УДК621.326
Паперовська С. – гр. КІ -106
Технічний коледж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя

СИМЕТРИЧНІ ДІАФАНТОВІ РІВНЯННЯ ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕННЯ

Науковий керівник викладач-методист Кметь З.І

Paperovska S. - group CE-106
Technical college Ternopil Ivan Puluj National Technical University

SYMMETRIC DIASANT EQUATIONS OF THE FOURTH DEGREE

Supervisor: teacher-methodologist Kmet Z.I

Ключові слова: симетричні многочлени, діафантові рівняння.
Keywords: symmetric polynomials, diaphantic equations.

Діафантові рівняння – невизначені полімінальні рівняння з цілими коефіцієнтами, в яких невідомі змінні можуть набувати тільки цілих значень. Існують різні методи розв'язування діафантових рівнянь. Розглянемо використання методу розкладання лівої частини однорідного симетричного рівняння на множники. Однорідний многочлен степеня n – це многочлен степеня n від кількох невідомих, кожний член якого має степінь n відносно сукупності всіх невідомих:

$P(x; y) = a_o x^n y^o + a_1 x^{n-1} y + a_2 x^{n-2} y^2 + \ldots a_n x^o y^n$.

Симетричними діафантовими рівняннями з двома невідомими називатимемо рівняння ліва і права частина яких симетричні многочлени відносно двох невідомих:

$x^2+xy+y^2 = x + y$

$x^3+y^3 = x^2 – xy + y^2$

При розв'язуванні симетричних діафантових рівнянь застосовують теорему.

Теорема. Будь-який симетричний многочлен від x та y можна подати у вигляді многочлена від

$u = x + y$ і

$v = xy$, тоді

$S_4 = u^4 – 4vu^2 + 2v^2 = 2v^2 – 4u^2v + u^4$.

Приклад. Розв'язаний в цілих числах не визначення рівняння

$2x^4 + 3x^3y + 6x^2y^2 + 3xy^3 + 2y^4 = 0$

Розв'язування.

1) Очевидно, що (0; 0) – розв'язок рівняння.

2) Знайдемо інші. Згрупувавши доданки дістанемо:

$2(x^4 + y^4) + 3xy(x^2+y^2) + 6x^2y^2 = 0$

Підставимо:

$x^4 + y^4 = S_4$; $x^2 + y^2 = S_2$ $\quad x + y = u \quad\quad xy = v$

$2u^4 – 5u^2v + 4v^2 = 4v^2 – 5u^2v + 2u^4 = 0$

$Д = 25u^4 – 4 \cdot 4 \cdot 2u^4 = 25u^4 – 32u^4 = –7u^4 < 0$.

Отже, квадратне рівняння

$4v^2 – 5u^2v + 2u^4$ немає цілих розв'язків, якщо

$u \neq 0$

$v \neq 0$

Врахувавши, що

$u = x + y$ належать

$v = xy$

До цілих чисел, то дане рівняння має одним розв'язком пару чисел (0; 0) на множині цілих чисел.

Відповідь: (0; 0).