

Секція:

**Матеріалознавство, міцність матеріалів і конструкцій**

УДК 621.326

Деревляний В. – ст.гр. МП-21

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## **РОЗКРИТТЯ СТАТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПЛОСКОЇ РАМИ МЕТОДОМ СИЛ**

Науковий керівник: д.т.н., професор Рибак Т.І.

Derevlianyi V.

*Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University*

## **THE DISCLOSURE OF THE UNCERTAINTY OF THE STATIC FLAT FRAME BY FORCE METHOD**

Supervisor: Ph.D., prof. Rubak T.I.

Ключові слова: сила, рама.

Keywords: [force](#), frame.

Методом сил визначити реакції у «зайвих» в'язях рами (рис. 1а), навантаженої зосередженою силою  $F$ . Жорсткість рами вздовж усіх елементів приймаємо однаковою.

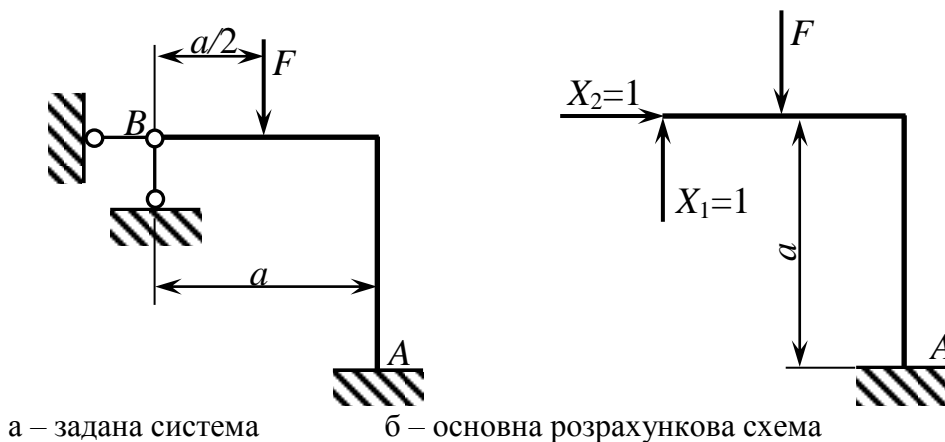


Рисунок 1 – Графічно-силова схематизація до розрахунку рами з двома «зайвими» в'язями методом сил

1. Загальне число невідомих 5, з них «зайвих»

$$3 = C_0 + 2III - 3D = 5 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 2.$$

(1)

Отже, система (рис. 1а) два рази статично невизначена.

2. Відкинувши «зайві» в'язі в опорі  $B$ , отримуємо основну розрахункову схему (рис. 1б), на яку діє задане навантаження  $F$  і реакції  $X_1$  та  $X_2$ .

3. Відповідно до послідовності виконання обчислювальних процедур записуємо систему канонічних рівнянь методу сил:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0; \quad (2)$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0.$$

4. Для визначення переміщень  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12} = \delta_{21}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\Delta_{1F}$  і  $\Delta_{2F}$  відповідно використовуємо залежності

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EI} \int M_1^2 dx; & \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{1}{EI} \int M_1 \cdot M_2 dx; & \delta_{22} &= \frac{1}{EI} \int M_2^2 dx; \\ \Delta_{1F} &= \frac{1}{EI} \int M_1 \cdot M_F dx; & \Delta_{2F} &= \frac{1}{EI} \int M_2 \cdot M_F dx, \end{aligned} \quad (3)$$

і обчислюємо переміщення:

$\delta_{11}$  – взаємне від одиничного навантаження  $X_1=1$  в напрямку  $X_1$ ;

$\delta_{12} = \delta_{21}$  – взаємні від одиничних навантажень  $X_2=1$ ,  $X_1=1$  в напрямках  $X_1$ ,  $X_2$  відповідно;

$\delta_{22}$  – взаємне від одиничного навантаження  $X_2=1$  в напрямку  $X_2$ ;

$\Delta_{1F}$  – взаємне від зовнішнього навантаження  $F$  в напрямку  $X_1$ ;

$\Delta_{2F}$  – взаємне від зовнішнього навантаження  $F$  в напрямку  $X_2$ .

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int M_1^2 dx = \frac{1}{EI} (\omega_1' \cdot y_1 + \omega_1'' \cdot y_2) = \frac{1}{EI} \left( a^2 \cdot a + \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{2}{3} a \right) = \frac{4 \cdot a^3}{3EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \int M_1 \cdot M_2 dx = \frac{1}{EI} (\omega_2 \cdot y_1) = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} a^2 \cdot a \right) = \frac{a^3}{2EI};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \int M_2^2 dx = \frac{1}{EI} (\omega_2 \cdot y_{2c}) = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{2}{3} a \right) = \frac{a^3}{3EI};$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= -\frac{1}{EI} \int M_1 \cdot M_F dx = \frac{-1}{EI} (\omega_F'' \cdot y_2' + \omega_F' \cdot y_1) = \\ &= \frac{-1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{F \cdot a}{2} \cdot \frac{5}{6} a + \frac{Fa^2}{2} \cdot a \right) = -\frac{129}{EI48} Fa^3. \end{aligned}$$

Знак «мінус» перед інтегралом  $\Delta_{1F}$  ставимо на підставі розташування епюр  $M_1$  і  $M_F$  з різних сторін горизонтального та вертикального стержнів.

$$\Delta_{2F} = -\sum \frac{1}{EI} \int M_2 \cdot M_F dx = \frac{-1}{EI} (\omega_2 \cdot y_{F1}) = \frac{-1}{EI} \left( \frac{1}{2} a^2 \cdot a \cdot \frac{F}{2} \right) = -\frac{F \cdot a^3}{EI \cdot 4}.$$

Підставляємо отримані значення в систему рівнянь (2), скоротивши попередньо вирази на  $\frac{a^3}{EI}$ . Отримаємо систему канонічних рівнянь в явному вигляді:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} X_1 + \frac{1}{2} X_2 = \frac{29}{48} F; \\ \frac{1}{2} X_1 + \frac{1}{3} X_2 = \frac{1}{4} F. \end{cases} \quad \text{тобто:} \quad \begin{cases} 64 X_1 + 24 X_2 = 29 F; \\ 6 X_1 + 4 X_2 = 3 F. \end{cases}$$

Отже, шукані реакції у «зайвих» в'язях дорівнюють:

$$X_1 = \frac{11}{28} F; \quad X_2 = \frac{9}{56} F.$$

Література:

1. Рибак Т.І. Опір матеріалів. Конспект лекцій : Навчальний посібник / Рибак Т.І. – Тернопіль : ТНТУ, 2016 р. – 252 с.

2. Рибак Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин. – Тернопіль «Збруч», 2003 р. – 332 с.