

УДК 621.314.213

М.Паско<sup>1</sup>, докт. техн. наук; І.-П.Курітнік<sup>1</sup>, докт. техн. наук;

Н.Куземко<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup>Університет в Б'єльську-Бялей, Польща

<sup>2</sup>Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

## ЗАСТОСУВАННЯ ІНДУКТИВНО-ЄМНІСНИХ ДВОПОЛЮСНИКІВ СИМЕТРУВАННЯ ФАЗ В ТРИФАЗНИХ СИСТЕМАХ З ПЕРІОДИЧНИМИ НЕСИНУСОЇДНИМИ ПРОЦЕСАМИ

*Подано засади симетрування несиметричного трифазного трипровідного приймача, який живиться від симетричного джерела періодичної несинусоїдної напруги. Симетрування для довільно вибраної скінченної кількості гармонік здійснено за допомогою реактивних LC двополюсників. Подано розв'язок задачі разом із синтезом цих двополюсників, що використовується для симетрування, проілюстровано на прикладі.*

### Вступ

Ідея симетрування несиметричних трифазних кіл, що живляться від ідеального джерела синусоїдної напруги, подана в [1,2] та в бібліографічних позиціях цих праць.

Дана стаття є продовженням попередніх праць, що стосуються симетрування несиметричних трифазних кіл, які живляться від ідеального джерела спотвореної напруги. Попередні викладки стосувалися три- або чотирипровідних систем, в яких приймачі з'єднані в трикутник [3-5]. В даній статті розглядаються системи "зірка-зірка". Проведено дослідження для цих систем без врахування зв'язків у приймачі, а далі подано алгоритм розрахунку, що дозволяє враховувати такі зв'язки.

### 1. Постановка задачі

Проблему симетрування навантаження фаз ідеальної трифазної спотвореної напруги можна сформулювати наступним чином: нехай маємо несиметричний лінійний статичний приймач, що з'єднаний "зіркою" та описується діагональною матрицею повної провідності  $Y$  для певних гармонік. Цю систему потрібно вивести за допомогою LC двополюсників, включених до симетричної системи зі сторони затискачів джерела (рис.1). Для приймача вважаємо, що для вказаних гармонік відсутні вітки, які є в режимі резонансу напруг. Також необхідно, щоб після під'єднання двополюсників симетрування не споживалась реактивна потужність джерела. Така постановка задачі дозволяє отримати симетричний розподіл фазних струмів джерела. Під'єднання двополюсників симетрування дозволяє оптимізувати середньоквадратичні значення (СКЗ) струмів джерела, тобто максимально їх зменшити, використовуючи лише реактивні LC двополюсники. Меншим СКЗ струмів джерела відповідає менше значення його повної потужності при незмінній споживаній приймачем активній потужності.

### 2. Симетрування кола

Аналізована схема при від'єданому колі симетрування (компенсації) наведена на рис.1.

Нехай

$$e_a(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} E_h \exp(jh\omega t), \quad (1)$$

$$e_b(t) = e_a(t - T/3), \quad e_c(t) = e_a(t + T/3), \quad (2)$$

а приймач описується діагональною матрицею провідності для розглядуваних гармонік  $h \in \{1, 2, \dots, n\}$ . За таких умов можна вважати, що фазні струми приймача залежать лише від напруги джерела тієї ж фази.

Для гармонік  $3n + 1$ ,  $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$  маємо:

$$I'_{ah} = Y_{ah} \frac{(1-\alpha^2)Y_{bh} + (1-\alpha)Y_{ch}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{ah} = (G'_{ah} + jB'_{ah})E_{ah} = Y'_{ah} E_{ah}, \quad (3)$$

$$I'_{bh} = Y_{bh} \frac{(1-\alpha^2)Y_{ch} + (1-\alpha)Y_{ah}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{bh} = (G'_{bh} + jB'_{bh})E_{bh} = Y'_{bh} E_{bh}, \quad (4)$$

$$I'_{ch} = Y_{ch} \frac{(1-\alpha^2)Y_{ah} + (1-\alpha)Y_{bh}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{ch} = (G'_{ch} + jB'_{ch})E_{ch} = Y'_{ch} E_{ch}. \quad (5)$$

Для гармонік  $3n-1$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, l\}$  також:

$$I''_{ah} = Y_{ah} \frac{(1-\alpha^2)Y_{ch} + (1-\alpha)Y_{bh}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{ah} = (G''_{ah} + jB''_{ah})E_{ah} = Y''_{ah} E_{ah}, \quad (6)$$

$$I''_{bh} = Y_{bh} \frac{(1-\alpha^2)Y_{ah} + (1-\alpha)Y_{ch}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{bh} = (G''_{bh} + jB''_{bh})E_{bh} = Y''_{bh} E_{bh}, \quad (7)$$

$$I''_{ch} = Y_{ch} \frac{(1-\alpha^2)Y_{bh} + (1-\alpha)Y_{ah}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{ch} = (G''_{ch} + jB''_{ch})E_{ch} = Y''_{ch} E_{ch}, \quad (8)$$

де 
$$\alpha = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \alpha^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (9)$$

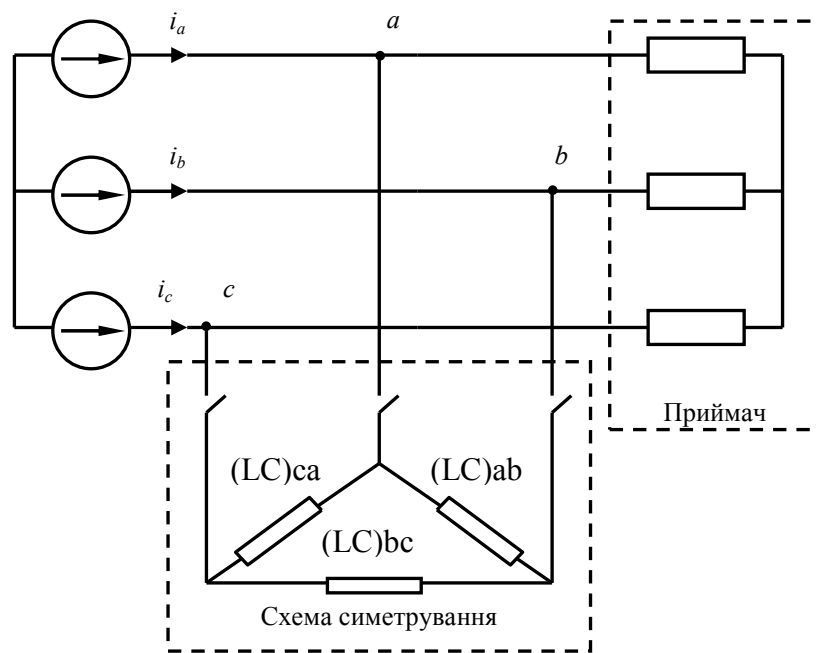


Рис. 1. Трифазна трипровідна система

Симетрування зводиться до задачі визначення фазних провідностей для гармонік  $3n+1$  та  $3n-1$  таким чином, щоб відповідні симетричні складові напруги джерела викликали аналогічні симетричні складові струмів. Розкладемо фазні струми (3), (4), (5) для гармонік  $3n+1$  на симетричні складові:

$$\begin{bmatrix} I'_0 \\ I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix}_h = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y'_{ah} & 0 & 0 \\ 0 & Y'_{bh} & 0 \\ 0 & 0 & Y'_{ch} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}_h. \quad (10)$$

Оскільки генератор є симетричним для гармонік  $3n+1$ ,  $E_{0h} = 0$ ,  $E_{2h} = 0$ , то з рівняння (10) отримуємо:

$$I'_{0h} = \frac{1}{3}(Y'_{ah} + \alpha^2 Y'_{bh} + \alpha Y'_{ch})E_{1h}, \quad (11)$$

$$I'_{1h} = \frac{1}{3}(Y'_{ah} + Y'_{bh} + Y'_{ch})E_{1h}, \quad (12)$$

$$I'_{2h} = \frac{1}{3}(Y'_{ah} + \alpha Y'_{bh} + \alpha^2 Y'_{ch})E_{1h}. \quad (13)$$

Враховуючи, що для трипровідної системи  $I_{0h} = 0$ , то

$$Y'_{ah} + \alpha^2 Y'_{bh} + \alpha Y'_{ch} = 0. \quad (14)$$

Умовою компенсації протилежної складової струму (13) є

$$Y'_{ah} + \alpha Y'_{bh} + \alpha^2 Y'_{ch} = 0. \quad (15)$$

Умова (15) в загальному випадку не задовольняється, тому необхідно під'єднати LC-двополюсники таким чином, щоб після модифікації ця умова задовольнялася одночасно з умовою (14). LC-двополюсники під'єднуються до лінійних провідників так, як показано на рис.1 (вимикачі замкнені). Фазні струми джерела мають, як правило, вигляд:

$${}_1I'_{ah} = \left[ Y'_a + j_k B_{ab}(1 - \alpha^2) - j_k B_{bc}(1 - \alpha) \right]_h E_{ah} = {}_1Y'_{ah} E_{ah}, \quad (16)$$

$${}_1I'_{bh} = \left[ Y'_b + j_k B_{bc}(1 - \alpha^2) - j_k B_{ab}(1 - \alpha) \right]_h E_{bh} = {}_1Y'_{bh} E_{bh}, \quad (17)$$

$${}_1I'_{ch} = \left[ Y'_c + j_k B_{ca}(1 - \alpha^2) - j_k B_{bc}(1 - \alpha) \right]_h E_{ch} = {}_1Y'_{ch} E_{ch}, \quad (18)$$

де  ${}_k B_{abh}$ ,  ${}_k B_{cbh}$ ,  ${}_k B_{cah}$  - реактивні провідності LC-двополюсників симетрування (компенсації) для гармонік  $3n + 1$  (позначення  ${}_k$  перед провідностями означає, що це провідності компенсатора). У виразі (16) та наступних рівняннях приймаємо, що реактивна провідність  $Im\{{}_k Y_h\} > 0$  відповідає реактивній провідності конденсатора, а  $Im\{{}_k Y_h\} < 0$  - реактивній провідності котушки. Позначення  ${}_1$  перед виразом для струму свідчить про те, що це є струм джерела після включення компенсатора, а ті самі позначення перед виразами провідностей означають, що це є приведені провідності системи після включення компенсатора.

Розкладаючи струми (16)-(18) на симетричні складові, отримуємо умову для компенсації струму  ${}_1I'_{2h}$  (це є симетрична складова струму, її напрям протилежний напрямку струму джерела), а саме:

$${}_1Y'_{ah} + \alpha {}_1Y'_{bh} + \alpha^2 {}_1Y'_{ch} = 0. \quad (19)$$

Умову (19) можна задовольнити шляхом підбору відповідних реактивних провідностей  ${}_k B_{abh}$ ,  ${}_k B_{cbh}$ ,  ${}_k B_{cah}$ . Запишемо також умову, при якій споживана двополюсниками компенсації реактивна потужність для кожної розглядуваної гармоніки дорівнює нулю, тобто

$$\bigwedge_{h \in (3n+1)} ({}_k B_{abh} |U_{abh}|^2 + {}_k B_{cbh} |U_{abh}|^2 + {}_k B_{cah} |U_{abh}|^2) = 0. \quad (20)$$

Оскільки  $|U_{abh}| = |U_{cbh}| = |U_{cah}|$ , то з умови (20) отримуємо залежність:

$$\bigwedge_{h \in (3n+1)} ({}_k B_{abh} + {}_k B_{cbh} + {}_k B_{cah}) = 0. \quad (21)$$

Розв'язання рівнянь (19) та (21) дає значення шуканих реактивних провідностей двополюсників симетрування:

$${}_k B_{abh} = \frac{2B'_{ch} - (B'_{ah} + B'_{bh}) + \sqrt{3}(G'_{ah} - G'_{bh})}{9}, \quad (22)$$

$${}_k B_{cah} = \frac{2B'_{bh} - (B'_{ch} + B'_{ah}) + \sqrt{3}(G'_{ch} - G'_{ah})}{9}, \quad (23)$$

$${}_k B_{bch} = \frac{2B'_{ah} - (B'_{bh} + B'_{ch}) + \sqrt{3}(G'_{bh} - G'_{ch})}{9}. \quad (24)$$

Здійснивши аналогічні перетворення для гармонік  $3n - 1$ , отримуємо значення реактивних провідностей двополосників симетрування:

$${}_k B'_{abh} = \frac{2B''_{ch} - (B''_{ah} + B''_{bh}) + \sqrt{3}(G''_{bh} - G''_{ah})}{9}, \quad (25)$$

$${}_k B'_{cah} = \frac{2B''_{bh} - (B''_{ch} + B''_{ah}) + \sqrt{3}(G''_{ah} - G''_{ch})}{9}, \quad (26)$$

$${}_k B'_{bch} = \frac{2B''_{ah} - (B''_{bh} + B''_{ch}) + \sqrt{3}(G''_{ch} - G''_{bh})}{9}. \quad (27)$$

Після здійснення симетрування (компенсації) симетричні складові струмів джерела виражаються для гармонік  $3n + 1$  так:

$$I_{1h} = \frac{Y_{ah}Y_{bh} + Y_{bh}Y_{ch} + Y_{ah}Y_{ch}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{1h}, \quad (28)$$

а для гармонік  $3n - 1$ :

$$I_{2h} = \frac{Y_{ah}Y_{bh} + Y_{bh}Y_{ch} + Y_{ah}Y_{ch}}{Y_{ah} + Y_{bh} + Y_{ch}} E_{2h}. \quad (29)$$

Якщо приймач описується повною матрицею провідності  $Y_h$  (з врахуванням зв'язків) для гармонік  $3n + 1$  та  $3n - 1$ , то з рівнянь

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0 - V_0 \\ E_1 - V_0 \\ E_2 - V_0 \end{bmatrix}_h, \quad (30)$$

$$I_{ah} + I_{bh} + I_{ch} = 0 \quad (31)$$

можна визначити напругу  $V_{0h}$ , а тоді фазні струми джерела  $I_{ah}$ ,  $I_{bh}$ ,  $I_{ch}$ . Знайшовши фазні струми джерела та узалежнивши їх лише від напруги джерела тієї самої фази (аналогічно до (3)-(5)), проводимо далі розрахунок так само, як і для системи без зв'язків.

### 3. Синтез двополосників симетрування

Маючи значення реактивних провідностей двополосників симетрування, що описуються формулами (22)-(27), необхідно визначити структури реактансних двополосників. Задача зводиться до синтезу трьох незалежних LC-двополосників, які потрібно під'єднати до лінійних провідників (рис.1). На підставі робіт [6-11] розв'язувати цю задачу можна таким чином: потрібно визначити реактансні функції  ${}_{\delta\beta} B_r(\omega)$ ,  $\delta, \beta \in \{a, b, c\}$ ,  $\delta \neq \beta$ , що мають вигляд:

$${}_{\delta\beta} B_r(\omega) = \frac{A_{\delta\beta} \prod_{i=1}^{n*2} (\omega^2 - {}_{\delta\beta} \omega_{2i-1}^*{}^2)}{\omega \prod_{i=1}^{n*2} (\omega^2 - {}_{\delta\beta} \omega_{2i}^*{}^2)}, \quad A_{\delta\beta} \in R, \quad {}_{\delta\beta} B_r(\omega), \quad \delta, \beta \in \{a, b, c\}, \quad \delta \neq \beta \quad (32)$$

де  $\omega_{2i-1}^*{}^2$  - полюси реалізованої реактансної функції,  $\omega_{2i}^*{}^2$  - нулі реалізованої реактансної функції (позначення  ${}_{\delta\beta}$  перед функцією визначає провідність якого реактивного двополосника мається на увазі, тобто того, що знаходиться відповідно між фазами  $ab$ , чи  $bc$ , чи  $ca$ ).

Описані рівнянням (32) функції для заданих пульсацій  $\omega_h = h\omega = h2\pi/T$  приймають значення, що обчислені на підставі формул (22)-(27). Ці загальні умови можна подати у вигляді:

$${}_{\delta\beta} B_r(\omega_h) = {}_k B_{\delta\beta h}, \quad \delta, \beta \in \{a, b, c\}, \quad \delta \neq \beta, \quad h \in \{1, 2, \dots, l\}.$$

Знаходження параметрів  $LC$ -двополюсників для скінченої кількості гармонік зводиться до розв'язання певної системи лінійних рівнянь, зокрема поданих в роботах [5], [6], [7]. В [7] приведено чисельний алгоритм, який використовується для розв'язання поданого прикладу.

#### 4. Приклад ілюстрації засад симетрування

Проведемо симетрування приймача, зображеного на рис.1, якщо

$$e_a(t) = 100\sqrt{2} \cos \omega t + 50\sqrt{2} \cos(2\omega t),$$

$$R_a = 1 \text{ Ом}, L_a = 1 \text{ Гн}, L_b = 2 \text{ Гн}, R_c = 2 \text{ Ом}, C = 0,5 \text{ Ф}, \omega = 1 \text{ рад/с}.$$

СКЗ фазних струмів джерела дорівнюють:

$$|I_a| = 79,52 \text{ А}, |I_b| = 43,61 \text{ А}, |I_c| = 55,56 \text{ А}.$$

Умовні СКЗ  $|I|$  та  $|E|$ :

$$|I| = \sqrt{|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2} = 106,28 \text{ А}, \quad |E| = \sqrt{|E_a|^2 + |E_b|^2 + |E_c|^2} = 193,65 \text{ В}$$

Графіки струмів джерела до симетрування та діаграма напруги джерела для фази  $A$  показані на рис.2.

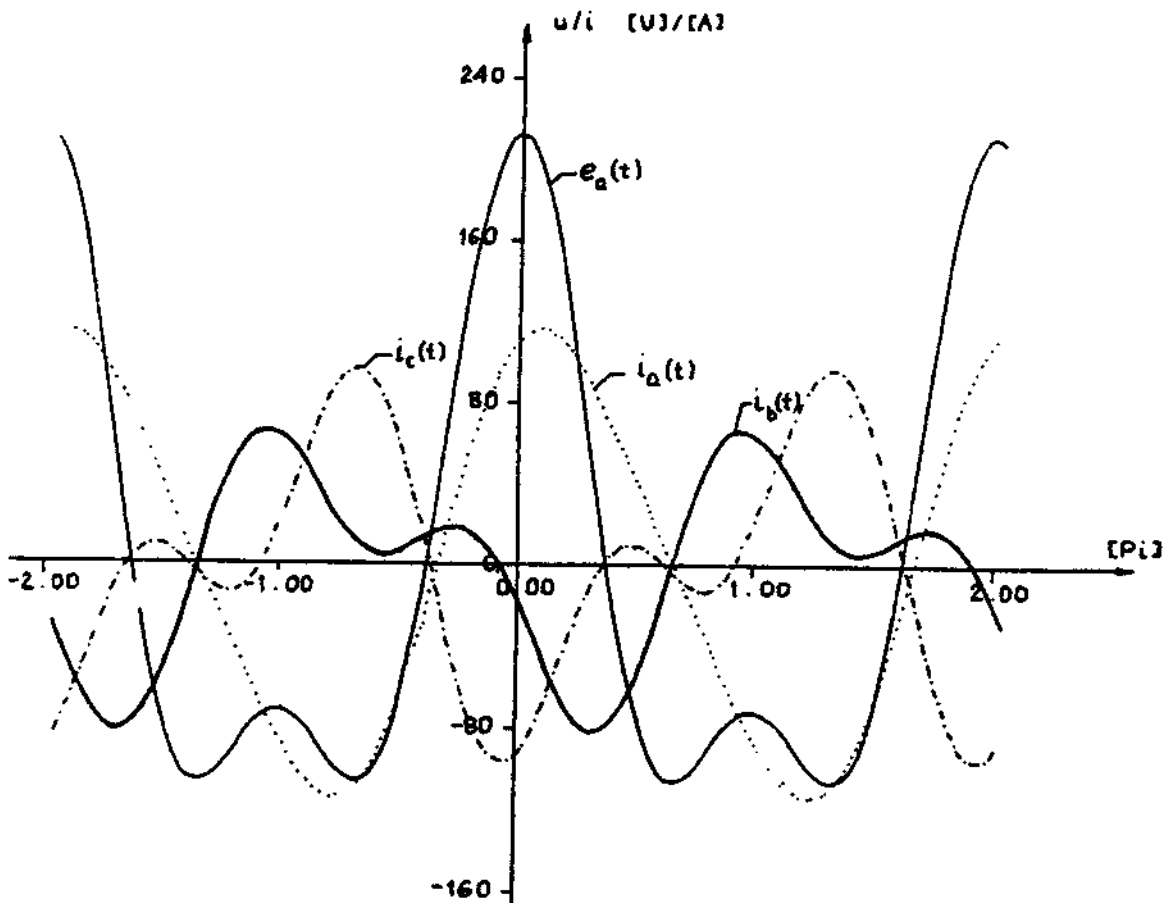


Рис. 2. Діаграми  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$ ,  $i_c(t)$ ,  $e_a(t)$

Реактивні провідності двополюсників симетрування, обчислені на підставі формул (23) і (24) для першої гармоніки:

$${}_k B_{bc1} = -0,152 \text{ См}, \quad {}_k B_{bc2} = 0,192 \text{ См},$$

$${}_k B_{ab1} = 0,277 \text{ См}, \quad {}_k B_{ab2} = -0,010 \text{ См},$$

$${}_k B_{ca1} = -0,126 \text{ См}, \quad {}_k B_{ca2} = -0,188 \text{ См}.$$

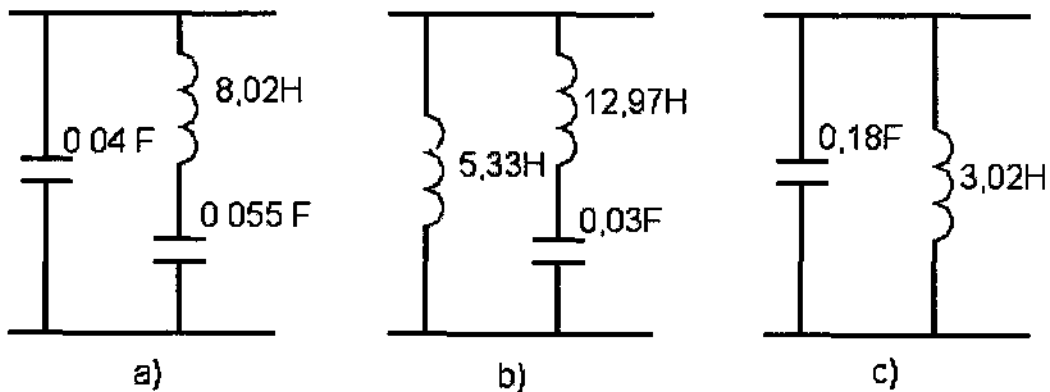


Рис. 3. LC-двополюсники до симетрування

Після симетрування за допомогою зображених на рис.3 двополюсників СКЗ фазних струмів джерела:

$$|I'_a| = |I'_b| = |I'_c| = 42,03 \text{ A}, \quad |I| = 72,79 \text{ A}.$$

Графіки струмів джерела після симетрування приведені на рис.4.

Мінімальні СКЗ активних складових фазних струмів, що характеризують активну потужність приймача, становлять [10,11]:

$$|{}_a I_a| = |{}_b I_b| = |{}_c I_c| = |{}_a I| = 37,26 \text{ A}, \quad \text{де } |{}_a I| = \frac{P}{|E|} = \sqrt{\frac{P}{|E|^2}}.$$

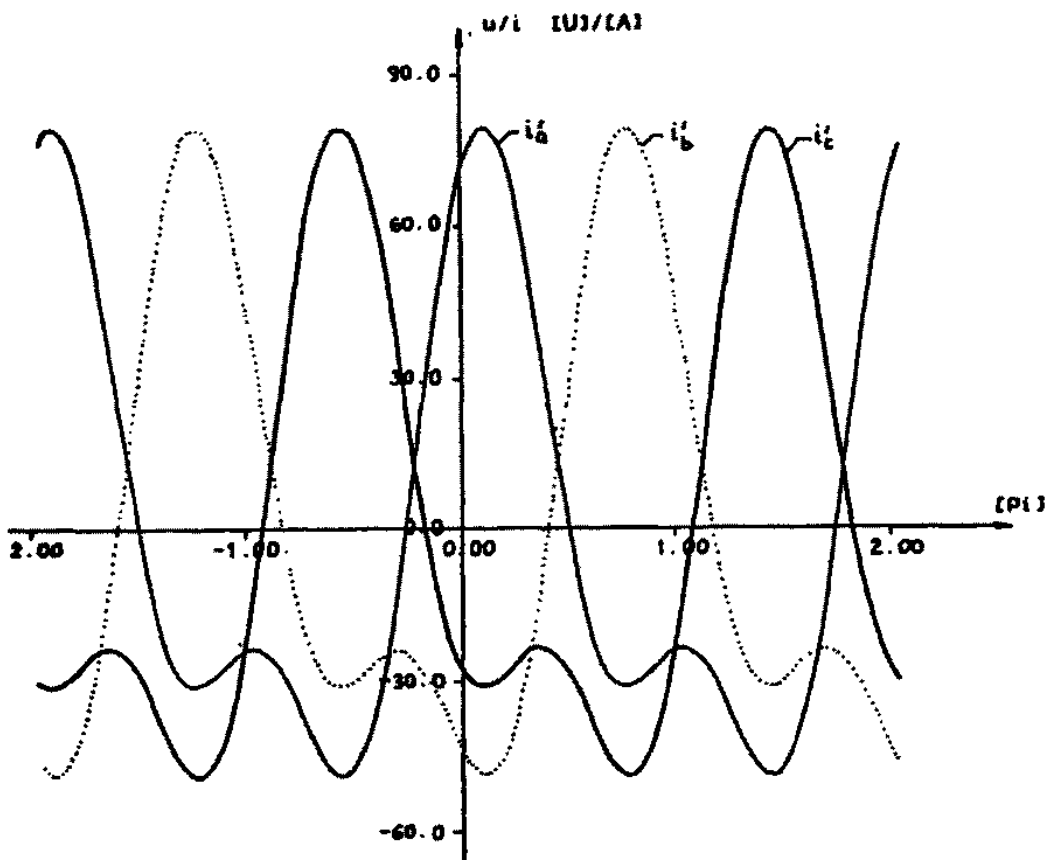


Рис. 4. Діаграми струмів  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$ ,  $i_c(t)$  після симетрування

Коефіцієнт потужності джерела до симетрування  $\lambda_1 = P/|S_1| = 0,6$ , а після симетрування -  $\lambda_2 = P/|S_2| = 0,92$ .

## Висновки

Запропоновано підхід до симетрування несиметричного трифазного трипровідного приймача при живленні його від симетричного джерела періодичної несинусоїдної напруги. Показано, що реалізація даного підходу дозволяє суттєво, в середньому у 1,5 рази, підвищити коефіцієнт потужності джерела в результаті симетрування. Подальші дослідження проводитимуться в напрямі вказаного симетрування, враховуючи різний характер та потужності приймачів електроенергії.

*In the article the principles of non-symmetric three-phased wired receiver symmetrizing is present. The receiver is to be fed from the symmetrical regular non-sine voltage source. The symmetry for arbitrary chosen sequence of harmonics is provided by reactive LC bipolar elements. There has been brought an example of this symmetry solution alongside the bipolar elements synthesis.*

## Література

1. Hanzelka Z. Zastosowanie kompensatorów statycznych dla symetryzacji kompensacji asymetrycznych odbiorników energii elektrycznej. //Materiały konferencji "Jakość energii elektrycznej w warunkach krajowego systemu elektroenergetycznego."- Łódź, 1987.
2. Minc M.J., Czinkov B., Grib O. Simietrirovanje sistemi tokov triehfaznoj sieti. -IZW Wysszych liczebnych Zavedenii.- Energetika, 1984.
3. Pasko M. Symetryzacja niesymetrycznego odbiornika trójfazowego zasilanego z symetrycznego źródła napięcia odkształconego za pomocą dwójników LC. //Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka".- z.122.- Gliwice, 1991.
4. Pasko M. Symmetrization of deformed three phase currents supplying asymmetrical receiver.- //ECCTD-91.- Lyngby, Denmark.
5. Pasko M. Dobór dwójników minimalizujących wskaźniki jakości energii elektrycznej dla układów trójfazowych zasilanych napięciem odkształconym. //Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka".- z.122.- Gliwice, 1991.
6. Czarnecki L.S. Power Theories of Periodic Nonsinusoidal Systems.- Elektrotechniczne.- z.3-4.- Warszawa, 1995.
7. Czarnecki L.S. Minimization of reactive power under nonsinusoidal conditions. //IEEE Trans. on Instr. and Meas.- Vol AM-36.- No 1.- March, 1987.
8. Pasko M. Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. //Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej.- "Elektryka",117.- Gliwice, 1991.
9. Pasko M., Walczak J. A synthesis of compensation systems of current reactance component of two terminal receiver with deformed voltage supply. //Math. Opt. Theory and Appl.- Eisenach.- Dec., 1989.
10. Pasko M., Dybek M. Komputerowe wyznaczenie struktur dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. //Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka".- z.122.- Gliwice, 1991.
11. Pasko M. Dobór kompensatorów optymalizujących warunki pracy źródeł napięć jednofazowych i wielofazowych z przebiegami okresowymi odkształconymi, naukowe //Poi. Śl. "Elektryka".- z.135.- Gliwice, 1994. (monografia habilitacyjna).

*Одержано 18.03.2004 р.*