

УДК 539.375

В. Кривень, д-р. фіз.-мат. наук, проф., А. Бойко канд. техн. наук, Н. Крива,
В. Валяшек, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**ПРУЖНА АНТИПЛОСКА ЗАДАЧА ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ З ВКЛЮЧЕННЯМ ІЗ
ОДНОБІЧНИМ КОНТАКТОМ**

**V. Kryven', Dr., Prof., A. Wojko, Ph.D., N. Kryva, V. Valiashek, Ph.D, Assoc Prof.
ELASTIC ANTIPLANE PROBLEM
FOR SEMYSPACE WITH ONE-SIDED CONTACTED INCLUSION**

Напружено деформований стан (НДС) навантаженого тіла з включеннями суттєво залежить від стану їх адгезійного зв'язку.

Тут дослідимо пружний антиплоский (НДС) півпростору $x > 0, -\infty < y < +\infty, -\infty < z < +\infty$ із прямолінійним жорстким включенням нехтовно малої товщини $x = a, |y| < b, -\infty < z < +\infty$ під впливом діючого на нескінченності навантаження $\tau_{yz} = \tau_\infty, \tau_{xz} = 0$ (a – відстань між включенням і межею півпростору, $2b$ – висота включення). Грань включення $x = a + 0$ вважатимемо вільною від контакту із середовищем, а $x = a - 0$ у ідеальному з ним зв'язку.

Визначення НДС зводиться до такої крайової задачі відносно аналітичної в області D (перший квадрант комплексної площини ζ , розрізаний вздовж відрізка $x = a, 0 \leq y \leq b$) функції $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x, y) + i\tau_{xz}(x, y), \zeta = x + iy$:

$$\operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, (\zeta = iy, 0 < y < +\infty); \quad \operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, (\zeta = x, 0 < x < a);$$

$$\operatorname{Re} \tau(\zeta) = 0, (\zeta = a - 0, 0 < y < b); \quad \operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, (\zeta = a + 0, 0 < y < b);$$

$$\operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, (\zeta = x, a < x < +\infty); \quad \lim_{\zeta \rightarrow \infty} \tau(\zeta) = \tau_\infty.$$

Розв'язок цієї задачі, отриманий методом конформних відображень, виглядає так:

$$\zeta(t) = a \left(\int_{t_B}^0 |F(\eta)| d\eta \right)^{-1} \int_{t_B}^t F(\eta) d\eta, \quad \tau = \tau_\infty \sqrt{\frac{t-1}{t}} \quad (\operatorname{Im} t > 0),$$

де $F(\eta) = (\eta - 1) / \sqrt{(\eta - t_B)\eta(\eta - t_E)}$, а, t_B і t_E – розв'язки системи рівнянь

$$\left\{ \int_0^1 |F(\eta)| d\eta = \int_1^{t_E} |F(\eta)| d\eta, b \int_{t_B}^0 |F(\eta)| d\eta = a \int_1^{t_E} |F(\eta)| d\eta \right\}.$$

Напруження в околі вершин включення сингулярні з показником $1/4$:

$$\tau = \tau_\infty \sqrt[4]{a \left(2\sqrt{(1-t_B)(t_E-1)} \right)^{-1/4}} (\zeta - a - ib)^{-1/4}.$$