

МОДЕЛЮВАННЯ ЗВОРОТНЬОГО ВПЛИВУ ГРАДІЄНТІВ ПОТЕНЦІАЛУ НА ПРОЦЕС ФІЛЬТРАЦІЇ

Розроблено новий алгоритм чисельного розв'язування обернених нелінійних крайових задач на квазіконформні відображення у деформованих середовищах – криволінійних чотирикутних областях, обмежених лініями течії та екіпотенціальними лініями. На цій основі проведено уточнення характеристик середовища та процесу фільтрації до горизонтального дренажу за умов їх взаємовпливу.

Умовні позначення

$\varphi = \varphi(x, y)$ – квазіпотенціал поля;

$\psi = \psi(x, y)$ – відповідна функція течії,

$\kappa = \kappa(\text{grad}\varphi)$ – задана функція, що характеризує провідність

середовища та його схильність до деформації;

$\vec{v} = (v_x(x, y), v_y(x, y))$ – вектор швидкості фільтрації;

G_z – фізична область фільтрації;

$Q = \int_{MN} -v_y dx + v_x dy$ – повна витрата (невідомий параметр, MN – поперечний переріз G_z);

ε – задана точність наближення розв'язків.

Вступ. У роботах [1 – 4] побудовані алгоритми чисельного обернення розв'язків нелінійних крайових задач на конформні і квазіконформні відображення в областях, обмежених лініями течії та екікватипотенціальними лініями, а саме задач – математичних моделей процесів руху рідин, газів, заряджених частинок і т.ін. в однорідних і неоднорідних анізотропних середовищах. Зокрема, у роботах [1, 2] подається розв'язання задачі про моделювання відповідних процесів у середовищах, схильних до деформацій, де компоненти тензора провідності (зокрема, фільтрації) брались залежними не лише від координат біжучої точки області, але й від шуканих функцій течії та потенціалу. Запропонований підхід дозволяє паралельно знаходити характеристичну функцію течії, квазікомплексний потенціал, повну витрату і поле швидкостей та побудувати гідродинамічну сітку.

На даний час актуальними і маловивченими є задачі моделювання впливу градієнтів (зокрема таких, що перевищують критичні їх значення) на вихідні характеристики середовища (в першу чергу, на коефіцієнт провідності). Перевищення діючими градієнтами деякого їх критичного значення у придренній (чи присвердловинній) зоні зумовлюють втрату фільтраційної міцності ґрунту за рахунок переміщення дрібних його частинок (суфозії), що викликають зміни коефіцієнта фільтрації. У роботах [5, 6] проведено математичне моделювання нелінійних процесів осесиметричної фільтрації з урахуванням суфозійних явищ. Зокрема, отримані розв'язки відповідних нелінійних задач з післядією руху води до дрени (свердловини) та із зволожувача в ґрунт, а також аналітичні вирази для знаходження фільтраційної витрати, встановлено співвідношення між характеристиками недеформованого середовища та середовища, що деформується в залежності від гідродинамічної дії фільтраційного потоку та конструктивних параметрів дренажу; розв'язана задача фільтрації у випадку формування збурених зон змінним коефіцієнтом фільтрації із врахуванням нерівномірного заповнення порового простору суфозійними частинками у випадку осесиметричної фільтрації. У цій роботі йдеться про розробку більш загального підходу до розв'язання окреслених вище класів задач.

Постановка задачі. Для однозв'язної криволінійної області (пласт, що

піддається деформації) $G_z = ABCD$, обмеженій чотирма гладкими кривими $AB = \{z = x + iy : f_1(x, y) = 0\}$, $BC = \{z : f_2(x, y) = 0\}$, $CD = \{z : f_3(x, y) = 0\}$, $DA = \{z : f_4(x, y) = 0\}$, розглянемо таку крайову задачу:

$$\kappa(|grad \varphi|) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \kappa(|grad \varphi|) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (1)$$

$$\varphi|_{AB} = \varphi_*, \varphi|_{CD} = \varphi^*, \psi|_{DA} = 0, \psi|_{BC} = Q,$$

де $-\infty < \varphi_* < \varphi^* < +\infty$, а рівняння (1) є наслідком закону Дарсі $\vec{v} = \kappa \cdot grad \varphi$ та рівняння нерозривності $div \vec{v} = 0$ [7 – 9]. Дана задача, як відомо [1 – 4], зводиться до квазіконформного (конформного, у випадку $\kappa = 1$) відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ області G_z на відповідну область квазікомплексного потенціалу $G_\omega = \{\omega : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$.

Відповідну обернену задачу на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z при невідомому Q , аналогічно до [1 – 4], запишемо у вигляді:

$$\left\{ \kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2} \right) \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2} \right) \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}; \quad (2) \right.$$

$$\left. \begin{cases} f_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, & f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & 0 \leq \psi \leq Q, \\ f_2(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) = 0, & f_4(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, & \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*; \end{cases} \quad (3)$$

де $J = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \psi} - \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \varphi}$ – яacobіан даного відображення.

При цьому відповідні рівняння другого порядку (аналогі рівнянь Лапласа для випадку, коли $\kappa = 1$) для знаходження функцій u_i ($i = 1, 2$, $u_1 = x(\varphi, \psi)$, $u_2 = y(\varphi, \psi)$)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_i}{\partial \varphi^2} + \kappa^2 \left(\sqrt{x_\psi^2 + y_\psi^2} / J \right) \frac{\partial^2 u_i}{\partial \psi^2} - \frac{\sqrt{x_\psi^2 + y_\psi^2}}{J^2} \kappa' \left(\sqrt{x_\psi^2 + y_\psi^2} / J \right) \times \\ & \times \left(\kappa^{-1} \left(\sqrt{x_\psi^2 + y_\psi^2} / J \right) \left(\frac{x_\psi x_{\psi\varphi} + y_\psi y_{\psi\varphi}}{x_\psi^2 + y_\psi^2} J - x_{\varphi\varphi} y_\psi - x_\varphi y_{\psi\varphi} + x_{\psi\varphi} y_\varphi + x_\psi y_{\varphi\varphi} \right) \frac{\partial u_i}{\partial \varphi} - \right. \\ & \left. - \kappa \left(\sqrt{x_\psi^2 + y_\psi^2} / J \right) \left(\frac{x_\psi x_{\psi\psi} + y_\psi y_{\psi\psi}}{x_\psi^2 + y_\psi^2} J - x_{\varphi\psi} y_\psi - x_\varphi y_{\psi\psi} + x_{\psi\psi} y_\varphi + x_\psi y_{\varphi\psi} \right) \frac{\partial u_i}{\partial \psi} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

через залежність коефіцієнта κ від кожної із них, є взаємозв'язаними.

Алгоритм чисельного розв'язання поставленої задачі побудуємо аналогічно до [1–4]. А саме, різницеві аналоги рівнянь (4) та крайових умов (3) у відповідній рівномірній сітковій області $G_\omega^\gamma = \{(\varphi_i, \psi_j) : \varphi_i = \varphi_* + \Delta\varphi \cdot i, i = \overline{0, m+1}; \psi_j = \Delta\psi \cdot j,$

$j = \overline{0, n+1}; \Delta\varphi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{m+1}, \Delta\psi = \frac{Q}{n+1}, \gamma = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi}, m, n \in \mathbb{N}\}$ запишемо, згідно з [10], у

вигляді:

$$\begin{aligned} & x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j} + \gamma^2 \kappa_{i,j}^2 (x_{i,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i,j+1}) + \\ & + \frac{\Delta\varphi}{2} \left(\gamma \kappa_{i,j} \kappa'_{\psi,i,j} (x_{i,j+1} - x_{i,j-1}) - \frac{\kappa'_{\varphi,i,j}}{\kappa_{i,j}} (x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) \right) = 0, \end{aligned}$$

$$y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j} + \gamma^2 \kappa_{i,j}^2 (y_{i,j-1} - 2y_{i,j} + y_{i,j+1}) + \frac{\Delta\varphi}{2} \left(\gamma \kappa_{i,j} \kappa'_{\psi_{i,j}} (y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) - \frac{\kappa'_{\varphi_{i,j}}}{\kappa_{i,j}} (y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) \right) = 0, \quad (5)$$

$$i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\begin{cases} f_1(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, & f_3(x_{m+1,j}, y_{m+1,j}) = 0, & j = \overline{0, n+1}, \\ f_2(x_{i,n+1}, y_{i,n+1}) = 0, & f_4(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, & i = \overline{0, m+1}. \end{cases} \quad (6)$$

Приграничні умови ортогональності (додаткові умови для граничних та приграничних вузлів) у сітковій області G'_ω запишемо у вигляді [1–4]:

$$\begin{cases} f_{1x}'(x_{0,j}, y_{0,j})(y_{1,j} - y_{0,j}) - f_{1y}'(x_{0,j}, y_{0,j})(x_{1,j} - x_{0,j}) = 0, & j = \overline{0, n+1}, \\ f_{3x}'(x_{m+1,j}, y_{m+1,j})(y_{m,j} - y_{m+1,j}) - f_{3y}'(x_{m+1,j}, y_{m+1,j})(x_{m,j} - x_{m+1,j}) = 0, \\ f_{2x}'(x_{i,n+1}, y_{i,n+1})(y_{i,n} - y_{i,n+1}) - f_{2y}'(x_{i,n+1}, y_{i,n+1})(x_{i,n} - x_{i,n+1}) = 0, \\ f_{4x}'(x_{i,0}, y_{i,0})(y_{i,1} - y_{i,0}) - f_{4y}'(x_{i,0}, y_{i,0})(x_{i,1} - x_{i,0}) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$i = \overline{0, m+1}.$$

Відношення сторін параметричного прямокутника G_ω є конформним інваріантом γ криволінійного чотирикутника G_z , який наперед не відомий і визначається в процесі розрахунку. Формулу для знаходження даної величини γ одержимо на підставі умови “квазіконформної подібності в малому” відповідних чотирикутників (прямокутників) двох областей:

$$\gamma = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \gamma_{i,j}, \quad (8)$$

$$\gamma_{i,j} = \frac{1}{\kappa_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}} \frac{\sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i,j+1})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i,j+1})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j})^2}}.$$

Тут $x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j)$, $y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j)$, $\kappa_{i,j} = \kappa(2\Delta\varphi \cdot K_{i,j} / J_{i,j})$

$$\begin{aligned} \kappa'_{\psi_{i,j}} = & \kappa' \gamma \left(4 \left((x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1}) + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})(y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}) \right) J_{i,j} / K_{i,j}^2 - \right. \\ & \left. (y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1})(x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) + (x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1}) - \right. \\ & \left. - (y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) - (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})(x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1}) + (x_{i,j+1} - \right. \\ & \left. - x_{i,j-1})(y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1}) \right) K_{i,j} / J_{i,j}^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa'_{\varphi_{i,j}} = & \kappa' \left((x_{i,j+1} - x_{i,j-1}) \times (x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1}) + \right. \\ & \left. + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})(y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1}) \right) J_{i,j} / K_{i,j}^2 + \\ & + (y_{i+1,j} - y_{i-1,j})(x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1}) - (x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) \times \\ & \times (y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1}) + 4(y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j})(x_{i,j+1} - x_{i,j-1}) - \\ & - (x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) \right) K_{i,j} / J_{i,j}^2, \end{aligned}$$

$$K_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j-1})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})^2},$$

$$J_{i,j} = (x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) - (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}).$$

Алгоритм наближення розв'язку цієї задачі в загальному випадку будуюмо

шляхом поетапної параметризації (почергового фіксування) параметра γ (або витрати Q), граничних та внутрішніх вузлів сітки G_z^γ [1 – 4] з використанням ідей методу блочної ітерації (див., напр., [11]) для аналітичного обґрунтування його збіжності. А саме, задавши кількість вузлів розбиття сіткової області G_ω m та n , параметри точності обчислень $\varepsilon_M, \varepsilon_Q, \varepsilon_D$, початкові наближення координат граничних вузлів $x_{0,j}^{(0)}, y_{0,j}^{(0)}, x_{m+1,j}^{(0)}, y_{m+1,j}^{(0)}, x_{i,n+1}^{(0)}, y_{i,n+1}^{(0)}, x_{i,0}^{(0)}, y_{i,0}^{(0)}$ (так, щоб виконувались умови (6)) та початкові наближення координат внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, знаходимо початкове наближення $\gamma^{(0)} = \gamma(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$ невідомої величини γ за формулою (8). Уточнення координат внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(k)}, y_{i,j}^{(k)})$ ($k = 0, 1, \dots$ – номер ітерації) проводимо за допомогою ітераційних схем типу “хрест” (в загальному випадку – схем типу “ящик” з використанням масових операторів) шляхом розв’язання (5) відносно $x_{i,j}$ та $y_{i,j}$. При цьому необхідні значення градієнту потенціалу та коефіцієнту фільтрації у вузлах сітки G_ω^γ обчислюємо через значення $x_{i,j}, y_{i,j}$ з попереднього кроку ітерації. Нові наближення величин γ та Q знаходимо за формулами (8) та $Q = \Delta\varphi \cdot \frac{n+1}{\gamma}$. Далі, як і в [1 – 4], підправляємо координати граничних вузлів, розв’язуючи наближено систему рівнянь (7), наприклад, методом Ньютона [12] та перевіряємо виконання умов:

$$\begin{aligned} \max_{x_{i,j}, y_{i,j} \in \mathcal{G}_z} \left(\left| x_{i,j}^{(k+1)} - x_{i,j}^{(k)} \right|, \left| y_{i,j}^{(k+1)} - y_{i,j}^{(k)} \right| \right) < \varepsilon_M, \\ \left| Q^{(k+1)} - Q^{(k)} \right| < \varepsilon_Q, \quad \left| D^{(k+1)} - D^{(k)} \right| < \varepsilon_D, \end{aligned} \quad (9)$$

де $D = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \frac{\sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i,j})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i+1,j})^2}}$ – усереднене відношення

довжин діагоналей криволінійних чотирикутників сіткової області G_z^γ .

Уточнення координат внутрішніх вузлів проводимо доти, поки не виконуються умови (9), після чого обчислюємо нев’язку квазіконформності отриманої сітки за формулою $\varepsilon_* = |1 - D|$. Якщо ж потрібно збільшити ступінь точності наближеного розв’язку (зменшити нев’язку ε_*), то збільшуємо m і n та розв’язуємо різницеву задачу заново (оптимальність співвідношення між m та n досягається аналогічно до [1 – 4, 13, 14] шляхом оптимізації аналогів функціоналів типу Рімана з урахуванням заміни конформної сітки на відповідну квазіконформну).

Провівши розрахунки за вказаною методикою, на основі рівняння руху та умов Коші-Рімана (1), знаходимо величину швидкості у кожному внутрішньому вузлі сіткової області G_ω^γ за такою різницевою формулою [3, 4]

$$v_{i,j} = 2 \frac{\Delta\psi}{J_{i,j}} \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i-1,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i-1,j})^2}.$$

Комп’ютерна реалізація алгоритму та чисельні приклади. Описаний нами алгоритм чисельного розв’язання поставленої задачі реалізований у вигляді пакету

програм для ПК IBM PC/AT і використаний при розрахунку характеристик середовища та процесу фільтрації (з урахуванням їх взаємовпливу) до нескінченної системи горизонтальних дрен (r – радіус дрени, h та H – відповідно глибина залягання дренажу та водоупору, $2l$ – відстань між дренами).

В силу симетрії картини руху розглядається лише один фрагмент такої системи – фізична область G_z (див. рис. 1). Коефіцієнт фільтрації середовища приймаємо постійним ($\kappa = \kappa_0$) за умови, що величина градієнту потенціалу $I = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ є меншою за деяке її критичне для даного ґрунту значення $I_{кр}$ (незбурена зона), і $\kappa = \kappa_0 + \mu(I - I_{кр})$ – в протилежному випадку (збурена зона), де μ – невід’ємне дійсне число, що характеризує схильність середовища до суфозійних деформацій, таке, що $\kappa_0 + \mu(I - I_{кр}) \leq \kappa_*$ (κ_* – граничне значення коефіцієнта фільтрації, що відповідає максимальному вимиву суфозійних частинок ґрунту). Числові розрахунки проводились при $r = 1$ м, $h = 11$ м, $H = 13$ м, $l = 20$ м, $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1$, $\varepsilon_M = \varepsilon_Q = \varepsilon_D = 10^{-6}$, $m = n = 24$, $I_{кр} = 0.1$.

На рисунку 1 зображено гідродинамічну сітку, збурену та незбурену зони у фізичній області G_z та відповідній області комплексного потенціалу G_ω . Врахування описаного вище взаємовпливу градієнта потенціалу та коефіцієнта фільтрації, при цьому викликало збільшення шуканої витрати Q від 0,745126 (при $\mu = 0$) до 0,758934 (при $\mu = 1$) (див. табл. 1). Зазначимо, що повну витрату Q знайдено за максимальної нев’язки квазіконформності $\varepsilon_* = 10^{-2}$, що має місце в околах граничних вузлів області G_z , де криволінійні елементарні чотирикутники найбільше відхиляються від прямокутників.

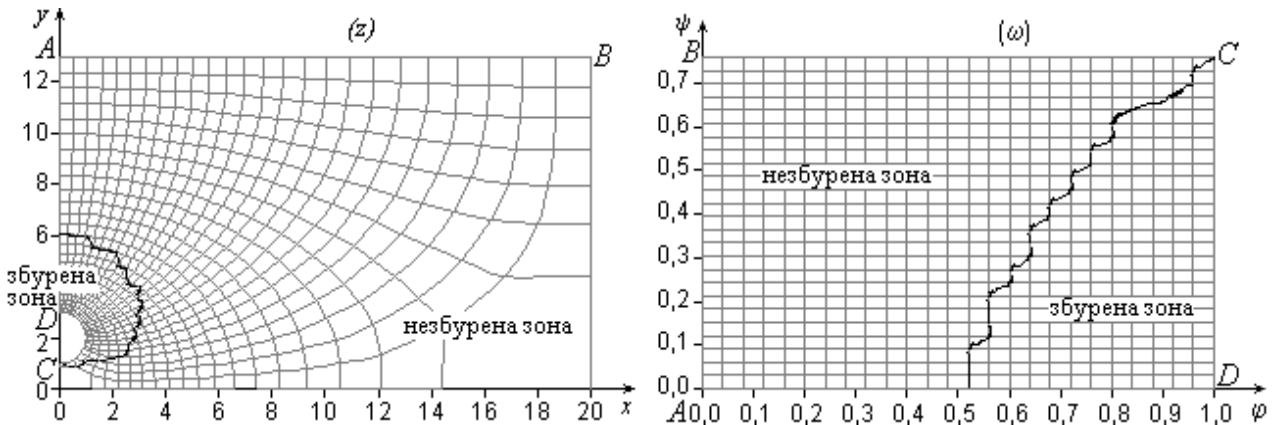


Рис. 1. Збурена та незбурена зони у фізичній області та області комплексного потенціалу

У таблиці 1 наведені результати розрахунків, де, окрім номера стадії процесу k та шуканої витрати Q , фігурує необхідна кількість кроків внутрішніх ітерацій k_M , k_Q , k_D виконання відповідних умов закінчення процесу (9). Зазначимо, що різке зменшення останніх на новій стадії в порівнянні із їх значеннями на попередній стадії пояснюється тим, що в якості початкового наближення шуканого нелінійного квазіконформного відображення приймався наближений розв’язок відповідної задачі на попередній стадії k . Даний факт підтверджує збіжність розробленого нами методу.

Результати розрахунків

k	k_M	k_Q	k_D	Q
0	815	418	548	0,745126
1	709	219	440	0,760655
2	507	1	8	0,758722
3	308	1	4	0,758961
4	69	1	1	0,758932
5	4	1	1	0,758934
6	1	1	1	0,758934

На рисунку 2 пунктирними, штрихованими та суцільними лініями зображені залежності $I = I_k(x, y)$ та $\kappa = \kappa_k(x, y)$ вздовж лінії течії $\psi(x, y) = Q/2$ відповідно при початкових ($k = 0$ та $k = 1$) стадіях та на стадії стабілізації процесу ($I_\infty \approx I_6, \kappa_\infty \approx \kappa_6$).

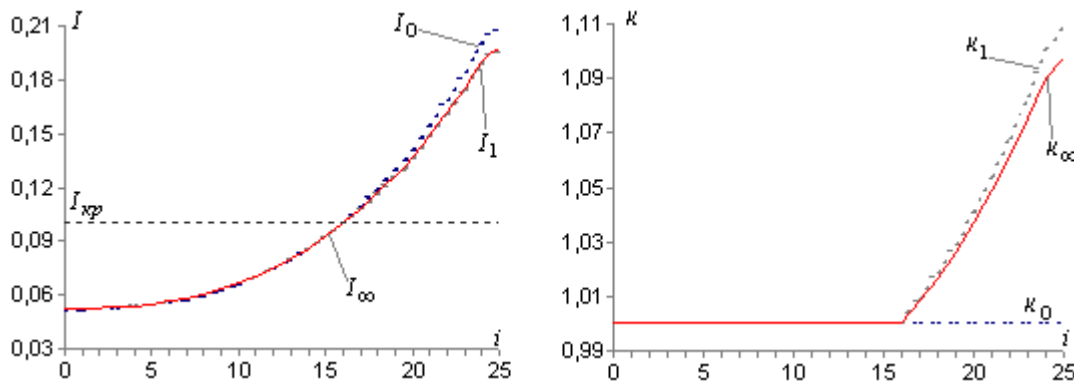


Рис. 2. Розподіл градієнта потенціалу та коефіцієнта фільтрації

На рисунку 3 зображено величину швидкості поля фільтрації на стадії стабілізації процесу ($k = 6$), а на рисунку 4 – ділянки її збільшення ($\Delta v > 0$) та зменшення ($\Delta v < 0$) в порівнянні із відповідними значеннями v на початковій стадії процесу ($k = 0$).

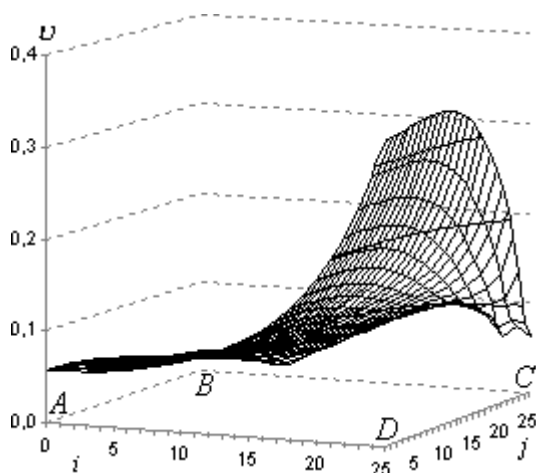


Рис. 3. Величина швидкості фільтрації на стадії стабілізації процесу

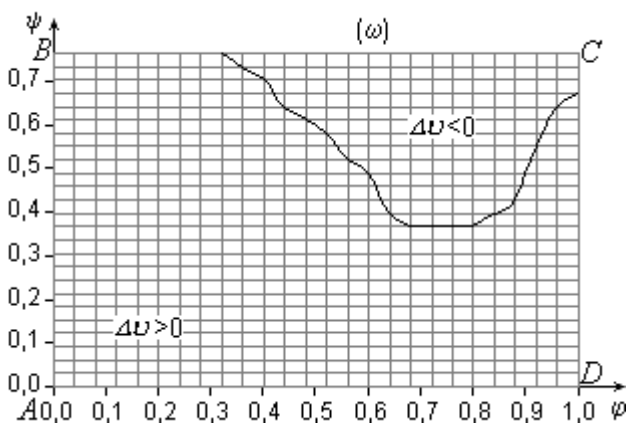


Рис. 4. Зони збурення швидкості фільтрації

Висновки. Таким чином, розроблений алгоритм розв'язання описаних вище класів задач з післядією дозволяє враховувати зворотній вплив градієнтів потенціалу на характеристики середовища, не починаючи "з нуля" розв'язання відповідних нових нелінійних задач. А саме розв'язок "збурених задач" отримується шляхом почергового фіксування (поетапної параметризації) характеристик середовища та процесу фільтрації і врахування механізму їх взаємовпливу. Із результатів числових розрахунків бачимо, що врахування зміни коефіцієнта фільтрації за вказаним вище законом приводить до зміни повної та питомої фільтраційних витрат. Результати проведених нами досліджень у даній та інших роботах підводять до необхідності перегляду пов'язаних з фільтраційними розрахунками (при прогнозуванні та проектуванні дренажних споруд та оптимізації інших гідросистем) стандартів з метою їх уточнення.

New algorithm for numerical solving the inverse nonlinear boundary value problems on quasi-conformal mappings in deformable environments – the curvilinear quadrangular areas, limited by current lines and equipotential lines. On this basis the improvement of characteristics of the environment and filtration process to a horizontal drain was carried out under conditions of their mutual influence.

Література

1. Бомба А.Я., Кауштан С.С. Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення в анізотропних середовищах // Вісник Київського університету. Сер. фізико-математичні науки.- 2001, №4.- С.182-195.
2. Бомба А.Я., Кауштан С.С. Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення // Волинський математичний вісник.- 2001.- Вип. 8.- С.9-22.
3. Бомба А.Я., Кауштан С.С. Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення при моделюванні впливу градієнтів напору на процес фільтрації // Математичні методи та фізико-механічні поля.- 2002.- 45, №2.- С.49-57.
4. Кауштан С.С. Про моделювання поля швидкості фільтрації за умов взаємовпливу градієнта потенціалу і характеристик анізотропного середовища // Волинський математичний вісник.- 2002.- Вип.9.- С.32-40.
5. Хлапук М.М., Бомба А.Я., Сидорчук Б.П. Про моделювання взаємовпливу фільтрації та механічної суфозії // Сучасні проблеми теорії фільтрації. Вісник УДАВГ.- Рівне, 1998.- С.157-166.
6. Бомба А.Я., Хлапук М.М., Сидорчук Б.П. Моделювання взаємовпливу градієнтів і фільтраційного середовища та проблеми стійкості дисперсійних систем // Фізика конденсованих високомолекулярних систем.- 1997.- Вип.3.- С.202-207.
7. Darcy H. Les fontains publiques de la ville de Dijon.- Paris, 1856.
8. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917 – 1967) / Под ред. Полубариновой-Кочиной П.Я.- Москва: Наука, 1969.- 546с.
9. Слезкин Н.А. О дифференциальных уравнениях фильтрации // Докл. АН СССР.- 1951.- Т.79.- №5.- С.755-758.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем.- Москва: Наука, 1977.- 656 с.
11. Ортега Д., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.- Москва: Мир, 1975.- 558 с.
12. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики.- Киев: Наукова думка, 1980.- 334 с.
13. Власюк А.П., Михальчук В.Г. Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений четырехугольных областей с помощью разностных сеток с "плавающими" узлами.- Киев, 1989.- 55с.- (Препринт АН УССР. Ин-т математики, 89.79).
14. Годунов С.К., Прокопов Г.П. Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах // Журнал вычислительной математики и математической физики.- 1972.- 12, №2.- С.429-440.

Одержано 20.10.2003 р.