

Висновки. При розв'язанні аеродинамічних та гідродинамічних задач, дослідженні збіжності обчислених власних значень інтегрального рівняння, що описує власні коливання консольно закріпленого крила з розподіленим вздовж нього вантажем, а також при вивченні плоского деформаційного зсуву, плоского обертання твердого тіла, осесиметричного зсуву та інших проблем є можливість звести розв'язання задачі до відшукування розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь з матрицею типу Тепліца. У цьому випадку для розв'язання системи можна застосувати відповідні економічні алгоритми [1], які базуються на використанні специфічних властивостей тепліцевих матриць. Порівняно з застосуванням алгоритмів для розв'язування СЛАР, які не враховують специфіки матриці, обчислювальні схеми для тепліцевих матриць [1] дають можливість скоротити кількість арифметичних операцій, які необхідно виконати для відшукування розв'язку СЛАР, на n (порядок системи).

Література

1. Ковальчук О.Я. Алгоритми для систем з тепліцевими λ -матрицями та їх застосування: Автореф. дис. к.ф.-м.н. – 01.05.02. – Київ: Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова, 2005. – 20с.
2. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях. – М.: Машиностроение, 1965.
3. Ананьев И.В., Колбин Н.М., Серебрянский Н.П. Динамика конструкций летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1972. – 416с.
4. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем.-М.: Гостехиздат, 1956.
5. Гантмахер Ф.Р., Крейн М.Г. Осцилляционные матрицы и малые колебания механических систем. – М.: Гостехиздат, 1940.
6. Мысовский И.И. Об оценке ошибки, возникающей при решении интегрального уравнения способом механических квадратур // Вестник Ленинградского госуниверситета // математика, механика, астрономия, вып. 19. – 1956.
7. Михлин С.Г. Интегральные уравнения. – М.: Гостехиздат, 1957.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.:Наука, 1986. – 736с.
9. Кутенов А.М., Стерман Л.С., Стюшин Н.Г. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. – М.: Высшая школа, 1977. – 352с.

Одержано 05.06.2007 р.

УДК 519.876.5

І. Максимова

Тернопільський національний економічний університет

ИНТЕРВАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КОНЦЕНТРАЦИЙ ШКИДЛИВЫХ ВИКИДОВ

Розглянуто задачу параметричної ідентифікації інтервальної моделі динаміки концентрацій шкідливих викидів на основі інтервальних даних експерименту. Наведено приклад та програмне забезпечення ідентифікації інтервальної моделі динаміки концентрацій шкідливих викидів (на прикладі м. Тернополя).

I. Maksymova

INTERVAL MODEL OF DYNAMICS OF CONCENTRATIONS OF HARMFUL EMISSIONS

The task of parameters identification of interval model of dynamics of concentrations of harmful emissions on the basis of interval data of experiment is considered. The example and software of identification of interval model of dynamics of concentrations of harmful emissions are shown (on the example of Ternopil).

I. Вступ

Застосування стохастичного підходу для моделювання динамічних систем вимагає дослідження похибок спостережень з метою встановлення їх статистичних характеристик. Однак такий підхід є малоприматним за умови малої вибірки спостережень з обмеженими за амплітудою похибками. Тому для розв'язування задач параметричної ідентифікації динамічних моделей більш придатними є теоретико-множинний (інтервальний) підхід, який при ідентифікації не враховує статистичні характеристики похибок. Публікації [1, 2, 3] щодо методів інтервального аналізу для моделювання динамічних систем засвідчують високу обчислювальну складність цих методів та неможливість їх використання для задач високої розмірності.

Атмосфера завжди містить певну кількість домішок, які надходять від природних та антропогенних джерел. Викиди шкідливих речовин здійснюють насамперед автотранспорт та підприємства. Найбільш розповсюдженими шкідливими речовинами, які забруднюють атмосферне повітря внаслідок інтенсивних потоків автотранспорту, є: двоокис азоту NO_2 , окис вуглецю CO та завислі речовини (пил неорганічний).

Окис вуглецю CO або чадний газ – продукт неповного згорання нафтових видів палива, легший за повітря і не має кольору та запаху. CO має виражену отруйну дію, що зумовлюється його здатністю вступати в реакцію з гемоглобіном крові, приводячи до утворення карбоксигемоглобіну, який пов'язує кисень. Внаслідок цього порушується газообмін в організмі, з'являється кисневе голодування й виникає порушення функціонування всіх систем організму.

Двоокис азоту NO_2 - це газ, який утворюється в камері згорання, газ бурого кольору з характерним запахом, важчий від повітря, тому збирається в заглибленнях і представляє велику небезпеку при технічному обслуговуванні транспортних засобів. Для людського організму NO_2 ще більш шкідливий, ніж CO . Загальний характер дії змінюється залежно від змісту різних окисів азоту.

Отже, актуальною є задача побудови моделі динаміки концентрації шкідливих викидів шляхом оцінювання параметрів інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом параметричної ідентифікації лінійних динамічних систем на основі інтервальних даних, який відзначається низькою обчислювальною складністю і високою збіжністю.

II. Постановка задачі

Динаміку концентрацій шкідливих викидів будемо описувати лінійною системою дискретних рівнянь:

$$\vec{x}_{k+1} = G \cdot \vec{x}_k + Q \cdot \vec{u}_k + \vec{e}_{k+1}; \quad (1)$$

$$|e_{k+1}| \leq \Delta, \Delta > 0 \quad \forall k = 0, \dots, N; \quad (2)$$

$$|e_{k+1,1}| = \dots = |e_{k+1,i}| = \dots = |e_{k+1,p}|,$$

де $\vec{x}_k = (x_{1k}, x_{2k}, x_{3k})$ - вектор параметрів стану об'єкту в k -й дискретний момент часу, який визначає значення концентрації шкідливих викидів за трьома речовинами (x_{1k} - значення концентрації двоокису азоту на k -у дату проведення вимірювання, x_{2k} - значення концентрації окису вуглецю на k -у дату проведення вимірювання, x_{3k} - значення концентрації завислих речовин на k -у дату проведення вимірювання); $\vec{u}_k \in R$ - вхідна змінна (управління) в k -й дискретний момент часу, яка визначає інтенсивність транспортного потоку на k -у дату проведення вимірювання;

$$G = \begin{pmatrix} g_{11}, \dots, g_{1i}, \dots, g_{1m} \\ \vdots \\ g_{i1}, \dots, g_{ii}, \dots, g_{im} \\ \vdots \\ g_{m1}, \dots, g_{mi}, \dots, g_{mm} \end{pmatrix}, Q = [q];$$

G та Q – матриця та параметр, елементи яких є параметрами лінійної моделі динаміки концентрації шкідливих речовин; $\vec{e}_{k+1} = (e_{k+1,1}, \dots, e_{k+1,i}, \dots, e_{k+1,p})^T$ - вектор, компоненти якого визначають метрологічну похибку з відомою максимальною амплітудою Δ .

Для розв'язування задачі ідентифікації параметрів моделі (елементів матриць G та Q) і з врахуванням вказаних припущень експериментальні дані отримуватимемо в інтервальному вигляді:

$$u_k \rightarrow [\vec{x}_{k+1}^-, \vec{x}_{k+1}^+], k = 0, \dots, N, \quad (3)$$

де $\vec{x}_{k+1}^- = \vec{x}_{k+1} - \vec{i} \cdot \Delta$ і $\vec{x}_{k+1}^+ = \vec{x}_{k+1} + \vec{i} \cdot \Delta$ - вектори нижніх та верхніх меж гарантованих інтервалів змінних стану, причому $\vec{x}_{k+1} \in [\vec{x}_{k+1}^-, \vec{x}_{k+1}^+] \forall k = 0, \dots, N$; \vec{i} - вектор, всі компоненти якого дорівнюють "1"; N – кількість дискет (дати проведення вимірювань).

Беручи до уваги умову $\vec{x}_{k+1} \in [\vec{x}_{k+1}^-, \vec{x}_{k+1}^+] \forall k = 0, \dots, N$, отримаємо таку систему:

$$x_{i,k+1}^- \leq g_{i,1} \cdot [x_{1,k}^-, x_{1,k}^+] + \dots + g_{i,m} \cdot [x_{m,k}^-, x_{m,k}^+] + q_i \cdot u_k \leq x_{i,k+1}^+, i = 1, \dots, 3, k = 0, \dots, N. \quad (4)$$

Система (4) є інтервальною системою лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР) відносно невідомих параметрів моделі.

Задача допустимого оцінювання полягає у знаходженні допустимого розв'язку \vec{g}_{dop} ІСЛАР, тобто такого вектора $\vec{g}_{dop} = (g_{1dop}, \dots, g_{mdop}, q)^T$, який забезпечуватиме включення прогнозного коридору

$$[\hat{x}_{k+1}] = \vec{g}_{dop}^T \cdot [\hat{x}_k]$$

для змінних стану в коридор експериментальних даних:

$$[\hat{x}_{k+1}] \subset [x_{k+1}], k = 0, \dots, N - 1. \quad (5)$$

У праці [4] наведено детальний метод знаходження допустимого розв'язку ІСЛАР.

III. Ідентифікація інтервальної моделі динаміки концентрації шкідливих викидів

Розглянемо приклад ідентифікації інтервальної моделі динаміки концентрацій шкідливих викидів на прикладі м. Тернополя. Контроль таких викидів лабораторіями СЕС м. Тернополя проводиться у вибраних районах шляхом періодичного вимірювання концентрацій шкідливих речовин і порівняння виміряної величини із ГДК для даної речовини. Дані про виявлені концентрації записують у спеціальний журнал, а також у спеціально розроблену базу даних, яка має назву «EcoDB». Інформація в базі даних «EcoDB» включає наступні елементи: дату вимірювання, місце (об'єкт) та умови вимірювання (температуру навколишнього середовища, атмосферний тиск, вологість повітря, силу і напрям вітру, погодні умови), назву речовини та її концентрації (рис. 1, а, б).

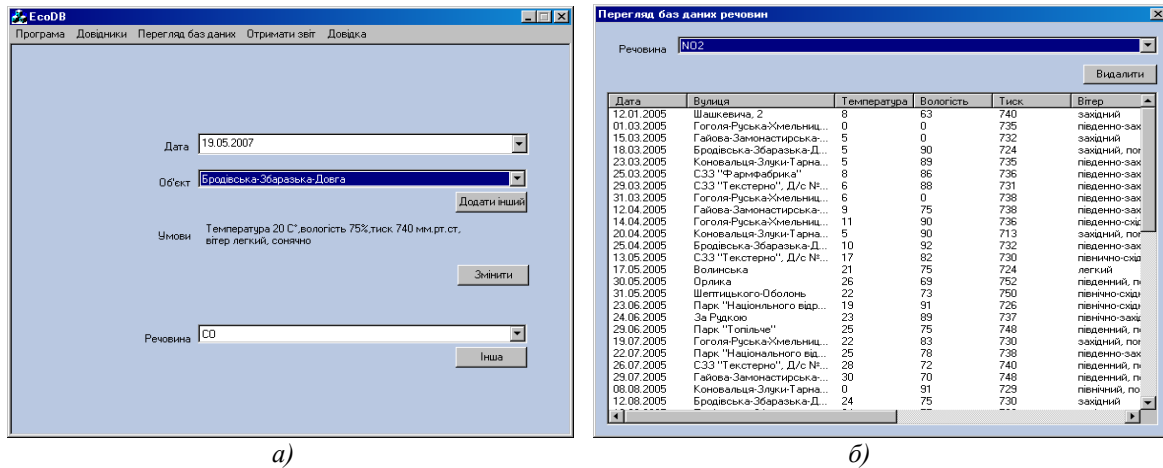


Рисунок 1 - Форма для: а)- введення даних в базу даних «EcoDB»; б)- перегляду бази даних «EcoDB»

В даній базі є довідник шкідливих речовин, вимірювання яких проводиться СЕС м. Тернополя, та довідник об'єктів – контрольно-вимірювальних постів (КВП) (рис.2а,б).

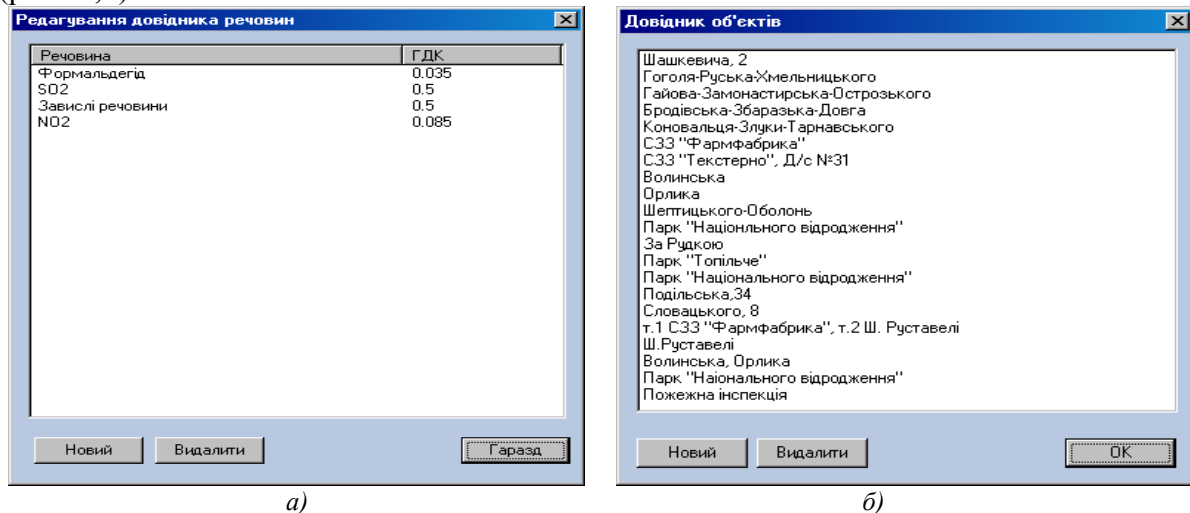


Рисунок 2 – Довідник: а)- шкідливих речовин; б)- об'єктів вимірювання

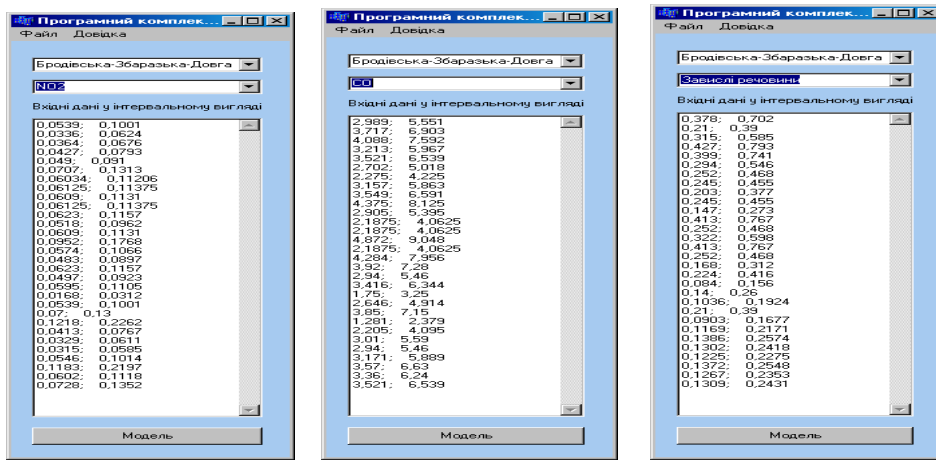
Виміри стану забруднення атмосферного повітря в м. Тернопіль здійснюють на 21-ому об'єкті, які розташовані у різних районах міста.

Для оцінки рівня і динаміки концентрації шкідливих викидів міста з бази даних «EcoDB» вибирались значення концентрацій основних шкідливих речовин (NO_2 , CO і «завислих речовин») за даними трьох об'єктів м. Тернополя, починаючи від 2002 року: 1-й об'єкт – перехрестя вулиць «Бродівська – Збаразька - Довга», 2-й – перехрестя вулиць «Гайова – Замонастирська - Острозького», 3-й – перехрестя вулиць «Гоголя-Руська-Хмельницького».

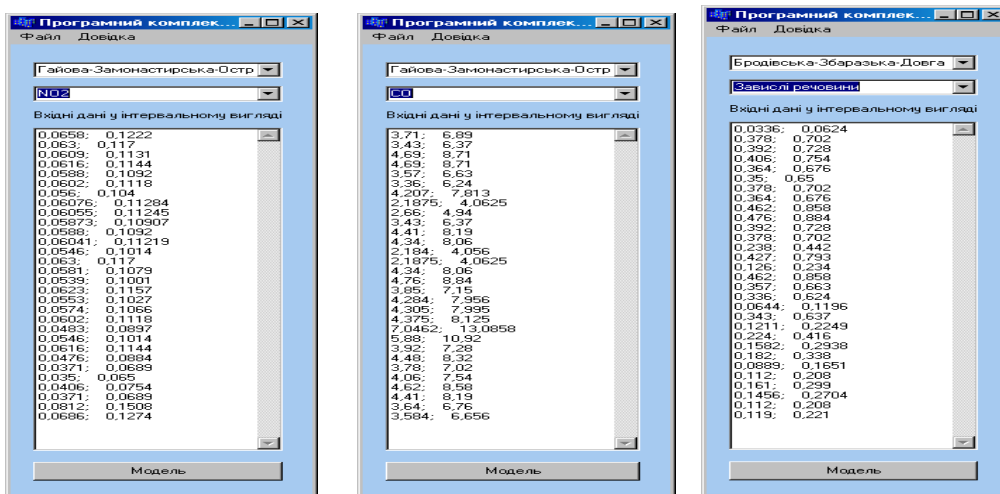
Задача параметричної ідентифікації моделі динаміки шкідливих викидів передбачає визначення невідомих елементів інтервальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (які складені відповідно до інтервальних даних по трьох об'єктах). Похибка вимірювання при отриманні інтервальних даних склала 30%.

Отже, для розв'язання задачі параметричної ідентифікації необхідно знайти розв'язок наступних ІСЛАР:

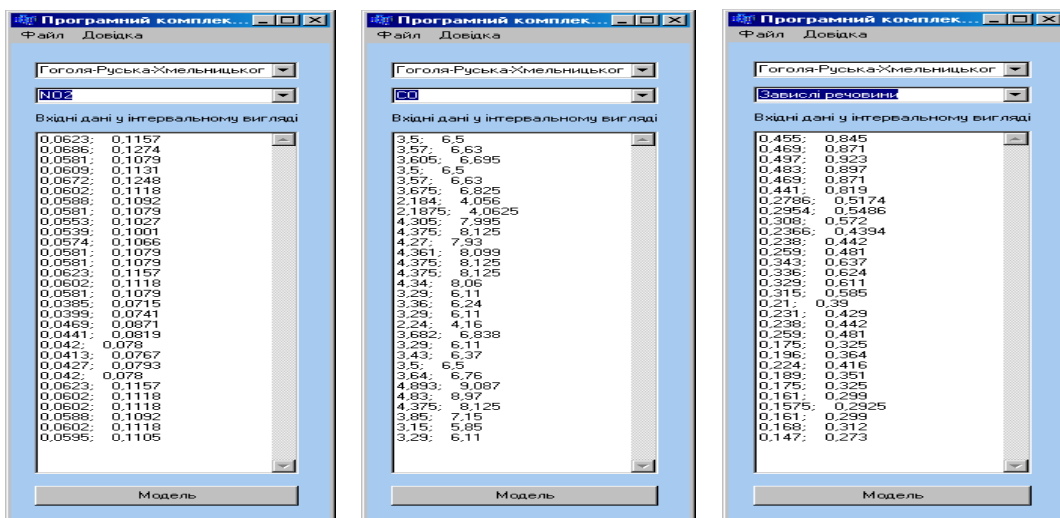
1) ІСЛАР згідно з даними по об'єкту №1 складається з 90 рівнянь на основі експериментальних даних за період з 2002 року по 2006 рік:



2) ІСЛАР згідно з даними по об'єкту №2 з 90 рівнянь на основі наступних експериментальних даних:



3) ІСЛАР згідно з даними по об'єкту №3 з 90 рівнянь на основі наступних експериментальних даних:



В результаті використання методу допустимого оцінювання нами були отримані наступні інтервальні моделі динаміки концентрації шкідливих викидів:

1) модель динаміки концентрації шкідливих викидів по об'єкту №1:

$$[\bar{x}_{k+1}] = \begin{pmatrix} 1,17351 & -0,00439 & 0,023945 \\ -0,9324 & 0,87125 & 0,61454 \\ -0,22547 & 0,006154 & 1,0112248 \end{pmatrix} \cdot [\bar{x}_k] + \begin{bmatrix} 0,000032 \\ 0,000005 \end{bmatrix} \cdot \bar{u}_k \cdot$$

Результати моделювання динаміки концентрації викидів шкідливих речовин по об'єкту №1 представленні на рис. 3 а), б), в):

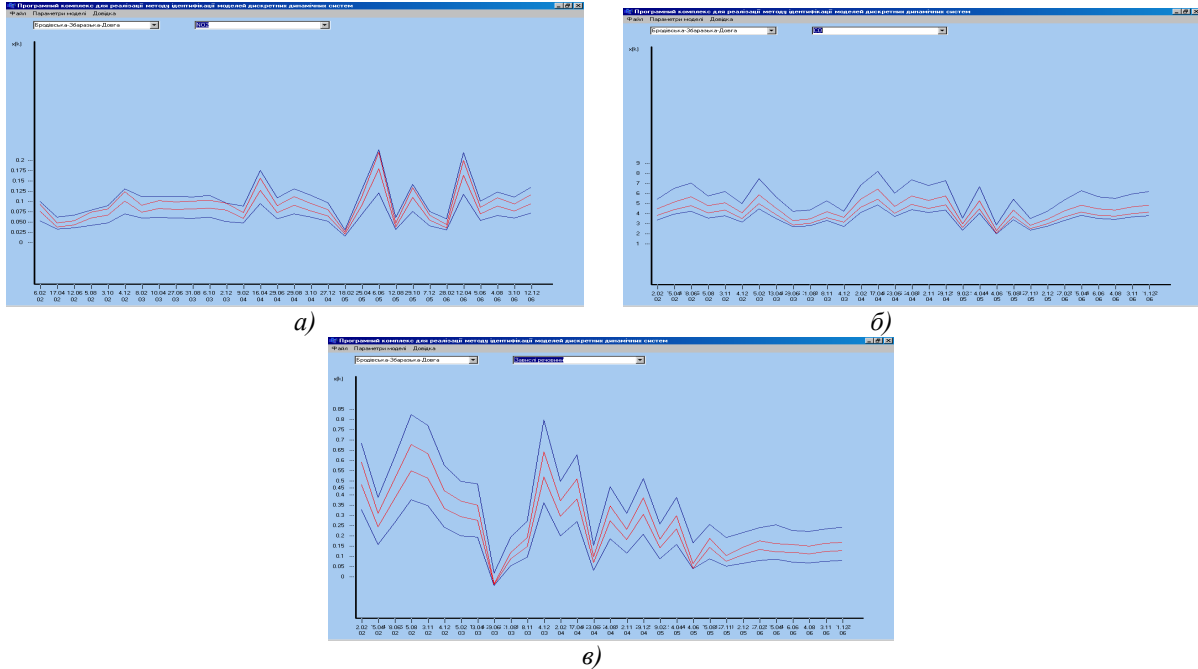


Рисунок 3 – Динаміка концентрації: а) двоокису азоту; б) окису вуглецю; в) завислих речовин

2) модель динаміки концентрації шкідливих викидів по об'єкту №2:

$$[\bar{x}_{k+1}] = \begin{pmatrix} 0,5987547 & 0,00025 & 0,018578 \\ 7,664 & 0,7884 & -1,399 \\ 0,0245 & 0,00284 & 0,704 \end{pmatrix} \cdot [\bar{x}_k] + \begin{bmatrix} 0,00035 \\ 0,00064 \end{bmatrix} \cdot \bar{u}_k \cdot$$

Результати моделювання динаміки концентрації викидів шкідливих речовин по об'єкту №2 представленні на рис. 4. а), б), в):

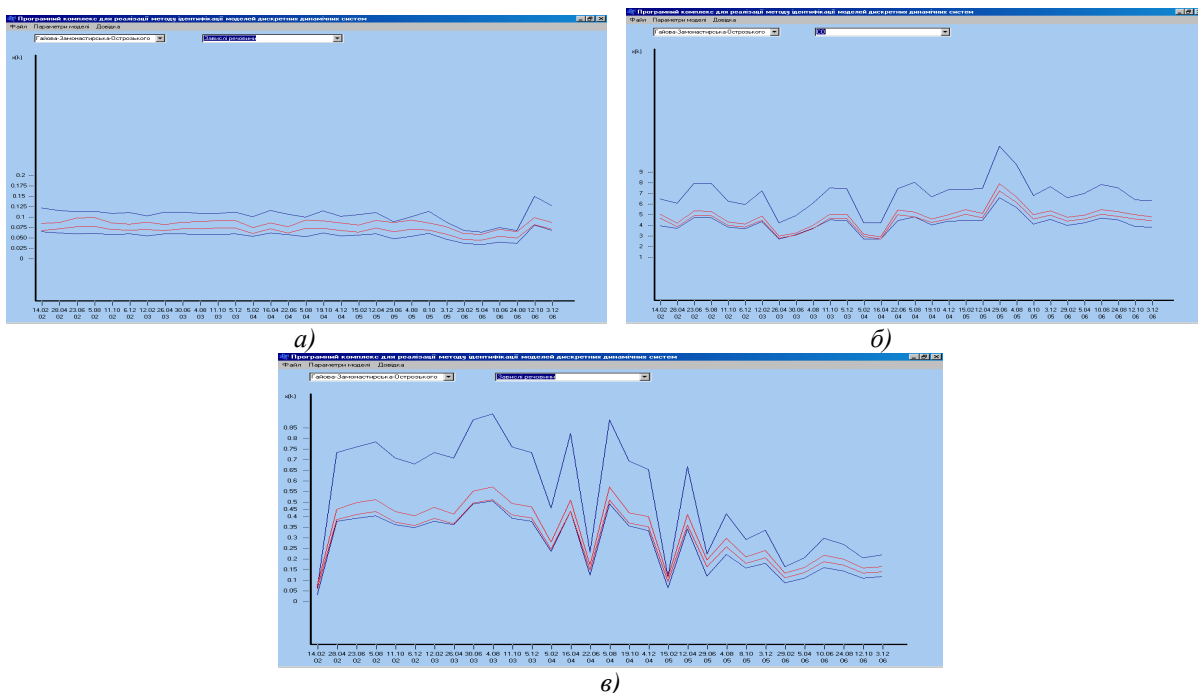


Рисунок 4 – Динаміка концентрації: а) двоокису азоту; б) окису вуглецю; в) завислих речовин

3) модель динаміки концентрації шкідливих викидів по об'єкту №3:

$$[\bar{x}_{k+1}] = \begin{pmatrix} 0,49857 & 0,0013547 & -0,001325 \\ 3,04923 & 1,0894 & -3,0371 \\ 1,00124 & 0,002458 & 0,6415 \end{pmatrix} \cdot [\bar{x}_k] + \begin{bmatrix} 0,0009 \\ 0,0017 \end{bmatrix} \cdot \vec{u}_k$$

Результати моделювання динаміки концентрації викидів шкідливих речовин по об'єкту №3 представленні на рис.5. а), б), в):

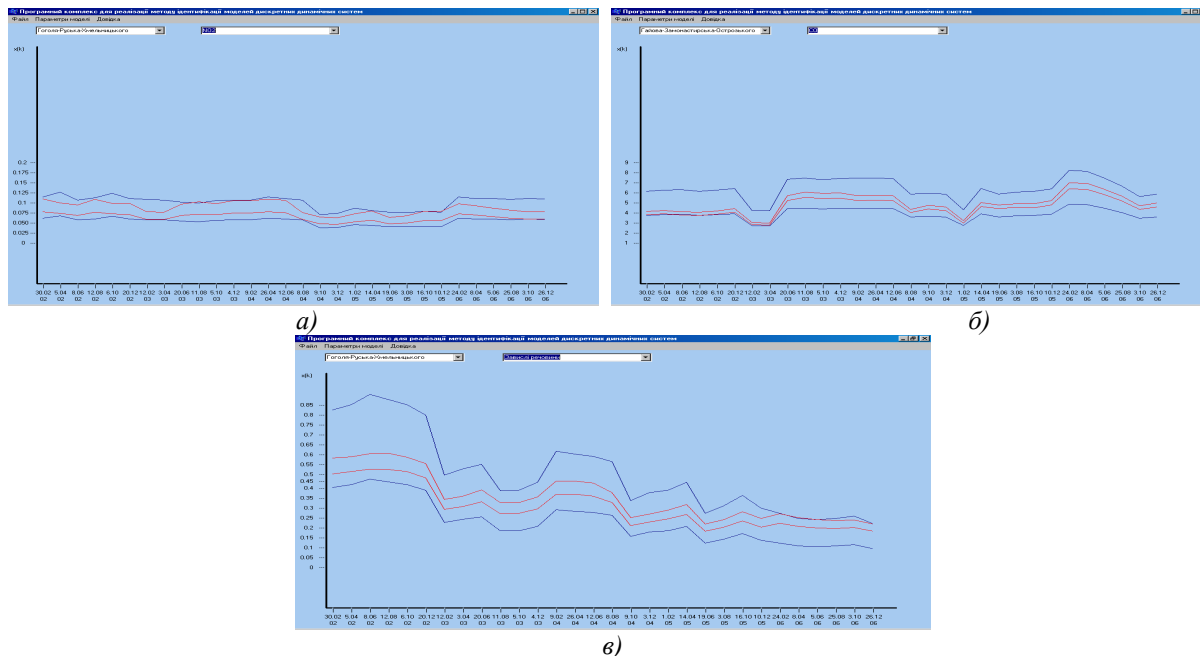


Рисунок 5 – Динаміка концентрації: а) двоокису азоту; б) окису вуглецю; в) завислих речовин

На діаграмі, наведеній на рис.6, показано, що на виконання програмного модуля для ідентифікації параметрів моделі затрачено малий час – розв'язок інтервальної системи лінійних рівнянь за трьома параметрами і 30 спостереженнями (це складає 90 рівнянь ІСЛАР) знаходиться, в гіршому випадку, за 1 хвилину 36 секунд, а в кращому – за 53 секунди.

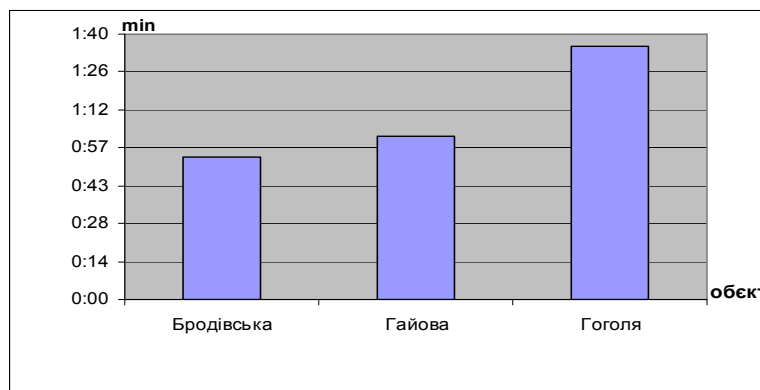


Рисунок 6 – Час виконання програмного модуля по об'єктах

IV. Програмний комплекс для ідентифікації інтервальної моделі динаміки концентрації шкідливих викидів

Програмний комплекс був розроблений для реалізації методу параметричної ідентифікації дискретної динамічної моделі динаміки концентрації шкідливих викидів на основі інтервальних даних (блок-схема методу наведена на рис. 7) і є одним з модулів загального програмного комплексу, який призначений для функціонування бази даних «EcoDB»:

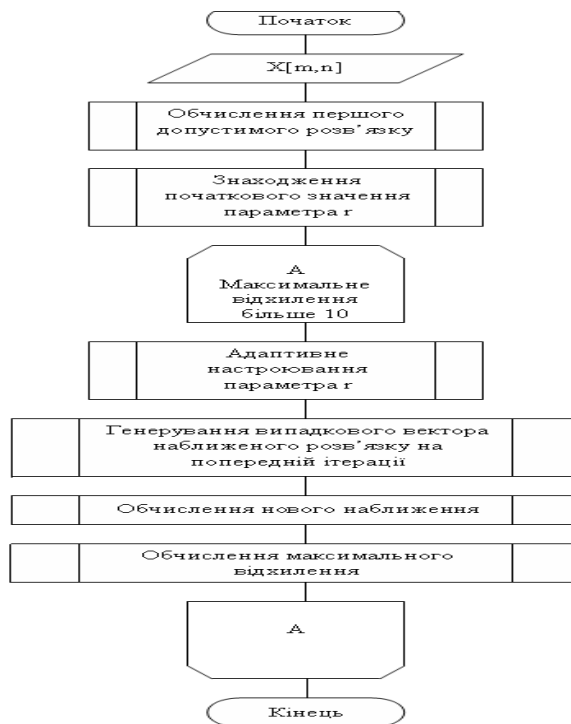


Рисунок 7 – Блок-схема методу параметричної ідентифікації

Даний програмний комплекс складається з 5 головних модулів (рис. 8):

- 1) модуль обчислення початкового наближення допустимого розв'язку ІСЛАР;
- 2) модуль адаптивного настроювання параметра r ;
- 3) модуль обчислення максимального відхилення;
- 4) модуль генерування випадкового вектора наближеного розв'язку;
- 5) модуль обчислення нового обмеження.

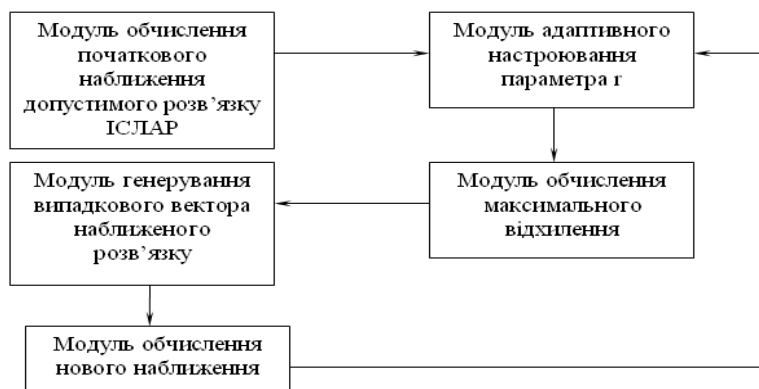


Рисунок 8 – Головні модулі програмного комплексу

Для запуску програми на комп'ютер достатньо в стрічці меню бази даних «*EcoDB*» вибрати пункт меню «**Моделювання**».

Дана програма передбачає такі етапи виконання:

- 1) звернення до бази даних;
- 2) зчитування необхідних для моделювання даних;
- 3) обчислення параметрів моделі;
- 4) виведення знайдених параметрів на екран;
- 5) графічна демонстрація даних моделювання;
- 6) збереження вхідних та вихідних даних.

Перший етап роботи з програмою – задання даних. Після запуску програми з бази даних «*EcoDB*» з'являється форма задання даних та розмірності задачі моделювання (рис.9. а, б).

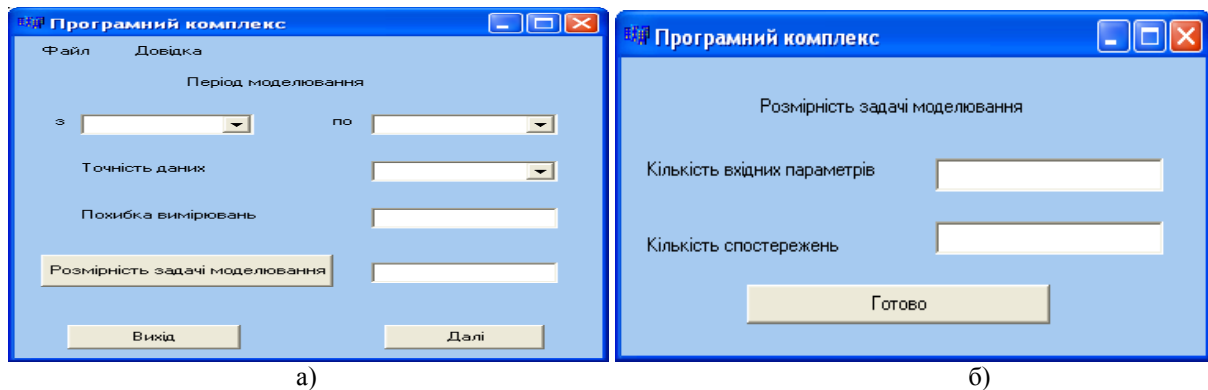


Рисунок 9 - Форма: а) задання даних; б) задання розмірності задачі

Коли дані введені і натиснута кнопка «Далі», програма виводить наступні форми – форму зчитування даних з бази даних «EcoDB» і представлення їх в інтервальному вигляді та форму задання інтенсивності транспортного потоку (рис.10а,б).

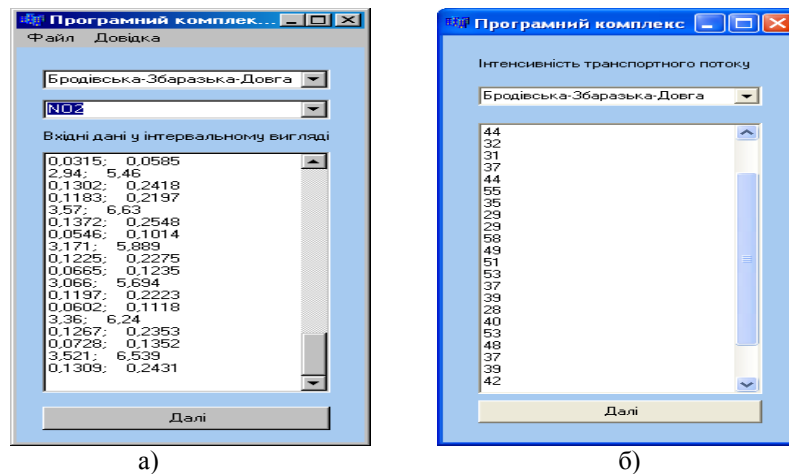


Рисунок 10 - Форми: а) для зчитування даних; б) для задання управління

Другий етап роботи програми – дані зчитані по всіх речовинах і автоматично додані програмою. Після цього, натиснувши кнопку «Графік», програма почне опрацювання даних. Даний процес може зайняти декілька хвилин часу в залежності від обсягів введеної інформації і від розмірності задачі моделювання.

Третій етап роботи програми – це виведення результату. Після обробки даних програма видасть наступні результати:

1. Графічне відображення коридору експериментальних даних $[\bar{x}_{k+1}]$ та прогнозного коридору $[\hat{x}_{k+1}]$.

2. Значення ідентифікованих параметрів моделі, а також саму модель.

Дані за кожним об'єктом і за кожною речовиною відображаються на окремих графіках.

Щоб переглянути параметри моделі, які ми ідентифікуємо (матриці параметрів моделі G та Q , а також вигляд самої моделі), потрібно у верхньому меню вибрати пункт «Параметри моделі». Форма перегляду ідентифікованих параметрів моделі зображена на рис. 11.

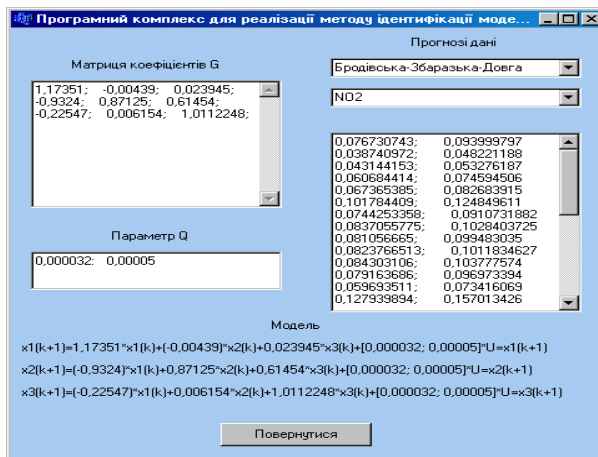


Рисунок 11 - Форма виводу ідентифікованих параметрів моделі

V. Висновки

1. Вперше поставлена та розв'язана задача ідентифікації інтервальної моделі динаміки концентрації шкідливих викидів.

2. Результати моделювання показали, що точність моделювання концентрації шкідливих викидів знаходиться в межах варіації реальних значень, що підтверджує ефективність досліджуваного методу параметричної ідентифікації інтервальних динамічних моделей та програмного забезпечення, розробленого для його реалізації.

Література

1. Лычак М.М. Синтез дискретных адаптивных систем управления на основе теоретико-множественных моделей неопределенности // Дис. докт. физ. – мат. наук. - Киев: Ин-т киб., 1995.
2. Aubin J.-P., Frankowska H. Set-Valued Analysis. - Boston: Birkhauser, 1990.
3. Куссуль Н.Н. Исследование сходимости размытого алгоритма наблюдения для многомерных динамических систем // Проблемы управления и информатики. - 1996. - №4. – С. 54 – 61.
4. Дивак М., Стахів П., Максимова І. Удосконалений метод допустимого оцінювання розв'язку ІСЛАР при ідентифікації параметрів динамічних моделей // Відбір і обробка інформації. – Львів, 2006. – Випуск 26 (102). – С. 27 - 35.

Одержано 12.06.2007 р.

УДК 517.94

Й. Лучко, докт. техн. наук; Р. Пелех

Львівський державний аграрний університет

ДВОСТОРОННІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Виведено двосторонні розрахункові формули першого та другого порядку точності розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Одна з них дає верхнє, а друга – нижнє наближення до точного розв'язку. Наведено функції стійкості запропонованих числових методів.

J. Luchko, R. Pelekh

TWO-SIDE METHODS FOR THE SOLUTION NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

The two-side formulas of the first and second order of accuracy for the solution of Cauchy problem for ordinary differential equations are constructed. One of them gives upper approximation and the other lower one of exact solution. Their stability functions are found.