Навчально-методична література

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ІВАНА ПУЛЮЯ

І.Р. Козбур, Г.В. Козбур, Р.І. Михайлишин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи по дисципліні

«КОМП'ЮТЕРНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»

«Дослідження розімкнутої лінійної системи автоматичного управління в середовищі MATLAB»

для студентів 4 курсу спеціальності

6.050201 «Системна інженерія»

Тернопіль 2019

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМ. ІВАНА ПУЛЮЯ

Кафедра
Автоматизації технологічних процесів і виробництв

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи по дисципліні
«КОМП'ЮТЕРНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»

«Дослідження розімкнутої лінійної системи автоматичного управління в середовищі MATLAB»

для студентів 4 курсу спеціальності
6.050201 «Системна інженерія»

Тернопіль - ТНТУ – 2019

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи «Дослідження розімкнутої лінійної системи автоматичного управління в середовищі MATLAB», по курсу «Комп'ютерні методи дослідження систем автоматичного управління», для студентів 4 курсу спеціальності 6.050201 «Системна інженерія» / Авт.: Козбур І.Р., Козбур Г.В. Михайлишин Р.І., – Тернопіль: ТНТУ, каф. АВ, 2019. - с. 23

Укладачі: ст. викл. каф. АВ Козбур І.Р., ст. викл. каф. КН Козбур Г.В., ст. викл. каф. АВ, к.т.н. Михайлишин Р.І.

Рекомендовано кафедрою «Автоматизації технологічних процесів і виробництв», протокол № 10 від «5» лютого 2019 р.

Рекомендовано науково-методичною радою ФПТ, протокол № 6 від «26» березня 2019 р.

ЗМІСТ

Лабораторна робота

Дослідження розімкнутої лінійної системи автоматичного управління в середовищі MATLAB

Мета роботи

- освоєння методів аналізу одномірної лінійної безперервної системи за допомогою середовища MATLAB

Завдання роботи

- увести модель системи у вигляді передавальної функції
- побудувати еквівалентні моделі в просторі станів і у формі « нулі-полюси»
- визначити коефіцієнт підсилення в режимі, що встановився, і смугу перепускання системи
- навчитися будувати імпульсну й перехідну характеристики, карту розташування нулів і полюсів, частотну характеристику
- навчитися використовувати вікно **Ltiviewer** для побудови різних характеристик
- навчитися будувати процеси на виході лінійної системи при довільному вхідному сигналі

Дослідження розімкнутої лінійної системи (короткі теоретичні відомості)

Моделі лінійних систем

Для опису лінійних систем можуть застосовуватися кілька способів:

- диференціальні рівняння
- моделі в просторі станів
- передавальні функції
- моделі виду « нулі-полюси»

Перші два способи називаються *часовими*, оскільки описують поведінку системи в часовій області й відображають внутрішні зв'язки між сигналами. Передавальні функції й моделі виду «нулі-полюси» відносяться до *частотних* способів опису, тому що безпосередньо пов'язані із частотними характеристиками системи й відображають тільки вхід-вихідні властивості (тобто, не повністю описують динаміку).

Частотні методи дозволяють застосовувати для аналізу й синтезу алгебраїчні методи, що часто спрощує розрахунки. З іншого боку, для автоматичних обчислень більш придатні методи, засновані на моделях у просторі станів, оскільки вони використовують обчислювально стійкі алгоритми лінійної алгебри.

Вихідні рівняння динаміки об'єктів, які будуються на основі законів фізики, мають вигляд нелінійних диференціальних рівнянь. Для наближеного аналізу й синтезу звичайно проводять їхню лінеаризацію в околі встановленого режиму, і одержують лінійні диференціальні рівняння.

Лінійне рівняння $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 4\dot{u} + 5u$ можна записати в операторній формі

$$(p^2 + 2p + 3)y = (4p + 5)u \quad \text{або} \quad D(p)y = N(p)u$$

де $u(t)$ – вхідний сигнал, $y(t)$ – сигнал виходу, $p = \dfrac{d}{dt}$ – оператор диференціювання, $D(p) = p^2 + 2p + 3$ і $N(p) = 4p + 5$ – операторні поліноми.

Передавальна функція $W(s)$ лінійної стаціонарної системи від комплексної змінної s визначається як відношення перетворення Лапласа виходу до перетворення Лапласа входу при нульових початкових умовах

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad Y(s) = \int_0^\infty y(t)e^{-st}dt, \;\; U(s) = \int_0^\infty u(t)e^{-st}dt \;.$$

Передавальна функція ланки, яка описується наведеним вище рівнянням, рівна

$$W(s) = \frac{4s + 5}{s^2 + 2s + 3},$$

тобто, збігається з відношенням операторних поліномів $N(p)/D(p)$ при заміні змінної p на s.

Передавальна функція в середовищі MATLAB уводиться у вигляді відношення двох багаточленів (поліномів) від комплексної змінної s. Поліноми зберігаються як масиви коефіцієнтів, записаних по *убуванню* ступенів. Наприклад, передавальна функція

$$F(s) = \frac{2s + 4}{s^3 + 1.5s^2 + 1.5s + 1}$$

уводиться в такий спосіб[1]

```
>> n = [2 4]
n =
     2     4
>> d = [1 1.5 1.5 1]
d =
    1.0000    1.5000    1.5000    1.0000
>> f = tf ( n, d )
Transfer function:
        2 s + 4
-------------------------
s3 + 1.5 s2 + 1.5 s + 1
```

або відразу, без попередньої побудови чисельника й знаменника:

```
>> f = tf ( [2 4], [1 1.5 1.5 1] );
```

У пам'яті створюється об'єкт класу **tf**, що описує передавальну функцію. Точка з комою наприкінці команди пригнічує вивід на екран.

По передавальній функції можна легко побудувати модель у формі « нулі-полюси»

```
>> f_zpk = zpk(f)

Zero/pole/gain:
        2 (s+2)
----------------------
(s+1) (s2  + 0.5s + 1)
```

[1] Чорним кольром позначено ввід користувача, синім, – відповідь середовища MATLAB.

Нулями називаються корені чисельника, полюсими – корені знаменника. Ця функція має один нуль у точці $s=-2$ й три полюси в точках $s=-1$ і $s=-0{,}25\pm 0.9682i$. Парі комплексних полюсів відповідає квадратний тричлен.

Модель у просторі станів пов'язана із записом диференціальних рівнянь у стандартній формі Коші (у вигляді системи рівнянь першого порядку):

$$\dot{x}=Ax+Bu$$

$$y=Cx+Du$$

Тут x – вектор змінних стану, розміру $n\times 1$, u – вектор вхідних сигналів (вектор керування), розміру $m\times 1$ та y – вектор вихідних сигналів, розміру $p\times 1$. Крім того, A,B,C і D – постійні матриці. Згідно із правилами матричних обчислень, матриця A повинна бути квадратної розміру $n\times n$, матриця B має розмір $n\times m$, матриця C – $p\times n$ і матриця D – $p\times m$. Для систем з одним входом і одним виходом[2] матриця D – скалярна величина.

Для перетворення передавальної функції в модель у просторі станів використовується команда

```
>> f_ss = ss ( f )
a =
                x1         x2          x3
   x1         -1.5    -0.1875    -0.03125
   x2            8          0           0
   x3            0          4           0
b =
         u1
   x1   0.5
   x2     0
   x3     0
c =
          x1     x2     x3
   y1      0    0.5   0.25
d =
         u1
   y1     0
```

Це означає, що матриці моделі мають вигляд

$$A=\begin{bmatrix}-1.5 & -0.1875 & -0.03125\\ 8 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0.5\\ 0\\ 0\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0 & 0.5 & 0.25\end{bmatrix},\ D=0.$$

Модель у просторі станів можна побудувати не для всіх передавальних функцій, а тільки для *правильних*, у яких ступінь чисельника не вище, чим ступінь знаменника. Наприклад, передавальна функція, –

$$W(s)=\frac{2s^2+3s+1}{s+5}$$

[2] В зарубіжній літературі для одномірних систем використовують скорочення SISO = *Single Input Single Output*.

- неправильна, вона не може бути перетворена в модель у просторі станів.

Використовують також поняття *строго правильної функції*, у якої ступінь чисельника *менше*, чим ступінь знаменника. Якщо побудувати модель у просторі станів для такої функції, матриця D буде дорівнює нулю, тобто, пряма передача із входу на вихід відсутня (при стрибкоподібній зміні входу сигнал на виході буде безперервним).

Коефіцієнт підсилення в установленому режимі.

Одна з найважливіших характеристик лінійної системи – коефіцієнт підсилення в режимі, що встановився, *або статичний коефіцієнт* посиленні *(static gain,* Dc-gain). Його можна визначити значення, що як установилося, сигналу виходу при постійному вхідному сигналі, рівному одиниці. Розмірність цієї величини дорівнює відношенню розмірностей сигналів виходу й виходу.

Розглянемо диференціальне рівняння

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 4\dot{u} + 5u .$$

Вважаючи усі похідні (у режимі, що встановився) рівними нулю, одержуємо

$$3y = 5u \;\Rightarrow\; y = \frac{5}{3}u .$$

Статичний коефіцієнт підсилення рівний $k_s = 5/3$.

Якщо задана передавальна функції, для обчислення k_s потрібно підставити в неї $s = 0$, оскільки змінна s відповідає операторові диференціювання. Розглянутому вище рівнянню можна зіставити передавальну функцію

$$W(s) = \frac{4s+5}{s^2+2s+3} .$$

Тоді

$$k_s = \lim_{s \to 0} W(s) = \frac{5}{3} .$$

Якщо система містить інтегруючу ланку (передавальна функція має полюс у точці $s = 0$), ця межа дорівнює нескінченності, тобто, при постійному сигналі вихід нескінченно збільшується або зменшується, не досягаючи встановленого режиму.

Той же результат можна одержати за допомогою еквівалентної моделі в просторі станів. За допомогою середовища MATLAB знаходимо

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1.5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix},\; B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix},\; C = \begin{bmatrix} 2 & 1.25 \end{bmatrix},\; D = 0 .$$

Вважаючи $\dot{x} = 0$, одержуємо модель, що визначає режим, що встановився

$$\begin{matrix} 0 = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{matrix} \;\Rightarrow\; \begin{matrix} x = -A^{-1}Bu \\ y = Cx + Du \end{matrix} \;\Rightarrow\; y = \left(-CA^{-1}B + D\right)u ,$$

звідки випливає

$$k_s = -CA^{-1}B + D .$$

Для нашої системи, як і раніше, одержуємо $k_s = \frac{5}{3}$. Помітьте, що для того, щоб статичний коефіцієнт підсилення був кінцевий, потрібна оборотність матриці A, тобто, відсутність інтегруючих ланок[3].

Щоб знайти статичний коефіцієнт підсилення моделі **f** в MATLAB, використовується команда

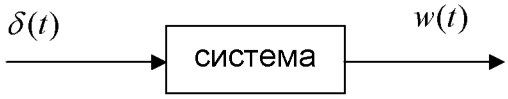
```
>> k = dcgain ( f )
```

Імпульсна характеристика

Імпульсною характеристикою (ваговою функцією) $w(t)$ називається реакція системи на одиничний нескінченний імпульс (дельта-функцію або функцію Дірака) при нульових початкових умовах. Дельта-функція $\delta(t)$ визначається рівняннями

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1 .$$

Це *узагальнена функція* – математичний об'єкт, що представляє собою ідеальний сигнал, ніякий реальний пристрій не здатний його відтворити. Дельта-функцію можна розглядати як межу прямокутного імпульсу одиничної площі із центром у точці $t = 0$ при прямуванні ширини імпульсу до нуля.



Друга назва – *вагова функція* – пов'язана з тим, що для довільного вхідного сигналу $u(t)$ вихід системи $y(t)$ обчислюється як згортка

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,w(t-\tau)\,d\tau = \int_{0}^{\infty} u(t-\tau)\,w(\tau)\,d\tau .$$

Тут функція $w(t)$ як би «зважує» вхідний сигнал у підінтегральному виразі.

Імпульсна характеристика відображає лише вхід-вихідні співвідношення при *нульових початкових умовах*, тобто, не може повністю описувати динаміку системи.

Поняття імпульсної характеристики використовується головним чином для систем, передавальні функції яких *строго правильні*. Якщо передавальна функція правильна, але не строго правильна, коефіцієнт прямої передачі із входу на вихід (матриця D моделі в просторі станів) не дорівнює нулю, тому нескінченний імпульс на вході в момент $t = 0$ передається на вихід. Таку (нескінченну по величині) імпульсну характеристику неможливо побудувати. Система MATLAB у цьому випадку будує імпульсну характеристику для строго правильної частини, встановлюючи $D = 0$. Це один з тих випадків, коли комп'ютер видає якісно невірний результат.

Якщо система не містить інтеграторів, імпульсна характеристика прямує до нуля. Це випливає з теореми про граничне значення:

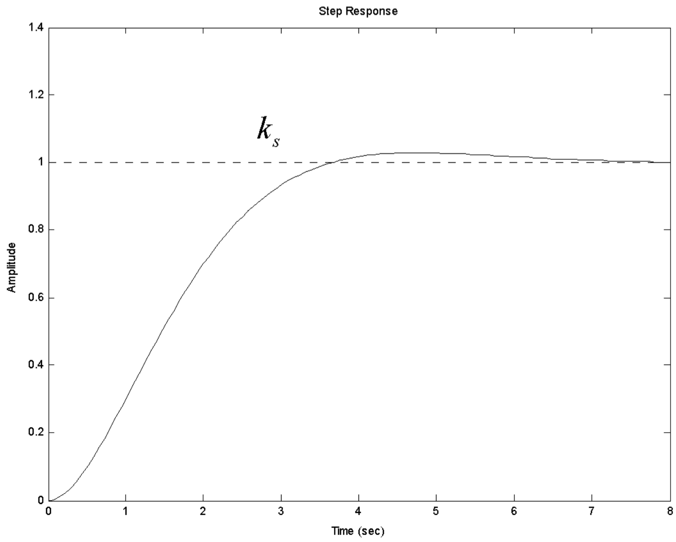
$$\lim_{t\to\infty} w(t) = \lim_{s\to 0} s\,W(s) ,$$

[3] Полюса передавальної функції є власними числами матриці A. Таким чином, якщо в передавальній функції є полюс у точці $s = 0$, матриця A буде виродженою.

де $W(s)$ – передавальна функція системи, яка є перетворенням Лапласа для $w(t)$. Імпульсна характеристика системи з одним інтегратором прямує до постійної величини, рівної статичного коефіцієнта передачі системи без інтегратора. Для системи із двома інтеграторами імпульсна характеристика асимптотично прямує до прямої, із трьома інтеграторами – до параболи і т.д.

Перехідна характеристика

Перехідною характеристикою (перехідною функцією) $h(t)$ називається реакція системи (при нульових початкових умовах) на одиничний східчастий сигнал (одиничний стрибок)



$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}.$$

Імпульсна й перехідна функції зв'язані виразами

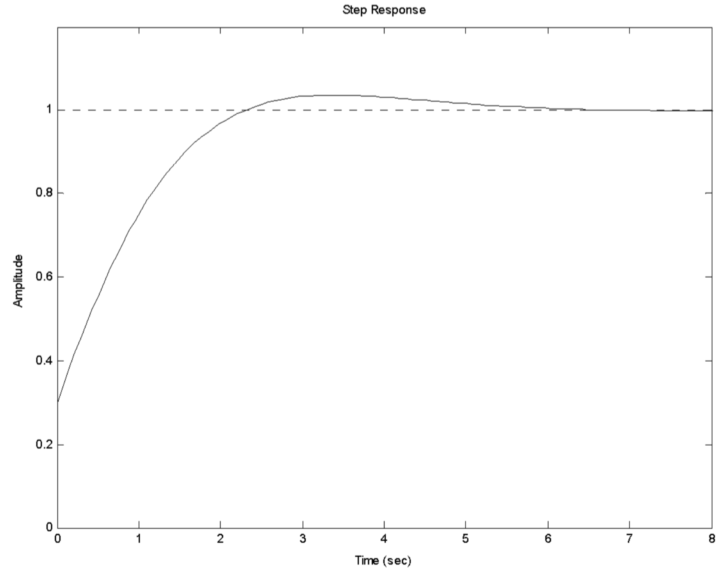
$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}, \qquad h(t) = \int_0^t w(\tau)\,d\tau .$$

Для систем без інтеграторів перехідна характеристика прямує до постійного значення. Перехідна характеристика системи з диференціюючою ланкою (чисельник передавальної функції має нуль у $s = 0$ точці) прямує до нуля. Якщо система містить інтегруючі ланки, перехідна характеристика асимптотично прямує до прямої, параболи і т.д., залежно від кількості інтеграторів.

По визначенню граничне значення перехідної функції $h(t)$ при $t \to \infty$ є статичний коефіцієнт підсилення:

$$k_s = \lim_{t \to 0} h(t) .$$

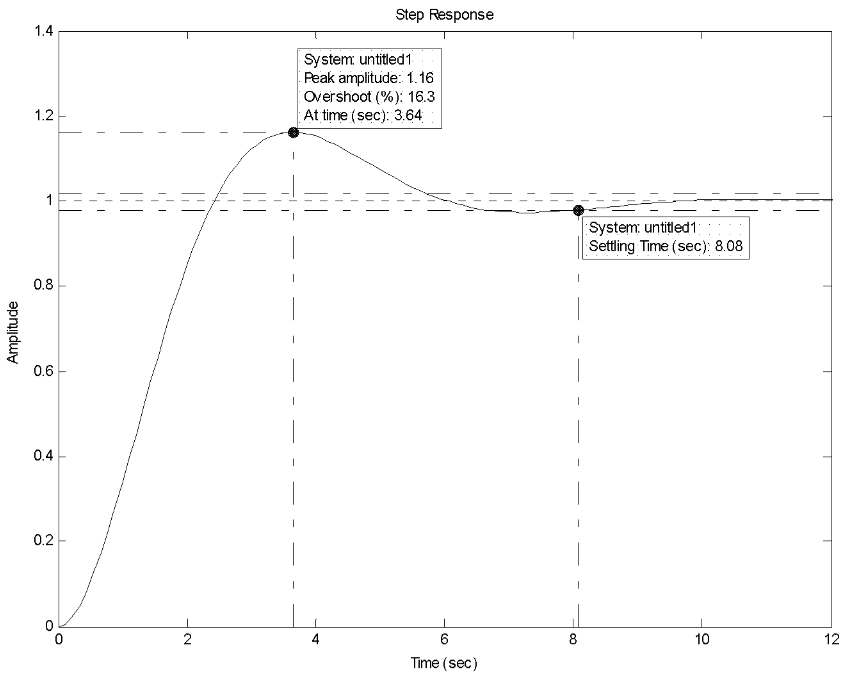
Ця величина має сенс тільки для стійких систем, оскільки при нестійкості перехідний процес не сходиться до кінцевого значення.



Якщо передавальна функція правильна, але не строго правильна (матриця D моделі в просторі станів не дорівнює нулю), стрибкоподібна зміна вхідного сигналу миттєво приводить до стрибкоподібної зміни виходу. Величина цього стрибка дорівнює відношенню коефіцієнтів при старших ступенях чисельника й знаменника передавальної функції (або матриці D моделі в просторі станів).

По перехідній характеристиці можна знайти найважливіші показники якості системи – перерегулювання (*overshoot*) і час перехідного процесу (*settling time*).

Перерегулювання визначається як



$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \times 100\%,$$

де $h_{\max}$ – максимальне значення функції $h(t)$, а $h_{\infty} = \lim_{t \to \infty} h(t)$ – значення, що встановилося, виходу.

Час перехідного процесу – це час, після якого сигнал виходу відрізняється від значення, що встановилося, не більш, ніж на задану малу величину (у середовищі MATLAB за замовчуванням використовується точність 2%).

Частотна характеристика

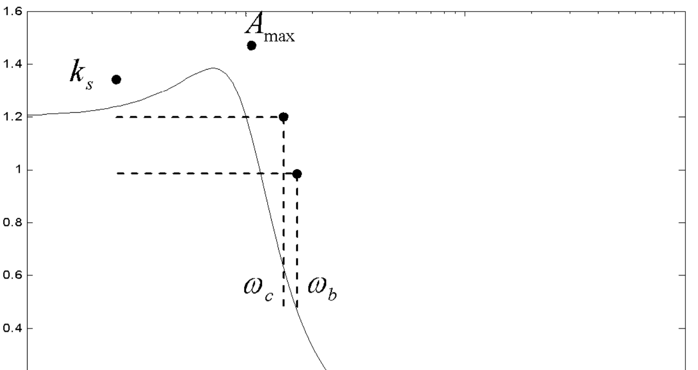
При подачі на вхід лінійної системи гармонійного (синусоїдального) сигналу $u(t) = \sin \omega t$ із частотою ω (вона виміряється в радіанах у секунду), на виході буде також гармонійний сигнал тієї ж частоти, але іншої амплітуди й фази[4] $y(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$, де A – амплітуда й φ – зміщення фази.

Частотна характеристика визначається як реакція системи на комплексний експонентний сигнал $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$ (гармонічний вплив). Для її побудови потрібно використовувати підстановку $s = j\omega$ в передавальній функції $W(s)$. Вираз $W(j\omega)$ називається *частотною передавальною функцією* (*КЧХ*) (комплексною передавальною функцією – КПФ) або *амплітудно-фазовою частотною характеристикою системи* (АФЧХ).

Залежність модуля величини $W(j\omega)$ від частоти називається *амплітудною частотною характеристикою* (АЧХ), а залежність аргументу комплексного числа (фази) $W(j\omega)$ від частоти – *фазовою частотною характеристикою* (ФЧХ):

$$A(\omega) = \left|W(j\omega)\right|, \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}W(j\omega)}{\operatorname{Re}W(j\omega)}.$$

АЧХ показує, наскільки підсилюється амплітуда сигналів різних частот після проходження через систему, а ФЧХ характеризує зміщення фази сигналу.



Реальні об'єкти мають строго правильну передавальну функцію, тому їх АЧХ убуває з ростом частоти й асимптотично прямує до нуля. Говорять, що такий об'єкт має *властивість фільтра* – фільтрує (не пропускає) високочастотні сигнали (перешкоди, шуми вимірів). Ця властивість є основою для використання методу гармонійного балансу.

Частота, після якої значення АЧХ зменшується нижче 0 дБ (коефіцієнт підсилення менше 1, сигнал послабляється), називається *частотою зрізу* системи $\omega_{\tilde{n}}$.Частота, після

[4] Для нелінійних систем це невірно.

якої значення АЧХ падає нижче -3 дБ (коефіцієнт підсилення менше, чим 0.708), називається *смугою перепускання* системи ω_b. Для її обчислення використовують команду

```
>> b = bandwidth ( f )
```

Максимум АЧХ відповідає частоті, на якій посилення найбільше. Значення АЧХ при $\omega = 0$ дорівнює посиленню при постійному сигналі, тобто, статичному коефіцієнту підсилення k_s. Це випливає й з рівності

$$\lim_{\omega \to 0} A(\omega) = \lim_{\omega \to 0} \left| W(j\omega) \right| = \lim_{s \to 0} W(s) = k_s .$$

Для систем з інтегруючими ланками частотна характеристика прямує до нескінченності при $\omega \to 0$. Це значить, що їх вихід нескінченно збільшується або зменшується при постійному вхідному сигналі.

Щоб побудувати частотні характеристики в MATLAB, потрібно спочатку створити масив частот у потрібному діапазоні. Для цього можна використовувати функції `linspace` (рівномірний розподіл точок по лінійній шкалі) і `logspace` (рівномірний розподіл точок по логарифмічній шкалі). Команда

```
>> w = linspace (0, 10, 100);
```

будує масив з 100 точок з рівномірним кроком в інтервалі від 0 до 10, а команда

```
>> w = logspace (-1, 2, 100);
```

– масив з 100 точок з рівномірним кроком по логарифмічній шкалі в інтервалі від 10^{-1} до 10^{2}.

Частотна характеристика на сітці w для лінійної моделі `f` (заданої як передавальна функція, модель у просторі станів або у формі «нулі-полюси») обчислюється за допомогою функції `freqresp`:

```
>> r = freqresp(f, w);
```

Функція `freqresp` повертає тривимірний масив. Це пов'язане з тим, що вона застосовна й для багатомірних моделей (з декількома входами й виходами), передавальна функція яких являє собою матрицю. Перші два індекси позначають рядок і стовпець у цій матриці, а третій – номер точки частотної характеристики. Для системи з одним входом і одним виходом зручно перетворити тривимірний масив в одномірний командою

```
>> r = r(:);
```

Для виводу графіка АЧХ на екран можна використовувати команди MATLAB

```
>> plot ( w, abs(r) );
>> semilogx ( w, abs(r) );
>> loglog ( w, abs(r) );
```

У першому випадку масштаб обох осей координат – лінійний, у другому випадку використовується логарифмічний масштаб по осі абсцис (частот), в останньому – логарифмічний масштаб по обох осях. Для обчислення фази (у градусах) використовується команда

```
>> phi = angle(r)*180/pi;
```

після чого можна будувати ФЧХ, наприклад:

```
>> semilogx ( w, phi );
```

Полюси й нулі характеристичного рівняння

Багато динамічних властивостей системи (наприклад, швидкодія, перерегулювання) визначаються полюсими передавальної функції (або, що те ж саме, власними числами матриці A моделі в просторі станів).

Передавальну функцію можна записати як добуток передавальних функцій елементарних ланок першого й другого порядків. Таким чином, безліч полюсів передавальної функції стійкої системи становлять полюси передавальних функцій двох типів найпростіших ланок: аперіодичних і коливальних.

Аперіодична ланка з передавальною функцією виду $F(s) = \dfrac{1}{Ts+1}$ має єдину характеристику – постійну часу T. Починаючи приблизно із власної частоти[5] $\omega_0 = 1/T$, АЧХ такої ланки починає зменшуватись, наближаючись до нуля.

Коливальна ланка має передавальну функцію $F(s) = \dfrac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$, де T – постійна часу й $0 < \zeta < 1$. Частота $\omega_0 = 1/T$ називається *власною частотою* (*natural frequency*), а параметр ζ – *параметром загасання* або *коефіцієнтом демпфування* (*damping factor*). При зменшенні ζ імпульсна й перехідна функції здобувають яскраво виражений коливальний характер, а на АЧХ з'являється «горб» у районі частоти ω_0. У граничному випадку при $\zeta = 0$ коливання стають незатухаючими, а ланка називається *консервативною*. З іншої сторони при $\zeta = 1$ корені знаменника ставали дійсними, і ланка перетворюється в аперіодичну ланку другого порядку.

Для знаходження полюсів передавальної функції `f` можна використовувати функцію

```
>> p = pole ( f )
```

Виклик функції

```
>> [w0,zeta,p] = damp ( f )
```

дозволяє знайти не тільки полюси `p`, але також відповідні їм власні частоти `w0` і коефіцієнти демпфування `zeta` у вигляді масивів.

Нулі передавальної функції `f` обчислюються як

```
>> z = zero ( f );
```

Стійкість системи не залежить від розташування нулів, але вони суттєво впливають на перехідні процеси. Команда

```
>> pzmap ( f );
```

будує карту розташування нулів (вони позначаються кружками) і полюсів (хрестики) системи на комплексній площині.

---

[5] Значення ω_0 повертається функцією `damp` як власна частота для дійсного полюса.

Оформлення звіту

Звіт по лабораторній роботі виконується у вигляді тексту файлу формату *Microsoft Word* (шрифт основного тексту **Times New Roman**, 12 пунктів, через 1,5 інтервалу, вирівнювання по ширині). Він повинен включати

- назву предмета, номер і назву лабораторної роботи
- прізвище й ініціали авторів, номер групи
- прізвище й ініціали викладача
- номер варіанту
- короткий опис досліджуваної системи
- результати виконання всіх пунктів інструкції, які виділені сірим тлом (див. нижче): результати обчислень, графіки, відповіді на запитання.

При складанні звіту рекомендується копіювати необхідну інформацію через буфер обміну з робочого вікна середовища MATLAB. Для цих даних використовуйте шрифт **Courier New**, у якому ширина всіх символів однакова.

Інструкція з виконання роботи

Основна частина команд уводиться в командному вікні середовища MATLAB. Команди, які потрібно застосовувати в інших вікнах, позначені іконками відповідних програм.

Етап виконання завдання	Команди MATLAB
1. Очистіть робочий простір MATLAB (пам'ять).	`clear all`
2. Очистіть вікно MATLAB.	`clc`
3. Подивіться коротку довідку по команді **`tf`**.	`help tf`
4. Визначите адресу файлу, яка виконує цю команду.	`which('tf')`

5. Введіть передавальну функцію[6] $F(s)=\dfrac{n_2s^2+n_1s+n_0}{s^3+d_2s^2+d_1s+d_0}$ як об'єкт `tf`.	`n = [n2 n1 n0]`
	`d = [1 d2 d1 d0]`
	`f = tf ( n, d )`

6. Перевірте, як визначити із цього об'єкта чисельник і знаменник передавальної функції.	`[n1,d1] = tfdata ( f, 'v' )`
7. Знайдіть нулі й полюси передавальної функції.	`z = zero ( f )` `p = pole ( f )`
8. Знайдіть коефіцієнт підсилення ланки в режимі, що встановився.	`k = dcgain ( f )`
9. Визначите смугу перепускання системи (найменшу частоту, на якій АЧХ стає менше, чим -3 дБ).	`b = bandwidth ( f )`
10. Побудуйте модель системи в просторі стану.	`f_ss = ss ( f )`
11. Зробіть так, щоб коефіцієнт прямої передачі ланки був рівний 1.	`f_ss.d = 1`

[6] Всі коефіцієнти потрібно взяти з таблиці в кінці файлу.

12. Знайдіть новий коефіцієнт підсилення ланки в встановленому режимі.	`k1 = dcgain ( f_ss )`
13. Як зв'язані коефіцієнти k й k_1? Чому?	
14. Побудуйте модель вихідної системи у формі «нулі-полюси».	`f_zp = zpk ( f )`
15. Перевірте, які змінні є в робочому просторі.	`who` або `whos` (у чому різниця?)
16. Побудуйте на графіку розташування нулів і полюсів системи.	`pzmap ( f )`
17. Визначите коефіцієнти демпфування й власні частоти для всіх елементарних ланок (першого й другого порядку).	`[wc,ksi,p] = damp ( f )`
18. Запустите модуль **Ltiviewer.**	`ltiview`
19. Завантажите модель `f`.	LTI Viewer `File - Import`
20. Побудуйте імпульсну характеристику (вагова функцію) цієї системи.	LTI Viewer `ПКМ - Plot Types - Impulse`
21. Завантажите модель `f_ss`.	LTI Viewer `File - Import`
22. Перевірте, чи побудована імпульсна характеристика другої системи?	LTI Viewer `ПКМ - Systems`
23. Відключіть систему `f`. Чому однакові побудовані імпульсні характеристики різних систем?	LTI Viewer `ПКМ - Systems`
24. Підключіть обидві системи.	LTI Viewer `ПКМ - Systems`
25. Побудуйте перехідні характеристики систем.	LTI Viewer `ПКМ - Plot Types - Step`
26. Зробіть, щоб на графіку для кожної функції були відзначені: • максимум • час перехідного процесу[7] • час наростання (від 10% до 90% значення, що встановилося) • значення, що встановилося	LTI Viewer `ПКМ - Characteristics:` • `Peak Response` • `Settling Time` • `Rise Time` • `Steady State`
27. Клацаючи мишею по мітках-маркерах, виведіть на екран рамки із чисельними значеннями цих параметрів і розташуєте їх так, щоб усі числа було видно.	
28. Експортуйте побудований графік в окреме вікно.	LTI Viewer `File - Print to Figure`

[7] По замовчуванню в MATLAB час перехідного процесу визначається для 2%-ного відхилення від встановленого значення.

29. Скопіюйте графік у буфер обміну у форматі векторного метафайлу.	`print -dmeta`
30. Вставте графік з буфера обміну у звіт (*Microsoft Word*).	ПКМ - Вставити
31. Закрийте вікно **Ltiviewer**.	
32. Створіть масив частот для побудови частотної характеристики[8] (100 точок в інтервалі від 10^{-1} до 10^{2} з рівномірним розподілом на логарифмічній шкалі).	`w = logspace(-1, 2, 100);`
33. Розрахуйте частотну характеристику вихідної системи [9]…	`r = freqresp ( f, w );` `r = r(:);`
34. … і побудуйте її на осях з логарифмічним масштабом по осі абсцис.	`semilogx ( w, abs(r) )`
35. Скопіюйте графік у буфер обміну у форматі векторного метафайлу.	`print -dmeta`
36. Вставте графік з буфера обміну у звіт (*Microsoft Word*). Поясніть, де на графіку можна знайти коефіцієнт підсилення в статичному режимі і як визначити смугу перепускання системи.	ПКМ - Вставити
37. Закрийте всі зайві вікна, крім командного вікна MATLAB.	
38. Побудуйте сигнал, що імітує прямокутні імпульси одиничної амплітуди з періодом 4 секунди (усього 5 імпульсів).	`[u,t] = gensig('square',4);`
39. Виконаєте моделювання й побудуйте на графіку сигнал виходу системи `f` при даному вході.	`lsim (f, u, t)`
40. Скопіюйте графік у буфер обміну у форматі векторного метафайла.	`print -dmeta`
41. Вставте графік з буфера обміну у звіт (*Microsoft Word*).	ПКМ - Вставити

8 Крапка з комою наприкінці команди пригнічує вивід на екран результату виконання. Це зручно при роботі з більшими масивами.

9 Частотна характеристика повертається у вигляді тривимірного масиву, у якому кожний елемент має 3-и індекси: рядок, стовпець (для багатомірних моделей) і номер точки частотної характеристики. Для системи з одним входом і одним виходом команда `r = r(:);` перетворить ці дані в у звичайний одномірний масив.

Таблиця коефіцієнтів (варіанти завдань)

Варіант	n_2	n_1	n_0	d_2	d_1	d_0
1.	1.0	1.10	0.100	3.0000	3.1600	1.2000
2.	1.1	1.54	0.495	2.8000	2.9200	1.2000
3.	1.2	1.08	0.096	2.3727	2.2264	0.9091
4.	1.3	1.04	0.091	2.1909	2.0264	0.9091
5.	1.4	-1.54	0.252	1.8333	1.5278	0.6944
6.	1.5	-0.90	-0.240	1.6667	1.3611	0.6944
7.	1.6	0.80	-0.224	1.3286	0.8959	0.4592
8.	1.7	1.36	0.204	1.1857	0.7673	0.4592
9.	1.8	-1.98	0.432	1.2000	0.7644	0.3556
10.	1.9	-0.76	-0.399	1.3333	0.8711	0.3556
11.	2.0	0.60	-0.360	1.2000	0.7406	0.2734
12.	2.1	1.68	0.315	1.3250	0.8281	0.2734
13.	2.2	-2.42	0.616	1.3059	0.7696	0.2076
14.	2.3	-0.46	-0.552	1.4235	0.8401	0.2076
15.	2.4	0.24	-0.480	1.3889	0.7531	0.1543
16.	2.5	2.25	0.500	1.5000	0.8086	0.1543
17.	2.6	0.26	-0.780	1.2421	0.6139	0.1108
18.	2.7	-0.27	-0.810	1.1368	0.5717	0.1108
19.	2.8	0.28	-0.840	0.8000	0.3700	0.0500
20.	2.9	3.19	0.870	0.7000	0.3500	0.0500

Контрольні питання до захисту

1. Що таке
   - передавальна функція
   - нулі й полюси передавальної функції
   - імпульсна характеристика (вагова функція)
   - перехідна функція
   - частотна характеристика
   - модель у просторі станів
   - модель виду « нулі-полюси»
   - коефіцієнт підсилення в статичному режимі
   - смуга перепускання системи
   - час перехідного процесу

- частота зрізу системи
- власна частота коливальної ланки
- коефіцієнт демпфування коливальної ланки

2. У яких одиницях виміряються
   - коефіцієнт підсилення в статичному режимі
   - смуга перепускання системи
   - час перехідного процесу
   - частота зрізу системи
   - власна частота коливальної ланки
   - коефіцієнт демпфування коливальної ланки
3. Як зв'язана власна частота з постійною часу коливальної ланки?
4. чи може четвірка матриць

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = [1 \quad 2],\ D = 0$$

   бути моделлю системи в просторі станів? Чому? Які співвідношення між матрицями повинні виконуватися в загальному випадку?
5. Як одержати коротку довідку по якій-небудь команді MATLAB?
6. У чому різниця між командами MATLAB

   `who` і `whos` `clear all` і `clc`
7. Як увести передавальну функцію $F(s) = \dfrac{2s+3}{s^2+4s+5}$?
8. Як впливає зміна коефіцієнта прямої передачі (матриці D в моделі в просторі станів) на статичний коефіцієнт підсилення?
9. Які можливості надає модуль **Ltiviewer**?
10. Що можна сказати про імпульсну характеристику системи `f_ss`? Чому вона не була побудована вірно?
11. Як знайти
    - коефіцієнт підсилення в режимі, що встановився, по АЧХ
    - смугу перепускання системи по АЧХ
12. Як скопіювати графік з вікна MATLAB в іншу програму?
13. Як побудувати масив з 200 значень в інтервалі від 10^{-3} до 10^{3} з рівномірним розподілом на логарифмічній шкалі?
14. Які величини відкладаються по осях на графіку АЧХ?

Приклад виконання звіту по лабораторній роботі
Дослідження розімкнутої лінійної системи

1. Опис системи

Досліджується система, описувана математичною моделлю у вигляді передавальної функції

$$F(s)=\frac{2.9s^2+3.19s+0.87}{s^3+0.7s^2+0.35s+0.05}$$

2. Результати дослідження

- адреса файлу `tf.m`:
  `E:\MAT\LAB\toolbox\control\control\@tf\tf.m`
- нулі передавальної функції
```
    -0.6000
    -0.5000
```
- полюси передавальної функції
```
    -0.2500 + 0.4330i
    -0.2500 - 0.4330i
    -0.2000
```
- коефіцієнт підсилення ланки в режимі, що встановився
```
     k = 17.4000
```
- смуга перепускання системи
```
     b = 0.4808 рад/сек
```
- модель системи в просторі станів
```
  a =

     -0.7000   -0.1750   -0.0500
      2.0000         0         0
           0    0.5000         0
  b =  2
       0
       0
  c = 1.4500    0.7975    0.4350
  d = 0
```
- статичний коефіцієнт підсилення після зміни матриці D
```
     k1 = 18.4000
```
  зв'язок між `k` і `k1` пояснюється тим, що …

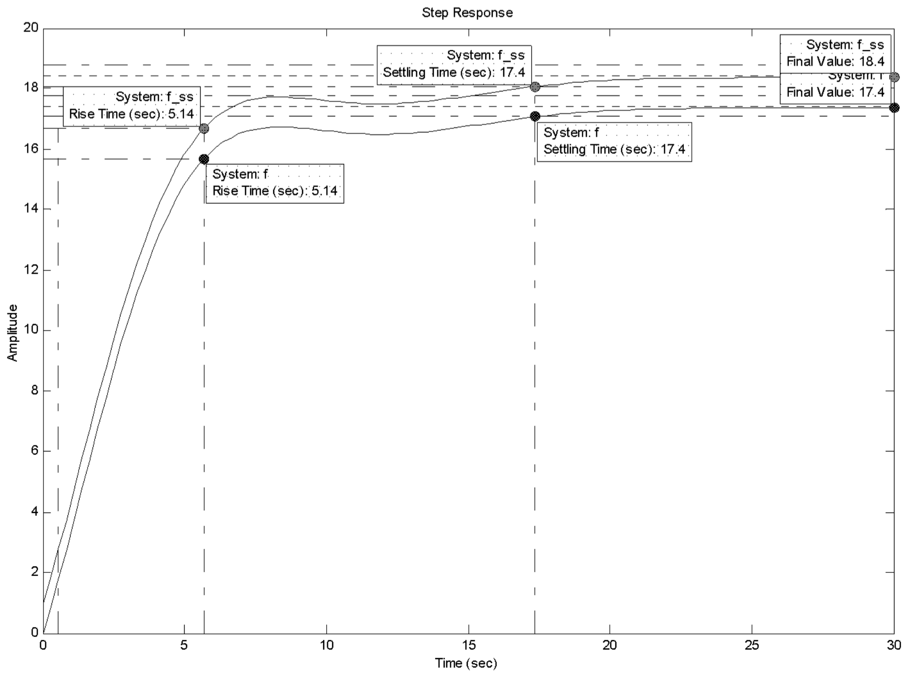
- модель у формі « нулі-полюси»
```
      2.9 (s+0.6) (s+0.5)
  ----------------------------
  (s+0.2) (s2  + 0.5s + 0.25)
```
- коефіцієнти демпфування й частоти зрізу

Полюс передавальної функції	Власна частота, рад/сек	Постійна часу, сек	Коефіцієнт демпфування

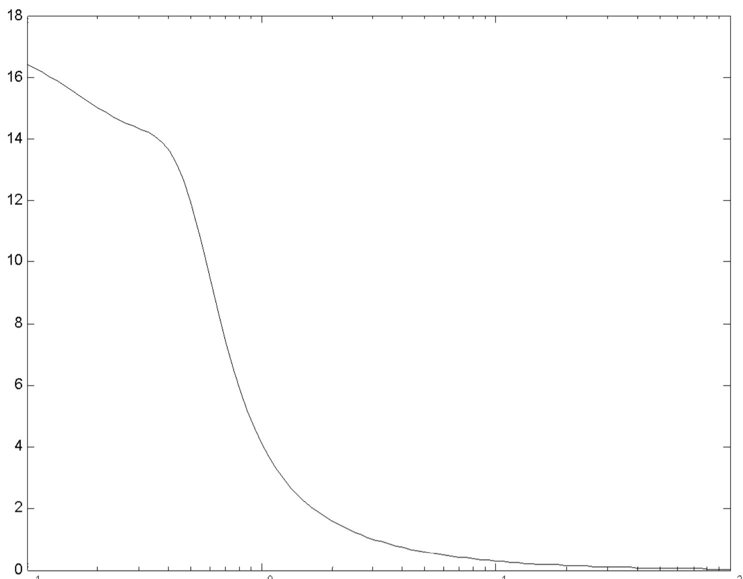
`-0.2000`
`-0.2500 + 0.4330i`
`-0.2500 - 0.4330i`
	`0.2000`
	`0.5000`
	`0.5000`
		`5`
		`2`
		`2`
			`1.0000`
			`0.5000`
			`0.5000`

- Імпульсні характеристики систем `f` і `f_ss` вийшли, однакові, тому що …

- Перехідні процеси вихідної й модифікованої систем

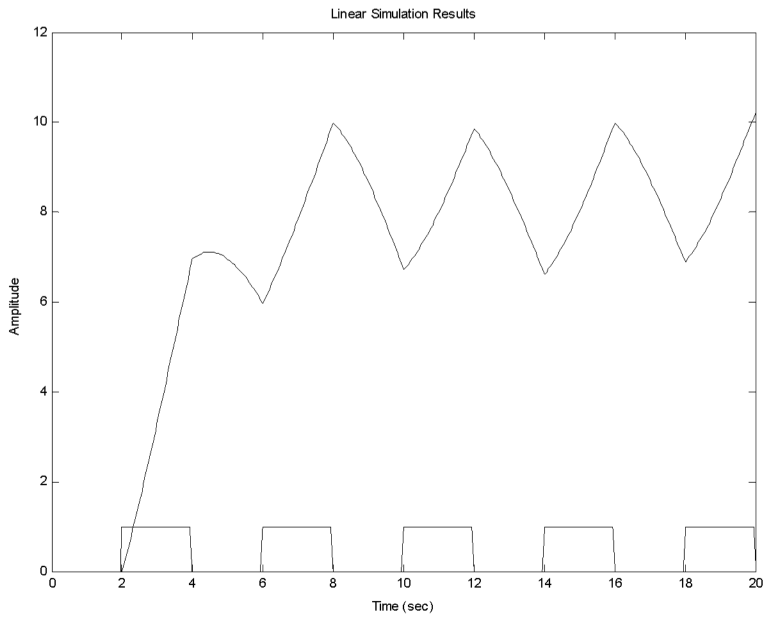


- амплітудна частотна характеристика



- для того, щоб знайти статичний коефіцієнт підсилення по АЧХ, потрібно …

- для того, щоб знайти смугу перепускання по АЧХ, потрібно …
- реакція на сигнал, що полягає із прямокутних імпульсів



- Висновок

Рекомендована література: