

# ПРОГНОЗУВАННЯ ТРИВАЛОСТІ СТАДІЙ БАГАТОЦИКЛОВОГО ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ СПЛАВІВ ЗА НАЯВНОСТІ КОНЦЕНТРАТОРІВ НАПРУЖЕНЬ

**О.М. Герасимчук**

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України, Київ, Україна

**Abstract.** The model for estimating the fatigue life of samples or structures under a uniaxial regular cyclic loading is proposed, which allows to calculate the number of cycles prior to crack initiation at the notch and during crack growth based on the characteristics of the monotonic strength and microstructure of the initial material .

**Мікроструктуро-залежна модель для оцінки тривалості стадій втоми гладких зразків за постійного розмаху напружень.** Пропонується оцінювати довговічність до руйнування  $N_{total}$  як суму довговічностей до ініціювання тріщини  $N_i$  і під час її росту  $N_{FCG}$  :

$$N_{total} = N_i + N_{FCG}. \quad (1)$$

Для оцінки втомною довговічності до ініціювання поверхневої тріщини глибиною в один розмір зерна  $d$  за регулярного циклічного симетричного ( $R=-1$ ) одновісного навантаження гладких зразків у [1] було отримано наступне рівняння:

$$N_i = \left( \beta / (\sigma_a - \sigma_{-1,e}) \right)^\alpha, \quad (2)$$

де

$$\beta = \frac{EM}{(1+\nu)^3 \sqrt{\pi(1-\nu)}}, \quad (3)$$

де  $M$  – середнє значення фактору Тейлора відносно напрямку дії  $\sigma_a$ , яке визначається з аналізу кристаліграфічної текстури вихідного матеріалу,  $E$  – модуль пружності і  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона, що визначаються з випробувань стандартних зразків на короткочасний розтяг,  $\sigma_{-1,e}$  – границя витривалості гладких зразків за симетричного циклу (параметр, що розраховується),  $\sigma_a$  – амплітуда прикладеного напруження,  $N_i$  – кількість циклів навантаження. Показник степеня в рівнянні (2) у загальному випадку залежить від енергії дефекту упаковки та морфології ковзання, і, як було експериментально встановлено багатьма дослідниками, значення  $\alpha=2$  задовільно підходить для титанових сплавів та багатьох інших конструкційних сплавів.

Границю витривалості гладких зразків можна визначити за отриманою в [2] феноменологічною залежністю  $\sigma_{-1,e}$  від розміру зерна  $d$ :

$$\sigma_{-1,e} = E \sqrt{b/l_c}, \quad (4)$$

$$l_c = E^2 b \left( A + B \cdot \arctg \left( \left( E \sqrt{\frac{b}{4d}} - A \right) / B \right) \right)^{-2}, \quad (5)$$

де  $A = (\sigma_f + \sigma_p) / 2$ ;  $B = (\sigma_p - \sigma_f) / \pi$ ;  $\sigma_f \cong ME [2(1+\nu)]^{-1} \cdot 10^{-3}$  – напруження внутрішнього тертя в кристалічній ґратці;  $\sigma_p$  – границя пропорційності, що визначається з випробувань на короткочасний розтяг;  $d$  – середнє значення розміру зерна, що визначається з аналізу мікроструктури вихідного матеріалу;  $b$  – модуль вектора Бюргерса.

Довговічність на другій стадії втомного руйнування  $N_{FCG}$ , тобто під час росту втомною тріщини від початкової глибини  $l = d$  до кінцевої глибини  $l = l_t$ , розраховується за наступним рівнянням [1]:

$$N_{FCG} = \frac{1}{b} \int_d^{l_t} \left( \frac{2K_{th,l}}{\sigma_a (Y_1 + Y_2) \sqrt{\pi l}} \right)^{m_1} dl + \frac{1}{b} \left( \frac{K_{th,LC}}{K_T} \right)^m \int_{l_i}^{l_t} \left( \frac{K_T}{\sigma_a Y_2 \sqrt{\pi l}} \right)^{m_1} dl + \frac{1}{b} \int_{l_i}^{l_t} \left( \frac{K_{th,LC}}{\sigma_a Y_2 \sqrt{\pi l}} \right)^m dl \quad (6)$$

де

$$l_i = l_s (\sigma_{-1,e} / \sigma_a)^2, \quad (7)$$

$$l_s = \frac{8^2 \cdot \pi (1 + \nu)^2 h}{12 \cdot M^2 b} \cdot d, \quad (8)$$

$$K_{th,l} = K_{th,d} \frac{Y_2}{Y_1} \left( \frac{l}{d} \right)^{m'}, \quad (9)$$

$$m' = \frac{1}{2} \cdot \log \left( \frac{l_s}{d} \right) / \log \left( \frac{l_s \cdot \sigma_{-1,e}^2}{d \cdot \sigma_a^2} \right), \quad (10)$$

$$K_{th,d} = \sigma_{-1,e} Y_1 \sqrt{\pi d}, \quad (11)$$

$$m_l = 3 \frac{\log(E\sqrt{b}) - \log K_f}{\log K_{th,l} - \log K_f}, \quad (12)$$

$$\log K_f = \frac{1}{3} (3 \log E + \log \sqrt{b} - 5), \quad (13)$$

$$K_{th,LC} = \sigma_{-1,e} Y_2 \sqrt{\pi l_s}, \quad (14)$$

$$K_T = \sigma_p \sqrt{12 \cdot \pi d}, \quad (15)$$

$$m_l = \left( m'_d \cdot \log \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1,e}} - m \cdot \log \frac{K_T}{K_{th,LC}} \right) / \log \sqrt{\frac{d}{l'_i}}, \quad (16)$$

$$l'_i = 12 \cdot d (\sigma_p / (Y_2 \sigma_a))^2, \quad (17)$$

$m$  розраховується за формулою (12), підставляючи  $K_{th,LC}$  (пороговий КІН для довгої тріщини (ДТ)) замість  $K_{th,l}$  (пороговий КІН для фізично малої тріщини (ФМТ) розміром  $l$ );  $m'_d$  розраховується за (12), підставляючи  $K'_{th,d}$  (пороговий КІН для мікроструктурно короткої тріщини (МКТ) розміром  $d$ ) замість  $K_{th,l}$ , а  $K'_{th,d}$  – за формулою (11), підставляючи  $Y_2$  замість  $Y_1$ ;  $l_t$  – кінцева глибина тріщини, що приймається за критерій руйнування від втоми;  $h$  – відстань між сусідніми паралельними площинами ковзання у кристалічній ґратці залежно від того, яка система ковзання активується відповідно до визначеного фактора Тейлора  $M$ ;  $Y_1$  та  $Y_2$  – геометричні фактори для найглибшої точки фронту плоскої напівкруглої поверхневої тріщини:  $Y_2 = 0,73$  (для ДТ і ФМТ),  $Y_1$  (для МКТ) залежно від  $M$  розраховується за формулою [3]:

$$Y_1 = Y_2 (2\sqrt{1/(d/l_s + 1)} - 1). \quad (18)$$

Фактор орієнтування враховується у формулі (18) параметром  $l_s$ , який, зі свого боку, залежить від параметра орієнтування  $M$  ( $M = 1/m_s$ ,  $m_s$  – фактор Шміда) (див. формулу (8)).

Рівняння (6) являє собою суму довговічностей під час росту тріщини на трьох етапах її росту в умовах багатоциклової втоми і отримано в результаті інтегрування відповідних рівнянь швидкості росту  $dl/dN$  на кожному етапі. Перший етап – це ріст ФМТ уздовж площин ковзання окремих зерен від глибини  $d$  (кінцевий розмір МКТ) до глибини  $l_i$ , яка визначається за рівнянням (7). На цій глибині відбувається зміна механізму подальшого росту тріщини, і починається другий етап – ріст ФМТ у площині, перпендикулярній напрямку дії прикладеного напруження розтягу  $\sigma_a$ , до глибини  $l'_i$ , яка визначається за формулою (17). Тріщину такого розміру  $l'_i$  вже можна вважати довгою, виходячи з умови, що розмір циклічної пластичної зони попереду її вістря досягне розміру зерна  $d$ , при цьому прикладений КІН у її вістрі досягне значення  $K_T$  (формула (15)), і починається третій етап – ріст ДТ до кінцевої глибини  $l_t$ . Детальне описання моделі росту тріщини на цих етапах представлено у [4].

Наведена вище модель (формули (1) – (18)) для оцінки втомної довговічності була перевірена на експериментальних втомних даних для восьми різних двофазних

титанових сплавів з різними типами мікроструктури і отримано задовільний збіг розрахованих кривих втоми до руйнування з експериментальними даними [1].

**Урахування наявності концентратора напружень.** У деталях машин зародження втомної тріщини відбувається, як правило, у місцях концентрації напружень. Втомна міцність зразків та елементів конструкцій за наявності концентратора напружень аналізується за допомогою різних підходів залежно від геометрії концентратора.

*Тупі концентратори.* Формула для оцінки границі витривалості за симетричного циклу навантаження зразків із тупими концентраторами ( $K_t \leq 4$ ,  $K_t$  – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень) пропонується у наступному вигляді:

$$\sigma_{-1} = \frac{E\sqrt{b}}{K_t} \sqrt{1/l_c + 4,5/\rho}, \quad (19)$$

де  $\rho$  – радіус вершини концентратора;  $l_c$  – критична відстань, розраховується за формулою (5).

Таким чином, довговічність до ініціювання втомної тріщини  $N_i$  за наявності тупого концентратора напружень розраховується за рівнянням (2), підставляючи при цьому (3), (19) і (5).

Після того, як тріщина ініціювалась у вершині такого концентратора, вона спочатку росте в зоні піка локальних напружень, обмеженій критичною відстанню  $l_c$ , на якій амплітуду прикладених локальних напружень можна вважати постійною, що дорівнює

$$\bar{\sigma}_a(l_c) = \sigma_a K_t / \sqrt{1 + 4,5 \cdot l_c / \rho}, \quad (20)$$

а потім – у зоні градієнту локальних напружень. Прикладена амплітуда локальних напруження  $\sigma_a(l)$  на цій ділянці зменшується до рівня номінальної  $\sigma_a$  за рівнянням

$$\sigma_a(l) = \sigma_a K_t / \sqrt{1 + 4,5 \cdot l / \rho}. \quad (21)$$

Отже, довговічність під час росту втомної тріщини від вершини тупого концентратора буде розраховуватись за таким же рівнянням (6), що і для гладких зразків, тільки на три характерні ділянки росту накладатиметься ще одна ділянка залежно від її розміру  $l_c$  відносно межі характерної ділянки  $l_i$ , де замість номінального напруження  $\sigma_a$  потрібно підставляти  $\sigma_a(l_c)$ , визначене за рівнянням (20), а для решти ділянок підставляти  $\sigma_a(l)$ , визначене за рівнянням (21).

Для підтвердження достовірності запропонованої вище моделі для оцінки довговічності з урахуванням концентрації напружень було використано результати випробувань на втому в умовах симетричного ( $R=-1$ ) згину зразків «конденсат/підкладка» з титанового сплаву Ti-6Al-4V, які містили концентратори напружень у вигляді дефектів від технології виготовлення конденсату [3]. На рис. 1а наведено результати випробувань на втому до руйнування за встановленим критерієм  $l_r=0,1$  мм зразків «конденсат / підкладка» зі сплаву Ti-6Al-4V. Там же нанесено розраховані за запропонованою моделлю криві втоми до руйнування для умовно бездефектного конденсату і для конденсату з найбільшим концентратором. На рис. 1б представлено порівняння розрахованих та експериментально встановлених довговічностей до руйнування для кожного випробуваного зразка, з якого видно задовільний збіг розрахунку з експериментальними даними.

*Гострі концентратори.* За наявності гострого концентратора ( $K_t > 4$ ) втомна міцність дається пороговим розмахом КІН, і поява фізично малих втомних тріщин, що не розповсюджуються, зумовлена наявністю достатньо високого градієнту напружень та ефекту закриття тріщини. У цьому випадку втомна міцність вже перестає бути залежною від  $K_t$  і керується переважно глибиною концентратора та пороговим розмахом напружень  $\Delta\sigma_{th}$  для фізично малих або довгих тріщин. Рівняння граничної кривої порогових напружень,  $\sigma_{th}=f(l)$ , у термінах максимального напруження циклу, для концентратора глибиною  $D$  пропонується у наступному вигляді [5]:

$$\sigma_{-1,th} = E\sqrt{b/l_c} \cdot Y_1 \sqrt{d} \frac{1 + (\sqrt{l_s/d} - 1) \left\{ 1 - \exp\left[ -(d-l) / ((\sqrt{l_s/d} - 1)l_c) \right] \right\}}{Y\sqrt{D+l}}, \quad (22)$$

де  $Y$  – геометричний фактор для концентратора і тріщини.

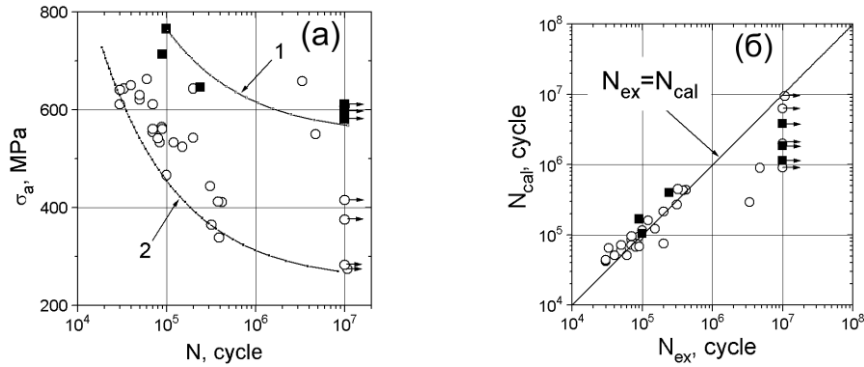


Рис. 1 Порівняння результатів розрахунку і експерименту: *a* – розраховані криві втоми: крива 1 для умовно бездефектного конденсату ( $K_f=1$  і  $\rho=\infty$ ), крива 2 для конденсату з концентратором у вигляді наскрізного отвору діаметром  $2\rho=300$  мкм ( $K_f=2,913$ ); *b* – порівняння розрахованих  $N_{cal}$  довговічностей з експериментальними  $N_{ex}$ .  $\circ$ ,  $\blacksquare$  – експериментальні дані;  $\circ$  – руйнування ініціювалося від дефекту в конденсаті,  $\blacksquare$  – руйнування ініціювалося від поверхні підкладки.

Для оцінки тривалості стадії зародження тріщини,  $N_i$ , за наявності гострого концентратора пропонується використовувати рівняння (2), враховуючи (3), де замість  $\sigma_{-1,e}$  треба підставляти значення  $\sigma_{-1,th}$ , розраховане за формулою (22) для  $l=d$ . Таким чином, для умов симетричного циклу навантаження за різних значень амплітуди прикладеного напруження,  $\sigma_a$ , матимемо криву втоми,  $\sigma_a = \beta N^{1/2} + \sigma_{-1,th}(d)$  до ініціювання від вершини гострого концентратора тріщини розміром  $l=d$  (рис. 2).

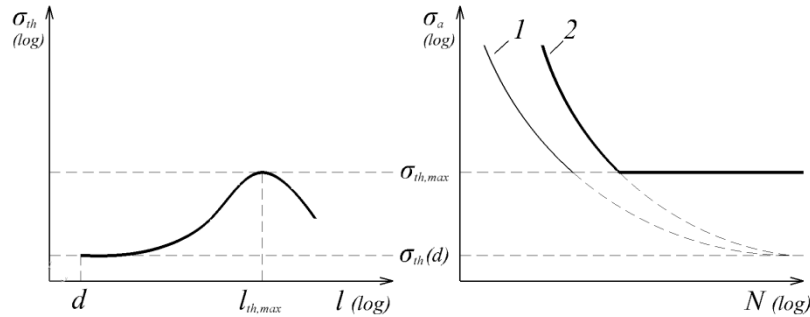


Рис. 2 Схема побудови розрахованої за запропонованою моделлю кривої втоми до руйнування зразків з гострим концентратором (ліворуч наведено граничну криву порогових напружень, рівняння (22)): 1 – крива втоми до ініціювання МКТ глибиною  $l=d$ ; 2 – крива втоми до руйнування (жирна суцільна лінія).

Тривалість стадії росту тріщини,  $N_{FCG}$ , оцінюється за рівнянням:

$$N_{FCG} = \frac{1}{b} \int_{a_{in}}^{a_x} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma Y \sqrt{\pi(a+l_D)}} \right)^3 da + \frac{1}{b} \int_{a_x}^{a_i} \left( \frac{\Delta K_{th,LC}}{\Delta \sigma Y \sqrt{\pi a}} \right)^m da, \quad (23)$$

де  $a=D+l$ ,  $a_{in}=D+d$ ,  $l_D=l_s(Y_2/Y)^2$ ,  $\Delta K_{th}$  – пороговий розмах КІН, який поступово збільшується внаслідок поступового збільшення ефекту закриття з ростом тріщини, і який розраховується за рівнянням:

$$\Delta K_{th} = E\sqrt{b} + (\Delta K_{th,LC} - E\sqrt{b}) \left[ 1 - e^{-k'(a-D-d)} \right], \quad (24)$$

де

$$k' = (E\sqrt{b}) / (l_c(\Delta K_{th,LC} - E\sqrt{b})). \quad (25)$$

Отже, крива втоми до руйнування,  $\sigma_a=f(N_i+N_{FCG})$ , за наявності гострого концентратора матиме вигляд, як показано на рис. 2. Тобто, визначивши максимум функції (22)  $\sigma_{th,max}$ , можна таким чином визначити точку перелому кривої втоми до руйнування від похилої ділянки до горизонтальної на рівні границі витривалості  $\sigma_{th,max}$ .

**Урахування асиметрії циклу навантаження.** Втомна міцність за асиметричного циклу навантаження визначається розмахом напружень  $\Delta\sigma_R$  або максимальним напруженням циклу  $\sigma_{max,R}$  як емпіричною функцією границі витривалості за симетричного циклу  $\sigma_{-1}$ . Ця залежність для гладких зразків за різних асиметрій  $R$  пропонується у наступному вигляді:

$$\Delta\sigma_{R,e} = \frac{2\sigma_{-1,e}}{1 + (\sigma_{-1,e}(1+R))/(\sigma_{0,2}(1-R))} \quad (26)$$

та

$$\sigma_{max,R,e} = \Delta\sigma_{R,e}/(1-R). \quad (27)$$

У випадку присутності обох чинників, тобто концентрації напружень і асиметрії циклу одночасно, потрібно формулу (19) для розрахунку границі витривалості за наявності тупого концентратора  $\sigma_{max,R}$  записати наступним чином:

$$\sigma_{max,R} = \frac{\sigma_{max,R,e}}{K_t} \sqrt{1 + 4,5 \frac{l_c}{\rho}}, \quad (28)$$

а формулу (22) для випадку гострого концентратора – у наступному вигляді:

$$\sigma_{max,R} = \sigma_{max,R,e} Y_1 \sqrt{d} \frac{1 + (\sqrt{l_s/d} - 1) \left[ 1 - \exp\left\{-(d-l)/((\sqrt{l_s/d} - 1)l_c)\right\}\right]}{Y\sqrt{D+l}}. \quad (29)$$

Тоді рівняння довговічності до ініціювання тріщини від концентратора з урахуванням асиметрії циклу матиме наступний вигляд:

$$N_i = \left( \frac{\beta}{\sigma_{max} - \sigma_{max,R}} \right)^2 \quad (30)$$

або

$$N_i = \left( \frac{(1-R)\beta}{\Delta\sigma - \Delta\sigma_R} \right)^2. \quad (31)$$

Для оцінки тривалості стадії росту тріщини від тупого концентратора використовується рівняння (6) без змін. Поряд з цим, на відміну від симетричного циклу для випадків наявності асиметрії  $R \geq 0$  під час розрахунку параметрів рівняння (6),  $K_T$  та  $l_i'$ , у формулах (15) і (17) замість коефіцієнта 12 потрібно підставляти 3, внаслідок збільшення у 4 рази розміру циклічної пластичної зони попереду вістря тріщини для позитивних асиметрій циклу порівняно з симетричним циклом навантаження за однакового рівня рушійної сили. Окрім того, замість амплітуди напружень  $\sigma_a$  потрібно підставляти максимальне значення циклу напружень  $\sigma_{max}$ . Для розрахунку тривалості стадії росту тріщини від гострого концентратора використовується рівняння (23).

Для розрахунку кривих втоми за запропонованою моделлю з урахуванням асиметрії циклу і концентрації напружень та порівняння з експериментальними даними було використано результати праці [6]. У [6] наведено результати випробувань на втому за асиметрії  $R=0,1$  до руйнування зразків із титанового сплаву Ti-6Al-4V. Зразки були двох типів: прямокутного поперечного перерізу  $5 \times 15$  мм (умовне позначення – FL) та круглого поперечного перерізу  $\varnothing 5$  мм (умовне позначення – CY). Випробовувались гладкі зразки та зразки зі штучно нанесеним на поверхню зразків тупим концентратором напружень, що імітує ливарні дефекти виготовлення деталей авіаційної техніки. У [6] також наведено дані вимірювань шорсткості поверхні гладких зразків за параметром  $R_v$ , який характеризує глибину впадин, оскільки, як показали дослідження осередків ініціювання тріщини, саме від вістря впадини відбувалось ініціювання. Середнє значення  $R_v$  для гладких FL-зразків дорівнює 10 мкм, а для CY-зразків – 19 мкм. Отже, оскільки середній розмір впадини перевищує середній розмір

зерна,  $d_{FL}=3,5\text{мкм}$  і  $d_{CY}=7\text{мкм}$ , то таку впадину можна вважати гострим мікроконцентратором у вигляді поверхневої пів-еліптичної короткої тріщини глибиною  $D=R_y$ . На рис. 3 наведено розраховані за запропонованою моделлю криві втоми до ініціювання втомної тріщини розміром  $l=d$  до руйнування за критерієм  $a_i=4\text{мм}$  для чотирьох вищевказаних партій зразків з титанового сплаву Ti-6Al-4V порівняно з експериментальними даними. Як видно з рис. 3, розраховані криві втоми до руйнування задовільно інтерпретують експериментальні результати, що підтверджує достовірність запропонованої моделі. Розбіжність методик оцінки кривої втоми для різних типів концентраторів полягає тільки у використанні різних моделей для оцінки границі витривалості, а відтак, різних методик побудови кривої втоми до руйнування.

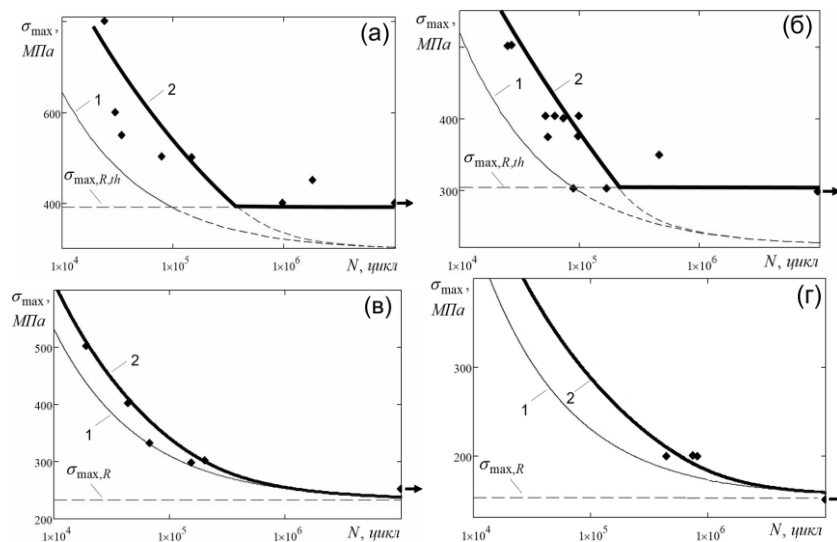


Рис. 3 Порівняння розрахованих кривих втоми з експериментальними результатами випробувань на втому зразків зі сплаву Ti-6Al-4V: 1 – криві втоми до ініціювання тріщини; 2 – криві втоми до руйнування (жирні суцільні лінії). а – «гладкі» FL-зразки; б – «гладкі» CY-зразки; в – FL-зразки зі штучно нанесеним концентратором; г – CY-зразки зі штучно нанесеним концентратором. Експериментальні дані (точки) взято з [6].

## Література

1. Herasymchuk O. M. Calculating the fatigue life of smooth specimens of two-phase titanium alloys subject to symmetric uniaxial cyclic load of constant amplitude / O. M. Herasymchuk, O. V. Kononuchenko, P. E. Markovsky, V. I. Bondarchuk. // Int. J. Fatigue. – 2016. – №83. – С. 313–322.
2. Herasymchuk O. M. Nonlinear relationship between the fatigue limit and quantitative parameters of material microstructure / O. M. Herasymchuk. // Int. J. Fatigue. – 2011. – №33. – С. 649–659.
3. Herasymchuk O. M. Fatigue life calculation for titanium alloys considering the influence of microstructure and manufacturing defects / O. M. Herasymchuk, O. V. Kononuchenko, V. I. Bondarchuk. // Int. J. Fatigue. – 2015. – №81. – С. 257–264.
4. Herasymchuk O. M. Microstructurally-dependent model for predicting the kinetics of physically small and long fatigue crack growth / O. M. Herasymchuk // Int. J. Fatigue. – 2015. – №81. – С. 148–161.
5. Герасимчук О. М. Застосування модифікованої КТ-діаграми для оцінки втомної міцності за наявності концентратора напружень / О. М. Герасимчук // Пробл. міцності. – 2018. – №4. – С.114–127.
6. Leopold G., Influence of artificial and casting defects on fatigue strength of moulded components in Ti-6Al-4V alloy / G. Leopold, Y. Nadot, T. Billaudeau, J. Mendez // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2015. – № 38. – С. 1026–1041.