

8. S. Sugimoto, M. Okada, K. Inomata. Rare-earth magnet industry in Japan: current status & future trends / Proc. 17th Int. Workshop on Rare-Earth magnets and Their Applications. – Delaware (USA). – 2002. – P. 13-21.
9. Линецкий Я.Л., Книжник Е.Г., Вольский А.А. Периодическая структура и коэрцитивная сила спеченных магнитов RCO_5 –ФММ, 1978. – Т.46, № 6. – С. 1197-1201.
10. http://www.ndfeb.ru/articles/perm_mag.htm
11. Потрійні системи {Nd, Sm, Gd}-Fe-B / Н.Ф. Чабан, Ю.Б. Кузьма, Н.С. Білоніжко та ін. // ДАН УРСР. Сер. А. – 1979. –№10. – С. 873-875.
12. Relationships between crystal structure and magnetic properties in $Nd_2Fe_{14}B$ / J.F. Herbst, J.J. Croat, F.E. Pinkerton, W. B. Yelon // Phys. Rev. – 1984 – V. B29 – P. 4176–4178.
13. Martinez N., Ruiz de Angulo L., Harris I.R. Study of the effect of HDDR processing conditions on properties and microstructure of Nd-(Fe,Co,Ga)-B magnetic powders // J. Magn. and Magn. Mat. – 1996. – V. 157-158. – P.17-18.
14. Takeshita T., Nakayama R. Magnetic properties and microstructures of the NdFeB magnet powders produced by hydrogen treatment // Proc. 10th Int. Workshop on Rare-Earth magnets and Their Applications. – Kyoto (Japan). –1989. – P. 551-557.
15. Characterisation of solid-HDDR processed $Nd_{16}Fe_{76}B_8$ alloys by means of electron microscopy / O. Gutfleisch; I.R. Harris; M. Matzinger; J. Fidler // J. Magn. Magn. Mater. – 1995. – V.147. – P. 320-330.
16. Федоров В.В., Булик І.І. Фізичний механізм водневого диспропорціонування-рекомбінації магнетних інтерметалемих сполук // Фіз.-хім. механіка матеріалів. –2002. –№4. –С. 26-32.
17. Влияние условий получения постоянных магнитов системы дидим-железо-бор на их структуру и свойства / Г.П. Брехаря, Е.А. Васильева, В.В. Немошкаленко и др. // Металлофизика и новейшие технологии. – 1997. – Т. 19, № 10. – С. 63-68.
18. Ас. СССР № 1748948. Способ получения порошков сплавов редкоземельных металлов на основе железа и кобальта / В.А. Яртысь, И.И. Булык, П.М. Грицишин, А.И. Штогрин. – Оpubл. 23.07.92, Бюл. №27.
19. Процес ГДДР та водневосорбційні властивості сплаву дидим-алюміній-залізо-бор ($Dd_{12.3}Al_{1.2}Fe_{79.4}B_6$) / І.І. Булик, Р.В. Денис, В.В. Панасюк та ін. // Фіз.-хім. механіка матеріалів. - 2001. - №4. - С.15-20.
20. Влияние термической обработки постоянных магнитов системы дидим-железо-бор на их структуру и свойства / Г.П. Брехаря, Е.А. Васильева, В.В. Немошкаленко и др. // Металлофизика и новейшие технологии. – 1998. – Т. 20, № 7. – С. 38-44.
21. Мишин Д.Д. Магнитные материалы. – М.: Высш. шк., 1991. – 384 с.

Одержано 28.02.2007 р.

УДК 667.64:678.026

І.Добротвор, канд. фіз.-мат. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

АПРОКСИМАЦІЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕСУ ТВЕРДНЕННЯ НАПОВНЕНИХ ВОЛОКНАМИ ЕПОКСИКОМПОЗИТІВ

У роботі досліджено зміну миттєвого модуля зсуву від часу тверднення епоксикомпозитів з волокнами різної фізичної природи. Встановлено, що точки перегину на кривій залежності модуля зсуву від часу тверднення КМ відповідають етапам зшивання композиту, які характеризують фізичні і хімічні процеси формування поверхневих шарів навколо волокон. Апроксимація результатів досліджень і використання властивостей ланцюгових дробів дала можливість візуалізації на графіках залежностей модуля зсуву від часу тверднення композитів часових проміжків формування зовнішніх шарів.

I.Dobrotvor

APPROXIMATION OF PHYSICS-MECHANICAL DESCRIPTIONS OF EPOXYCOMPOSITES WITH FIBERS AT THEIR SOLIDIFIABILITY

In this work investigate the change of the instantaneous module of change from time solidifiability epoxycomposites with the fibers of different physical nature. It is set that inflectionpoints on the crooked dependence the module of change on time of solidifiability composite materials answer to the stages of sewing together of composit, which characterize the physical and chemical processes of forming superficial layers around fibers. Approximation results of researches and properties chain shots give ability visualization on the graphs of dependences the module change from time of solidifiability composites of sentinals intervals forming external layers.

Умовні позначення

- КМ – композитний матеріал;
- ГШ – граничні прошарки;
- ЗШ – зовнішні шари;
- НШ – шари внутрішніх напружень;
- ТР – точки перегину;
- d - характер відхилень експериментальних результатів від лінійної апроксимації;
- dd - характер відхилень експериментальних результатів від арктангенціальної апроксимації;
- ddd – характер відхилень експериментальних результатів від арктангенціальної апроксимації з врахуванням зсуву фаз;
- G_k - модуль зсуву, ГПа;
- E_k - модуль пружності, ГПа;
- μ - коефіцієнт Пуассона.

Вступ. Розвиток сучасного матеріалознавства, у тому числі і полімеркомпозитних матеріалів, зумовлює необхідність дослідження процесів, що проходять на межі поділу фаз «наповнювач – олігомерний зв'язувач» при структуроутворенні композитів. Такі фізичні і хімічні процеси залежать від фізичної природи введеного в олігомер волокнистого наповнювача, яка визначає структуру зовнішніх шарів (ЗШ): матеріалу в стані граничних прошарків (ГШ) та шарів внутрішніх напружень (НШ) [1, 2], що формуються у матриці і, в основному, визначають когезійні властивості композитних матеріалів (КМ). Тому важливим є дослідження кінетики зміни ЗШ від часу тверднення КМ, що містять неперервні волокна різної фізичної природи.

Відомими методами дослідження структури ЗШ у матриці навколо наповнювачів [3, 4] показано, що найбільш перспективним є метод дослідження характеристик ЗШ за зміною фізико-механічних властивостей (миттєвий модуль зсуву, миттєвий модуль пружності) у процесі тверднення КМ [5]. Однак важливе значення має знаходження похибки досліджень фізико-механічних властивостей КМ і вибір методу апроксимації результатів експерименту. Вибір оптимального методу апроксимації з наступним аналізом кінетики зміни фізико-механічних властивостей КМ від часу тверднення дозволить встановити динаміку росту у часі зовнішніх шарів залежно від фізичної природи наповнювача при формуванні композиту. Це, у свою чергу, забезпечить можливість прогнозованого регулювання когезійних характеристик КМ.

Мета роботи – дослідження кінетики формування матеріалу на межі поділу фаз „наповнювач – матриця” апроксимацією результатів експериментальних досліджень зміни фізико-механічних характеристик від часу тверднення КМ з волокнистими наповнювачами різної фізичної природи і встановлення часових параметрів росту зовнішніх шарів у матриці на межі поділу фаз.

Матеріали і методика експерименту. Як зв'язувач при формуванні КМ використовували епоксидний діановий олігомер марки ЕД-20. Тверднення здійснювали

поліетеленполіаміном (ПЕПА). Як армуючий наповнювач використовували скляні, базальтові та вуглецеві тканини, які містять волокна з діаметром 9-12 мкм.

Миттєвий модуль зсуву композитів G_k досліджували на різних стадіях тверднення матеріалів, що містять волокнисті (у вигляді тканин) наповнювачі протягом 72 год. відповідно до ГОСТу 14759-69.

Обговорення результатів експерименту. Сучасні полімеркомпозитні матеріали, у тому числі і конструкційного призначення, містять неперервні волокна. Дослідження модуля пружності такого волокнистонаповненого композиту, що складається з двох компонент: волокна (скляного, базальтового чи вуглецевого) і матриці (епоксидна смола з твердником) дає можливість оцінити поведінку характеристичної складової миттєвого модуля пружності, викликану зміною стану смоли при переході її у гель-фракцію на різних етапах часу тверднення. За отриманими експериментальними результатами досліджень модуля зсуву композитів зі скляним (G_s), базальтовим (G_b) та вуглецевим (G_v) волокнами обчислено модулі пружності КМ з використанням формули:

$$E = 2G(1 + \mu), \quad (1)$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

Для епоксидної матриці коефіцієнт Пуассона становить $\mu = 0,39$ [6].

Відомо [6], що оптимальний час тверднення епоксикомпозитних матеріалів при кімнатних температурах становить $t = 72$ год. У такому випадку формується композит з максимальним вмістом гель-фракції в епоксидній матриці, що забезпечує високі когезійні властивості матеріалу. Тому у роботі експериментально досліджено модулі зсуву і розраховано миттєві модулі пружності для КМ з різними видами наповнювачів – волокон (скляного E_s , базальтового E_b та вуглецевого E_v) на різних часових етапах тверднення епоксикомпозитів протягом максимального часу $t = 72$ год. Результати експериментальних досліджень і теоретичних розрахунків наведено у табл. 1.

Таблиця 1 - Значення миттєвих модулів зсуву та миттєвих модулів пружності для КМ, що містять скляне, базальтове та вуглецеве волокно

i	t_s , год.	G_s , ГПа	E_s , ГПа	t_b , год.	G_b , ГПа	E_b , ГПа	t_v , год.	G_v , ГПа	E_v , ГПа
1	3,0	0,015	0,042	3,0	0,028	0,078	3,0	0,006	0,017
2	4,0	0,043	0,120	4,0	0,040	0,111	4,0	0,016	0,044
3	4,5	0,056	0,156	4,5	0,041	0,112	4,5	0,017	0,045
4	5,0	0,059	0,164	5,0	0,056	0,156	5,0	0,041	0,114
5	10,2	0,447	1,243	10,2	0,408	1,134	10,0	0,282	0,784
6	15,2	0,431	1,198	15,2	0,431	1,198	-	-	-
7	20,3	0,474	1,318	20,3	0,674	1,874	20,0	0,502	1,396
8	30,0	1,192	3,314	30,0	1,176	3,269	30,0	0,847	2,355
9	40,0	1,819	5,057	40,0	2,007	5,579	40,0	1,537	4,273
10	50,1	1,897	5,274	50,2	1,929	5,366	50,0	1,349	3,750
11	60,2	1,788	4,971	60,2	2,462	6,844	60,0	1,662	4,620
12	70,3	2,274	6,322	70,3	2,587	7,192	70,0	1,850	5,143

Примітка:

i – номер досліджу;

t_s , t_b , t_v – час тверднення КМ, що містять скляне, базальтове та вуглецеве волокно відповідно.

При дослідженні миттєвого модуля зсуву протягом $t=72$ год. отримано результати, які чітко показують, що незалежно від матеріалу наповнювача, характер кривої зміни величини модуля зсуву від тривалості тверднення КМ має характерну форму арктангенціального типу з чотирма пологими ділянками та трьома точками

перегину. Припускали, що точки перегину на кривій залежності модуля зсуву від тривалості тверднення КМ відповідають етапам зшивання композиту, що пов'язано з:

- міграцією макромолекул епоксидного олігомера до межі поділу фаз «олігомерний зв'язувач – волокно»;
- формуванням дискретних зовнішніх шарів навколо волокнистого наповнювача;
- формуванням ділянок проникнення і мікроруйнування фізичних зв'язків макромолекул;
- кластеризацією зовнішніх шарів у об'ємі матриці.

На основі результатів експериментальних досліджень проведені наближення залежності від часу миттєвих модулів зсуву трьома методами [7]:

- а) прямими регресії;
- б) арктангенціальними кривими без зсуву фаз аргументу;
- в) арктангенціальними кривими з врахуванням точок перегину (ТР) кривих.

Апроксимація прямими гарантує точність апроксимації до 0,2 ГПа лише на початковому (до 20-ї год.) етапі тверднення. Точність апроксимацій арктангенціальними кривими забезпечує точність до 0,3 ГПа на всьому проміжку часу проведення експерименту ($t = 72$ год.).

Для відповідних КМ, що містять волокна різної природи, отримано аналітичні вирази проведених наближень і графіки апроксимації залежностей миттєвих модулів зсуву від часу трьома методами з допомогою вбудованих функцій *line* та *genfit* програми MathCAD 2000 Pro (рис. 1-3).

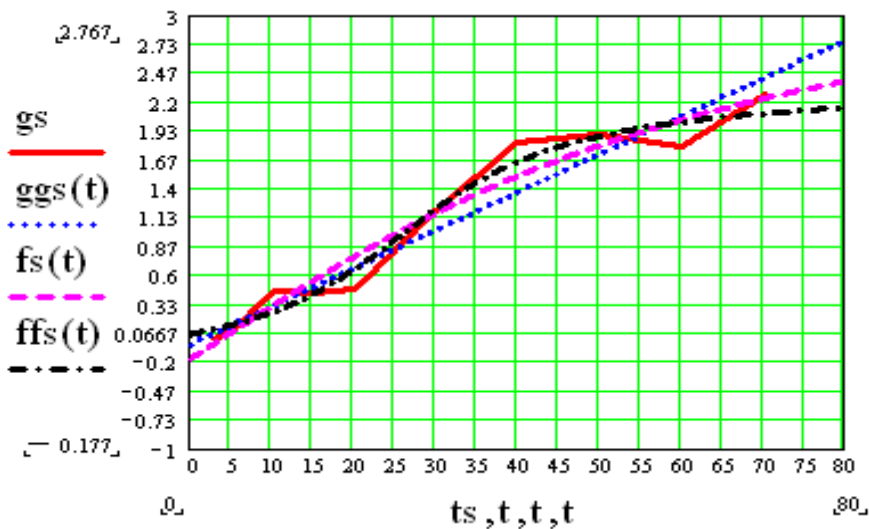


Рисунок 1- Графіки експериментальних результатів зміни модуля зсуву (g_s) від часу тверднення КМ зі скляними волокнами та апроксимації цієї залежності: прямою регресії (l_s), арктангенціальною кривою без врахування зсуву фаз (f_s) та арктангенціальними кривими з врахуванням розміщення точки перегину кривої (h_s).

Для КМ зі скляними волокнами отримано аналітичні вирази для трьох методів апроксимації:

- а) $l_s(t) = -0.04 + 0.035t$;
- б) $f_s(t) = -0.177 + 2.588 \arctg(0.019t)$;
- в) $h_s(t) = 0.984 + 0.898 \arctg(0.065t - 1.69)$; ТР_s = 26,07(год.).

Графіки залежності миттєвих модулів зсуву від часу тверднення КМ зі скляними волокнами і апроксимації цієї залежності трьома методами показано на рис. 1.

Для КМ з базальтовими волокнами отримано аналітичні вирази для трьох методів апроксимації:

- а) $l_b(t) = -0.095 + 0.041t$;

б) $fb(t) = -0.192 + 3.689 \arctg(0.014t)$; (3)

в) $hb(t) = 1.126 + 1.337 \arctg(0.043t - 1.202)$; $TP_b = 27,70$ (год.).

Графіки залежності миттєвих модулів зсуву від часу тверднення КМ з базальтовими волокнами і апроксимації цієї залежності трьома методами показано на рис. 2.

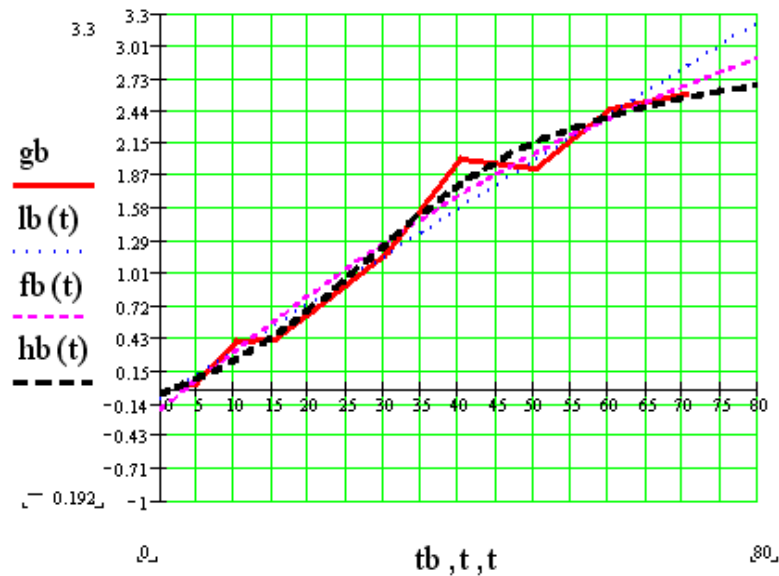


Рисунок 2 - Графіки експериментальних результатів зміни модуля зсуву (gb) від часу тверднення КМ з базальтовими волокнами та апроксимації цієї залежності: прямою регресії (lb), арктангенціальною кривою без врахування зсуву фаз (fb) та арктангенціальними кривими з врахуванням розміщення точки перегину кривої (hb).

Для КМ з вуглецевими волокнами отримано аналітичні вирази для трьох методів апроксимації:

а) $lv(t) = -0.053 + 0.029t$;

б) $gv(t) = -0.15 + 2.218 \arctg(0.018t)$; (4)

в). $hv(t) = 0.717 + 1.009 \arctg(0.039t - 0.945)$; $TP_s = 24,03$ (год).

Графіки залежності миттєвих модулів зсуву від часу тверднення КМ з вуглецевими волокнами і апроксимації цієї залежності трьома методами показано на рис. 3.

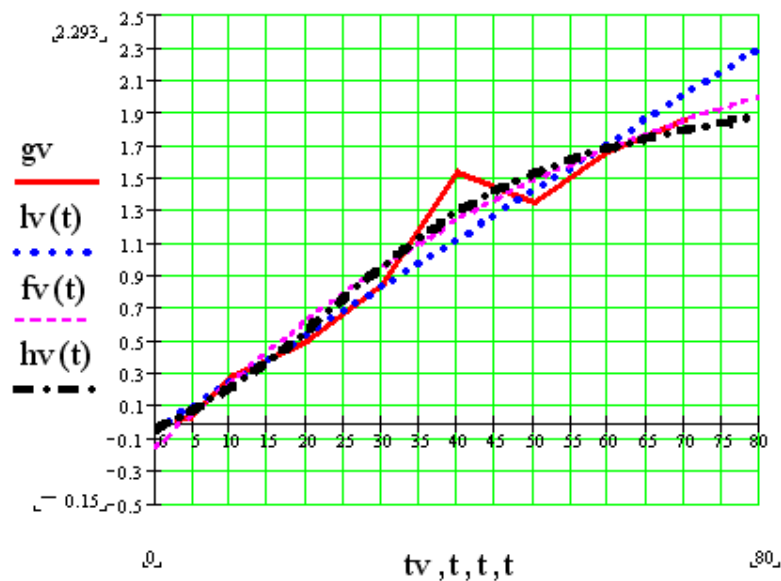


Рисунок 3 - Графіки експериментальних результатів зміни модуля зсуву (gv) від часу тверднення КМ з вуглецевими волокнами та апроксимації цієї залежності: прямою регресії (lv), арктангенціальною кривою без врахування зсуву фаз (fv) та арктангенціальними кривими з врахуванням розміщення точки перегину кривої (hv).

Залежність миттєвих модулів пружності від часу тверднення досліджуваних зразків має аналогічний вигляд.

Характер відхилень експериментальних результатів від апроксимацій (d – для лінійної, dd – для арктангенціальної, ddd – для арктангенціальної з врахуванням зсуву фаз) носить коливний характер для усіх використаних способів наближень. Результати таких відхилень для КМ з волокнами різної фізичної природи показано на рис. 4-6.

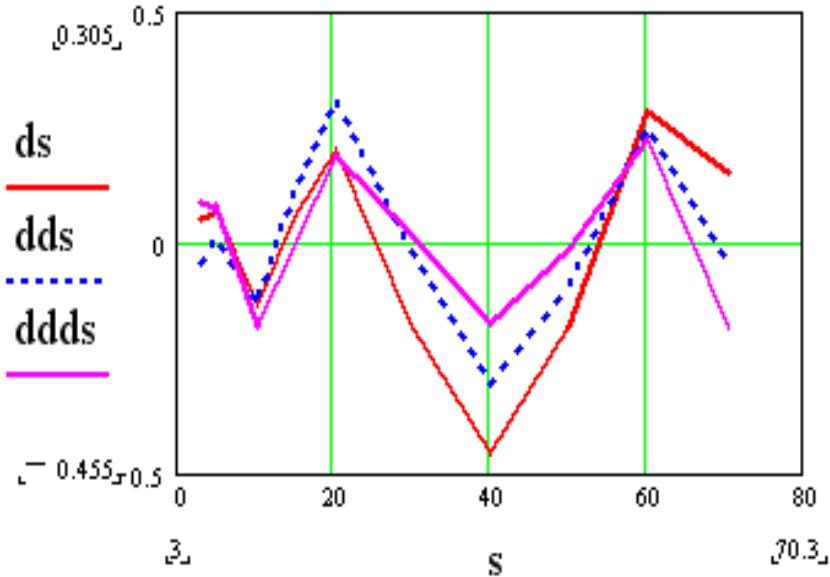


Рисунок 4 - Відхилення (ds , dds , ddd_s) експериментальних результатів зміни модуля зсуву (g_s) від часу тверднення КМ зі скляними волокнами від відповідних способів їх наближень (ls , fs , hs).

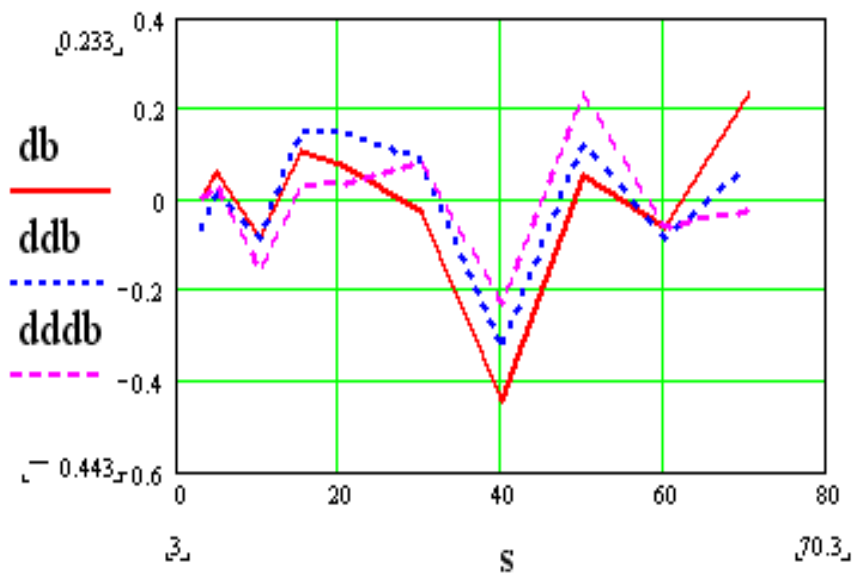


Рисунок 5 - Відхилення (db , ddb , ddb_b) експериментальних результатів зміни модуля зсуву (g_b) від часу тверднення КМ з базальтовими волокнами від відповідних способів їх наближень (lb , fb , hb).

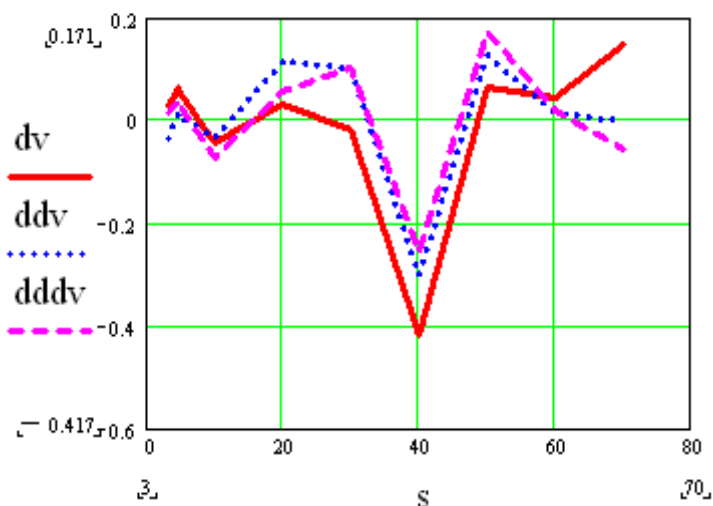


Рисунок 6 - Відхилення (dv , ddv) експериментальних результатів зміни модуля зсуву (gv) від часу тверднення КМ з вуглецевими волокнами від відповідних способів їх наближень (lv , fv).

Розглянуті залежності показують, що процес тверднення епоксидної смоли із золь-фракції у гель-фракцію є визначальним щодо величини модуля зсуву, а отже, і миттєвого модуля пружності композиту. Аналіз попарних різниць трьох залежностей модуля зсуву показує, що відхилення протягом усього періоду тверднення не перевищує 0,4 ГПа для КМ зі скляними і вуглецевими волокнами та 0,8 ГПа для КМ з базальтовими та вуглецевими волокнами (рис. 7). Причому для КМ з базальтовими та вуглецевими волокнами вони є майже тотожними на проміжку часу тверднення $t = 15-35$ год. Саме тоді відбуваються процеси формування дискретних зовнішніх шарів навколо волокон.

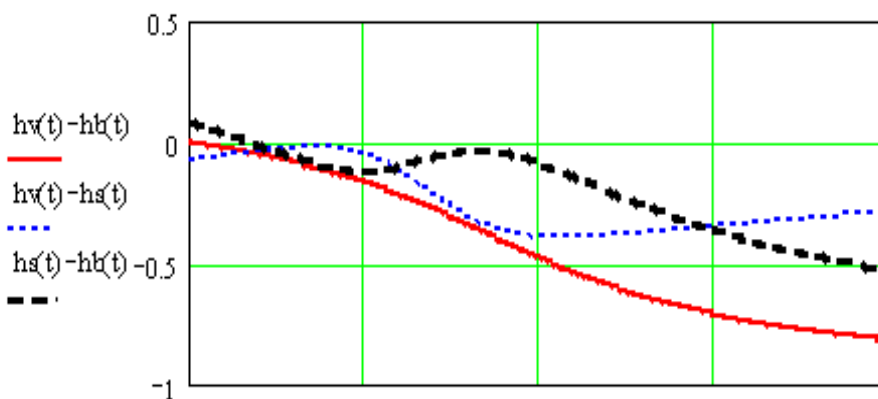


Рисунок 7 - Згладжені з допомогою арктангенціальних залежностей (hs , hb , hv) від часу попарні відхилення модулів зсуву для композитів з відповідно скляними, базальтовими та вуглецевими волокнами.

Використання властивостей підхідних дробів дає можливість візуалізації на графіках залежностей модуля зсуву від часу тверднення композитів часових проміжків формування ЗШ. Для цього виділяли екстремальні знакозмінні точки залежності відхилень ($ddd_s(t)$, $ddd_b(t)$ та $ddd_v(t)$) і, використовуючи властивості підхідних дробів, знаходили їх коефіцієнти, що задає часову залежність відхилення дослідних даних від відповідних арктангенціальних апроксимацій [7]. Результати екстремальних значень відхилень наведено у табл. 2.

Таблиця 2 - Екстремальні значення відхилень (ddd_s, dddb, dddv) експериментальних даних (g_s, g_b, g_v) від теоретичних наближень (h_s, h_b, h_v) для композитів зі скляними, базальтовими та вуглецевими волокнами

i	ts ₁ , год.	ddd _s , ГПа	tb ₁ , год.	ddb, ГПа	tv ₁ , год.	ddd _v , ГПа
0	5,0	0,082	5,0	-0,150	5,0	0,008
1	10,1	-0,184	15,2	0,030	10,0	-0,037
2	20,3	0,188	30,0	-0,226	30,0	0,102
3	40,0	-0,175	40,0	0,231	40,0	-0,302
4	60,0	0,226	50,2	-0,061	50,0	0,128
5	70,0	-0,181	60,2	-0,024	70,0	-0,003

Розгорнутий вигляд часової залежності відхилення ddd(t) наведемо для випадку композиту, що містить скляні волокна. Аналогічні вирази мають місце і для КМ з іншими видами волокон.

$$ddd_s(t) = a_0 \cdot \Phi(t - ts_1) + \frac{\Phi(t - ts_1)}{a_1 + \frac{\Phi(t - ts_2)}{a_2 + \frac{\Phi(t - ts_3)}{a_3 + \frac{\Phi(t - ts_4)}{a_4 + \frac{\Phi(t - ts_5)}{a_5}}}}, \quad (5)$$

де $\Phi(t)$ - одинична функція Хевісайда [8].

Коефіцієнти a_0, \dots, a_5 знаходимо, розв'язуючи систему рівнянь:

$$a_0 = ddd_s t_0 \quad a_0 + \frac{1}{a_1} = ddd_s t_1 \quad a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2}} = ddd_s t_2 \quad a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3}}} = ddd_s t_3$$

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{a_4}}}} = ddd_s t_4 \quad a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{a_4 + \frac{1}{a_5}}}}} = ddd_s t_5$$

Тоді залежність миттєвого модуля зсуву від часу тверднення КМ зображаємо, як суму:

$$FS(t) = hs(t) + ddd_s(t). \quad (7)$$

Графік такої функції має ступінчастий, негладкий у точках, відповідних точкам перегину, характер (рис. 8).

Представлення у такому виді залежності дає можливість виділити основні етапи формування композиту зі скляними волокнами як проміжки, що є складовими ступінчастою кривою. Серединою кожного з проміжків є точка перегину залежності на кожному з етапів.

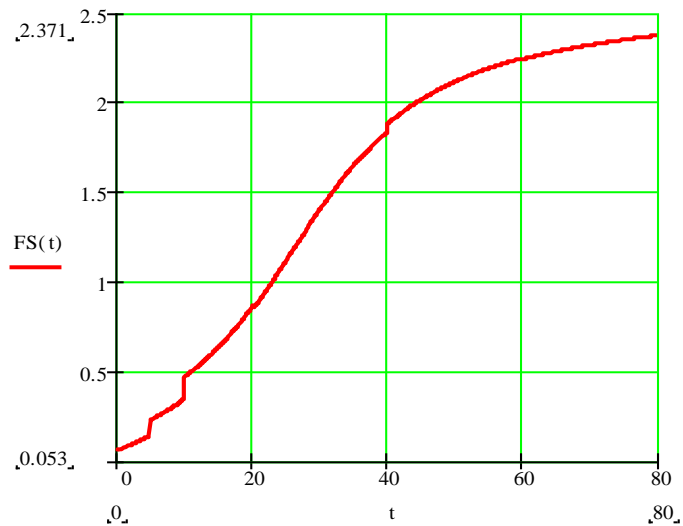


Рисунок 8 - Ступінчаста залежність модуля зсуву від часу тверднення КМ, що містить скляні волокна.

Знаходження ступінчастих залежностей для композитів з іншими видами волокон та властивості їх графіків носять схожий характер (рис. 9, рис. 10).

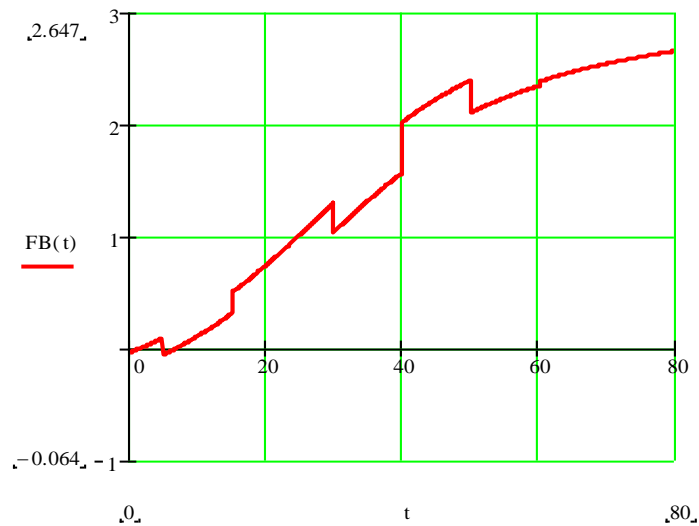


Рисунок 9 - Ступінчаста залежність модуля зсуву від часу тверднення КМ, що містить базальтові волокна.

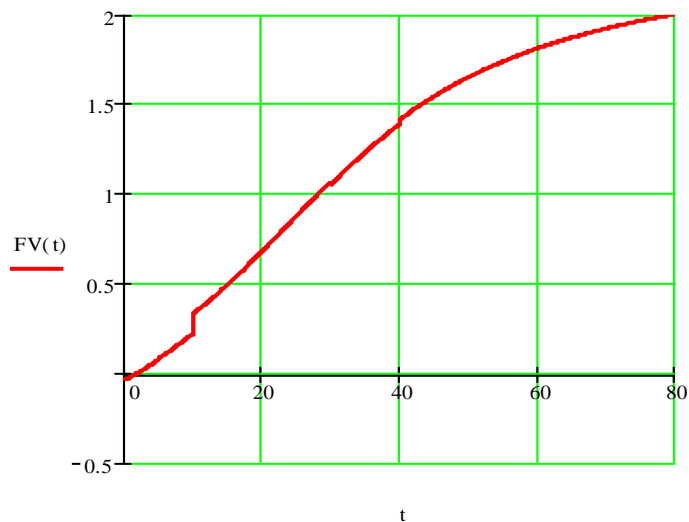


Рисунок 10 - Ступінчаста залежність модуля зсуву від часу тверднення КМ, що містить вуглецеві волокна.

Додатково для опису аналітики залежностей $FS(t)$, $FB(t)$ та $FV(t)$ наведемо таблицю значень коефіцієнтів $a_0...a_5$ аналітичних виразів відхилень (5): $dddd(t)$, $ddddb(t)$, $dddv(t)$, обчислених, як розв'язки систем (6) (табл. 3).

Таблиця 3 - Коефіцієнти підхідних дробів опису відхилень ($dddd$, $ddddb$, $dddv$) експериментальних даних (gs , gb , gv) від теоретичних наближень (hs , hb , hv) для КМ зі скляними, базальтовими та вуглецевими волокнами

a_i	$dddd(t)$	$ddddb(t)$	$dddv(t)$
0	0,082	-0,150	0,008
1	8,206	5,376	9,338
2	0,813	-0,054	0,735
3	-0,685	-3,231	-0,583
4	16,072	0,130	40,906
5	1,120	19,121	39,062

Представлення залежності модуля зсуву від часу у вигляді формули (7) дає можливість оцінити не тільки початок, закінчення та тривалість кожного з чотирьох етапів зшивання епоксикомпозитів, але й темпи росту цих процесів і різночасовість їх перебігу у композитах з волокнами різної фізичної природи.

Висновки. У роботі досліджено зміну миттєвого модуля зсуву від часу тверднення епоксикомпозитів з волокнами різної фізичної природи протягом $t = 72$ год. Отримано результати, які показують, що незалежно від матеріалу наповнювача, крива зміни величини модуля зсуву від тривалості тверднення КМ має характерну форму арктангенціального типу з чотирма пологими ділянками та трьома точками перегину. Встановлено, що точки перегину на кривій залежності модуля зсуву від часу тверднення КМ відповідають чотирьом етапам зшивання композиту, які характеризують фізичні і хімічні процеси, що зумовлено формуванням зовнішніх шарів навколо скляних, базальтових і вуглецевих волокон.

Використання апроксимації результатів експериментальних досліджень і властивостей ланцюгових дробів дало можливість візуалізації на графіках залежностей модуля зсуву від часу тверднення композитів часових проміжків формування зовнішніх шарів. Отримані результати досліджень у подальшому дозволять встановити часові режими температурної обробки епоксикомпозитів з метою формування матеріалу з поліпшеними фізико-механічними властивостями.

Література

1. Стухляк П.Д., Митник М.М., Орлов В. О. Вплив граничних прошарків на властивості композитних полімерних матеріалів. (Огляд). //Фізико – хімічна механіка матеріалів. – 2001. - №1. –С. 69 – 75.
2. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 376 с.
3. Липатов Ю.С. Физическая химия наполненных полимеров.-М.:Химия.-1977.-304 с.
4. Реакции в полимерных системах / Под ред. С.С.Иванчева.-Л.: Химия, 1987.-304 с.
5. Маркин В. А., Тарасов А.К. Оценка вязкоупругих характеристик межфазных слоев и закономерности их влияния на механические свойства полимерных композиционных материалов. Див.: <http://www.aomai.ab.ru:8080/books/Filles/1999-03/HTML/12/pap-12.html>.
6. Букетов А.В., Стухляк П.Д., Долгов М.А., Тотосько О.В. До питання розрахунку міцності конструкційних елементів з покриттями з врахуванням коефіцієнта Пуассона // Вопросы химии и химической технологии.-2006.-№4.-С. 180-183.
7. Макаров Е.К. Инженерные расчеты в системе MathCad.- М.: Питер, 2003.- 447 с.
8. Овчинников П.П. Вища математика. Ч.2. – К.: Техніка, 2000. – 792 с.

Одержано 21.02.2007 р.