

УДК 519.635.1

Биків Н. –ст. гр. МБ-41

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ БІГАРМОНІЧНОГО РІВНЯННЯ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Федак С.І.

Bykiv N.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

USAGE OF FINITE-DIFFERENCE METHOD (FDM) FOR SOLVING BI-HARMONIC EQUATION

Supervisor: Fedak S.

Ключові слова: метод кінцевих різниць, бігармонічна функція.

Key words: finite-difference method, bi-harmonic function.

Розв'язок бігармонічного рівняння плоскої задачі теорії пружності може бути виражений через функцію напружень $\varphi(x, y)$. Точне рішення в багатьох випадках виявляється дуже складним. Для його спрощення можна застосувати наближений метод кінцевих різниць, що дозволяє замінити диференціальне рівняння системою лінійних алгебраїчних рівнянь. У випадку плоскої задачі функція φ буде залежати від двох координат x і y , тому з'явиться необхідність виражати через кінцеві різниці частинні похідні. Для цього досліджувану плоску область розбивають сіткою на осередки з розмірами Δx й Δy . Для спрощення розрахунків сітку вибирають із квадратними осередками, тобто приймають $\Delta x = \Delta y = h$. Частинні похідні функції $\varphi(x, y)$ в точці можуть бути виражені через значення функції в 13 пронумерованих точках. Зв'язок між значеннями функції в 13 розглянутих точках установемо за допомогою бігармонічного рівняння плоскої задачі. Підставляючи в нього вираз четвертих похідних, одержуємо:

$$20\varphi_0 - 8(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) + 2(\varphi_6 + \varphi_8 + \varphi_{10} + \varphi_{12}) + (\varphi_5 + \varphi_7 + \varphi_9 + \varphi_{11}) = 0.$$

Рівняння такого виду можна скласти для кожного з вузлів усередині контуру; при цьому в частину рівнянь увійдуть і значення функцій φ для вузлів на контурі і для вузлів; розташованих на відстані одного кроку поза контуром.

Значення функції φ на контурі й поза контуром знаходять із граничних умов. Таким чином, невідомих значень функції виявиться стільки, скільки вузлів усередині контуру, але стільки ж можна скласти і таких рівнянь. Отже, для рішення задачі рівнянь досить.

Метод кінцевих різниць виявляється особливо ефективним при використанні комп'ютерної техніки. Цей метод вимагає багаторазового циклічного повторення розрахунку по тим самим формулам для кожного інтервалу. Він зводить рішення до виконання найпростіших арифметичних дій. Система лінійних алгебраїчних рівнянь добре піддається програмуванню. Зі збільшенням частоти сітки підвищується точність розрахунку.

Застосування методу кінцевих різниць особливо ефективно при розрахунку складних пластинок, коли контур непрямокутний, коли пластинка має отвори і т.д.