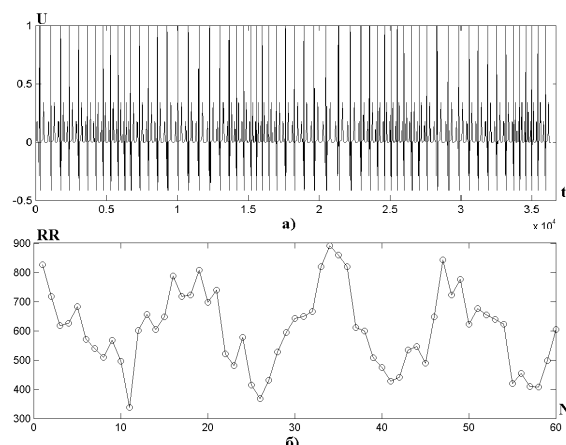


Рисунок 2 - Варіабельно-ритмічна ЕКГ (а) та РКГ (б).

Ці РКГ братимемо за тестові при обчисленні характеристик виявлення ВСР. Покладемо, що спостережувана послідовність RR інтервалів $\xi(t)$, де $t = \overline{1, T}$, є сумою

$$\xi(t) = \theta s(t) + n(t), \quad (1)$$

де $n(t)$ - стохастична складова (наприклад, нормальний білий шум); $s(t)$ - детермінована складова. Параметр θ невідомий і набирає тільки одне з двох значень: $\theta=0$ (РКГ є ритмічною), $\theta=1$ (РКГ є варіабельно-ритмічною). Що стосується апіорної інформації про параметр θ , то можливі два випадки: 1) апіорні імовірності $p_{pr}(0)=P_{pr}\{\theta=0\}$ і $p_{pr}(1)=P_{pr}\{\theta=1\}=1-p_{pr}(0)$ появи ритмічної РКГ чи варіабельно-ритмічної РКГ відомі; 2) ці апіорні імовірності невідомі.

Сформульована бінарна задача виявлення варіабельно-ритмічної РКГ є частинним випадком задачі статистичної перевірки гіпотез. Гіпотеза H_0 відповідає $\theta=0$ (РКГ є ритмічною), а гіпотеза $H_1 - \theta=1$ (РКГ є варіабельно-ритмічною). Задача полягає у виборі за реалізацією $\xi(t)$, $t = \overline{1, T}$, рішення, яка з можливих подій відбулась, тобто яка з гіпотез достовірна.

Перед тим, як приступити до розв'язання задачі, означимо критерій оптимальності. Доцільність застосування критерію визначатимемо характером задачі виявлення ВСР та відомістю або невідомістю апіорних імовірностей $p_{pr}(H_1)$ і $p_{pr}(H_0)=1-p_{pr}(H_1)$.

2. Виявлення ВСР за статистичним критерієм

В першу чергу, введемо формальний показник якості виявлення, тобто кількісну міру втрат, що завдаються хибним рішенням. Введення такого показника не є результатом яких-небудь формально-теоретичних розрахунків. При встановленні адекватності критерію ситуації виявлення ВСР врахуємо всі специфічні її сторони, опираючись на розуміння явища і технічну інтуїцію. Обраний критерій надалі сприйматимемо за аксіому [5]. З означених міркувань розглянемо критерій Неймана-Пірсона. Застосуємо його для побудови методики виявлення ВСР. Базуватимемо її на порівнянні з порогом h_0 відношення правдоподібності [6]:

$$l = \frac{F(\xi | H_1)}{F(\xi | H_0)} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{N} \int_0^T [\xi(t) - s(t)]^2 dt\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{N} \int_0^T \xi^2(t) dt\right\}} = \exp\left\{\frac{2}{N} \int_0^T \xi(t)s(t) dt - \frac{1}{N} \int_0^T s^2(t) dt\right\} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} h_0, \quad (2)$$

де N – одностороння спектральна густина потужності стохастичної складової.

При $l > h_0$ приймається рішення про наявність ВСР; якщо ж $l < h_0$, то констатується відсутність ВСР.

У тих випадках, коли апіорні імовірності наявності і відсутності ВСР відомі, відношення апостеріорних імовірностей набирає виразу:

$$\frac{p_{ps}(H_1)}{p_{ps}(H_0)} = \frac{p_{pr}(H_1)}{p_{pr}(H_0)} \exp\left\{\frac{2}{N} \int_0^T \xi(t)s(t) dt - \frac{1}{N} \int_0^T s^2(t) dt\right\} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} h_1. \quad (3)$$

Нерівності (2) і (3) виявляються еквівалентними, якщо пороги задовольняють рівність

$$h_1 = h_0 p_{pr}(H_1) / p_{pr}(H_0). \quad (4)$$

Значення порогів визначаються застосуванням критерієм.

З огляду на роль логарифмічного перетворення в теорії інформації, монотонний характер логарифмічної функції, обидві частини нерівності (2) логарифмують, отримуючи так званий q – фактор (коефіцієнт), тому:

$$q = \frac{2}{N} \int_0^T \xi(t)s(t) dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_2 \end{matrix} \frac{E}{N} + \ln h_0 = h, \quad (5)$$

де E – енергія детермінованої складової ВСР.

З цього виразу видно, що для статистичного вибору рішення про наявність або відсутність ВСР, потрібно реалізацію $\xi(t)$ перемножити на копію детермінованої складової, проінтегрувати добуток і результат інтегрування порівняти з порогом h . Функціональну схему пристрою, що здійснює зазначені операції, наведено на рис. 3, а.

Величину q можна отримати як вихідний сигнал узгодженого фільтра. Функціональну схему пристрою, що реалізує цей метод, наведено на рис. 3, б.

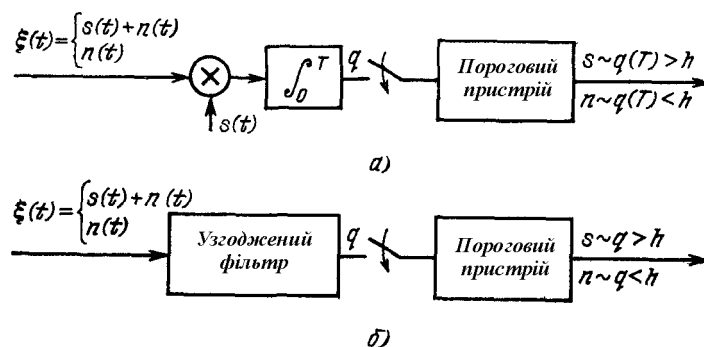


Рисунок 3 - Функціональні схеми оптимальних пристроїв виявлення ВСР з використанням кореляційного приймача (а) і узгодженого фільтра (б).

Оптимальні пристрої виявлення ВСР, зображені на рис. 3, є, відповідно, кореляційним приймачем і узгодженим фільтром, що доповнені пороговими пристроями і синхронізаторами для порівняння результату обробки суміші із граничним порогом h . Призначення оптимальних пристроїв виявлення полягає не в найкращому відтворенні детермінованої складової з суміші, а у формуванні

найбільшого пікового відношення енергій детермінованої і стохастичної складових суміші ВСР і порівнянні його в цей момент часу з відомим (вже визначеним) порогом h . Відношення енергій детермінованої складової і стохастичної складової суміші ВСР аналогічне такому ж відношенню енергій сигналу і шуму у теорії комунікацій (зв'язку).

Прийняття рішення про наявність або відсутність ВСР супроводжується помилками двох видів: 1) незважаючи на відсутність ВСР, приймається неправильне рішення про наявність ВСР (помилка 1-го роду); 2) хоча ВСР присутня, приймається помилкове рішення про її відсутність (помилка 2-го роду).

Позначимо умовну імовірність помилки 1-го роду (її також називають імовірністю помилкового виявлення) через $p_F = p(H_1|H_0)$ і імовірність помилки 2-го роду через $\beta = p(H_0|H_1)$. Ці імовірності виражаються формулами

$$p_F = \int_h^{\infty} p(q | H_0) dq, \quad \beta = \int_{-\infty}^h p(q | H_1) dq. \quad (6)$$

Тут $p(q|H_0)$ і $p(q|H_1)$ —умовні густини імовірності величини q (сигналу на виході кореляційного приймача або узгодженого фільтра, рис. 2 при відсутності і при наявності ВСР відповідно).

Умовна імовірність виявлення ВСР за умови його наявності p_D (імовірність достовірного виявлення) дорівнює

$$p_D = p(H_1 | H_1) = 1 - \beta = \int_h^{\infty} p(q | H_1) dq. \quad (7)$$

Як впливає з формули (5), рішення про наявність або відсутність ВСР повинно прийматися на підставі порівняння з порогом h величини

$$q = \frac{2}{N} \int_0^T \xi(t)s(t) dt \underset{H_2}{>} \underset{H_1}{<} h. \quad (8)$$

Обчислимо кількісні характеристики оптимального пристрою виявлення. Нехай ВСР присутня, тобто $\xi(t) = s(t) + n(t)$. Тоді зауважуємо, що випадкова величина

$$q = q_1 = \frac{2}{N} \int_0^T [s(t) + n(t)]s(t) dt \quad (9)$$

виходить у результаті лінійного перетворення нормального білого шуму. Тому вона буде мати нормальну густину імовірності $p_1(q)$ з математичним сподіванням і дисперсією, рівними:

$$m_1 = M\{q_1\} = 2E/N, \quad D_1 = M\{(q_1 - m_1)^2\} = 2E/N. \quad (10)$$

Під час відсутності ВСР $\xi(t) = n(t)$ і випадкова величина

$$q = q_0 = \frac{2}{N} \int_0^T n(t)s(t) dt \quad (11)$$

має також нормальну густину імовірності $p_0(q)$, причому

$$m_0 = M\{q_0\} = 0, \quad D_0 = M\{q_0^2\} = 2E/N. \quad (12)$$

Густини імовірності $p_1(q)$ і $p_0(q)$ зображені на рис. 4.

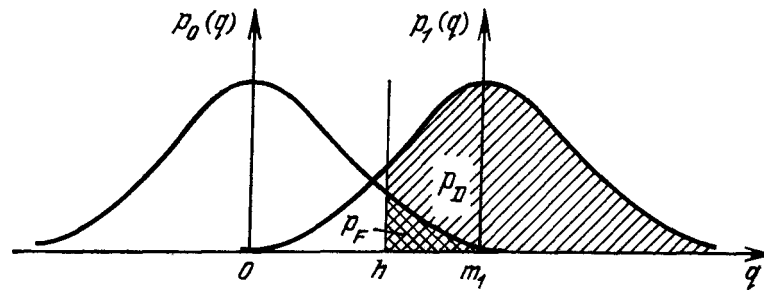


Рисунок 4 - Нормальні густини імовірності $p_1(q)$ і $p_0(q)$ при наявності і відсутності ВСР (p_F — імовірність помилкового виявлення, p_D — імовірність достовірного виявлення).

Відповідно до критерію Неймана – Пірсона, імовірність помилкового виявлення p_F повинна задаватися і, як видно з рис. 3, набирає виразу:

$$p_F = \int_h^{\infty} p_0(q) dq = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2E/N}}\right), \quad (13)$$

де $\Phi(\bullet)$ – інтеграл імовірності, який подається виразом

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (14)$$

Задля ідентифікації обчислювальної моделі наведеної методики виявлення ВСР у програмному забезпеченні пакету MATLAB застосовано скрипт `normcdf` (normal cumulative distribution function), що обчислює інтеграл

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \quad (15)$$

отриманий з (14) підстановкою $u^2 = \frac{(t-\mu)^2}{\sigma^2}$ та $du = \frac{dt}{\sigma}$.

Тоді імовірність достовірного виявлення, як видно з рис. 3, набирає виразу

$$p_D = \int_h^{\infty} p_1(q) dq = 1 - \Phi\left(-\frac{h}{\sqrt{2E/N}} - \sqrt{\frac{2E}{N}}\right). \quad (16)$$

(На рис. 4 площі, що відповідають імовірностям p_F і p_D , заштриховані.)

Формули (13) і (16) показують, що імовірність помилкового виявлення p_F , як і імовірність достовірного виявлення p_D , однозначно визначаються відношенням граничного рівня h до пікової величини відношення енергій сигнал-шум (S/N), рівної $\sqrt{2E/N}$. Тому за заданою імовірністю помилкового виявлення p_F однозначно визначається рівень h ,

$$h = \sqrt{\frac{2E}{N}} \Phi^{-1}(1 - p_F), \quad (17)$$

а, знаючи його, знаходимо імовірність достовірного виявлення p_D . Тут Φ^{-1} функція, обернена до $\Phi(x)$, яку реалізує скрипт в `norminv` (inverse of the normal cumulative distribution function).

У такий спосіб можна розрахувати криві виявлення ВСР (рис. 5). Криві виявлення являють собою залежність імовірності достовірного виявлення p_D від відношення сигнал-шум при фіксованій імовірності помилкового виявлення p_F .

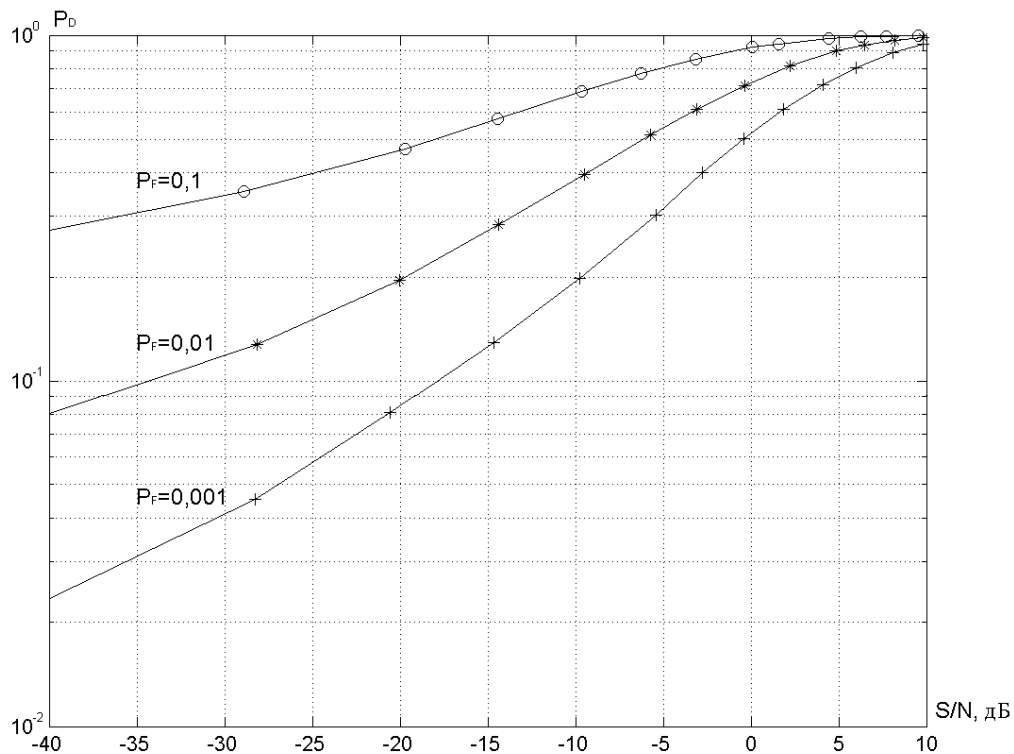


Рисунок 5 - Криві виявлення ВСР.

Висновки

Застосування універсального математичного програмного забезпечення пакету MATLAB дає можливість числити тестові статистики та характеристики виявлення ВСР. Його застосування до нестационарних моделей ВСР, що представлені через періодично корельований випадковий процес (ПКВП) і складніші моделі (бі-ПКВП, полі-ПКВП), потребує подальшої розробки цього питання у напрямі пристосування наведеного методу.

In this article principles of test statistics computation and characteristics of detection of hart rate variability by Neyman - Pearson criterion are grounded. A method of test statistics computation and characteristics of detection of hart rate variability to computing model of the software to package MATLAB is identified.

Література

1. Дабровски А., Дабровски Б., Пиотрович Р. Суточное мониторирование ЭКГ. – М.: Медпрактика, 1998.– 208 с.
2. Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. Task force of the European society of cardiology and the North American society of pacing and electrophysiology // Eur.Heart J.- 1996.- Vol.17.- P.354-381.
3. Баевский Р.М. и др. Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем // Вестник аритмологии.- 2001.- №24.- с.65-87.
4. Соболев А.В. Проблемы количественной оценки variability ритма сердца при холтеровском мониторировании // Вестник аритмологии.- 2002.- №26.- с.17-21.
5. Радиотехнические системы. Учеб. Ю.П. Гришин, В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов и др., Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высш. шк., 1990. – 496 с.
6. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983.– 320 с.

Одержано 15.12.2005 р.