УДК 519.635.1
Змійовський Н. –ст. гр. МБ-31
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗОК БІГАРМОНІЧНОГО РІВНЯННЯ В ПОЛІНОМАХ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Федак С.І.

Zmiyovsky N.
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

SOLVING BIHARMONIC EQUATION IN POLYNOMICS

Supervisor: Fedak S.

Ключові слова: поліноми, бігармонічна функція.
Key words: polinomics, bi-harmonic function.

Розв'язок плоскої задачі можна здійснити напівзворотнім методом, якщо спочатку задатися аналітичною формою функції напружень, що задовольняє бігармонічне рівняння, а потім визначити, яким навантаженням на контурі вона відповідає. У якості бігармонічної функції можна прийняти алгебраїчні поліноми різних степенів.

Поліном першого степеня $\varphi_1 = a_1 x + b_1 y$ як функція напружень нас не цікавить, тому що нормальні та дотичні напруження, як другі похідні від бігармонічної функції, виявляться рівними нулю.

Якщо розглянути функцію напружень як поліном другого степеня $\varphi_2 = \frac{a_2}{2} x^2 + b_2 xy + c_2 \frac{y^2}{2}$, то бігармонічне рівняння перетворюється в тотожність при будь яких коефіцієнтах. Отже, такий поліном можна використовувати до знаходження розв'язку плоскої задачі.

Аналогічний висновок буде і для поліномів третього порядку $\varphi_3 = \frac{a_3}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{b_3}{1 \cdot 2} x^2 y + \frac{c_3}{1 \cdot 2} y^2 x + \frac{d_3}{2 \cdot 3} y^3$.

У випадку полінома четвертого порядку $\varphi_4 = \frac{a_4}{4 \cdot 3} x^4 + \frac{b_4}{3 \cdot 2} x^3 y + \frac{c_4}{2 \cdot 2} y^2 x^2 + \frac{d_4}{2 \cdot 3} y^3 x + \frac{e_4}{4 \cdot 3} y^4$ на коефіцієнт e_4 накладається умова $e_4 = -a_4 - c_4$.

Якщо використовувати поліноми п'ятого порядку $\varphi_5 = \frac{a_5}{4 \cdot 5} x^5 + \frac{b_4}{3 \cdot 4} x^4 y + \frac{c_5}{2 \cdot 3} y^2 x^3 + \frac{d_5}{2 \cdot 3} y^3 x^2 + \frac{e_5}{4 \cdot 3} y^4 x + \frac{f_5}{4 \cdot 5} y^5$, то необхідні умови на коефіцієнти e_5 та f_5: $e_5 = -3a_5 - 2c_5$; $f_5 = -\frac{1}{3} b_5 - \frac{2}{5} d_5$. Лише за таких умов поліном п'ятого ступеня буде бігармонічною функцією і його можна застосувати до розв'язку плоскої задачі.

За допомогою алгебраїчних поліномів можна знайти розв'язки ряду простих задач, а саме: задачі про чистий згин балки; згин балки, опертої на дві опори під дією рівномірного навантаження; задачі про трикутну підпірну стінку.