

**М. Хвостівський; О. Гевко, канд. мед. наук;  
Г. Шадріна, канд. техн. наук**

*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОРЕТИНОСИГНАЛУ НА ОСНОВІ ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ**

*Розроблено імітаційну модель електроретиносигналу на основі математичної моделі періодично корельованого випадкового процесу, що враховує в собі основні закономірності формування даного сигналу (стохастичність та повторність), а отже, добре узгоджується з досліджуваним явищем і є придатною для тестування алгоритмів її обробки.*

**M. Khostivsky, O. Hevko, H. Shadrina**

## **ELECTRORETINOSIGNAL SIMULATION MODEL BASED ON THE PERIODICALLY CORRELATED STOCHASTIC PROCESS**

*The simulation model of electroretinosignal based on the periodically correlated stochastic process, as mathematical model, is developed, and it takes into account basic forming regularities of this signal (stochastic and repeatability), also well conforms to the probed phenomenon and is suitable for testing of algorithms for the treatment of this model.*

### **Вступ**

У клінічній офтальмології широко визнано електрофізіологічні методи дослідження, побудовані на основі аналізу електроретиносигналу (ЕРС).

Вирішення проблем побудови автоматизованих комп'ютерних офтальмодіагностичних систем (АВОДС) для аналізу стану сітківки ока за електроретиносигналами та можливість розв'язання задач, які виникають при цьому, суттєво залежить від виду моделей сигналу та самої технічної системи, які визначають необхідний математичний апарат для теоретичних досліджень. Важливою задачею розробки АВОДС є створення математичної моделі електроретиносигналів. Математична модель ЕРС суттєво визначає математичні моделі технічної системи та вихідних сигналів, що, в свою чергу, зумовлює структуру і функціональні характеристики АВОДС.

Існує два підходи до побудови математичних моделей – детермінований і стохастичний. Використання детермінованого підходу до побудови математичної моделі ЕРС не є коректним, оскільки електроретиносигнал характеризується значною варіативністю, неповторністю, як і всі сигнали біологічного походження, що можна адекватно описати лише з використанням стохастичного підходу. Тому на практиці в сучасних АВОДС (ДКЗО-01 (Україна), Calypso (США), Нейрон-МВП” (Росія); NEUROPA (Англія); BASIC ERM (Італія)) найбільшого поширення набув стохастичний підхід щодо побудови моделей у вигляді лінійного стаціонарного випадкового процесу. Електроретиносигнал є складним за своєю природою сигналом, що містить у собі випадковість і повторність. Тому відомі моделі в повній мірі не враховують фізичну природу механізму породження цього сигналу, поєднуючи в собі вище наведені властивості. В праці [1,2,3,4] обґрунтовано модель ЕРС як нестационарний випадковий процес у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП), яка поєднує в собі вище наведені властивості.

### **1. Формулювання задачі**

Математична модель ЕРС у вигляді ПКВП враховує в собі поєднання стохастичної природи та повторності ЕРС, що є властивим для сигналів біологічного походження. На базі цієї моделі для потреб тестування методів аналізу ЕРС та навчання систем розпізнавання біомедичних образів необхідно розробити її імітаційну модель.

## 2. Механізм породження електроретиносігналу і його основна оцінка

Електроретиносігнал – це сумарний електропотенціальний відгук клітин сітківки ока у відповідь на світлове подразнення, який зареєстрований за допомогою електродів, накладених на око. На рисунку 1 представлено схему, за допомогою якої проводять реєстрацію ЕРС [6].

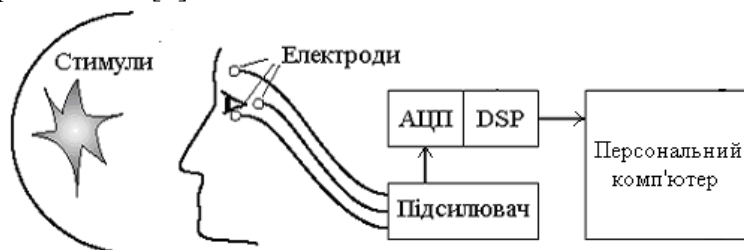


Рисунок 1 – Схема реєстрації ЕРС

В сучасних АВОДС реєструють N-ну кількість ЕРС, що пояснюється тим, що при кожному наступному спалахові, відгук клітин сітківки ока є різний. Результат реєстрації наведений на рисунку 2, де показано 10-реалізацій ЕРС, при 10-ти спалахах.

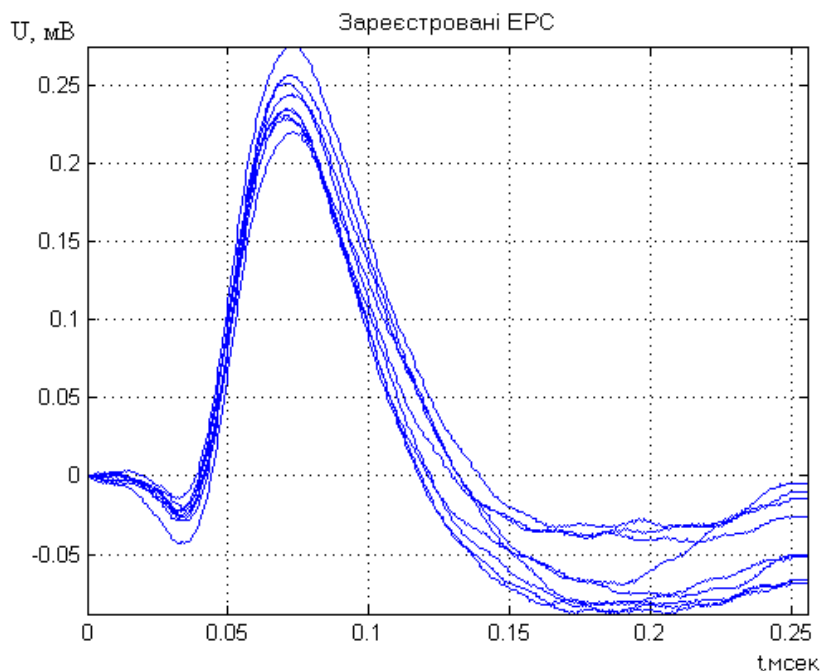


Рисунок 2 – Зареєстровані електроретиносігнали

З одержаних експериментальних даних, реальні електроретиносігнали в загальному випадку є випадковими функціями, тому для їх аналізу в АВОДС одержують експериментальним шляхом кількісну інформацію про властивості сигналів, що описуються статистичними характеристиками із застосуванням теорії імовірностей і математичної статистики, на основі математичної моделі у вигляді стаціонарного випадкового процесу [5,6,8]. Оцінку інформаційної складової одержаного ЕРС визначають як оцінку його математичного сподівання та дисперсії.

У лікарській практиці як діагностичні параметри використовуються тільки „хвиля а” і „хвиля b” та їх амплітудно-часові характеристики [6,8], які аналізуються на основі оцінки математичного сподівання ЕРС (рисунок 3).

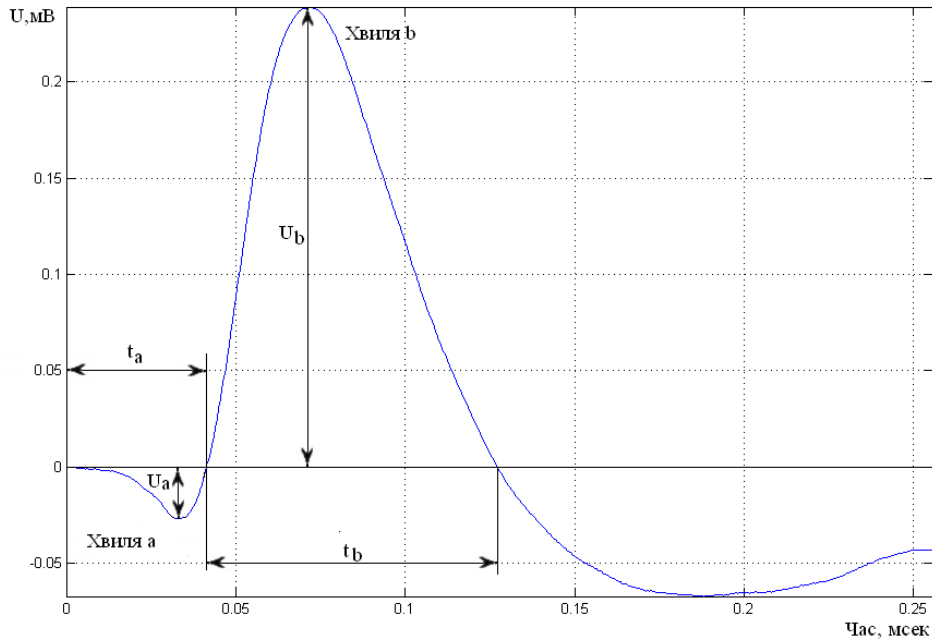


Рисунок 3 – Оцінка математичного сподівання від 10-ти реалізацій ЕРС

Але дане представлення моделі ЕРС у вигляді лінійного випадкового стаціонарного процесу в повній мірі не враховує механізм породження сигналу, поєднуючи в собі властивості випадковості та повторюваності. Тому запропонуємо нове представлення ЕРС, яке врахує вище наведені властивості.

### 3. Зображення ЕРС у вигляді ансамблю як періодичне його продовження

Для того, щоб побачити картину утворення сигналу, візьмемо 10 реалізацій ЕРС (рисунок 2), які паралельно розкладемо відповідно до порядкового номеру спалаху (рисунок 4).

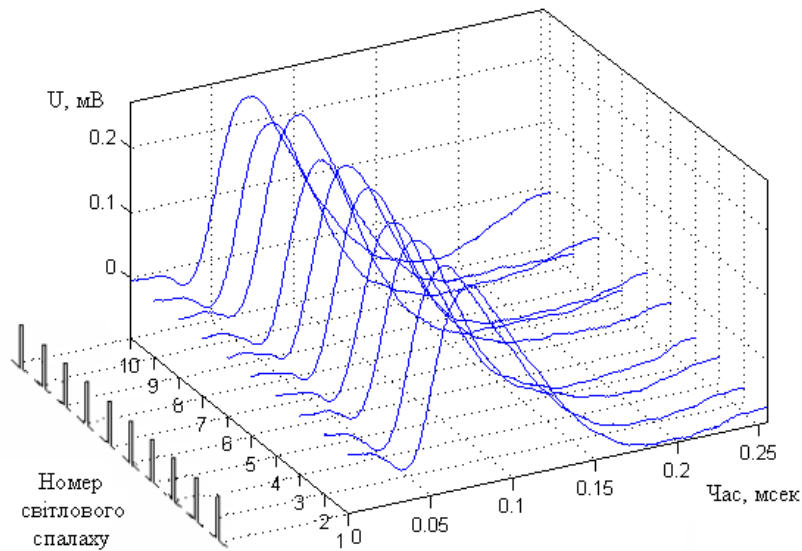


Рисунок 4 – Розклад ЕРС в залежності від номеру світлового спалаху

Оскільки ЕРС є відгуком сітківки ока на серію світлових спалахів одного і того самого ока, тому природно ці відгуки ЕРС (рисунок 4) зобразити на одній осі часу (рисунок 5).

Таке подання дає можливість побачити залежність у часі відгуку сітківки ока від спалаху до спалаху. На рисунку 4 зображено ЕРС на одній осі часу в залежності від світлових спалахів, де 1 – крива показує момент часу світлового спалаху (відповідно до умов проведення реєстрації ЕРС спалах є періодичним), 2 – реєстрограма ЕРС враховує

періодичність спалахів, яка забезпечує однаковість фаз процесу породження сигналу через інтервал часу, який дорівнює фіксованому періодові спалаху.

Така побудова реєстрограми обґрунтовує застосовність в даному разі статистичних засобів аналізу періодично нестационарних випадкових процесів, які є подальшим розвитком давнього методу накладання епох [3], уникаючи цим необхідності опису цього методу, і забезпечують статистичну однорідність опрацьованого матеріалу.

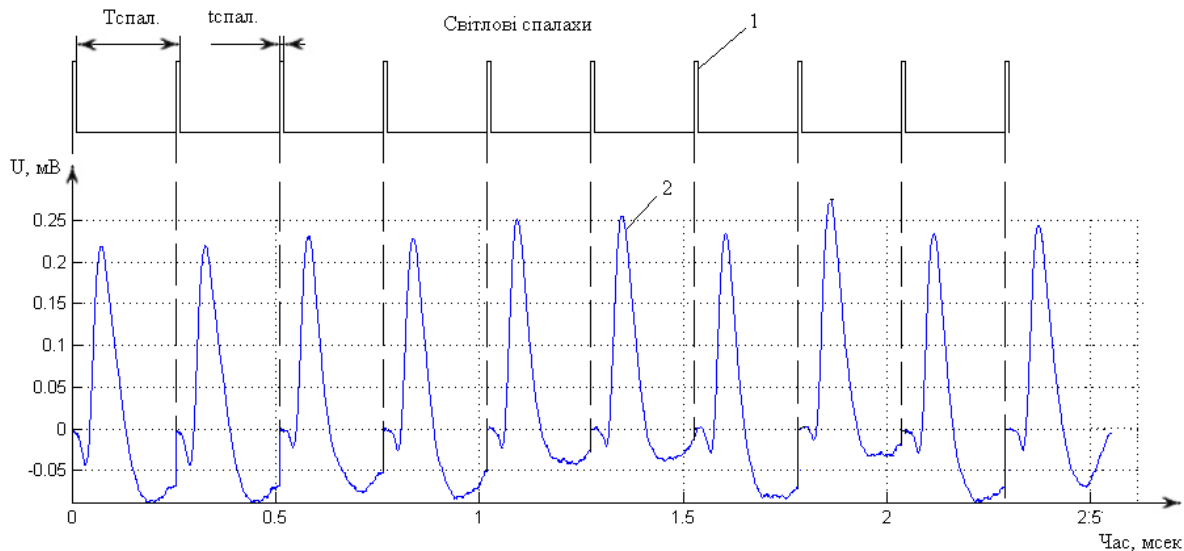


Рисунок 5 – Зображення ЕРС на одній осі часу при часовій періодичності світлових спалахів

Тому при реєстрації проведених досліджень, світлові спалахи подаються періодично із заданим періодом  $T_{спал}$  та тривалостями ( $t_{спал}$ ). Відгук сітківки ока (реакція на спалах) також буде містити періодичність властивостей із тим самим періодом  $T_{спал}$ .

В межах одного періоду можна сигнал трактувати як випадковий і стаціонарний (стаціонарність на кусках) (рисунок 3), хоча в цілому – сукупність відгуків є нестационарним змінним упродовж періоду процесом (рисунок 4).

Дане представлення ЕРС (рисунок 5) у вигляді ансамблю, як періодичне його продовження, яке запропоновано в праці [1], дало можливість розглядати ЕРС як періодично корельований випадковий процес (ПКВП) на підставі того, що процес є періодичним та середня потужність ЕРС в межах одного періоду є скінченна [1,2,3,4].

#### 4. Імітаційна модель ЕРС на основі математичної моделі у вигляді ПКВП

Основними інформаційними параметрами ансамблю ЕРС є часові тривалості відгуків (період одного відгуку сітківки ока), піки хвиль кожного відгуку та їх часові тривалості (як видно з рисунка 5). Цей же рисунок ілюструє, що період кожного відгуку є сталим числом, а амплітуди піків хвиль і їх часові тривалості є змінними показниками.

Сукупність відгуків, які є нестационарним змінним упродовж періоду процесом, зобразимо через випадковий і стаціонарний процес:

$$\xi(t) = \xi_j(t + jT), \quad j \in Z, \quad (1)$$

де,  $\xi_j(t)$  - стаціонарний випадковий на періоді  $T$ ;

$T$  - період ЕРС;

$Z$  - множина всіх цілих чисел.

В роботі [7] побудовано імітаційну модель одного відгуку ЕРС у вигляді синусоїди із експонентційним затуханням на характерних часових рівнях, яка врахує всі вище наведені медичні діагностичні параметри (рисунок 6):

$$s_i(t) = A_i \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{f_i}\right) \cdot e^{-t \cdot K_i} \cdot S_i, \quad t \in [0; Tx_i] \quad (2)$$

де

$i$  – номер хвилі на певному інтервалі,  $i=1,2,3$ ;

$Tx_i$  – період  $i$ -ої хвилі;

$A_i$  - амплітуда  $i$ -ої хвилі;

$f_i$  - частоти коливань синусоїд (в даному випадку для півперіоду);

$K_i$  - коефіцієнти нахилу  $i$ -ої хвилі;

$S_i$  - масштабні коефіцієнти для  $i$ -ої хвилі.

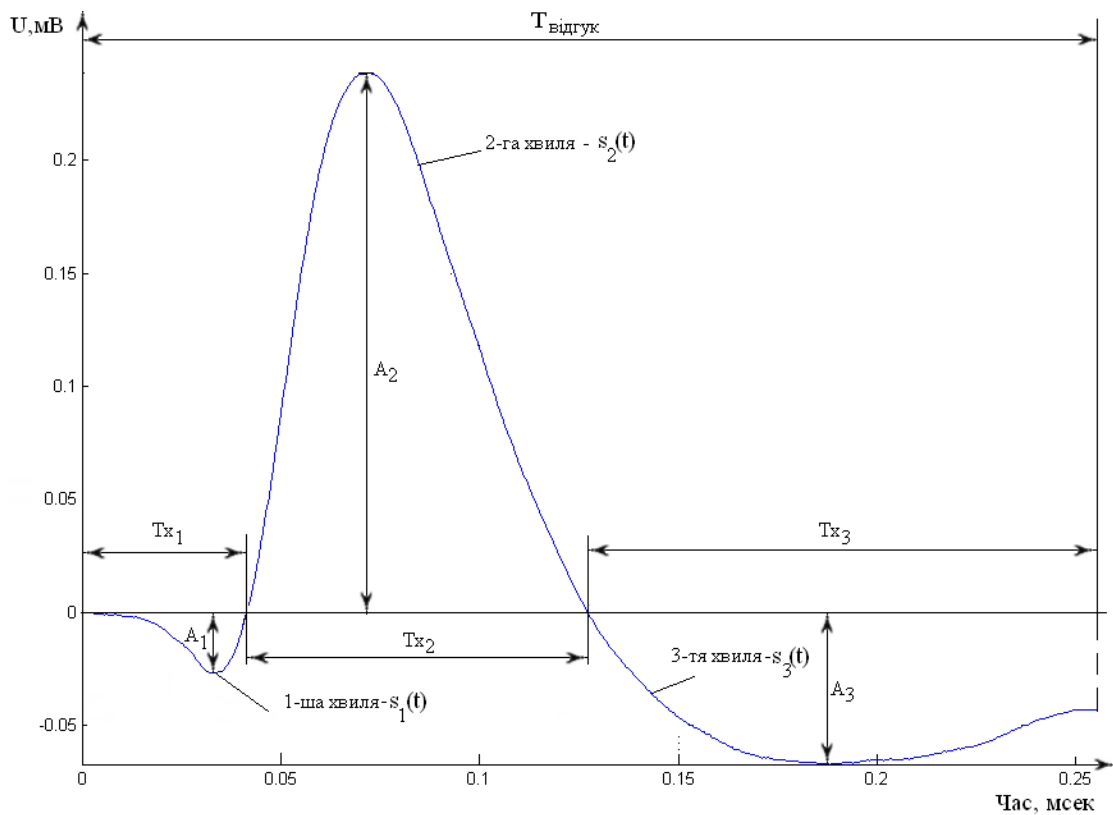


Рисунок 6 – Електроретинограм і його основні параметри

В моделі (2) амплітуди хвиль  $A_i$  і часові їх тривалості  $t$  є сталими величинами, тому необхідно внести в даний вираз випадкову складову:

$$\xi_{хвилі_i}(t) = s_i(t + \psi_{T_i}) + \psi_{A_i} = A_i \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot (t + \psi_{T_i})}{f_i}\right) \cdot e^{-t \cdot K_i} \cdot S_i + \psi_{A_i}, \quad t \in [0; Tx_i], \quad (3)$$

де  $\psi_{A_i} = rnd(M\{A_i\}, D\{A_i\})$  - випадкова величина амплітуди хвилі з математичним сподіванням  $M\{A_i\}$  та дисперсією  $D\{A_i\}$ , яка є показником відхилення;

$\psi_{T_i} = rnd(M\{T_i\}, D\{T_i\})$  - випадкова величина часової тривалості хвилі з математичним сподіванням  $M\{T_i\}$  та дисперсією  $D\{T_i\}$ , яка є показником відхилення.

Отримані значення функцій (3) для  $j = 1,2,3$  об'єднаємо в один масив:

$$\xi_{відгук}(t) = \xi_{хвилі_1}(t_1) \cup \xi_{хвилі_2}(t_2) \cup \xi_{хвилі_3}(t_3) = \bigcup_{i=1}^3 \xi_{хвилі_i}(t_i), \quad (4)$$

де  $t_1 \in [0, Tx_1]$  - часовий діапазон 1-ої хвилі;  
 $t_2 \in [0, Tx_2]$  - часовий діапазон 2-ої хвилі;  
 $t_3 \in [0, Tx_3]$  - часовий діапазон 3-ої хвилі;  
 $t \in [0, (Tx_1 + Tx_2 + Tx_3)]$  - час тривалості, який рівний періоду одного відгуку  $T_{\text{відгук}}$ .  
 Вираз (4) зведемо до вигляду:

$$\xi_{\text{відгук}}(t) = \{\xi_{\text{хвилі } i}(t_i), t_i \in [0, Tx_i], i = 1, 2, 3\}. \quad (5)$$

Оскільки тривалість усього відгуку (період відгуку)  $T_{\text{відгук}}$  має бути сталою величиною, тому необхідно забезпечити цю умову сталості:

$$T_{\text{відгук}} = \sum_{i=1}^3 Tx_i = \text{const}. \quad (6)$$

Із врахуванням випадкової величини  $\psi_T(M\{T\}, D\{T\})$  для часових інтервалів вираз набуде вигляду:

$$T_{\text{відгук}} = \sum_{i=1}^3 \psi_T(M\{Tx_i\}, D\{Tx_i\}) = \text{const}. \quad (7)$$

Використовуючи умову (7) запишемо вираз для значень випадкових величин для часових інтервалів виразу (4):

$$\psi_T(M\{T\}, D\{T\}) = \begin{cases} \psi(M\{Tx_1\}, D\{Tx_1\}) \\ \psi(M\{Tx_2\}, D\{Tx_2\}) \\ T_{\text{відгук}} - \psi(M\{Tx_1\}, D\{Tx_1\}) - \psi(M\{Tx_2\}, D\{Tx_2\}). \end{cases} \quad (8)$$

Вираз (5) є рівнянням для моделювання імітаційної моделі ЕРС в межах одного періоду, яке враховує в собі фактор випадковості амплітуд і їх тривалостей, причому зберігаючи значення періоду сталим, тобто є стаціонарним випадковим процесом, який описує ЕРС в межах одного періоду.

Із виразу (1), враховуючи фактор повторності процесу, отримаємо рівняння імітаційної моделі ЕРС на основі ПКВПІ:

$$\xi(t) = \{\xi_{\text{відгук } j}(t + jT), j \in Z\} = \bigcup_j^N \xi_{\text{відгук } j}(t + jT), \quad (9)$$

де  $T = T_{\text{відгук}}$  - період одного відгуку ЕРС;

$j$  - номер одного відгуку ЕРС.

Підставивши вирази (4.3) і (4.5) в (4.9), отримаємо:

$$\xi(t) = \bigcup_j^N \bigcup_{i=1}^3 \xi_{\text{хвилі } i}(t_{ji} + jT) = \bigcup_j^N \bigcup_{i=1}^3 \left( A_{ji} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot (t + \psi_{T_{ji}} + jT)}{f_{ji}}\right) \cdot e^{-t \cdot K_i} \cdot S_{ji} \right), \quad (10)$$

де

$t \in [0; Tx_{ji}]$  - час тривалості хвиль одного відгуку;  $N$  - кількість періодів ЕРС.

Вираз (4.10) є кінцевим рівнянням для реалізації імітаційної моделі ЕРС, що враховує в собі властивості випадковості та повторності.

Алгоритм моделювання матиме вигляд:

1. Задати значення масиву амплітуд  $A_{ji}$  та їх тривалостей  $Tx_{ji}$  ЕРС.
2. Задати період  $T$  одного відгуку ЕРС та кількість періодів  $N$ .
3. Задати значеннями математичних сподівань та дисперсій для масиву випадкових величин  $\psi_{A_{ji}}(M(Tx_{ji}), D(Tx_{ji}))$  та  $\psi_{T_{ji}}(M(Tx_{ji}), D(Tx_{ji}))$ , дотримуючись виразу (4.8).
4. Задати коефіцієнти нахилу хвиль  $S_i$ .

5. Змоделювати реалізації стаціонарних послідовностей відгуків ЕРС згідно з виразами (4.3).
6. Об'єднати реалізації відгуків у спільний масив, для того щоб забезпечити властивість поєднання випадковості із повторністю процесу через період  $T = T_{\text{відгук}}$ , згідно з виразом (4.10).

### 5. Результати імітаційного моделювання

Використовуючи вище наведений алгоритм, було отримано наступний результат імітаційного моделювання, який реалізовано у вигляді програми за допомогою пакету прикладних програм Matlab (рисунок 7-10).

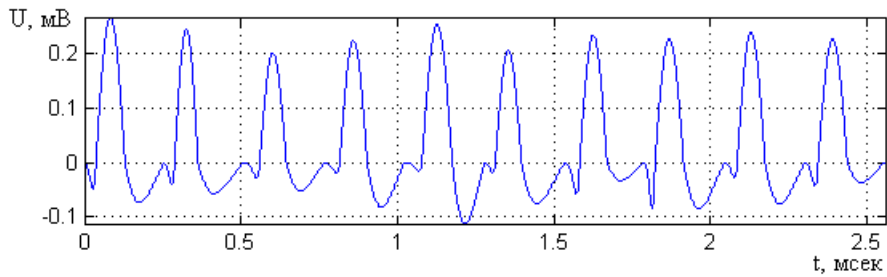


Рисунок 7 – Результат 1-го імітаційного моделювання ЕРС

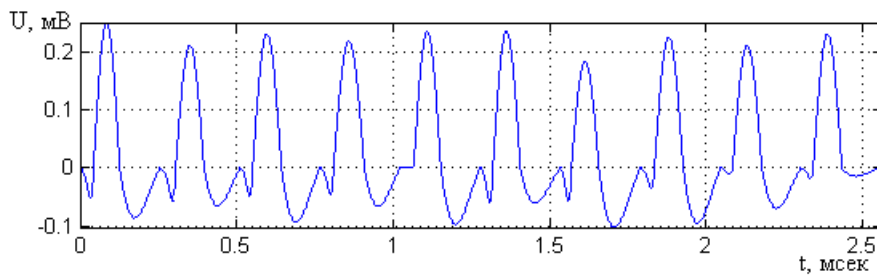


Рисунок 8 – Результат 2-го імітаційного моделювання ЕРС

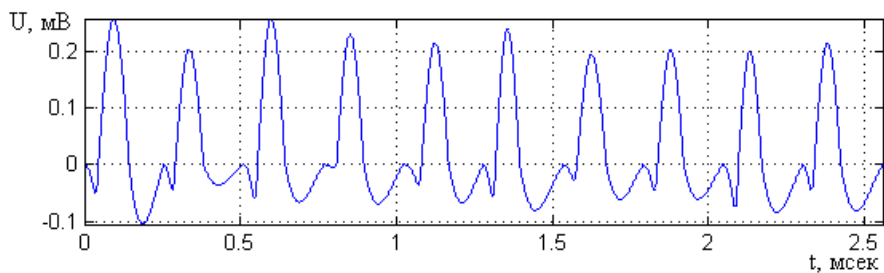


Рисунок 9 – Результат 3-го імітаційного моделювання ЕРС

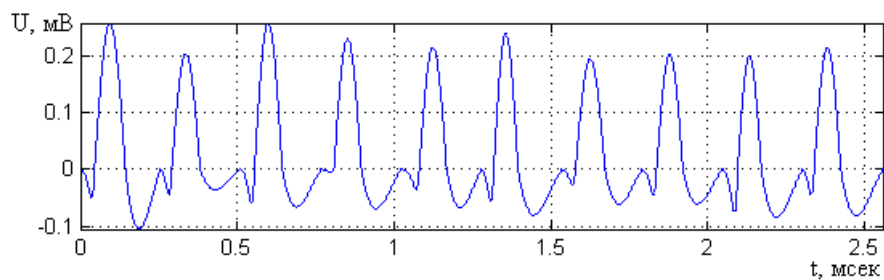


Рисунок 10 – Результат 4-го імітаційного моделювання ЕРС

Адекватність розробленої моделі досліджуваному явищу підтвердилася наступними аргументами:

1. Побудована імітаційна модель ЕРС враховує основні закономірності формування даного сигналу (повторність та випадковість), а отже, добре узгоджується з досліджуваним явищем.
2. Імітаційна модель ЕРС відповідає експериментальним даним.

### **Висновки**

Розроблена імітаційна модель електроретиносигналу як періодично корельований випадковий процес враховує в собі основні закономірності формування даного сигналу (випадковість та повторність), а отже, добре узгоджується з досліджуваним явищем. Використовуючи засоби програмного забезпечення Matlab, реалізовано програму, яка імітує даний сигнал.

### **Література**

1. Драган Я., Осухівська Г., Хвостівський М. Обґрунтування математичної моделі електроретинографічного сигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу // Комп'ютерні технології друкарства. – Львів: УАД. – 2007. № 2. – С. 40-51.
2. Драган Я. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів:– Львів, Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. –XVI+333с.: іл.33.
3. Драган Я.П., Яворский И.М. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. – К.: Наукова думка, 1982. – 246с.
4. Драган Я.П. Гармонізованість і спектральний розклад випадкових процесів зі скінченною середньою потужністю // Доп. АН УССР, Сер.А. – 1978. – №8. – С. 679-684
5. Мацюк О., Паламар М. Статистична обробка і гармонійний аналіз електроретинограм// Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя.– Тернопіль: ТДТУ, 1997.– С. 25–28.
6. Ткачук Р., Паламар М. Інформаційно-вимірювальна система для реєстрації ЕРС-сигналів// Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя.– Тернопіль: ТДТУ, 1997.– С. 35–38.
7. Хвостівський М., Шадріна Г. „Математична модель електроретинографічного сигналу” // Вісник Хмельницького національного технологічного університету. – Хмельницький: ХНУ. – 2007. № 2. – С.103-106.
8. Электроретинография в оценке функции сетчатки при катаракте. Методические рекомендации / Зуева М.В., Шамшинова А.М., Цапенко И.В., Яковлев А.А. // Московский НИИ глазных болезней им. Гельмольца. – М.: Типорг. Минздрав РСФСР, 1990. – 24с.

*Одержано 25.10.2007 р.*