МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ
Кафедра комп’ютерних систем та мереж

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни
„Надійність, контроль, діагностика та експлуатація ЕОМ”
для студентів денної форми навчання

за напрямом

6.050102 „Комп’ютерна інженерія”

Тернопіль, 2016

Конспект лекцій розроблений у відповідності з навчальним планом напрямку 6.050102 „Комп'ютерна інженерія ”

Укладач: к.т.н. Тиш Є.В.

Рецензент:

Відповідальний за випуск: зав. каф. КС Осухівська Г.М.

Затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж, протокол №____ від «___» ____________2016 р.

Схвалено та рекомендовано до друку методичною комісією факультету комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, протокол №____ від «___» ____________201_ р.

Конспект лекцій складений з врахуванням методичних розробок інших вищих закладів освіти, а також матеріалів літературних джерел, перелічених в списку.

ЗМІСТ

ЛЕКЦІЯ 1

ОСНОВНІ ПИТАННЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

1.1 Основні визначення

Надійність та діагностика є однією з основних інженерних проблем, яка до сьогодні не вирішена. Надійність пов’язана з надлишковістю, тому при розрахунку інженерних задач надійності використовуються певні коефіцієнти запасу.

Причини, що пов’язані з проблемою надійності:

1. Різке зростання складності сучасної техніки, які нараховують в собі 10-тки і 100-ні мільйонів елементів;
2. Інтенсивністю режимів роботи систем або їх складових частин;
3. Складність умов експлуатації технічних засобів (низькі або високі температури, висока вологість вібрації, прискорення, радіація) автоматики використовуються при зміні температур (-70 до +60 °С, при відносній вологості 98-100%, при наявності високої сонячної та космічної радіації)
4. Вимогами до якості роботи технічних засобів (висока точність, ефективність, швидкодія)
5. Підвищення відповідальності формування технічних засобів (дуже висока технічна та економічна ціна відмови).
6. Людський фактор.

Надійність своєю методологією, літературою та науковою школою стала окремою галуззю в 49-50рр. Саме в цей час виникла тенденція до вивчення відмов, які виникають в апаратурі, та факторів, які впливають на надійність апаратури.

В приладах 40-45% відмов виникає внаслідок помилок при проектуванні, 20% - відмови внаслідок помилок виробництва, 30% - помилки при експлуатації обслуговуючим персоналом, 5-7% - відмови через деградацію матеріалів при експлуатації і зберіганні пристроїв та елементів (старіння елементів, часові відмови)

Проблема підвищення надійності є комплексною. Надійність не виникає стихійно, це завжди результат упущень, недисциплінованості, які допущено при проектуванні, виробництві та експлуатації виробу, недбальства. Надійність треба розглядати й при зберіганні виробів. Про надійність виробу у більшості випадків згадують як про якість.

Якість продукції – це сукупність властивостей, які визначають ступінь її придатності для використання за призначенням. Кожному виробу притаманні свої властивості, особливі показники якості, які проявляються в процесі його застосування (продукти – свіжість, взуття – міцність, зручність колодки, відповідність моді, верстати – продуктивність, точність, швидкодія, швидко та легко замінність). Більшість властивостей, які характеризують якість не пов’язані одна з одною.

Надійність пов’язана з усіма властивостями виробу та характеризує прояв всіх показників якості виробу в процесі роботи. Сама по собі надійність виробу ще не говорить про його високу якість (виріб може бути надійним, але володіти низькими технологічними характеристиками). Але якщо виріб має високі технологічні характеристики, але не володіє високою надійністю, то він втрачає своє практичне значення, оскільки не може бути повноцінно використаний в роботі. Надійність є однією із складових якостей машини або приладу. Ця частина якості особлива, вона характеризує загальні властивості виробу. Забезпечення якості та надійності розглядається у всьому світі як важлива проблема національної економіки від якої залежать темпи промислового розвитку, її національний престиж, підвищення конкурентоспроможності виробу. Проблема надійності є складною і складність рішення проблеми визначається її комплексним характером, оскільки технічна, економічна та соціальна сторони розглядаються в ній разом. Виріб або прилад, система, апарат, вузол можуть бути охарактеризовані з боку надійності трьома параметрами: технічним станом, поновленням працездатності та якістю (рисунок 1.1).

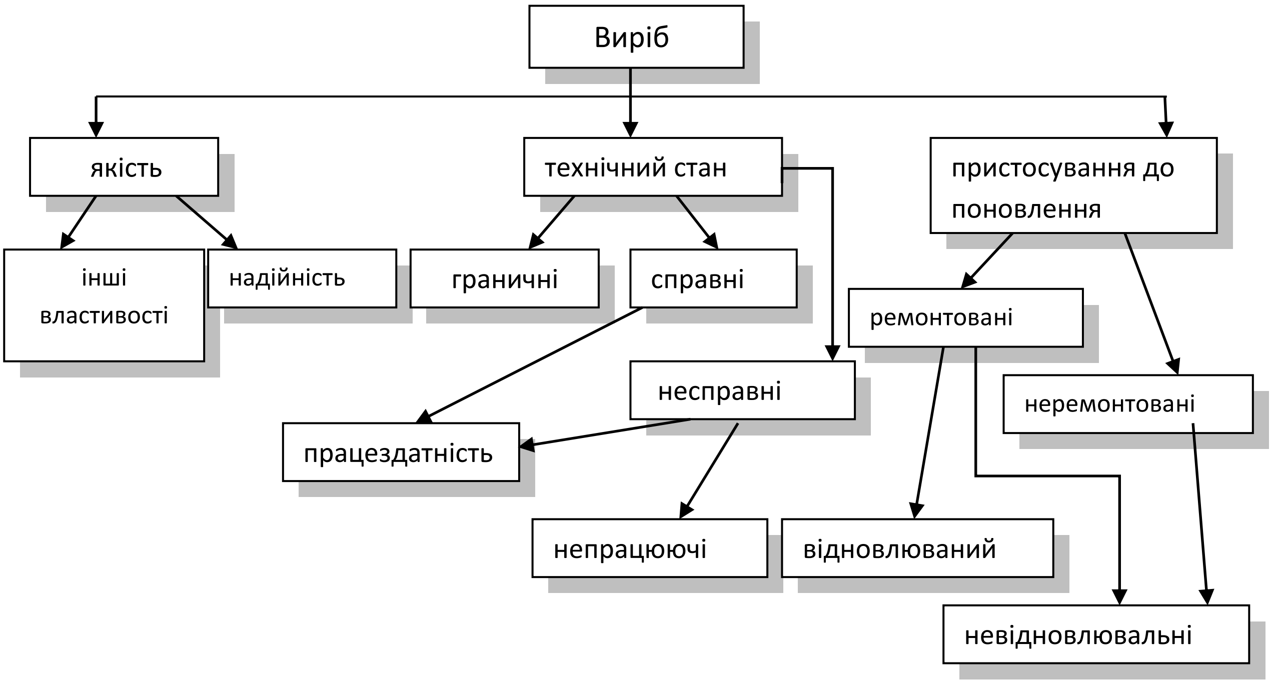


Рисунок 1.1

Надійність має свій держаний стандарт України ДСТУ 2860-94.

Згідно ДСТУ під *надійністю* розуміють властивість виробу (об’єкта) зберігати в часі в установлених межах значення всіх параметрів, які характеризують здатність виконувати потрібні функції в заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання та транспортування. Надійність залежить від призначень об’єкту та умов застосування, а також вміщує в собі безвідмовність, довговічність, збережуваність та ремонтоздатність як окремо (поодиноко), так й комплексно (відразу двома властивостями).

Безвідмовність – це властивість об'єкта виконувати потрібні функції в певних умовах протягом заданого інтервалу часу.

Довговічність – це властивість об'єкта виконувати потрібні функції до переходу у граничний стан при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту.

Збережуваність – це властивість об'єкта зберігати в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати потрібні функції під час і після збереження чи транспортування.

Ремонтоздатність – це властивість об'єкта бути пристосованим до підтримки та відновлення стану, в якому він здатний виконувати потрібні функції за допомогою технічного обслуговування та ремонту.

Об'єкт – це система, прилад, машина, елемент, будова якого розглядається з погляду надійності як самостійна одиниця. Але об'єкт може включати: технічні засоби, технічний персонал, або їх поєднання.

Сьогодні можна виділити чотири групи об'єктів, які відрізняються показниками та методами оцінки надійності (рисунок 1.2).

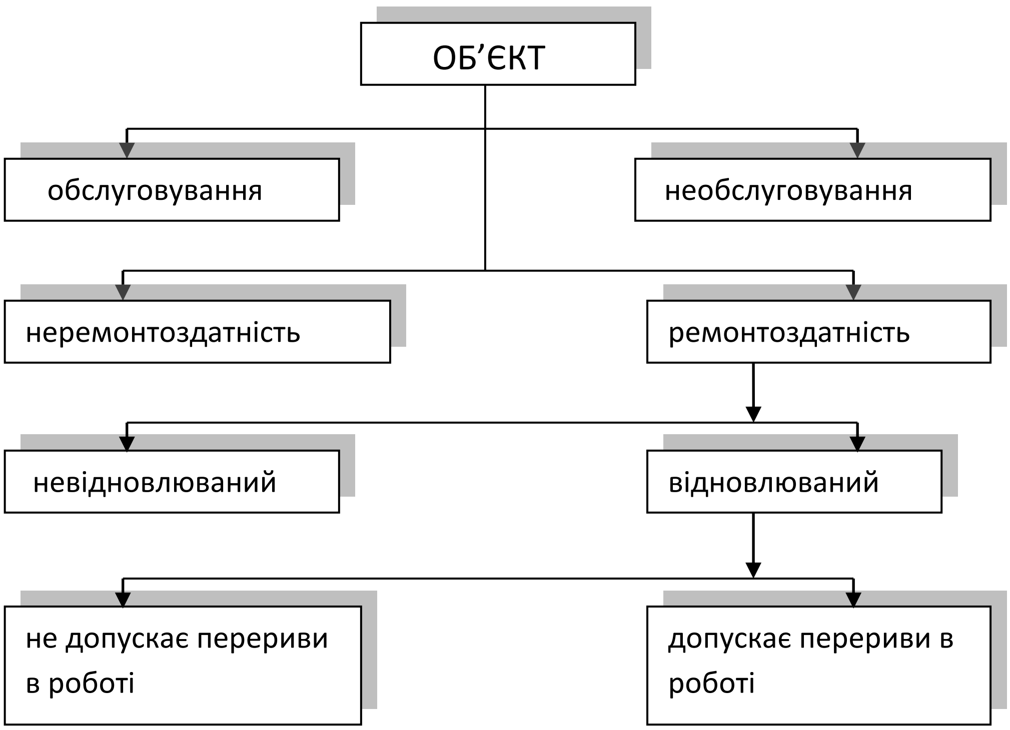


Рисунок 1.2

Обслуговуваний об'єкт – об'єкт, для якого проведення технічного обслуговування передбачено нормативно-технічною документацією або конструкторсько-проектною документацією.

Необслуговуваний об'єкт - це об'єкт, для якого проведення технічного обслуговування не передбачено нормативно-технічною документацією та конструкторсько-проектною документацією.

Ремонтований об'єкт – це об'єкт, ремонт якого передбачений та можливий ремонтованою, нормативною та конструкторською документаціями.

Неремонтований об'єкт – це об'єкт, ремонт якого не передбачений нормативною ремонтною та конструкторською документацією.

Відновлюваний об'єкт – це ремонтований об'єкт, який після відмови та усунення несправностей знову стає здатним виконувати потрібні функції, що задані кількісними показниками надійності.

Готовність – властивість об'єкта виконувати потрібні функції в даних умовах протягом заданого інтервалу часу за умови забезпечення необхідними зовнішніми ресурсами.

За станом об'єкта розрізняють:

- справний стан;
- несправний стан;
- працездатний стан;
- непрацездатний стан;
- критичний стан;
- граничний стан.

Справність – це стан об'єкта, за яким він здатний виконувати всі задані функції.

Несправність – це стан об'єкта, за яким він не здатний виконувати одну із заданих функцій. Несправність може бути: незначною, частковою, значною, повною, прихованою, маскованою.

Критичний стан – це стан об'єкта, що може призвести до травмування людей, значних матеріальних збитків та інших неприйнятних наслідків.

Граничний стан – це стан об'єкта, за яким його подальша експлуатація неприпустима чи недоцільна або відновлення його працездатного стану неможливе чи недоцільне.

Наведемо ще два основних визначення згідно ДСТУ 2860-94.

Дефект – це кожна окрема невідповідність об'єкта встановленим вимогам.

Пошкодження – це подія, яка полягає у порушені справного стану об'єкта, коли зберігається його працездатність.

1.2 Відмова та її види

Відмова – це подія, яка полягає у втраті об'єктом здатності виконувати потрібні функції.

Несправність та відмова відрізняються між собою: несправність – це стан та причина відмови, а відмова – подія.

Розрізняють відмови:

- повну;
- часткову;
- конструкційну;
- ресурсну;
- виробничу;
- систематичну.

Ресурсна відмова – це відмова, внаслідок якої об’єкт досягає граничного стану.

Збій – це само усувна (одноразова) відмова, яку незначними втручаннями усуває оператор.

Повторювальна відмова – це само усувна відмова одного й того ж характеру, що виникає багаторазово.

Деградована відмова – це відмова, спричинена процесами деградації в об’єкті, при дотриманні всіх встановлених правил, норм виготовлення та експлуатації.

Раптова відмова – відмова, яку неможливо визначити (передбачити) дослідженнями, технічним оглядом.

Поступова відмова – відмова, спричинена поступовими змінами одного чи декількох параметрів об’єкта, її можна передбачити дослідженням чи технічним оглядом а також її інколи можна відвернути заходами технічного обслуговування.

Слід розрізняти відмови:

– враховані та невраховані;
– залежні та незалежні.

Враховані відмови – як правило заносять у розрахунок величини показника безвідмовності.

Невраховані відмови – вилучають з розрахунку величини показника безвідмовності.

Залежна відмова – це відмова об’єкта спричинена прямо чи непрямо відмовою або несправністю іншого об’єкта.

Незалежна відмова – це відмова не спричинена прямо чи не прямо відмовою або не справністю іншого об’єкта.

Причина відмови ховається під час проектування, виготовлення чи використання об’єкта, які й призвели до відмови.

Механізм відмови може бути пов’язаний із фізичними, хімічними та іншими процесами, що привели до відмови.

Наслідки відмови – явища, процеси, події, обумовлені виниканням відмови об’єкта.

При розрахунку надійності використовують такі терміни:

Наробіток (напрацювання) – це тривалість чи обсяг роботи об’єкта може бути неперервною (час) або дискретною (кількість циклів) величиною.

Наробіток до відмови – це час від початку експлуатації до виникнення відмови.

Наробіток між відмовами – це наробіток об’єкта від завершення відновлення його працездатного стану після відмови до виникнення наступної відмови.

Ресурс (механічний ресурс) – це сумарний наробіток об’єкта від початку його експлуатації чи відновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Призначений ресурс – це сумарний наробіток об’єкта при досягненні якого експлуатацію об’єкта потрібно припинити незалежно від його технічного стану.

Термін служби – це календарна тривалість експлуатації об’єкта від початку чи його поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Термін збережуваності – це календарна тривалість збереження чи транспортування об’єкта, протягом якої значення параметрів, що характеризують здатність об’єкта виконувати потрібні функції перебувають в заданих межах.

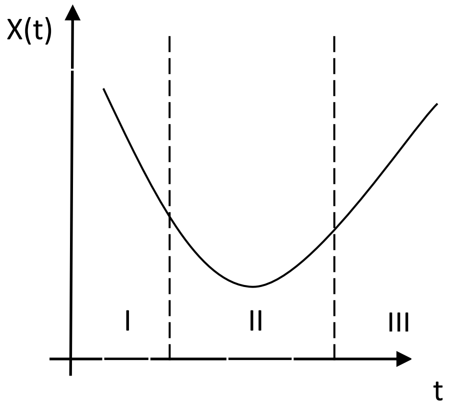
Призначений термін зберігання – це календарна тривалість зберігання після досягнення якої зберігання об’єкта потрібно припинити незалежно від його технічного стану.

Термін поновлення – це інтервал часу, протягом якого об’єкт перебуває в непрацездатному стані через відмову.

Тривалість технічного обслуговування (ремонту) – інтервал часу, протягом якого виконується вручну або автоматично операція технічного обслуговування або ремонту об’єкта, включаючи тривалість затримок через незабезпеченість ресурсами.

Період приробітку (приробітки) – можливий початковий період наробітку об’єкта, протягом якого спостерігається стала тенденція до зменшення параметру потоку відмов, що зумовлені наявністю, поступовими виявленнями та усуненнями прихованих дефектів.

Ідеалізована крива інтенсивності відмов подана на рисунку 1.3.



I – період приробітку

II – період нормальної експлуатації об’єкта (інтенсивність відмов λ = const)

III – період накопичення змін в матеріалах, об’єктах (зношення, старіння, тощо)

Рисунок 1.3. Ідеалізована крива інтенсивності відмов

1.3 Види показників надійності

Всі властивості надійності (безвідмовність, збережуваність, ремонтоздатність) характеризуються показниками.

Показник надійності – це комплексна характеристика однієї чи декількох з тих властивостей, які у сукупності складають надійність об’єкта.

Серед показників надійності розрізняють:

– *одиничні* – це показники надійності, що характеризують одні з тих властивостей, які в сукупності складають надійність об’єкта;

– *комплексні* – це показники надійності, що характеризують декілька властивостей з тих, які в сукупності складають надійність об’єкта;

– *експлуатаційні* – це показники надійності, точкову чи інтервальну оцінку якого визначають за результатами експлуатації;

– *експериментальні* – це показники надійності, точкову чи інтервальну оцінку якого визначають за даними випробувань;

– *розрахункові* – визначають шляхом розрахунків.

Кожна з властивостей надійності (безвідмовність, збережуваність, ремонтоздатність) визначається набором показників.

До *показників безвідмовності* належать:

- ймовірність безвідмовної роботи;
- середній наробіток до відмови;
- середній наробіток між відмовами;
- γ – відсотковий наробіток на відмову;
- інтенсивність відмов;
- середня інтенсивність відмов;
- параметр потоку відмов;
- середній параметр потоку відмов.

Ймовірність безвідмовної роботи – це ймовірність того, що протягом заданого наробітку відмова об'єкту не виникне (на початку інтервалу часу чи наробітку об'єкт не відмовить).

Середній наробіток до відмови – математичне сподівання наробітку об'єкта до першої відмови.

γ-*відсотковий наробіток на відмову* – це наробіток протягом якого відмова об'єкта не виникне з ймовірністю γ вираженою у відсотках.

Інтенсивність відмов – умовна густина ймовірності виникнення відмови об'єкта, яка визначається за умови що до цього моменту відмова не виникла.

Параметр потоку відмов – відношення математичного сподівання кількості відмов відновлюваного об'єкта за досить малий наробіток до значення цього наробітку.

До *показників довговічності* відносяться:

– *середній ресурс* – це математичне сподівання ресурсу;

– γ-*відсотковий ресурс* – це сумарний наробіток протягом якого об'єкти не досягне граничного стану з ймовірністю γ , враженого у відсотках;

– *середній термін служби* – це математичне сподівання терміну служби;

– γ-*відсотковий термін служби* – це календарна тривалість експлуатація об'єкта протягом якої він не досягне свого граничного стану з ймовірністю γ вираженою у відсотках.

До *показників збережуваності* слід віднести:

– *середній термін збережуваності* – це математичне сподівання терміну збережуваності;

– γ-*відсотковий термін збережуваності* – це термін збережуваності що його досягає об'єкт із заданою ймовірністю γ, вираженою у відсотках.

До *показників ремонтоздатності* відносяться:

– *ймовірність відновлення* – ймовірність того, що час відновлення працездатного стану об'єкта не перевищує заданого значення;

– *середня тривалість відновлення*;

– γ *– відсоткова тривалість відновлення*;

– *інтенсивність відновлення* – умовна густина ймовірності відновлення працездатного об’єкта визначення для одного моменту часу за умови, що до цього моменту відновлення об’єкта не завершилося;

– *середня інтенсивність відмов;*

– *середня трудомісткість технічного обслуговування (ремонту)* – математичне сподівання тех. обслуговування чи ремонту виражене в людино-годинах.

До *комплексних показників надійності* належать:

– *коефіцієнт готовності* $K_Г$ – ймовірність того, що об’єкт виявиться працездатним у довільних моментах часу, крім запланованих періодів, протягом яким використання об’єкта за призначенням не заплановано. Коефіцієнт готовності визначається як:

$$K_{\tilde{A}} = \frac{T_M}{T_M + T_B},$$

де T_M – середній час наробітку до відмови,
T_B – середній час наробітку від поновлення.

– *коефіцієнт оперативної готовності* – це ймовірність того, що за винятком тих запланованим періодів, протягом яких використання за призначення не передбачено, об’єкт у довільний момент часу виявиться у працездатному стані та надалі виконуватиме потрібні функції протягом заданого інтервалу часу. Коефіцієнт оперативної готовності визначається як добуток коефіцієнта готовності ($K_Г$) на ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$:

$$K_{ОГ} = K_Г \cdot P(t).$$

– *коефіцієнт неготовності (простою)* $K_П$;

– *середній* $K_П$;

– *стаціонарний* $K_Г$ – значення $K_Г$, що визначене для умов роботи об’єкта, коли середній параметр потоку відмов та середня тривалість відновлення залишається const.

– *коефіцієнт технічного використання* – відновлення математичного співвідношення сумарного часу перебування об’єкта у працездатному стані за деякий період експлуатації та у простоях, зумовлених технічним обслуговуванням та ремонтом за той самий період часу.

Надійність згідно ДСТУ для кожного розробленого пристрою нормується.

Нормування надійності – це встановлення у нормативній та конструктивній документації кількісних та якісних вимог до надійності об’єкта.

До *показників нормування надійності* відносяться:

– нормований показник надійності;
– заданий показник;
– оптимальний показник.

ЛЕКЦІЯ 2

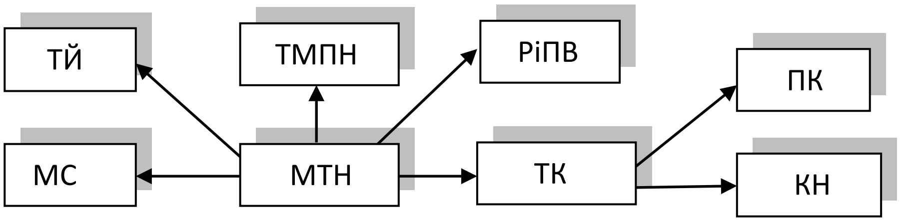
ТЕОРІЯ НАДІЙНОСТІ

2.1 Математичної теорії надійності

Теорія надійності – наукова дисципліна, яка вивчає загальні методи і заходи при проектуванні, виготовленні, контролі та експлуатації виробу. Саме вона розглядає загальні методи розрахунків якості виробів. Для рішення її інженерних задач створено відповідний математичний апарат, який надає методику і її обґрунтування при розгляді якості виробу, а також її контролю.

Теорія надійності базується на теорії ймовірності та математичній статистиці. Крім того математичній теорії надійності використовуються деякі положення теорії масового обслуговування, а також апарат математичного аналізу.

Склад математичної теорії надійності подано на рисунку 2.1.



ТМПН – технологічні методи підвищення надійності
ТК – теорія контролю (ПК – приймальний пункт, КН – контроль надійності)
ТЙ – теорія ймовірності
МС – математична статистика
РіПВ – розрахунок і проектування виробу
МТН – математична теорія надійності

Рисунок 2.1

Загальний підхід до визначення надійності – це набір статистики при експлуатації в певних умовах. Для розрахунку пристроїв цифрової техніки та комп'ютерних систем широко використовується апарат теорії ймовірності (ТЙ) та апарат МС (математичної статистики), які дають можливість при певних умовах розкрити взаємозв'язок між надійністю конкретних виробів або систем, для яких накопичений статистичний матеріал з певним числом, величина якого є мірою надійності.

ТЙ та МС дають можливість не тільки правильно оцінити надійність об'єкта в процесі експлуатації, а розрахувати, прогнозувати її на етапах проектування.

2.2 Теорія ймовірності як математичний апарат для дослідження надійності комп'ютерних систем

Теорія ймовірності – наука, яка вивчає закономірності випадкових явищ. *Випадкове явище* – таке явище, яке при неодноразовому повторенні одного й того ж досліду (випробування) в одних й тих же умовах проходить (відбувається) кожен раз не повністю однаково.

Приклад. Якщо під певне навантаження поставити на 100 годин роботи 1000 елементів, можемо сподіватися, що деякі з них вийдуть з ладу. До того ж час роботи до відмови (час безвідмовної роботи) у кожного елемента, який вийде з ладу, як правило, не буде однаковим навіть при ідеальності однакових (подібних) умов випробувань. Це пояснюється тим, що при виготовленні однакових елементів практично неможливо ідеально витримати технологічний режим та суворо дотриматися однорідності фізико-хімічної структури застосовуваних матеріалів.

А звідси значення часу безвідмовної роботи кожного з елементів точно передбачити неможливо та виникнення відмов у елементах, які випробовуються у різні проміжки часу, є явищем випадковим. Розсіювання (розкид) часу безвідмовної роботи притаманне будь-яким видам елементів, а оскільки з елементів складаються системи – будь-яким системам.

Теорія ймовірності дозволяє вивчити випадкові явища "розсіювання" часу безвідмовної роботи з точки зору тих закономірностей, які властиві даному випадковому явищу. При комплексному випробуванні (досліді) отримується той чи інший результат, коли досліджується надійність елементів та систем. Якісний результат випробування (досліду), (безвідмовна робота, відмова) – називається *подією*.

А кількісна характеристика, яка внаслідок випробувань може приймати одне з можливих заздалегідь невідомих значень, називається *випадковою величиною*.

Очевидно, що час безвідмовної роботи є випадковою величиною. На розкид значень часу безвідмовної роботи системи, окремо від технологічних факторів, сильно впливають експлуатаційні фактори (постійно мінливі умови експлуатації).

Число відмов за даний проміжок часу є також випадковою величиною.

Надійність пристрою характеризується *відновлюваністю* (у вузькому розумінні – ремонтопридатністю). Зрозуміло, що час поновлення системи також залежить від багатьох факторів (характеру відмови, кваліфікації обслуговуючого персоналу, наявності запасних елементів під рукою, умов ремонту, тощо) та змінюється від одного ремонту до другого, тобто також є випадковою величиною.

В реальних умовах, коли комплекс експлуатаційних факторів від досліду до досліду трохи змінюється, до того ж випадковим чином, а елементи систем мають випадковий технологічний розкид параметрів, час безвідмовної роботи змінюється в більших чи менших межах навіть для однорідних елементів системи. Тобто на практиці завжди має місце вплив на процес, що вивчається, у часі зовнішніх факторів, які можна врахувати статистично (при масовому експерименті). Визначити реальні статистичні закони, які обумовлюють об'єктивні властивості масових випадкових явищ, що вивчаються, дозволяють методи теорії ймовірностей. Ось чому теорія надійності базується на математичному апараті теорії ймовірності.

Ймовірність тієї чи іншої події – це перш за все кількісна характеристика, яка дозволяє оцінити ступінь об'єктивної можливості деякої події.

За одиницю вимірювання для ймовірності прийнята ймовірність виникнення достовірної події, тобто події, яка внаслідок досліду (випробування) повинна обов'язково (неминуче) відбутися.

Приклад. Якщо проводимо спостереження за роботою 10 елементів (елементи не поновлюються), то подія – виникнення не більше 10 відмов є достовірною. Ця ймовірність відповідає одиниці.

Протилежним до достовірної є неможлива подія, тобто така подія, яка в даному досліді не може відбутися.

Приклад. Факт безвідмовної роботи елемента (системи) протягом безмежно довгого часу є неможливою подією, так як рано чи пізно система відмовить. Виходить, що ймовірність безвідмовної роботи елемента (системи) на протязі безмежно довгого часу дорівнює нулю, тобто ймовірність виникнення неможливої події дорівнює нулю.

Будь-яка інша подія, не достовірна та не неможлива, має величину ймовірності появлення, яка лежить в межах між одиницею та нулем. Безпосередній підрахунок ймовірності події пов'язаний з одним із трьох визначень ймовірності.

2.2.1 Класичне визначення ймовірності

Ймовірність деякої події A можна визначити безпосередньо з умов досліду, коли вихідний результат досліду можна розділити на деяке число поодиноких випадків, які входять у повну групу з n-несумісних та рівноможливих подій. Сукупність декількох подій утворюють групу подій. Говорять, що декілька подій утворюють повну групу подій, якщо внаслідок досліду (випробування) обов'язково повинна відбутися хоча би одна з них.

Приклад. Безвідмовна робота або відмова одного, двох та більше елементів при спостереженні за роботою декількох непоновлюваних елементів утворюють повну групу подій (одна з них на протязі досліду обов'язково відбудеться).

Несумісні події – такі, які у даному досліді не можуть з'явитися разом. Безвідмовна робота і відмова події несумісні.

Рівноможливі (однаково можливі) події – такі, які в процесі досліду можуть відбутися з однаковою ймовірністю внаслідок повної симетрії можливих виходів.

Якщо те чи інше випробування (дослід) забезпечує симетрію можливих виходів тобто забезпечує наявність однакової можливості у повній групі несумісних подій, то говорять, що такий дослід (випробування) зводиться до "схеми випадків" або до "схеми можливих результатів". В цьому й тільки в цьому випадку ймовірність події А визначається безпосередньо з умов досліду по класичній формулі, як відношення числа m випадків сприятливих даній події, до загального числа n усіх однаково можливих випадків:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

2.2.2 Геометричне визначення ймовірності

Нехай внаслідок досліду деяка точка О обов'язково опиниться в області А (див. рис. 2.2), треба знайти ймовірність того, що точка О опиниться в області Б, яка є частиною області А.

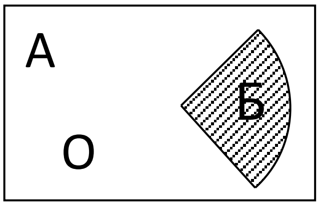


Рисунок 2.2

Ймовірність появи точки О в області Б залежить тільки від величини цієї області та не залежать від її форми та характеру розміщення в області А. Таким чином, чим більша область Б, тим більша ймовірність попадання до неї точки О (й навпаки).

Оскільки число можливих випадків у даному досліді є нескінченним, безмежним, то можливість застосування класичної формули для визначення ймовірності виключена.

В даному випадку шукану ймовірність визначають відношенням площин:

$$P = \frac{площа\ Б}{площа\ А}.$$

Виходячи з визначення геометричної ймовірності (див рис. 2.3), попадання точки (момент відмови елемента) в інтервал $[\tau_2, \tau_1]$, залежить більше від довжини цього інтервалу та не залежить від того, де цей інтервал знаходиться у середині інтервалу $[t_2, t_1]$, тобто:

$$P = \frac{\tau_2 - \tau_1}{t_2 - t_1}$$

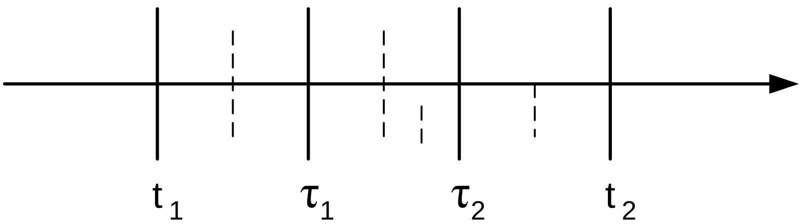


Рисунок 2.3

2.2.3 Статистичне визначення ймовірності

Коли дослід не зводиться до "схеми випадків", ймовірність події визначають статистично, попередньо провівши довготривалі спостереження над появою чи непоявою шуканої події при великій кількості випробувань, які відбуваються в одних і тих же умовах.

Приклад. Нехай на протязі 500 год. спостережень з 1000 конденсаторів відмовили 15 (конденсатори не замінюються новими). Розглянемо подію – безвідмовну роботу конденсаторів за t=500 год. Ймовірність безвідмовної роботи (за t=500 год) конденсаторів по аналогії з класичним визначенням ймовірності подій може бути оцінено як:

$$P^*(t) = \frac{\text{число випадків безвідмовної роботи}}{\text{загальне число випадків}} = \frac{1000-15}{1000} = 0{,}985 .$$

Якщо розглядувана подія – відмова конденсатора, то ймовірність відмов за час t=500 год може бути оцінено величиною:

$$q^*(t) = \frac{\text{число випадків відмов}}{\text{загальне число випадків}} = \frac{15}{1000} = 0{,}015 .$$

Значком (*) позначається статистичне значення ймовірності, яка є наближеним числовим значенням відповідної ймовірності.

Таким чином, статистична ймовірність деякої події А визначається як відношення числа дослідів m, у яких подія, яка нас цікавить, повториться до загального числа дослідів n, приведених у даних випробуваннях:

$$P^*(A) = \frac{m}{n} \quad (m \le n). \tag{2.1}$$

Статистичну ймовірність часто називають частотою появи події або відносною частотою.

У формулі (2.1) умова $m \le n$ є очевидною, якщо при дослідженнях на надійність відбувається заміна елементів, що відмовили, новими, то число m може стати більшим n, тобто будь-яким.

Таким чином, формула (2.1) при розрахунку елементів (систем) може бути застосована для випадку випробувань не поновлюваних та незамінних елементів (систем).

При використанні формули (2.1) для випадку повністю відновлюваних (замінних) елементів (систем) треба в числа m та n включити й число відновлювань.

Численні досліди показують, що частота події $P^*(A)$ при достатньо великій кількості дослідів n в попередній серії випробувань зберігає майже постійну величину від серії до серії, тобто коливання частот відбувається біля математичної ймовірності події P. Цей зв'язок між статистичною та математичною ймовірностями вперше довів Бернуллі у своїй теоремі: *Якщо подія А має ймовірність р, то при необмеженому збільшенні числа дослідів* *ймовірність розходження між частотою і ймовірністю p наближається до нуля.*

Іншими словами, якщо число дослідів велике, то, приймаючи частоту події за значення ймовірності, ми дуже мало ризикуємо помилитися на якусь суттєву величину. Іноді говорять, що частота події збігається по ймовірності до ймовірності події.

2.2.4 Способи обчислення ймовірностей

Обчислення ймовірності події, яке ґрунтується на класичному або геометричному визначеннях можемо зробити тільки для простих випадків. Обчислення ймовірностей складних подій як правило базується на непрямих методах, які використовують правило додавання ймовірностей та правило множення ймовірностей.

Нехай маємо два елемента A_1 та A_2. При цьому подія A_1 полягає у тому, що за час досліджень відмовить елемент A_1, а подія A_2 – елемент A_2. В процесі досліду може відмовити або A_1, або A_2, або A_1 та A_2 разом.

Сумою декількох подій називається подія, яка полягає у появі хоча б однієї з цих подій (або A_1, або A_2, або A_1 та A_2 разом).

Частковим випадком є випадок несумісних подій. *Сумою декількох несумісних подій* називається подія, яка полягає у появі тільки однієї з цих подій (або A_1, або A_2).

Правило додавання ймовірностей для несумісних подій: ймовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій, тобто:

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2). \tag{2.2}$$

В цій формулі знак "+" замінює сполучення "або".

Для суми n несумісних подій теорема додавання має вигляд:

$$P(A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1. \tag{2.3}$$

З цього правила додавання випливають два висновки (наслідки):

1. Якщо події A_1, A_2, ... , A_n утворюють повну групу несумісних подій, то сума їх ймовірностей дорівнює 1:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \ldots + P(A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1.$$

2. Сума ймовірності протилежних подій дорівнює 1.

Протилежними подіями називають події, які утворюють повну групу подій: якщо $p(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи, $q(t)$ – ймовірність відмови за час t, а відповідні події утворюють повну групу протилежних подій, то:

$$p(t) + q(t) = 1.$$

Правило додавання ймовірностей ускладнюється якщо розглядаються сумісні події або ті, які у даному досліді можуть з'явитися разом.

Для *сумісних подій* правило додавання ймовірностей має такий вигляд:

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1, A_2), \tag{2.4}$$

де $P(A_1, A_2)$ – ймовірність сумісної появи першої та другої події.

Зрозуміти сенс даної формули можливо розглядаючи графічну інтерпретацію поняття суми та добутку подій (див. рис. 2.4).

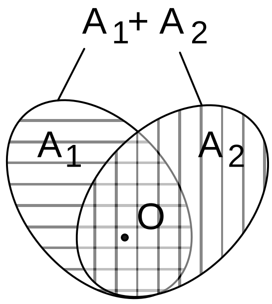


Рисунок 2.4

Якщо подія A_1 є попадання точки O в область A_1, а A_2 – в область A_2, то подія $A_1 + A_2$ є попадання в заштриховану область. Якщо події A_1 та A_2 несумісні, то точки які їм належать не можуть попасти одночасно у заштриховану область, яку позначено двійною штриховкою.

Введемо поняття добутку подій.

Добутком декількох подій називається подія, яка полягає у сумісній появі цих подій.

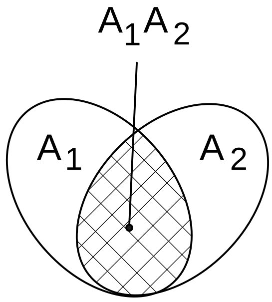
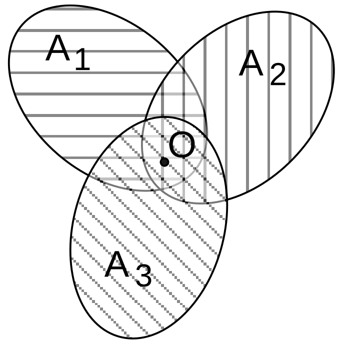


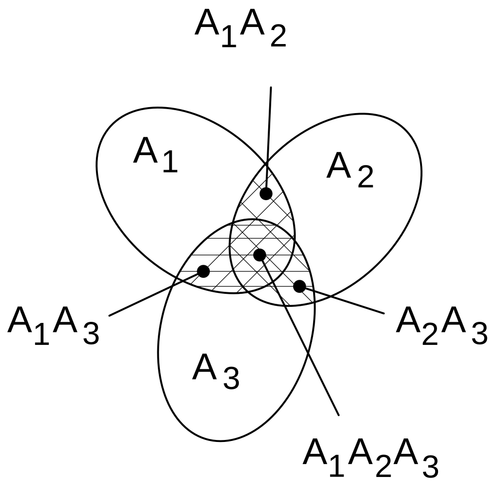
Рисунок 2.5

Подія $A_1\,A_2$ – добуток двох подій – полягає у одночасному попаданні точок, які належать A_1 та A_2 (дивись заштриховану область рисунку 2.5).

Тому подія $A_1\,A_2$ зменшує кількість точок області, які належать події A_1, та події A_2. Відповідно ймовірність або настання події A_1 або A_2 зменшується на величину ймовірності заступлення сумісної події A_1 та A_2 в формулі (2.4). Використовуючи геометричну інтерпретацію можна досить легко записати формули для ймовірностей декількох сумісних подій, наприклад, A_1, A_2, A_3 (див. рис. 2.6).



Сума трьох подій



Добуток трьох подій

Рисунок 2.6

$$P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_1A_2) + P(A_1A_3) + P(A_2A_3) + P(A_1A_2A_3).$$

В цій формулі додавання ймовірності $P(A_1A_2A_3)$ викликано тим, що кожна з подій $A_1\,A_2$, $A_1\,A_3$, $A_2\,A_3$, вміщує підмножину точок області, яку утворено перетином границь областей A_1, A_2 та A_3.

2.2.5 Правило множення ймовірностей

В формулі (2.4) є ймовірність $P(A_1, A_2)$ настання сумісної події A_1 та A_2. Події A_1 та A_2 можуть бути:

1. Подія A_1 називається *незалежною* від події A_2, якщо ймовірність події A_1 не залежить (не змінюється) від того, відбудеться чи ні подія A_2.

2. Дві події називаються *залежними*, якщо ймовірність однієї з них змінюється від того, відбулася чи ні друга подія.

Це зауваження суттєве, так як при розрахунках надійності пристроїв автоматики дуже часто приходиться зустрічатися з обома типами подій. Наприклад, однорідні елементи не об'єднані в конкретні схеми – відмова одного з них не вплине на ймовірність виникнення відмови в другому елементі. Залежна відмова настає тоді, коли відмова одного викликає відмову другого (наприклад, коли вихід одного елемента з ладу приводить до виходу з ладу всієї схеми).

Ймовірність події A_1 визначена при умові, що відбулася подія A_2, називається *умовною ймовірністю події* A_1 та позначається як $p(A_1, A_2)$. Тоді правило множення ймовірностей (для двох подій) буде таке: ймовірність добутку двох подій (A_1 та A_2) дорівнює добутку ймовірності однієї з них (A_1) на умовну ймовірність другої (A_2), обчислену з припущенням що перша подія відбулася, тобто:

$$p(A_1, A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) = p(A_2) \cdot p(A_1|A_2).$$

Якщо події незалежні, то, очевидно, що $p(A_1) = p(A_1|A_2)$, також як й $p(A_2) = p(A_2|A_1)$. Звідси виходить ймовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$p(A_1, A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2).$$

В цій формулі операція множення замінює сполучник "і". Це правило можна застосовувати для будь-якої кількості подій. Наприклад, для трьох залежних подій:

$$p(A_1, A_2, A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) \cdot p(A_3|A_1 A_2).$$

Приклад. Схема тригера має: 2 транзистори з ймовірністю безвідмовної роботи $P_{Tp}(t)$=0,99 кожний; шість резисторів R однакової надійності [$p_R(t)$=0.998]; два конденсатори однакової надійності [$p_n(t)$=0.997]. Відмова будь-якого з 10 елементів призводить до відмови тригера. Усі елементи незалежні. Визначити загальну надійність тригера.

Розв'язок. Тригер буде виконувати свої функції якщо і транзистори, і резистори, і конденсатори будуть працювати безвідмовно. Відповідно до цього ймовірність безвідмовної роботи тригера $p_0(t)$ може бути визначена на основі правила множення ймовірностей незалежних подій:

$$p_0(t) = p_{mp}^2(t) \cdot p_R^6(t) \cdot p_n^2(t) = 0{,}99^2 \cdot 0{,}998^6 \cdot 0{,}997^2 \approx 0{,}96.$$

Таким чином, якщо система складається з N незалежних елементів, а ймовірність безвідмовної роботи і-того елемента дорівнює $p_0(t)$, то загальна імовірність безвідмовної роботи системи складає:

$$p_0(t) = p_1(t) \cdot p_2(t) \cdot p_3(t) \cdot \ldots \cdot p_i(t) \ldots \cdot p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t).$$

Ця формула широко застосовується для послідовних з'єднань елементів, коли залежністю елементів можна знехтувати.

Послідовним з'єднанням елементів (систем) називається така її сукупність, коли необхідною та достатньою умовою відмови всього з'єднання в цілому є відмова хоча б одного елемента (системи).Послідовне з'єднання елементів (систем) називають основним.

Паралельне з'єднання елементів по надійності називають резервним з'єднанням. *Паралельне з'єднанням елементів* (систем) – це таке з'єднання, або сукупність елементів (систем) для яких необхідною та достатньою умовою відмови є відмова всіх елементів (систем).

Приклад. Два генератори (як елементи) працюють на одне навантаження (див. рис. 2.7). Відмова одного з них не вплине на роботу іншого. Нехай A_1 та A_2 – дві системи. Якщо відмовить A_1 то система працює за рахунок A_2 та навпаки. Відмовити система може тільки при одночасній відмові A_1 та A_2 (відмови незалежні). Тут якраз наведені умови застосування правила множення ймовірностей незалежних подій для визначення імовірності відмови системи.

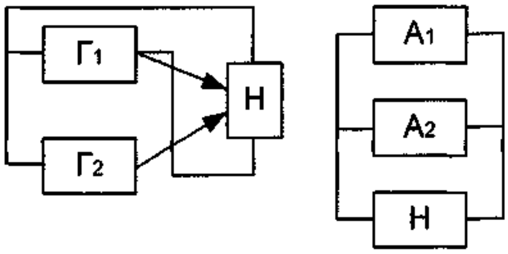


Рисунок 2.7

Позначимо $q_1(t)$ – ймовірність відмови елемента (системи) A_1 за час t; $q_2(t)$ – ймовірність відмови елемента (системи) A_2 за час t. Тоді згідно визначення для паралельного з'єднання елементів ймовірність відмови системи:

$$Q(t) = q_1(t) \cdot q_2(t),$$

або врахувати, що повна група протилежних подій $p(t) + q(t) = 1$. Можемо записати, що:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - [1 - p_1(t)] \cdot [1 - p_2(t)] = 1 - 1 + p_1(t) + p_2(t) - p_1(t) \cdot p_2(t) =$$
$$= p_1(t) + p_2(t) - p_1(t) \cdot p_2(t),$$

де $P(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$ – імовірності безвідмовної роботи за час t відповідно системи, елемента A_1 та елемента A_2.

Паралельне (резервне) включення елементів по надійності підвищує загальну надійність за рахунок застосування однакових (резервних) елементів.

Приклад. Нехай два елемента A_1 та A_2 рівнонадійні, а $p_1(t) = p_2(t) = 0{,}9$, то загальна надійність системи буде рівна:

$$P(t) = p_1(t) + p_2(t) - p_1(t) \cdot p_2(t) = 0{,}9 + 0{,}9 - 0{,}81 = 0{,}99.$$

2.2.6 Формула повної ймовірності

При більш докладніших розрахунках надійності, коли взаємні зв'язки відіграють суттєву роль, приходиться застосовувати більш складні схеми подій у вигляді комбінації простих подій, застосовуючи як операцію додавання, так і операцію множення подій.

Нехай деяка подія A може відбутися тільки тоді, коли разом з нею відбувається одна з n несумісних подій M_1, M_2, ..., M_i , ..., M_n, які утворюють повну групу подій. Тобто, це означає, що подія A рівносильна появі або AM_1, або AM_2 і т.д.:

$$A = AM_1 + AM_2 + AM_3 + ... + AM_i + ... + AM_n = \sum_{i=1}^{n} (AM_i)$$

Використовуючи правило додавання ймовірностей несумісних подій, отримаємо:

$$p(a) = p\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{AM_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{p(AM_i)}$$

а з врахуванням правила множення ймовірностей:

$$\mathrm{p(AM_i) = p(M_i) \cdot p(A \mid M_i)}$$

Підставляючи з цієї формули значення $p(AM_i)$ до попередньої формули, отримаємо формулу повної ймовірності:

$$p(a)=\sum_{i=1}^{n}p(M_i)\cdot p(A\,|\,M_i).$$

Події M_1, M_2, ..., M_i , ..., M_n при яких тільки й може відбутися подія А, називають *гіпотезами відносно* А.

2.2.7 Функція розподілу

Для кількісної оцінки закону розподілу випадкової величини (дискретної або неперервної) задають *функцію розподілу ймовірностей випадкової величини*, яку визначають як ймовірність того, що випадкова величина X прийме значення, менше деякого фіксованого числа x, та позначають

$$F(x)=P\{X<x\}$$

або

$$F(x)=P\{-\infty<X<x\}.$$

Функцію розподілу $F(x)$ інколи називають *інтегральною функцією* розподілу ймовірностей випадкової величини.

Знаючи функцію розподілу $F(x)$, можна обчислити ймовірність попадання випадкової величини в деякий інтервал $[a,b)$:

$$P\{-\infty<X<x\}=F(b)-F(a).$$

Дійсно, випадкова подія $\{X<b\}$ є об’єднанням двох несумісних подій $\{X<a\}$ та $\{a\le X<b\}$.

Отже, за теоремою додавання ймовірностей несумісних подій маємо

$$P\{X<b\}=P\{X<a\}+P\{a\le X<b\},$$

звідки

$$P\{a\le X<b\}=P\{X<b\}-P\{X<a\}$$

або, враховуючи вищесказане позначення (2):

$$P\{a<X<b\}=F(b)-F(a).$$

Отже, ймовірність попадання випадкової величини X на заданий інтервал рівна приросту функції розподілу на заданому інтервалі.

Графік функції розподілу дискретних випадкових величин має стрибкоподібний вигляд (див. рис. 2.8). При досягненні поточної змінної x можливих значень величини X випадкова функція $F(x)$ робить стрибок на величину, яка дорівнює ймовірності даного значення випадкової величини.

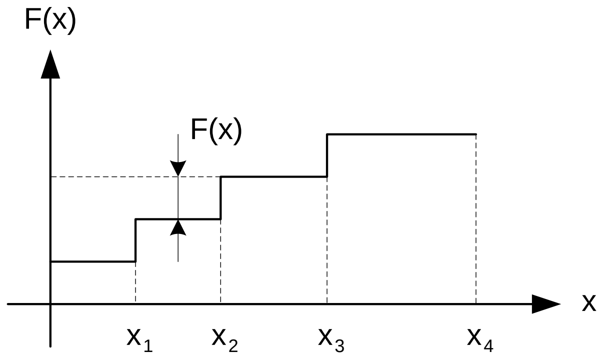


Рисунок 2.8

Встановимо деякі *властивості функції розподілу*:

1. $F(x)$ є неспадною функцією, тобто $F(x_2) \geq F(x_1)$, якщо $x_1 < x_2$.
2. Значення функції розподілу належать відрізку $[0;1]$, тобто $0 \leq F(x) \leq 1$, або інакше: $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$.
3. Функція розподілу неперервна зліва: $F(x) = F(x-0), \forall x$.

Стосовно теорії надійності функція розподілу має ряд загальних властивостей:

1. Чим більший час роботи елемента або системи, тим більша ймовірність відмови. При $t_2 > t_1$ величина ймовірності відмов $q(t_2) > q(t_1)$.
2. При $t = 0$ ймовірність відмови $q(t) = 0$ (виключаємо можливі випадки відмови елемента до можливого включення в роботу).
3. При $t \to \infty$ відмова стає достовірною подією $q(t) \to 1$.

2.2.8 Щільність (густина) розподілу

Закон розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин може бути заданий також *щільністю (густиною) розподілу*.

Нехай неперервна випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)$, неперервною та диференційованою. Ймовірність попадання цієї випадкової величини в деякий інтервал $(x, x + \Delta x)$ знайдемо на підставі співвідношення (2):

$$P\{x < X < x + \Delta x\} = F(x + \Delta x) - F(x),$$

тобто як приріст функції розподілу на цьому інтервалі.

Відношення $\dfrac{P\{x < X < x + \Delta x\}}{\Delta x}$ виражає середню ймовірність, яка приходиться на одиницю довжини інтервалу. Перейшовши до границі при $\Delta x \to 0$, отримаємо

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x).$$

Щільність розподілу в теорії надійності є показником оцінки надійності невідновлювальних систем. Цією характеристикою зручно користуватися й при визначенні щільність ймовірності часу до першої відмови або між відмовами невідновлювальних систем. Крива, яка зображує щільність розподілу випадкової величини називається *кривою розподілу*. В теорії надійності використовуються дві криві розподілу (див. рис. 2.9).

а) щільність розподілу часу безвідмовної роботи для раптових відмов не поновлювальних однотипних елементів; найбільша щільність ймовірності відмов приходить на початковий період роботи елементів, але це не означає, що надійність пристрою не зміниться, бо на експлуатації знаходиться менша кількість елементів та ймовірність виникнення відмов в меншої кількості елементів менша. Коли не залишиться ні одного елемента, то щільність розподілу рівна 0.

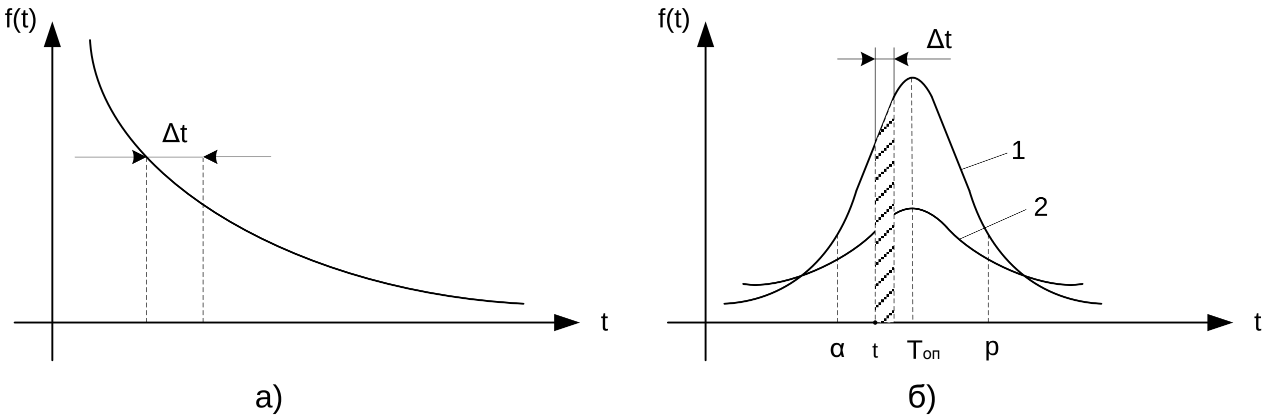


Рисунок 2.9

б) щільність розподілу для випадку поступових відмов (які накопичуються з часом) невідновлювальних елементів (систем). Поступові відмови на відміну від раптових пов'язані з повільним накопиченням ознак старіння та зношення, які проявляються після достатнього терміну роботи систем. В період масового старіння та зношення ($T_{оп}$) крива різко йде вверх (щільність розподілу часу безвідмовної роботи має max при $T_{оп}$). Після цього щільність розподілу спадає, оскільки на випробуваннях залишається менше елементів (систем), що приводить до зменшення виникнення відмов тобто $f(x) \to 0$.

2.2.9 Числові характеристики випадкових величин

Для оцінки розподілу випадкових величин використовуються числові характеристики:

– математичне сподівання;
– дисперсія;
– середньоквадратичне відхилення.

Математичним сподіванням дискретної випадкової величини X, що приймає скінченну кількість значень x_i з ймовірностями p_i, називається сума:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i .$$

Математичним сподіванням неперервної випадкової величини X називається інтеграл від добутку її значень x_i на щільність розподілу ймовірностей $f(x)$:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Математичне сподівання характеризує *середнє значення* випадкової величини X. Її розмірність співпадає з розмірністю випадкової величини.

Властивості математичного сподівання:

- $M(c \cdot X) = c \cdot M(X), c \in R$,

- $M(X+Y)=M(X)+M(Y)$,
- $M(X \cdot Y)=M(X) \cdot M(Y)$ для незалежних випадкових величин X та Y.

Дисперсією випадкової величини X називається число:

$$D(X)=M\left\{[X-M(X)]^2\right\}=M\left(X^2\right)-[M(X)]^2.$$

Дисперсія є *характеристикою розсіювання* значень випадкової величини X відносно її середнього значення $M(X)$. Розмірність дисперсії рівна розмірності випадкової величини в квадраті. Виходячи з визначення дисперсії та математичного сподівання для дискретної випадкової величини та для неперервної випадкової величини отримаємо аналогічні вирази для дисперсії:

$$D(X)=M(X-m)^2=\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-m)^2 p_i & \textit{для дискретних випадкових величин,} \\ \int\limits_{-\infty}^{\infty}(x-m)^2 f(x)dx & \textit{для неперервних випадкових величин.} \end{cases}$$

Тут $m=M(X)$.

Властивості дисперсії:

- $D(c \cdot X)=c^2 \cdot D(X), c \in R$,
- $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ для незалежних випадкових величин X та Y.

Середньо квадратичне відхилення характеризує міру розсіювання значень випадкової величини X, має з нею однакому розмірність та визначається за формулою:

$$\sigma=\sqrt{D(X)}.$$

2.2.10 Потік подій. Простий потік подій та його характеристики

Потоком подій називається така послідовність подій, що розвиваються одна за одною у випадкові моменти часу. Якщо розглядається потік відмов та поновлення систем, а час відновлення при даному розгляді дорівнює нулеві, то одержимо потік відмов, які виникають одна за одною. Потоки цих подій можуть бути різними. Розрізняють потоки: регулярний, нерегулярний, простий, найпростіший.

Потік подій відбувається у часі (див. рис. 2.10).

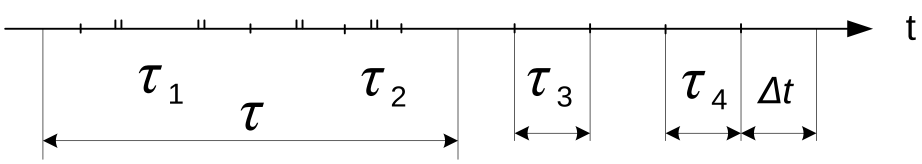


Рисунок 2.10

Характеристики потоків подій:

1. Стаціонарність. Ймовірність виникнення певної кількості подій за інтервал часу тривалістю τ залежить не від того, де інтервал часу τ

знаходиться на осі часу t, а тільки від довжини інтервалу τ. Більшому інтервалу відповідає більша кількість подій. Ця умова для потоку відмов в апаратурі виконується наближено. В період експлуатації апаратури потоки відмов є нестаціонарними.

2. Відсутність післядії. Характер протікання потоку подій після часу τ не залежить від того як протікав потік до цього моменту. Математично це означає, що умовна ймовірність появи K подій (відмов) за інтервал $\left[\tau, \tau + \tau_3\right]$ розрахована при довільних припущеннях про насичення подій до цього інтервалу та рівна безумовній ймовірності насичення подій за цей інтервал. З фізичної точки зору післядія виконується по-різному: 1 – внаслідок відмов одного елемента часто одночасно виходять з ладу залежні елементи; 2 – відмова одного елемента може призвести до виникнення напруженого елементарного режиму для інших елементів, що збільшує ймовірність їх відмов в подальшому; 3 – заміна відновлених елементів новими призводить до того, що наступна відмова скоріше станеться у елементів, які замінені раніше, ніж у щойно поставлених.

3. Ординарність. Термін ординарний говорить про те, що за невеликий проміжок часу Δt малоймовірна поява двох та більше подій.

Найважливішими чисельними параметрами випадкового потоку є інтенсивність потоку $\mu(t)$ та параметр потоку $\lambda(t)$.

Інтенсивністю потоку називають математичне сподівання кількості подій за одиницю часу в даний момент:

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{N}(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

тобто, це границя відношення середньої кількості подій ($\overline{N}$) на інтервалі $(t, t + \Delta t)$ до довжини цього інтервалу, що прямує до нуля.

Параметром потоку називається границя відношення ймовірності надходження хоча б однієї події на інтервалі $(t, t + \Delta t)$ до довжини цього інтервалу, що прямує до нуля:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Для стаціонарного процесу інтенсивність та параметр потоку – величини постійні не залежать від часу, тобто $\lambda(t) = \lambda$ та $\mu(t) = \mu$. Для ординарних потоків величина параметра потоку та інтенсивність потоку збігаються, тобто $\lambda = \mu$.

ЛЕКЦІЯ 3

ФАКТОРИ, ЩО ВПЛИВАЮТЬ НА НАДІЙНІСТЬ ЕОМ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Надійність складних систем залежить від різноманітних факторів, роздільне та комплексне вивчення яких необхідно, оскільки без розкриття фізичної природи відмов досить важко вибрати найкращий напрямок робіт по забезпеченню та підвищенню надійності як окремих видів обладнання, так ї систем в цілому.

Всю множину факторів, що впливають на обладнання складних систем, прийнято класифікувати за областю їх дії (див. рис. 3.1).

Основні параметри, які впливають на надійність комп'ютерних систем можна розділити на дві групи (див. рис. 3.2): 1) апаратні (технічні), тобто такі, що залежать від стану апаратури та її елементів; 2) неапаратні, тобто такі, що не залежать від стану апаратури, але впливають на функціональну надійність.

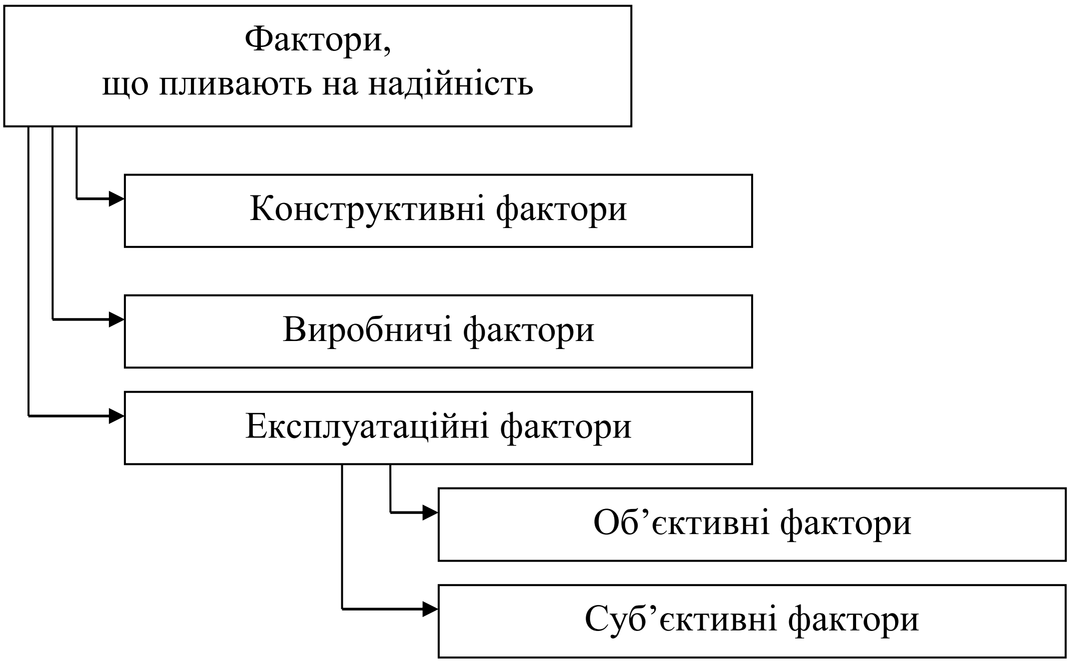


Рисунок 3.1. Фактори, що пливають на надійність обладнання складних систем

До *конструктивних факторів* належать:

- вибір структурної та функціональної схеми, способів резервування та контролю;
- вибір комплектуючих елементів та матеріалів, а також робочих умов, в яких повинні працювати комплектуючі елементи;
- призначення вимог до допусків на технічні характеристики елементів;
- розробка експлуатаційної документації та ін.

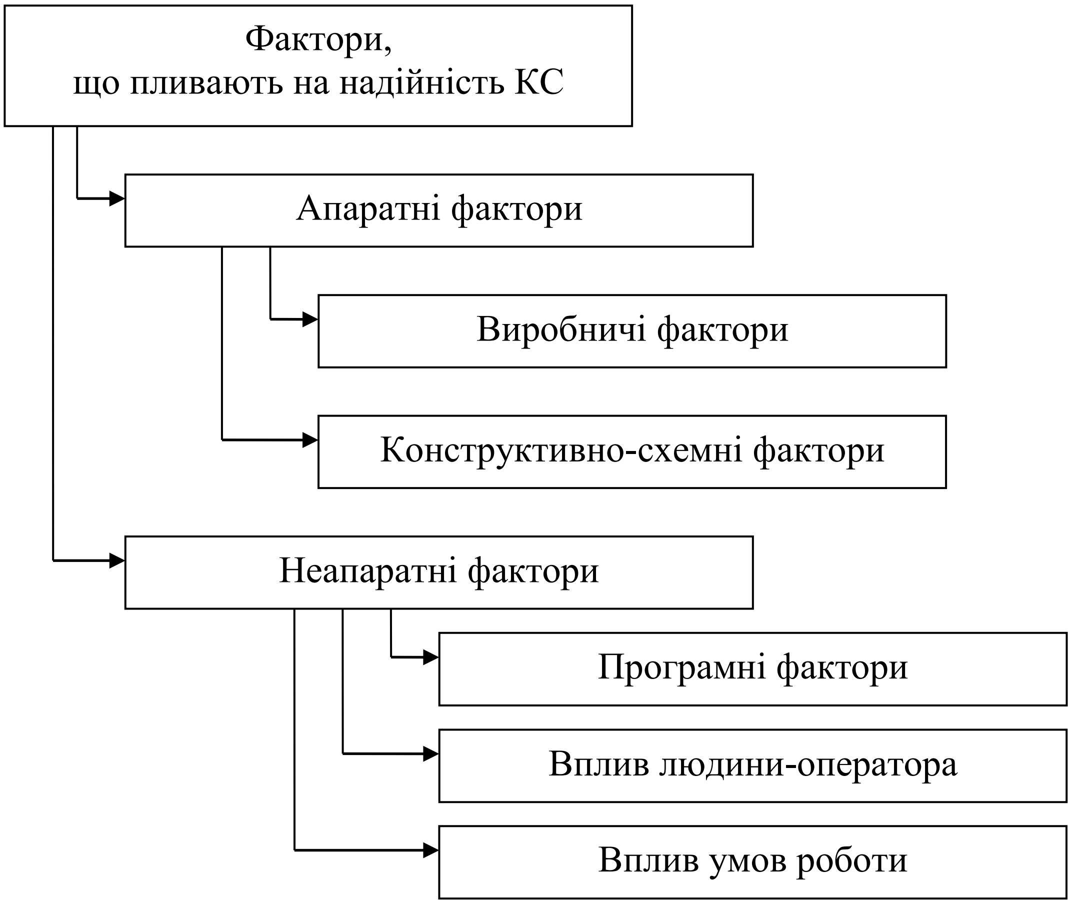


Рисунок 3.2. Фактори, що пливають на надійність КС

До *виробничих факторів* належать фактори, що виникають в процесі підготовки виробництва, виготовлення та виробничого контролю виробів:

- вхідний контроль якості матеріалів та елементів, що отримані від підприємств-постачальників;
- організація технологічного процесу виготовлення обладнання;
- контроль якості продукції на всіх етапах технологічного процесу;
- кваліфікація виробників;
- забезпечення якості та контроль монтажу та налагодження обладнання систем;
- умови роботи на виробництві та інше.

При проектуванні та конструюванні об’єкту закладається його надійність.

До *експлуатаційних факторів* відносяться фактори, що з’являються поза сферою проектування та виробництва об’єктів. Вони знижують надійність роботи виробу, коли обслуговування виробу проводиться недостатньо кваліфіковано, або коли режим його експлуатації не відповідає режиму встановленому при експлуатації. При високій якості обслуговування експлуатаційна надійність може підвищуватись в порівнянні з прогнозованою на етапі проектування та виробництва. За *характером дії на об'єкт експлуатації* фактори можна поділити на *об'єктивні* (дії зовнішнього середовища) та *суб'єктивні* (дія обслуговуючого персоналу). Об'єктивні фактори, що впливають на надійність об'єктів, можна класифікувати на дві групи: зовнішні та внутрішні фактори.

До *зовнішніх факторів* відносяться впливи, що обумовлені зовнішнім середовищем та умовами застосування. Це, по-перше, кліматичні фактори, механічні дії (вібрація, удари), електромагнітні та радіаційні випромінювання, тощо.

До кліматичних факторів відносяться: дія тепла та холоду, відносна вологість, атмосферний тиск, сонячна радіація.

Надійність залежить від умов оточуючого середовища та режимів експлуатація апаратури.

ЕОМ потребує особливих режимів роботи:

- температура (5-40) °С
- вологість (60-70)%
- атмосферний тиск (750±30)мм рт.ст.

Внутрішні фактори пов'язані із зміною параметрів об'єкта та конструкційних матеріалів (старіння, корозія, тощо). Ці зміни відбуваються в часі під впливом зовнішніх факторів.

Під *суб'єктивними експлуатаційними* факторами, що впливають на надійність, розуміють:

- кваліфікацію обслуговуючого персоналу;
- організацію та якість технічного обслуговування та регламентних робіт;
- методи та способи організації експлуатації об'єктів;
- організація збору та аналізу відомостей про надійність об'єктів.

Неапаратні фактори, які впливають на надійність ЕОМ та комп'ютерних систем виникають поза сферою проектування та виробництва цифрової техніки. До них належать:

- якість алгоритмів та програм для виробів з програмним керуванням;
- кваліфікація обслуговуючого персоналу та якість обслуговування апаратури;
- умови роботи апаратури, в тому числі температура, вологість, завади, тощо.

Схема зв'язку між рівнями надійності, наприклад ймовірного безвідмовного стану та факторами, які впливають на надійність може бути подана згідно рисунку 3.3, де:

a **-** конструктивно-схемні фактори (вони обумовлюють апаратурну конструктивно-схемну надійність виробу, цифра I);

b **-** виробничо-технологічні фактори (висока якість технологічного процесу різниться від номінального може підвищувати показник надійності на величину II);

c - математичне забезпечення (воно може підвищувати показник надійності до І+ІІ+Ш у випадку якщо якість алгоритму та програм вища ніж передбачалось при визначенні показників І та ІІ);

d - якість обслуговування;

e - умова роботи виробу (IV та V) приріст показника надійності, які викликані цими факторами якщо вони будуть більш сприятливими ніж передбачалось при проектуванні виробу.

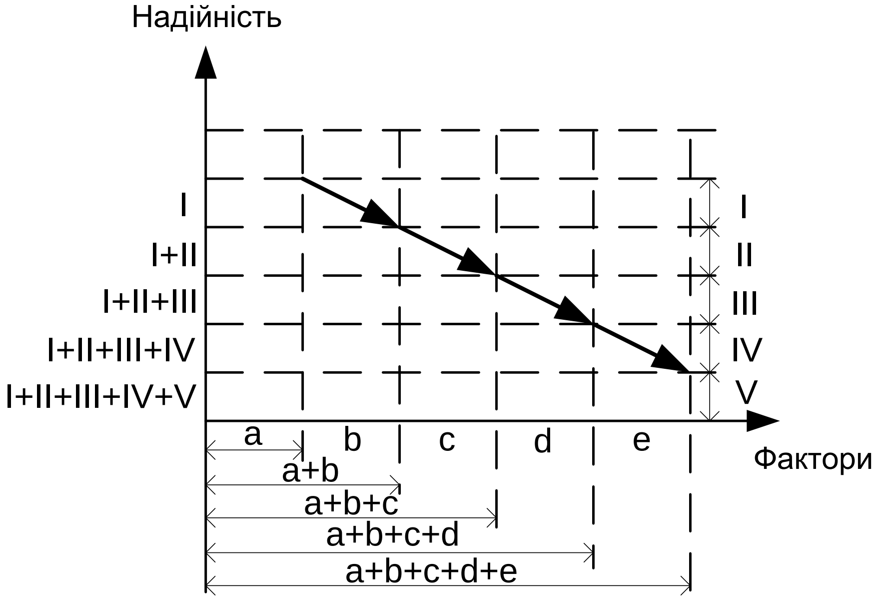


Рисунок 3.3. Схема зв'язку між рівнями надійності та факторами

При прогнозуванні показників надійності в процесі проектування звичайно приймається, що показники надійності не збільшуються, не зменшуються в процесі виробництва та експлуатації.

В цьому випадку справедливо наступне: надійність закладається при проектуванні, забезпечується при виробництві та підтримується при експлуатації.

Але так буває не завжди. На практиці має місце як погіршення так й покращення показників надійності в процесі виробництва та експлуатації.

ЛЕКЦІЯ 4

СТРУКТУРНО-ЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

4.1 Основи структурно-логічного аналізу

Кінцевою метою розрахунку надійності технічних пристроїв є оптимізація конструктивних рішень та параметрів, режимів експлуатації, організація технічного обслуговування та ремонтів. Тому вже на ранніх стадіях проектування важливо оцінити надійність об'єкту, виявити найбільш ненадійні вузли та деталі, визначити найбільш ефективні заходи підвищення показників надійності. Рішення цих завдань можливе після попереднього структурно - логічного аналізу системи.

Більшість технічних об'єктів, у тому числі ЕОМ, є складними системами, що складаються з окремих вузлів, деталей, пристроїв контролю, управління, тощо. *Технічна система* (ТС) – сукупність технічних пристроїв (елементів), призначених для виконання певної функції або функцій. Відповідно, елемент – складова частина системи.

Розбиття ТС на елементи досить умовно та залежить від постановки задачі розрахунку надійності.

При визначенні структури ТС в першу чергу необхідно оцінити вплив кожного елементу та його працездатності на працездатність системи в цілому. З цієї точки зору доцільно розділити усі елементи на чотири групи:

1. Елементи, відмова яких практично не впливає на працездатність системи.
2. Елементи, працездатність яких за час експлуатації практично не змінюється та ймовірність безвідмовної роботи близька до одиниці.
3. Елементи, ремонт або регулювання яких можливе при роботі виробу або під час планового технічного обслуговування.
4. Елементи, відмова яких сама по собі або у поєднанні з відмовами інших елементів призводить до відмови системи.

Очевидно, при аналізі надійності ТС має сенс включати в розгляд тільки елементи останньої групи.

Для розрахунків параметрів надійності зручно використати структурно-логічні схеми надійності ТС, які графічно відображають взаємозв'язок елементів та їх вплив на працездатність системи в цілому. Структурно-логічна схема є сукупністю раніше зазначених елементів, сполучених один з одним послідовно або паралельно. Критерієм для визначення виду з'єднання елементів (послідовного або паралельного) при побудові схеми є вплив їх відмови на працездатність ТС.

Послідовним (з точки зору надійності) вважається з'єднання, при якому відмова будь-якого елементу призводить до відмови усієї системи (див. рис. 4.1). *Паралельним* (з точки зору надійності) вважається з'єднання, при якому відмова будь-якого елементу не призводить до відмови системи, поки не відмовлять всі з’єднуючі елементи (див. рис. 4.2).

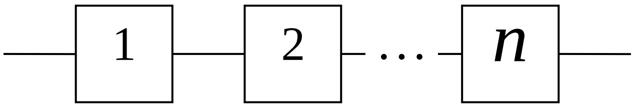


Рисунок 4.1. Послідовне з’єднання елементів

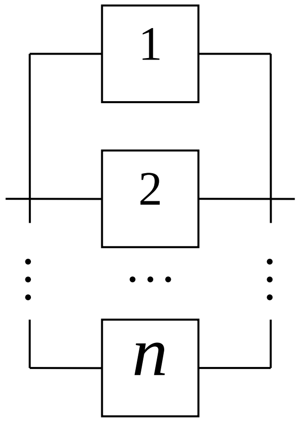


Рисунок 4.2. Паралельне з’єднання елементів

Певна аналогія тут простежується з електричним ланцюгом, що складений з елементів (справний елемент пропускає струм, що відмовив не пропускає): працездатному стану ТС відповідає можливість протікання струму від входу до виходу ланцюга.

В цілому аналіз структурної надійності ТС, як правило, включає наступні операції:

1. Аналізуються пристрої та функції, що виконуються системою та її складовими частинами, а також взаємозв’язок складових частин.
2. Формується зміст поняття “безвідмовної роботи” для даної конкретної системи.
3. Визначаються можливі відмови складових частин та системи, їх причини та можливі наслідки.
4. Оцінюється вплив відмов складових частин системи на її працездатність.
5. Система поділяється на елементи, показники надійності яких відомі.
6. Складається структурно-логічна схема надійності технічної системи, яка є моделлю її безвідмовної роботи.
7. Складаються розрахункові залежності для визначення показників надійності ТС із використанням даних по надійності її елементів та з врахуванням структурної схеми.

Залежно від поставленої задачі на основі результатів розрахунку характеристик надійності ТС робляться висновки та приймаються рішення про необхідність зміни або доопрацювання елементної бази, резервуванні деяких елементів або вузлів, про встановлення визначеного режиму профілактичного обслуговування, про номенклатуру та кількість запасних елементів для ремонту і т.д.

4.2 Розрахунки структурної надійності систем

Розрахунки показників безвідмовності ТС зазвичай проводяться за припущення, що як вся система, так й будь-який її елемент можуть знаходитися тільки в одному з двох можливих станів – працездатному та непрацездатному й відмови елементів незалежні один від одного. Стан системи (працездатний або непрацездатний) визначається станом елементів та їх поєднанням. Тому теоретично можливо розрахунок безвідмовності будь-якої ТС звести до перебору всіх можливих комбінацій станів елементів, визначення ймовірності кожного з них та додаванні ймовірностей працездатних станів системи. Такий метод практично універсальний та може використовуватися при розрахунку будь-якої ТС. Проте при великій кількості n елементів системи такий шлях стає нереальним через великий об'єм обчислень (наприклад, при $n = 10$ кількість можливих станів системи складає $2^n = 1024$, при $n = 20$ більше 10^6 , при $n = 30$ більше 10^9). Тому на практиці використовують ефективніші та економічніші методи розрахунку, не пов'язані з великим об'ємом обчислень. Можливість застосування таких методів пов'язана із структурою ТС.

4.2.1 Системи з послідовним з'єднанням елементів

Системою з *послідовним з'єднанням елементів* називається система, в якій відмова будь-якого елемента призводить до відмови всієї системи. Таке з'єднанням елементів в техніці зустрічається найчастіше, тому його називають *основним з'єднанням*.

В системі з послідовним з'єднанням для безвідмовної роботи протягом деякого напрацювання t необхідно й достатньо, щоб кожен з її n елементів працював безвідмовно протягом цього напрацювання. Вважаючи відмови елементів незалежними, ймовірність одночасної безвідмовної роботи n елементів визначається за теоремою добутку ймовірностей: ймовірність сумісної появи незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$P(t) = p_1(t) p_2(t) ... p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i(t)) \qquad (4.1)$$

(надалі аргумент t в дужках, що показує залежність показників надійності від часу, опускається для скорочення запису формул). Відповідно, ймовірність відмови такої ТС

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i). \qquad (4.2)$$

Якщо система складається з рівнонадійних елементів ($p_i = p$), то

$$P = p_i^n, \quad Q = 1 - (1 - q)^n. \qquad (4.3)$$

З формул (4.1)-(4.3) очевидно, що навіть при високій надійності елементів надійність системи при послідовному з'єднанні виявляється тим більш низькою, чим більша кількість елементів (наприклад, при $p = 0.95$ та $n = 10$ маємо $P = 0.60$, при $n = 15$ $P = 0.46$, а при $n = 20$ $P = 0.36$). Окрім того, оскільки всі множники в правій частині виразу (4.1) не більше одиниці, ймовірність безвідмовної роботи ТС при послідовному з'єднанні не може бути вище ймовірності безвідмовної роботи самого ненадійного з її елементів та з малонадійних елементів неможливо створити високонадійну ТС з послідовним з'єднанням.

4.2.2 Системи з паралельним з'єднанням елементів

Системою з *паралельним з'єднанням елементів* називається система, відмова якої відбувається тільки у випадку відмови всіх її елементів. Такі схеми надійності характерні для ТС, в яких елементи дублюються або резервуються, тобто паралельне з'єднання використовується як метод підвищення надійності. Але такі системи зустрічаються й самостійно.

Для відмови системи з паралельним з'єднанням елементів протягом наробітку t необхідно й достатньо, щоб всі її елементи відмовили протягом цього наробітку. Так що відмова системи полягає в сумісній відмові всіх елементів, ймовірність чого (за припущення незалежних відмов) може бути знайдена за теоремою добутку ймовірностей як добуток ймовірностей відмов елементів:

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (4.4)$$

Відповідно, ймовірність безвідмовної роботи дорівнює:

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \qquad (4.5)$$

Для систем з рівнонадійних елементів ($p_i = p$)

$$Q = q^n \quad , \quad P = 1 - (1 - p)^n , \qquad (4.6)$$

тобто, надійність системи з паралельним з'єднанням зростає при збільшенні кількості елементів (наприклад, при $p = 0.9$ та $n = 2$ $P = 0.99$, а при $n = 3$ $P = 0.999$).

Оскільки $q_i < 1$, добуток в правій частині (4.4) завжди менше будь-якого з множників, тобто ймовірність відмови системи не може бути вище ймовірності самого надійного її елемента та навіть з порівняно ненадійних елементів можлива побудова цілком надійної системи.

4.2.3 Системи типу "m з n"

Систему типу "m з n" можна розглядати як варіант системи з паралельним з'єднанням елементів, відмова якої відбудеться, якщо з n елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менше m елементів ($m < n$).

На рисунку 4.3 представлена система "2 з 5", яка працездатна, якщо з п'яти її елементів працює будь-які два, три, чотири або всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів 1 та 2 зроблено умовно, насправді усі п'ять елементів рівнозначні). Системи типу " m з n " найчастіше зустрічаються в електричних та системах зв'язку (при цьому елементами виступають канали з'єднань), технологічних ліній, а також при структурному резервуванні.

Для розрахунку надійності систем типу " m з n " при порівняно невеликій кількості елементів можна використати *метод прямого перебору*. Він полягає у визначенні працездатності кожного з можливих станів системи, що визначаються різними поєднаннями працездатних та не працездатних станів елементів.

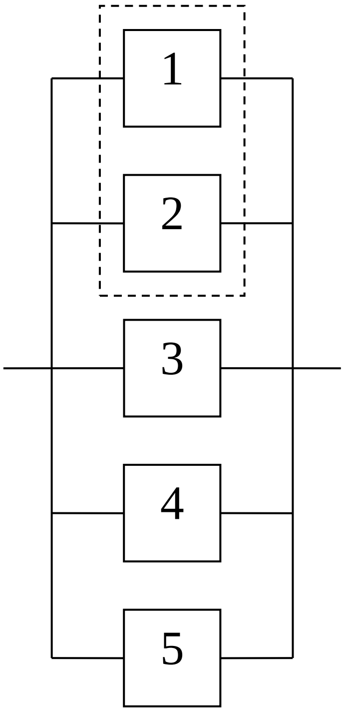


Рисунок 4.3. Система “2 з 5“

Всі стани системи “2 з 5“ занесені в таблицю 4.1. (в таблиці працездатні стани елементів та системи відмічені знаком “+“, не працездатні - знаком “-“). Для даної системи працездатність визначається лише кількістю працездатних елементів. За теоремою множення ймовірностей ймовірність будь-якого стану визначається як добуток ймовірностей станів, в яких знаходяться елементи. Наприклад, в рядку 9 описано стан системи, в якому відмовили елементи 2 та 5, а інші працездатні. При цій умові “2 з 5“ виконується, так що система в цілому працездатна. Ймовірність такого стану:

$$P_9 = p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 = p^3 q^2$$

(вважається, що всі елементи рівнонадійні). З врахуванням всіх можливих станів ймовірність безвідмовної роботи системи може бути знайдена за теоремою додавання ймовірностей всіх працездатних поєднань. Оскільки в таблиці 4.1 кількість не працездатних станів менша, ніж працездатних (відповідно 6 та 26), простіше обчислити ймовірність відмови системи. Для цього додаються ймовірності непрацездатних станів (де не виконується умова “ 2 з 5 “):

$$Q = P_{32} + P_{27} + P_{28} + P_{29} + P_{30} + P_{31} = q^5 + 5pq^4 = \\ = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5. \quad (4.7)$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P = 1 - q = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \quad (4.8)$$

Розрахунок надійності системи "m з n" може проводитися *комбінаторним методом*, в основі якого лежить формула біноміального розподілу. Біноміальному розподілу підпорядковується дискретна випадкова величина k - кількість появ деякої події в серії з n дослідів, якщо в окремому досліді ймовірність появи події складає p. При цьому ймовірність появи події дорівнює k разів визначається:

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (4.9)$$

де C_n^k - біноміальний коефіцієнт, що називається “кількістю поєднань по k з n“ (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію "k з n"):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad (4.10)$$

Таблиця 4.1 – Таблиця станів системи “2 з 5”

N Стану	Стан елементів					Стан системи	Ймовірність стану системи
	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	+	p^5
2	+	+	+	+	-	+	$p^4q^1 = p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+	+	
4	+	+	-	+	+	+	
5	+	-	+	+	+	+	
6	-	+	+	+	+	+	
7	+	+	+	-	-	+	$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-	+	
9	+	-	+	+	-	+	
10	-	+	+	+	-	+	
11	+	+	-	-	+	+	
12	+	-	+	-	+	+	
13	-	+	+	-	+	+	
14	+	-	-	+	+	+	
15	-	+	-	+	+	+	
16	-	-	+	+	+	+	
17	+	+	-	-	-	+	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
18	+	-	+	-	-	+	
19	-	+	+	-	-	+	
20	+	-	-	-	+	+	
21	-	+	-	-	+	+	
22	-	-	-	+	+	+	
23	+	-	-	+	-	+	
24	-	+	-	+	-	+	
25	-	-	+	-	+	+	
26	-	-	+	+	-	+	
27	+	-	-	-	-	-	$p^1q^4 = p^1(1-p)^4$
28	-	+	-	-	-	-	
29	-	-	+	-	-	-	
30	-	-	-	+	-	-	
31	-	-	-	-	+	-	
32	-	-	-	-	-	-	$q^5 = (1-p)^5$

Оскільки для відмови системи "m з n" достатньо, щоб кількість справних елементів була менше m, ймовірність відмови можу бути знайдена за теоремою додавання ймовірностей для $k = 0, 1, ... (m-1)$:

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \qquad (4.11)$$

Аналогічно можна знайти ймовірність безвідмовної роботи як суму (4.9) для *k=m, m+1, ... , n*:

$$P = \sum_{k=m}^{n} P_k = \sum_{k=m}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \qquad (4.12)$$

Очевидно, що $Q + P = 1$, тому в розрахунках необхідно вибирати ту з формул (4.11), (4.12), яка в даному конкретному випадку містить меншу кількість доданків.

Для систем “2 з 5“ (див. рис4.3) за формулою (4.12) отримаємо:

$$\begin{aligned} P &= C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + C_5^5 p^5 = 10p^2(1-p)^3 + \\ &+ 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5 = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \end{aligned} \qquad (4.13)$$

Ймовірність відмови тої ж системи за (4.11):

$$\begin{aligned} Q &= C_5^0 (1-p)^5 + C_5^1 p(1-p)^4 = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = \\ &= 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5, \end{aligned} \qquad (4.14)$$

що, як видно, дає той самий результат для ймовірності безвідмовної роботи.

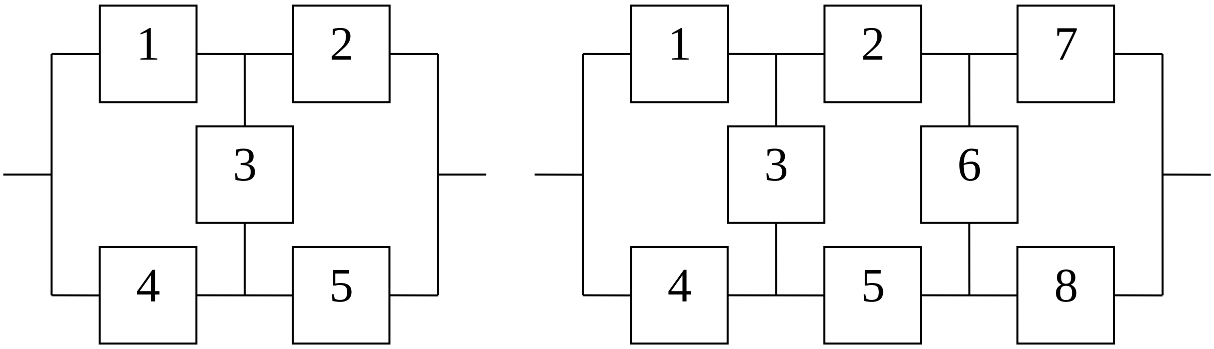
В таблиці 4.2 наведені формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу "m з n" при $m \le n \le 5$. Очевидно, при $m = 1$ система перетворюється в звичайну систему з паралельним з’єднанням елементів, а при $m = n$ - з послідовним з’єднанням.

Таблиця 4.2 – Формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу "m з n" при $m \le n \le 5$

	Загальна кількість елементів, n				
m	1	2	3	4	5
1	p	$2p - p^2$	$3p - 3p^2 + p^3$	$4p - 6p^2 + 4p^3 - p^4$	$5p - 10p^2 + 10p^3 - 5p^4 + p^5$
2	-	p^2	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4 - 4p^5$
5	-	-	-	-	p^5

4.2.4 Місткові схеми

Місткова структура (рисунок 4.4, а, б) не зводиться до паралельного або послідовного типу з'єднання елементів, а є паралельним з'єднанням послідовних ланцюжків елементів з діагональними елементами, включеними між вузлами різних паралельних гілок (елемент 3 на рисунку 4.4, а, елементи 3 та 6 на рисунку 4.4, б). Працездатність такої системи визначається не лише кількістю елементів, що відмовили, але й їх положенням в структурній схемі.



а) б)

Рисунок 4.4. Місткові схеми

Наприклад, працездатність ТС, схема якої наведена на рисунку 4.4, а, буде втрачена при одночасній відмові елементів 1 та 2, або 4 та 5, або 2, 3 та 4, тощо. В той же час відмова елементів 1 та 5, або 2 та 4, або 1, 3 та 4, або 2, 3 та 5 до відмови системи не призведе.

Для розрахунку надійності місткових систем можна скористатися *методом прямого перебору*, як це було зроблено для систем "m з n" (п. 3), але при аналізі працездатності кожного стану системи необхідно враховувати не тільки кількість елементів, що відмовили, але й їх розташування в схемі (таблиця 4.3). Ймовірність безвідмовної роботи системи визначається як сума ймовірностей всіх працездатних станів:

$$\begin{aligned} P = {} & p_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2p_3q_4p_5 + p_1p_2q_3p_4p_5 + \\ & + p_1q_2p_3p_4p_5 + q_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 + p_1q_2p_3p_4q_5 + \\ & + q_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2q_3q_4p_5 + p_1q_2p_3q_4p_5 + q_1p_2p_3q_4p_5 + \\ & + p_1q_2q_3p_4p_5 + q_1p_2q_3p_4p_5 + q_1q_2q_3p_4p_5 + p_1q_2q_3p_4q_5. \end{aligned} \quad (4.15)$$

У випадку рівнонадійних елементів

$$P = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3 = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2. \quad (4.16)$$

Метод прямого перебору ефективний тільки при малій кількості елементів n, про що йшлося на початку розділу 3, оскільки кількість станів системи складає 2^n. Наприклад, для схеми на рисунку 4.4,б їх кількість складає вже 256. Дещо спростити можна, якщо в таблицю станів включати тільки поєднання, що відповідають працездатному (або тільки непрацездатному) стану системи в цілому.

Для аналізу надійності ТС, структурні схеми яких не зводяться до паралельного або послідовного типу, можна скористатися також *методом логічних схем* із застосуванням алгебри логіки (булевої алгебри). Застосування цього методу зводиться до складання для ТС формули алгебри логіки, яка визначає умову працездатності системи. При цьому для кожного елементу та системи в цілому розглядаються дві протилежні події - відмова та збереження працездатності.

Таблиця 4.3 – Таблиця станів місткової системи

N стану	Стан елементів					Стан системи	Ймовірність стану	
	1	2	3	4	5		у загальному випадку	при рівнонадійних елементах
1	+	+	+	+	+	+	$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$	p^5
2	+	+	+	+	-	+	$p_1 p_2 p_3 p_4 q_5$	$p^4 q = p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+	+	$p_1 p_2 p_3 q_4 p_5$	
4	+	+	-	+	+	+	$p_1 p_2 q_3 p_4 p_5$	
5	+	-	+	+	+	+	$p_1 q_2 p_3 p_4 p_5$	
6	-	+	+	+	+	+	$q_1 p_2 p_3 p_4 p_5$	
7	+	+	+	-	-	-	$p_1 p_2 p_3 q_4 q_5$	$p^3 q^2 = p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-	+	$p_1 p_2 q_3 p_4 q_5$	
9	+	-	+	+	-	+	$p_1 q_2 p_3 p_4 q_5$	
10	-	+	+	+	-	+	$q_1 p_2 p_3 p_4 q_5$	
11	+	+	-	-	+	+	$p_1 p_2 q_3 q_4 p_5$	
12	+	-	+	-	+	+	$p_1 q_2 p_3 q_4 p_5$	
13	-	+	+	-	+	+	$q_1 p_2 p_3 q_4 p_5$	
14	+	-	-	+	+	+	$p_1 q_2 q_3 p_4 p_5$	
15	-	+	-	+	+	+	$q_1 p_2 q_3 p_4 p_5$	
16	-	-	+	+	+	-	$q_1 q_2 p_3 p_4 p_5$	
17	+	+	-	-	-	-	$p_1 p_2 q_3 q_4 q_5$	$p^2 q^3 = p^2(1-p)^3$
18	+	-	+	-	-	-	$p_1 q_2 p_3 q_4 q_5$	
19	-	+	+	-	-	-	$q_1 p_2 p_3 q_4 q_5$	
20	+	-	-	-	+	-	$p_1 q_2 q_3 q_4 p_5$	
21	-	+	-	-	+	+	$q_1 p_2 q_3 q_4 p_5$	
22	-	-	-	+	+	-	$q_1 q_2 q_3 p_4 p_5$	
23	+	-	-	+	-	+	$p_1 q_2 q_3 p_4 p_5$	
24	-	+	-	+	-	-	$q_1 p_2 q_3 p_4 q_5$	
25	-	-	+	-	+	-	$q_1 q_2 p_3 q_4 p_5$	
26	-	-	+	+	-	-	$q_1 q_2 p_3 p_4 q_5$	
27	+	-	-	-	-	-	$p_1 q_2 q_3 q_4 q_5$	$p\ q^4 = p\ (1-p)^4$
28	-	+	-	-	-	-	$q_1 p_2 q_3 q_4 q_5$	
29	-	-	+	-	-	-	$q_1 q_2 p_3 q_4 q_5$	
30	-	-	-	+	-	-	$q_1 q_2 q_3 p_4 q_5$	
31	-	-	-	-	+	-	$q_1 q_2 q_3 q_4 p_5$	
32	-	-	-	-	-	-	$q_1 q_2 q_3 q_4 q_5$	$q^5 = (1-p)^5$

Для складання логічної схеми можна скористатися двома методами - мінімальних шляхів та мінімальних перерізів.

Розглянемо *метод мінімальних шляхів* для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи на прикладі місткової схеми (рисунок 4.4,а).

Мінімальним шляхом називається послідовний набір працездатних елементів системи, який забезпечує її працездатність, а відмова будь-якого з них призводить до її відмови. Мінімальних шляхів в системі може бути один або декілька. Очевидно, система з послідовним з'єднанням елементів (рисунок 4.1) має тільки один мінімальний шлях, що включає всі елементи. У системі з паралельним з'єднанням (рисунок 4.2) кількість мінімальних шляхів співпадає з кількістю елементів та кожен шлях включає один з них.

Для місткової системи з п'яти елементів (рисунок 4.4, а) мінімальних шляхів чотири: (елементи 1 та 4)(2 та 5)(1, 3 та 5)(2, 3 та 5). Логічна схема такої системи (рисунок 3.3) складається так, щоб всі елементи кожного мінімального шляху були сполучені один з одним послідовно, а усі мінімальні шляхи паралельно.

Далі для логічної схеми складається функція алгебри логіки A за загальними правилами розрахунку ймовірностей безвідмовної роботи, але замість символів ймовірностей безвідмовної роботи елементів p_i та системи P використовуються символи події (збереження працездатності елемента a_i та системи A). Так, “відмова“ логічної схеми на рисунку 4.5 полягає в одночасній відмові всіх чотирьох паралельних гілок, а “безвідмовна робота” кожної гілки - в одночасній безвідмовній роботі її елементів. Послідовне з’єднання елементів логічної схеми відповідає логічному добутку (“І”), паралельне - логічному додаванню (“АБО”). Отже, схема рисунку 3.3 відповідає твердженню: система працездатна, якщо працездатні елементи 1 та 4, або 2 та 5, або 1,3 и 5, або 2,3 та 4. Функція алгебри логіки запишеться:

$$A = 1-(1-a_1a_4)(1-a_2a_5)(1-a_1a_3a_5)(1-a_2a_3a_4). \quad (4.17)$$

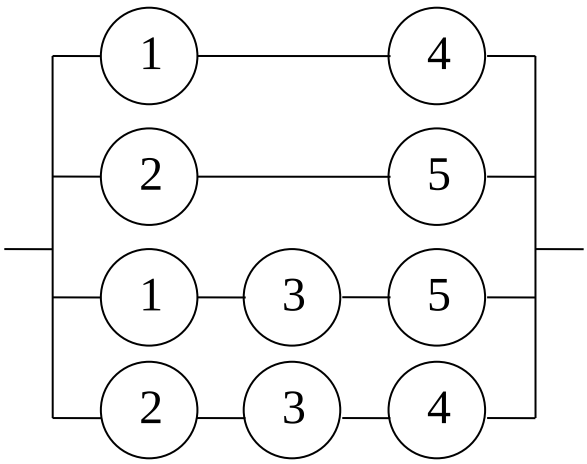


Рисунок 4.5. Логічна схема місткової системи за методом мінімальних шляхів

У виразі 4.17) змінні a розглядаються як булеві, тобто можуть приймати тільки два значення: 0 або 1. Тоді при підняті до будь-якого степеня k будь-яка змінна a зберігає своє значення: $a_i^k = a_i$. На основі цієї властивості функція алгебри логіки (4.17) може бути перетворена до вигляду

$$A = a_1a_4 + a_2a_5 + a_1a_3a_5 + a_2a_3a_4 - a_1a_2a_3a_4 - \\ - a_1a_2a_3a_5 - 2a_1a_2a_4a_5 - a_2a_3a_4a_5 + 2a_1a_2a_3a_4a_5. \quad (4.18)$$

Замінивши у виразі (4.18) символи події a_i їх ймовірностями p_i, отримаємо рівняння для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи

$$P = p_1p_4 + p_2p_5 + p_1p_3p_5 + p_2p_3p_4 - p_1p_2p_3p_4 - \\ - p_1p_2p_3p_5 - 2p_1p_2p_4p_5 - p_2p_3p_4p_5 + 2p_1p_2p_3p_4p_5. \quad (4.19)$$

Для системи рівнонадійних елементів ($p_i = p$) вираз (4.19) легко перетворюється в формулу (4.16).

Метод мінімальних шляхів дає точне значення тільки для порівняно простих систем з невеликою кількістю елементів. Для складніших систем результат розрахунку є нижньою границею ймовірності безвідмовної роботи. Для розрахунку верхньої границі ймовірності безвідмовної роботи системи служить метод мінімальних перерізів.

Мінімальним перерізом називається набір непрацездатних елементів, відмова яких призводить до відмови системи, а відновлення працездатності будь-якого з них - до відновлення працездатності системи. Як й метод мінімальних шляхів, методів мінімальних перерізів може бути декілька. Очевидно, система з паралельним з'єднанням елементів має тільки один мінімальний переріз, що включає всі її елементи (відновлення будь-кого відновить працездатність системи). У системі з послідовним з'єднанням елементів кількість мінімальних шляхів співпадає з кількістю елементів, та кожен переріз включає один з них.

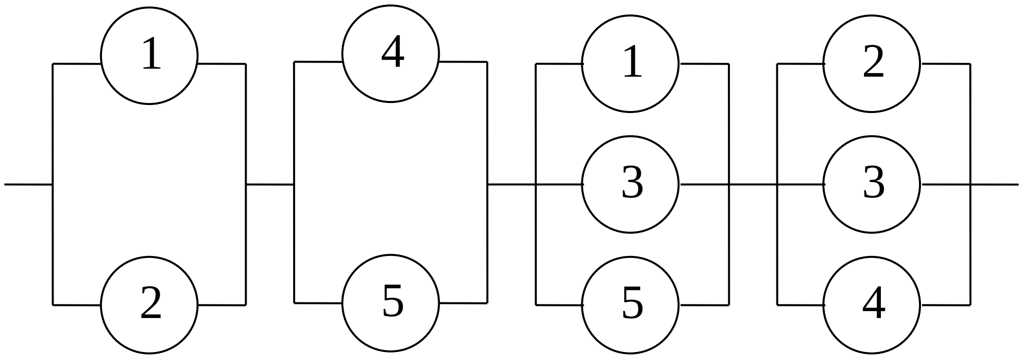


Рисунок 4.6. Логічна схема місткової системи за методом мінімальних перерізів

У містковій системі (рисунок 4.4, а) мінімальних перерізів чотири (елементи 1 та 2), (4 та 5), (1, 3 та 5), (2, 3 і 4). Логічна схема системи (рисунок 4.6) складається так, щоб всі елементи кожного мінімального перерізу були сполучені один з одним паралельно, а усі мінімальні перерізи - послідовно.

Аналогічно методу мінімальних шляхів, складається функція алгебри логіки. "Безвідмовна робота" логічної системи рисунку 4.6 полягає в "безвідмовній роботі" усіх послідовних ділянок, а "відмова" кожного з них - в одночасній "відмові" усіх паралельно включених елементів. Як видно, оскільки схема методу мінімальних перерізів формулює умови відмови системи, в ній послідовне з'єднання відповідає логічному "АБО", а паралельне - логічному "І". Схема рисунку 4.6 відповідає формулюванню: система відмовить, якщо відмовлять елементи 1 та 2, або 4 та 5, або 1, 3 та 5, або 2, 3 та 4. Функція алгебри логіки запишеться:

$$\begin{aligned} A = &\left[1-(1-a_1)(1-a_2)\right]\left[1-(1-a_4)(1-a_5)\right]* \\ &*\left[1-(1-a_1)(1-a_3)(1-a_5)\right]*\left[1-(1-a_2)(1-a_3)(1-a_4)\right]. \end{aligned} \tag{4.20}$$

Після перетворень з використанням властивостей булевих змінних вираз (4.20) набуде вигляду (4.18), після заміни подій їх ймовірностями перейде у вираз (4.19).

Таким чином, для місткової системи з п’яти елементів верхня та нижня границі ймовірностей безвідмовної роботи, що отримані методами мінімальних перерізів и мінімальних шляхів, співпали з точними значеннями 4.16), що отримані методом прямого перебору. Для складних систем це може не відбутися, тому методи мінімальних шляхів та мінімальних перерізів необхідно використовувати сумісно.

В низці випадків аналізу надійності ТС вдається скористатися *методом розкладу відносно особливого елемента*, що має в основі відому в математичній логіці теорему про розклад функції логіки за довільним аргументом. Згідно до неї, можна записати:

$$P = p_i P(p_i = 1) + q_i P(p_i = 0), \tag{4.21}$$

де p_i та $q_i = 1 - p_i$ - ймовірності безвідмовної роботи та відмови *i*-го елемента, $P(p_i = 1)$ та $P(p_i = 0)$ - ймовірності працездатного стану системи при умові, що і-й елемент абсолютно надійний та що *i* - й елемент відмовив.

Для місткової схеми (рисунок 4.4, а) за особливий елемент доцільно вибрати діагональний елемент 3. При $p_3 = 1$ місткова схема перетвориться в паралельно-послідовне з’єднання (рисунок 4.7, а), а при $p_3 = 0$ - в послідовно-паралельне (рисунок 4.7, б).

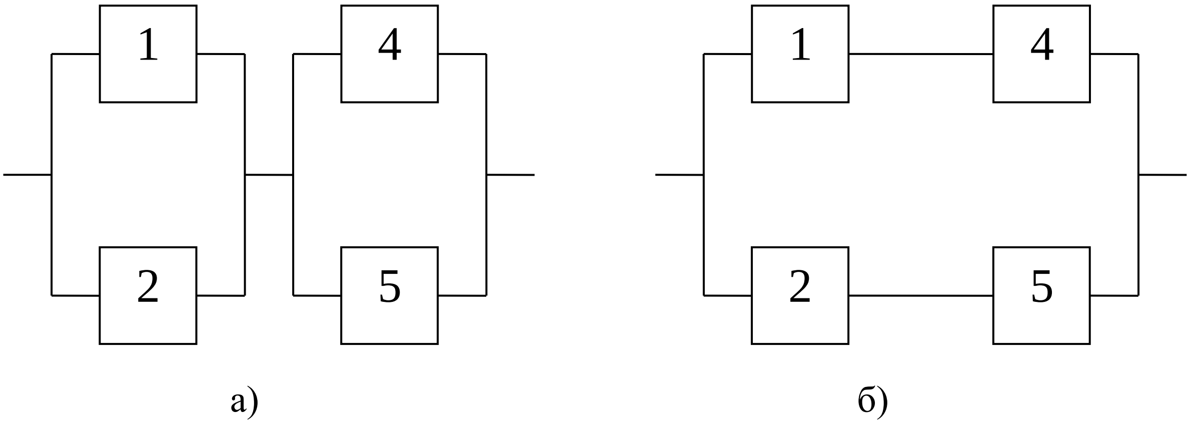


Рисунок 4.7. Перетворення місткової схеми при абсолютно надійному (а) та центральному елементі, що відмовив (б)

Для перетворених схем можна записати:

$$P(p_3=1)=\left[1-(1-p_3)(1-p_2)\right]\cdot\left[1-(1-p_4)(1-p_5)\right], \quad (4.22)$$

$$P(p_3=0)=1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5). \quad (4.23)$$

Тоді на основі формули (4.21) отримаємо:

$$P=p_3\left[1-(1-p_1)(1-p_2)\right]\cdot\left[1-(1-p_4)(1-p_5)\right]+ \\ +(1-p_3)\left[1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5)\right]. \quad (4.24)$$

Легко переконатися, що для рівнонадійних елементів формула (4.25) перетворюється в (4.16).

Цим методом можна скористатися й при розкладі відносно декількох “особливих” елементів. Наприклад, для двох елементів (i, j) вираз (4.21) набуде вигляду:

$$P=p_ip_jP(p_i=1,p_j=1)+p_iq_j\ P(p_i=1,p_j=0)+ \\ +q_ip_jP(p_i=0,p_j=1)+q_iq_jP(p_i=0,p_j=0). \quad (4.26)$$

Ймовірність безвідмовної роботи місткової схеми (рисунок 4.4,б) при розкладі відносно діагональних елементів 3 та 6 за (4.26) визначиться:

$$P=p_3p_6P(p_3=1,p_6=1)+p_3q_6\ P(p_3=1,p_6=0)+ \\ +q_3p_6P(p_3=0,p_6=1)+q_3q_6P(p_3=0,p_6=0). \quad (4.27)$$

Ймовірності $P(p_3p_6)$ легко ставити, виконавши попередньо перетворення схеми, подібно рисунку 4.7, а, б.

4.2.5 Комбіновані системи

Більшість реальних ТС має складну комбіновану структуру, частину елементів якої утворює послідовне з'єднання, інша частина - паралельне, окремі гілки-елементи або гілки-структури утворюють місткові схеми або типу "m з n".

Реалізація методу прямого перебору для таких систем є практично не можливою. Доцільніше в цих випадках заздалегідь зробити декомпозицію системи, розбивши її на прості підсистеми - групи елементів, методика розрахунку надійності яких відома. Потім ці підсистеми в структурній схемі надійності замінюються квазіелементами з ймовірністю безвідмовної роботи, що рівна обчисленій ймовірності безвідмовної роботи цих підсистем. При необхідності таку процедуру можна виконати кілька разів, до тих пір, поки квазіелементи, що залишилися, не утворюють структуру, методика розрахунку надійності якої також відома.

Наприклад, розглянемо комбіновану систему, представлену на рисунку 4.8. Тут елементи 2 та 5, 4 та 7, 9 та 12, 11 та 14 попарно утворюють один з одним послідовні з'єднання. Замінимо їх відповідно квазіелементами A, B, C, D, для яких розрахунок надійності елементарно виконується за формулами п. 4.2.1.

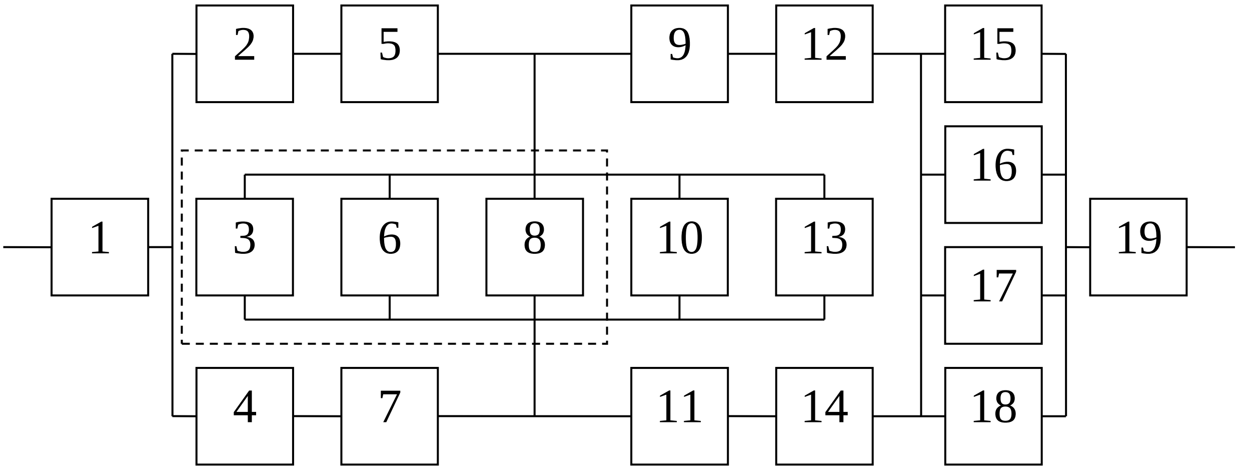
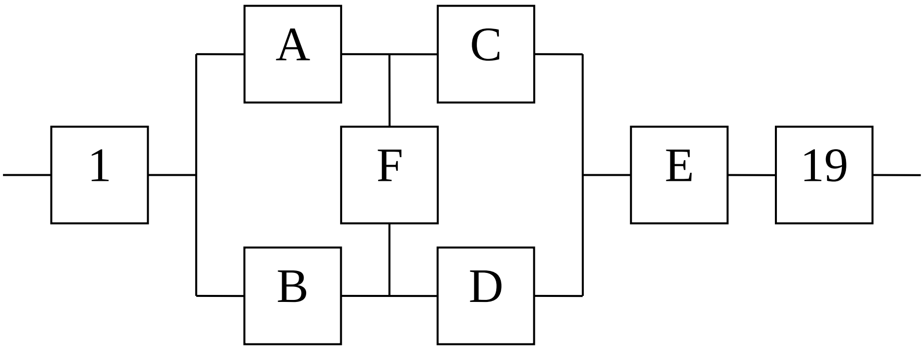
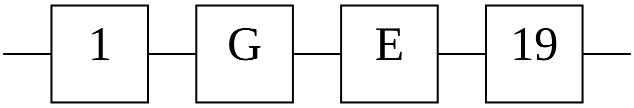


Рисунок 4.8. Початкова схема

Елементи 15, 16, 17 та 18 утворюють паралельне з'єднання (п. 4.2.2), а елементи 3, 6, 8, 10 та 13 - систему "3 з 5" (п. 4.2.3). Відповідні квазіелементи позначимо E та F. В результаті перетворена схема набуде вигляду, показаного на рисунку 3.9, а. У ній у свою чергу елементи A, B, C, D, F утворюють місткову схему (п. 4.2.4), яку замінюємо квазіелементом G. Схема, отримана після таких перетворень (рисунок 4.9, б), утворює послідовне з'єднання елементів 1, G, E, 19, для яких справедливі співвідношення п. 4.2.1. Зауважимо, що при використанні методу прямого перебору для початкової системи необхідно було б розглянути $2^{19} = 524288$ можливих станів.



а)



б)

Рисунок 4.9. Схеми після перетворення

4.2.6 Перетворення трикутника в зірку та навпаки

Одним з методів визначення характеристик надійності подібних структур є *метод перетворення трикутника в зірку та навпаки* (рисунок 4.10).

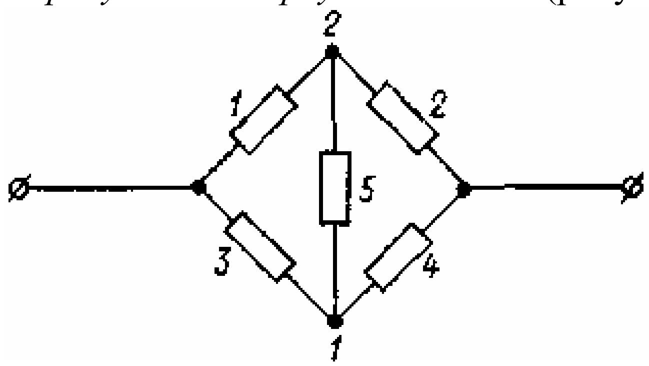


Рисунок 4.10. Місткова схема

З рисунку 4.10 можна помітити, що елементи *1, 3, 5* утворюють трикутник, а елементи *2, 5, 1* – зірку. Визначимо основні характеристики надійності цих структур при їх перетворенні. При цьому за показники надійності будемо використовувати ймовірності відмов елементів. Вибір вказаних характеристик пояснюється тим, що метод перетворення трикутника в зірку та навпаки є наближеним. Значення похибки, що виникає, при оцінці надійності системи залежить від ймовірностей, що характеризують надійність елементів. Чим менші ці ймовірності, тим менші похибки оцінки надійності системи.

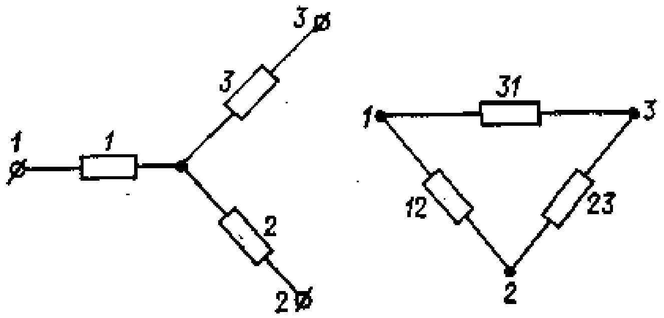


Рисунок 4.11. Зірка та трикутник

Так як зазвичай ймовірності безвідмовної роботи елементів мають значення, що близькі до 1, то доцільно використовувати ймовірності появи відмови q. Визначимо залежності між ймовірностями відмов елементів при перетвореннях виходячи з припущення, що характеристики надійності ланцюгів, що з'єднують однойменні точки в різних схемах, мають бути рівні між собою.

Розглянемо точки 1 та 2 на рисунку 4.11. Ймовірності відмови для ланцюгів при умові, що 3 точка під'єднана до 2 точки, будуть відповідно рівні: для зірки $q_1 + q_2q_3 - q_1q_2q_3$; для трикутника $q_{12}q_{31}$. Тому можна записати $q_1 + q_2q_3 - q_1q_2q_3 = q_{12}q_{31}$. Аналогічно можна записати рівняння и для інших можливих варіантів з'єднань точок.

Отже, можна записати наступну систему рівнянь:

$$q_1 + q_2q_3 - q_1q_2q_3 = q_{12}q_{31};$$
$$q_2 + q_3q_1 - q_2q_3q_1 = q_{23}q_{12};$$
$$q_3 + q_1q_2 - q_3q_1q_2 = q_{31}q_{23};$$

Вважаючи, що ймовірності відмов елементів малі, та знехтуючи добутками q_iq_j – величинами більш вищого порядку малості, ніж q_i отримаємо наступні наближені вирази:

$$q_1 \approx q_{12}q_{31};\ q_2 \approx q_{23}q_{12};\ q_3 \approx q_{31}q_{23}.$$

Помножимо відповідно ліві та праві частини двох перших рівнянь та поділимо на третє рівняння. Тоді

$$\frac{q_1q_2}{q_3} = \frac{q_{12}q_{31}q_{23}q_{12}}{q_{31}q_{23}}$$

Звідки отримаємо

$$q_{12} \approx \sqrt{\frac{q_1q_2}{q_3}} \qquad (4.28)$$

Аналогічно можна визначити, що

$$q_{23} \approx \sqrt{\frac{q_2q_3}{q_1}},\ q_{31} \approx \sqrt{\frac{q_3q_1}{q_2}}.$$

Нехай точка 3 в схемі зірки є вільною, то відповідні ймовірності появи відмови в схемах зірки та трикутника будуть відповідно рівні:

для зірки

$$q_1 + q_2 - q_1q_2;\ q_2 + q_3 - q_2q_3;\ q_3 + q_1 - q_3q_1;$$

для трикутника

$$q_{12}(q_{23}+q_{31}-q_{23}q_{31});\ q_{23}(q_{31}+q_{12}-q_{31}q_{12});\ q_{31}(q_{12}+q_{23}-q_{12}q_{23}).$$

Знехтуючи в цих виразах добутками $q_i q_j$ – величинами більш високого порядку малості, ніж q_i отримаємо наступні наближені залежності:

$$q_1+q_2 \approx q_{12}q_{23}+q_{12}q_{31};$$
$$q_2+q_3 \approx q_{23}q_{31}+q_{23}q_{12};$$
$$q_3+q_1 \approx q_{31}q_{12}+q_{31}q_{23}.$$

Якщо до лівої та правої частини першого рівняння додамо відповідно ліву та праву частини третього рівняння та віднімемо відповідно леву та праву частини другого рівняння, то отримаємо вираз:

$$q_1 \approx q_{12}q_{31},$$

який було отримано раніше.

Таким чином, наближений вираз (4.28) може бути використаний в процесі перетворення однієї схеми в іншу.

Процес перетворення здійснюється таким чином. При переході від зірки до трикутника виділяють три елементи, що сполучені зіркою, та розрізняють точки 1, 2 та 3 (рисунок 4.12)

Потім сполучають відмічені точки лініями, на яких розміщують елементи (на рисунку 4.12 зв'язки точок показані штриховою лінією). Розпочинаючи обхід отриманого трикутника з точки 1 по ходу зростання номерів точок, відмітимо нові елементи. Номер елементу утворюється з двох цифр: перша цифра - номер вузла, з якого здійснюємо вхід в елемент; друга цифра - номер вузла, на який виходимо з елементу.

При переході від трикутника в зірці вибираємо три елементи, що утворюють трикутник, та помічаємо вузлові точки (рисунок 4.13). Потім здійснюємо обхід трикутника з точки 1 по ходу зростання номерів та відмічаємо елементи відповідно до правила, вказаного вище. Далі в середині трикутника відмічаємо точку 4, до якої під'єднуємо зв'язки з новими елементами від відмічених точок (на рисунку 3.11 показані штриховими лініями).

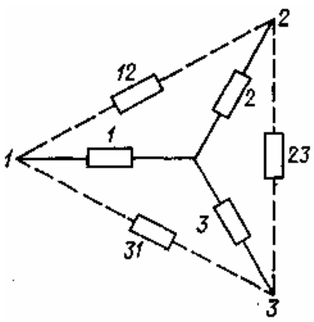


Рисунок 4.12. Перетворення зірки в трикутник

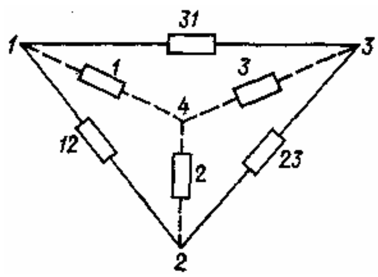


Рисунок 4.13. Перетворення трикутника в зірку

При перетворенні трикутника в зірку або навпаки необхідно домагатися отримання послідовно-паралельної схеми, розрахунок надійності якої здійснюється методом згортки.

ЛЕКЦІЯ 5

ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ. РЕЗЕРВУВАННЯ

Розрахункові залежності для визначення основних характеристик надійності ТС показують, що надійність системи залежить від її структури (структурно - логічної схеми) та надійності елементів. Тому для складних систем можливі два шляхи підвищення надійності: підвищення надійності елементів та зміна структурної схеми.

Підвищення надійності елементів на перший погляд представляється найбільш простим прийомом підвищення надійності системи. Дійсно, теоретично завжди можна вказати такі характеристики надійності елементів, щоб ймовірність безвідмовної роботи системи задовольняла заданим вимогам. Проте практична реалізація такої високої надійності елементів може виявитися неможливою. Розгляд методів забезпечення надійності елементів ТС є предметом спеціальних технологічних та фізико-хімічних дисциплін й виходить за рамки теорії надійності. Проте, у будь-якому випадку, високонадійні елементи, як правило, мають великі габарити, масу й вартість. Виключення складає використання досконалішої елементної бази, що реалізовується на принципово нових фізичних та технологічних принципах.

Зміна структури системи з метою підвищення надійності має на увазі два аспекти.

З одного боку, це означає перебудову конструктивної або функціональної схеми ТС (структури зв'язків між складовими елементами), зміну принципів функціонування окремих частин системи (наприклад, перехід від аналогової обробки сигналів до цифрової). Такого роду перетворення ТС можливі виключно рідко, так що цей прийом, загалом, не вирішує проблеми надійності.

З іншого боку, зміна структури розуміється як введення в ТС додаткових, надмірних елементів, що включаються в роботу при відмові основних. Застосування додаткових засобів та можливостей з метою збереження працездатного стану об'єкту при відмові одного або декількох його елементів називається *резервуванням*.

Принцип резервування подібний до розглянутого раніше паралельного з'єднання елементів та з'єднанню типу "n з m", де за рахунок надлишковості можливе забезпечення більш високої надійності системи, ніж її елементів.

Виділяють різні методи резервування. Їх доцільно поділити за такими ознаками (див. рис. 5.1): вид резервування, спосіб з'єднання елементів, кратність резервування, режим роботи резерву, можливість відновлення резерву.

Структурне резервування (апаратне, елементне, схемне) передбачає введення в структуру об'єкту додаткових (резервних) елементів, що виконують функції основних елементів у випадку їх відмови. Елементи резервованої системи носять наступні назви. *Основний елемент* – елемент структури об'єкта, що необхідний для виконання об'єктом необхідних функцій при відсутності відмов його елементів. *Резервний елемент* – елемент об’єкту, призначений для виконання функцій основного елемента, у випадку відмови останнього.

Резервування функціональне – резервування, при якому задана функція може виконуватися різними способами та технічними засобами. Наприклад, функція передачі інформації може виконуватися різними способами. Функціональне резервування призначене для підвищення рівня функціональної надійності. При використанні функціонального резервування ефективність роботи виробу в основному та резервному режимах роботи, як правило, суттєво різняться. Тому усередненні показники надійності (середній наробіток на відмову, середній коефіцієнт готовності, ймовірність безвідмовної роботи) стають малоінформативним та недостатньо придатним для використання. Найбільш прийнятні показники функціональної надійності: ймовірність виконання даної функції, середній час виконання функції, коефіцієнт готовності для виконання даної функції.

Часове резервування – таке планування роботи виробу, при якому створюється резерв робочого часу для виконання заданих функцій. Цей резерв може забезпечуватися різними способами.

Нехай для виконання певної операції, наприклад, для передачі інформації заданого об'єму, потрібен час t. При плануванні роботи на цю операцію відводиться час $(t + t_P)$, де t_P – резервний час. Резервний час може бути використаний або для повторення передачі інформації, усунення несправності апаратури.

Введення t_P дозволяє підвищити достовірність роботи та знизити кількість відмов, які враховуються при оцінці надійності.

Апаратура передачі та прийому інформації може знаходитися в режимі неперервної готовності, але інформацію передає і приймає на великих інтервалах часу періодично. В цьому випадку виникають інтервали часу, на яких відмови апаратури не приводять до відмови функціонування системи. Таким чином, утворюється своєрідний резерв часу. Він якраз й може бути використаним для усунення несправностей. І зрозуміло, що відмови, які виникають на інтервалі його резервного часу не враховуються при оцінці надійності.

Резерви часу можуть утворюватися за рахунок збільшення продуктивності об’єкту, інерційності його елементів, тощо.

Інформаційне резервування – це резервування з використанням надлишковості інформації. Прикладами інформаційного резервування є: передача одного й того самого повідомлення по каналах зв’язку, застосування при передаванні інформації по каналам зв’язку різних кодів, що виявляють та виправляють помилки, які з’являються в результаті відмов апаратури та впливів завад; використання надлишкових інформаційних символів при обробці, передачі та відображенні інформації. Надлишок інформації дозволяє в тій чи іншій мірі компенсувати викривлення інформації, що передається, або усунути їх.

Навантажувальне резервування – це резервування із застосуванням навантажувальних резервів. Навантажувальне резервування, передусім, полягає у забезпеченні оптимальних запасів здатності елементів витримувати навантаження, що діють на них. При інших способах навантажувального резервування можливе застосування додаткових захисних або розвантажувальних елементів.

Класифікація різних способів резервування здійснюється за такими ознаками:

1) за методом з'єднання резерву:

- *загальне резервування*, при якому резервується об'єкт в цілому;
- *роздільне резервування*, при якому резервуються окремі елементи або їх групи;
- *змішане резервування*, при якому різні види резервування поєднуються в одному об'єкті;

2) за способом включення резерву:

- *постійне резервування* – це резервування без перебудови структури об'єкту при виникненні відмови його елемента. Для постійного резервування суттєво, що у випадку відмови основного елемента не вимагаються спеціальні пристрої, що приводять в дію резервний елемент, а також відсутня перерва в роботі (рисунок 5.1). Постійне резервування у найпростішому випадку являє собою паралельне з'єднання елементів без пристроїв перемикання;
- *динамічне резервування* – це резервування, за якого при відмові елемента відбувається перебудова структури схеми. Динамічне резервування поділяється на:

а) *резервування заміщенням*, при якому функції основного елемента передаються резервному тільки після відмови основного. Включення резерву заміщенням (рисунок 5.2) володіє наступними перевагами: не порушує режиму роботи резерву; зберігає у більшій мірі надійність резервних елементів, оскільки при роботі основних елементів вони знаходяться у непрацюючому стані; дозволяє використовувати резервний елемент на декілька основних елементів. Недолік резервування заміщенням: необхідність наявності пристроїв перемикання. При роздільному резервуванні кількість пристроїв перемикання дорівнює кількості основних елементів, що може значно зменшити надійність всієї системи. Тому резервувати заміщенням вигідно крупні вузли або всю систему, а у всіх інших випадках – при високій надійності пристроїв перемикання.

б) *ковзне резервування* – це *резервування заміщенням*, при якому група основних елементів резервується одним або декількома резервними елементами, кожен з яких може замінити будь-який основний елемент, що відмовив, в даній групі, тобто групи основних та резервних елементів ідентичні (рисунок 5.3).

в) *мажоритарне резервування* – це резервування, що полягає у використанні додаткового елемента, що називається мажоритарним, або логічним елементом. Логічний елемент дозволяє вести порівняння сигналів, що надходять від елементів, які виконують одну й ту саму функцію. Якщо результати співпадають, то вони подаються на вихід пристрою. На рисунку 5.4 зображено резервування за принципом «2 з 3», тобто будь-які два результати, що співпали, з трьох вважаються істинними та надходять на вихід пристрою. Головна перевага цього методу – забезпечення підвищеної надійності при будь-яких видах відмов елементів та підвищення достовірності інформаційно-логічних об’єктів.

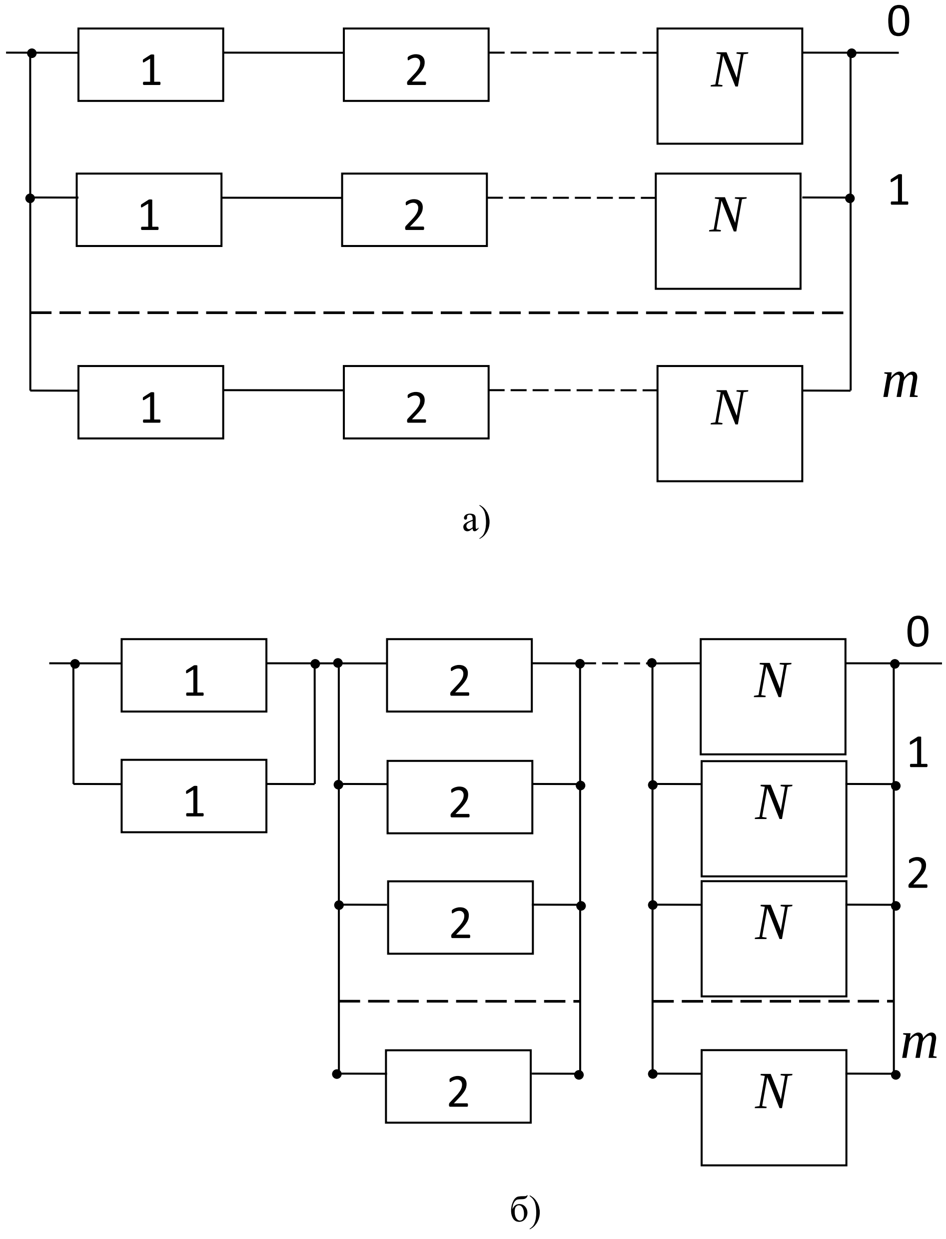


Рисунок 5.1. Загальне (а) та роздільне (б) резервування з постійно включеним резервом

3) за режимом роботи резерву:

- *навантажене резервування*, при якому один або декілька резервних елементів знаходяться в режимі основного елемента. При цьому вважається, що елементи навантажувального резерву мають той самий рівень безвідмовності, довговічності та збережуваності, що й резервовані ними основні елементи об’єкту;

- *полегшене резервування*, при якому резервні елементи (в крайній мері один з них) знаходяться в менш навантаженому режимі порівняно з основними. Елементи полегшеного резерву володіють, як правило, більшим рівнем безвідмовності, довговічності та збережуваності, ніж основні елементи;
- *ненавантажене резервування*, при якому резервні елементи до початку виконання ними функцій основного елемента знаходяться в ненавантаженому режимі. Для елементів ненавантаженого резерву умовно вважають, що вони ніколи не відмовляють та не досягають граничного стану.

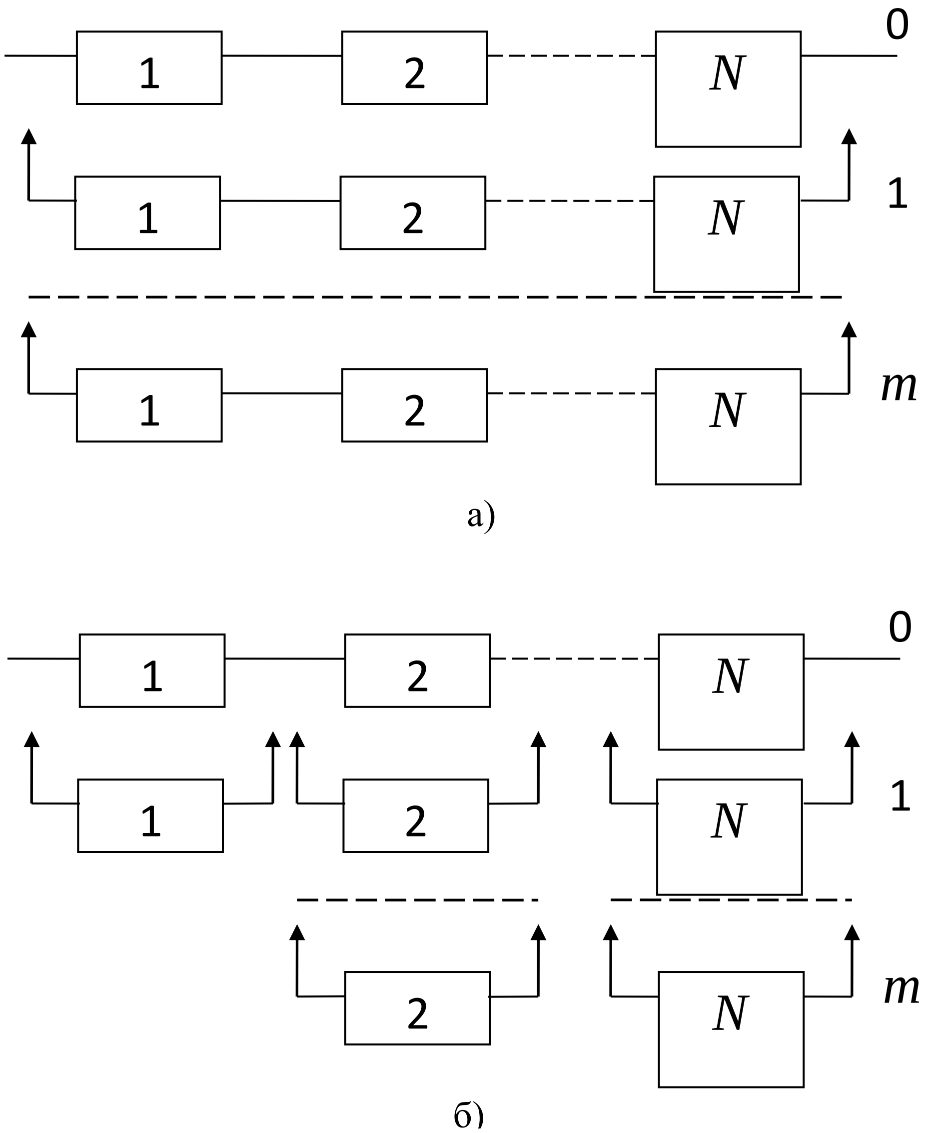


Рисунок 5.2. Загальне (а) та роздільне (б) резервування з включенням резерву із заміщенням

Основною характеристикою резервування є *кратність резервування* - відношення кількості резервних елементів до кількості резервованих ними основних елементів, виражене дробом, що не скорочується (типу 2:3, 4:2, тощо). *Резервування з цілою кратністю* має місце, коли один основний елемент резервується одним або більше резервними елементами. *Резервування з дробовою кратністю* – це таке резервування, коли два та більше однотипних елементи резервуються одним та більше резервними елементами. Найпоширенішим варіантом резервування з дробовою кратністю є таке, коли кількість основних елементів більша кількості резервних. Резервування одного основного елемента одним резервним (тобто з кратністю 1:1) називається *дублюванням*.

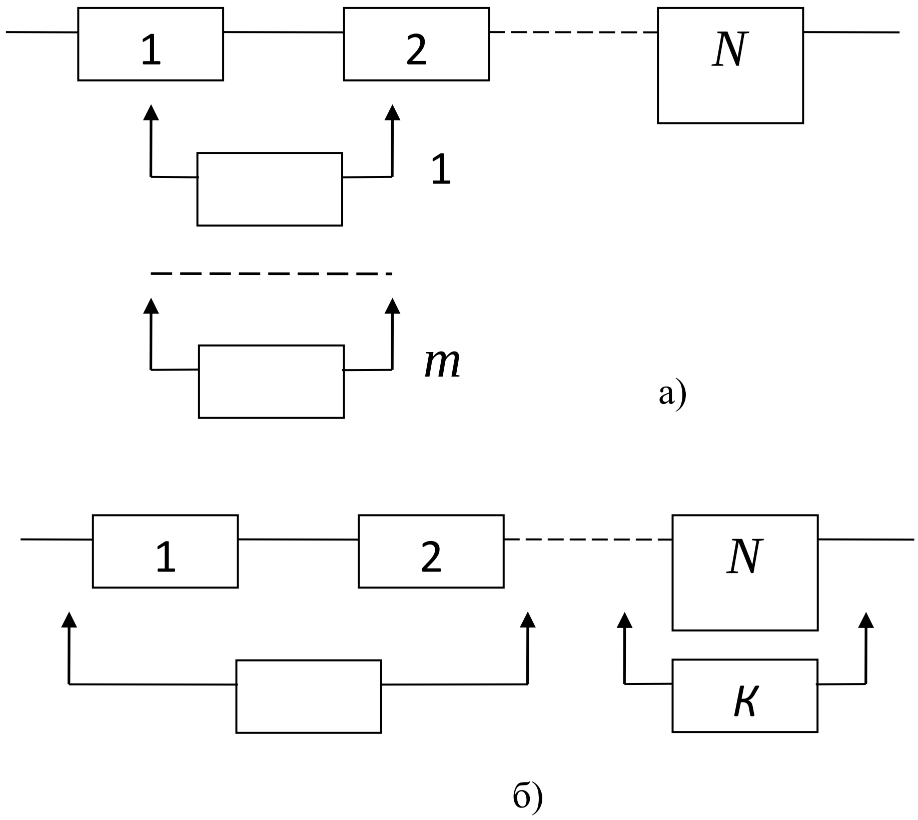


Рисунок 5.3. Ковзне резервування однотипними (а) та неоднотипними (б) елементами

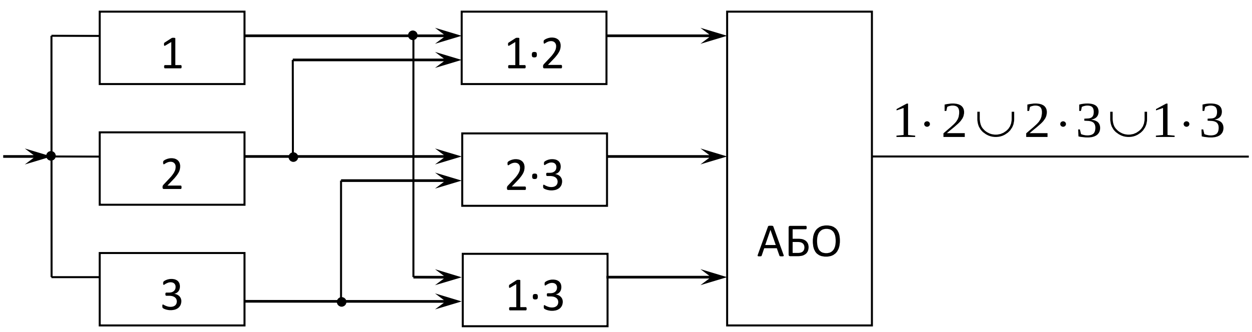


Рисунок 5.4. Мажоритарне резервування

Резервування, при якому працездатність будь-якого одного або декількох резервних елементів у випадку виникнення відмов належить відновленню при експлуатації, називається резервуванням із відновленням, у протилежному випадку має місце резервування без відновлення. Відновлюваність резерву забезпечується за наявності контролю працездатності елементів. При наявності резервування це особливо важливо, оскільки в цьому випадку кількість прихованих відмов може бути більша, ніж за відсутності резерву. В ідеальному варіанті відмова будь-якого елемента об’єкта виявляється без затримки, а елемент, що відмовив, одразу ж замінюється або ремонтується.

ЛЕКЦІЯ 6

РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМ З РЕЗЕРВУВАННЯМ

Розрахунок кількісних характеристик надійності систем з резервуванням окремих елементів або груп елементів багато в чому визначається видом резервування. Нижче розглядаються схеми розрахунків для найпоширеніших випадків простого резервування, до яких шляхом перетворень може бути приведена й структура змішаного резервування. При цьому розрахункові залежності отримані без врахування надійності пристроїв перемикання, що забезпечують перерозподіл навантаження між основними та резервними елементами (тобто для "ідеальних" перемикачів). У реальних умовах введення перемикачів в структурну схему необхідно враховувати також й в розрахунок надійності.

При аналізі надійності резервованих пристроїв на етапі проектування приходиться порівнювати різні схемні рішення. У цьому випадку за *критерій якості резервування* приймається виграш надійності.

Виграшем надійності називається відношення кількісної характеристики надійності резервованого пристрою до тієї ж кількісної характеристики нерезервованого пристрою або пристрою із іншим видом резервування.

Найчастіше використовуються наступні критерії якості резервування:

- виграш надійності протягом часу t за ймовірністю відмов:

$$G_q(t) = \frac{Q_c(t)}{Q_0(t)}; \tag{6.1}$$

- виграш надійності протягом часу t за ймовірністю безвідмовної роботи:

$$G_p(t) = \frac{P_c(t)}{P_0(t)}; \tag{6.2}$$

- виграш надійності за середнім часом безвідмовної роботи:

$$G_T(t) = \frac{T_c}{T_0}. \tag{6.3}$$

Розрахунок систем з навантаженим резервуванням здійснюється за формулами послідовного та паралельного з'єднання елементів аналогічно розрахунку комбінованих систем. При цьому вважається, що резервні елементи працюють в режимі основних як до, так й після їх відмови, тому надійність резервних елементів не залежить від моменту їх переходу з резервного стану в основне та дорівнює надійності основних елементів.

Для системи з послідовним з'єднанням n елементів при загальному резервуванні з кратністю l (рис. 6.1, а):

$$P_{заг} = 1-(1-P)^{l+1} = 1-(1-\prod_{i=1}^{n} p_i)^{l+1}. \tag{6.4}$$

Зокрема, при дублюванні (l=1)

$$P_{заг} = 1-(1-P)^2 = P(2-P). \tag{6.5}$$

При роздільному резервуванні (рис. 6.1,б)

$$P_{роз} = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - \left(1 - p_i \right)^{l+1} \right], \qquad (6.6)$$

а при роздільному дублюванні (l=1)

$$P_{роз} = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - \left(1 - p_i \right)^2 \right] = \prod_{i=1}^{n} p_i \left(2 - p_i \right) = P \prod_{i=1}^{n} \left(2 - p_i \right). \qquad (6.7)$$

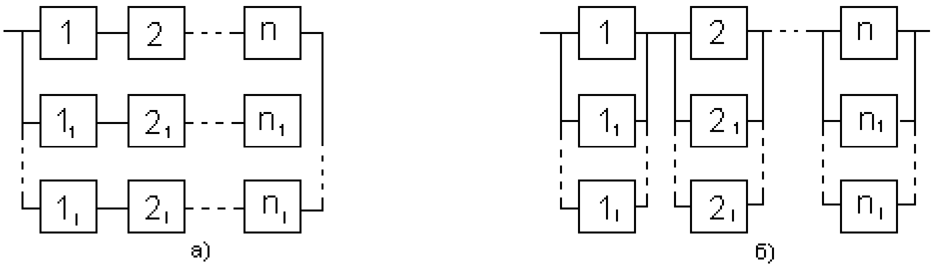


Рис. 4.1. Общее (а) и раздельное (б) нагруженное резервирование

Тоді коефіцієнти виграшу надійності за ймовірністю безвідмовної роботи при дублюванні

$$G_{заз} = \frac{P_{заг}}{P} = 2 - P,$$
$$G_{роз} = \frac{P_{роз}}{P} = \prod_{i=1}^{n} \left(2 - p_i \right), \qquad (6.8)$$

звідки випливає, що роздільне резервування ефективніше загального (наприклад, для системи з трьох однакових елементів при $p = 0.9$ $G_{заг} = 1.27$, $G_{роз} = 1.33)$.

При *ненавантаженому резервуванні* резервні елементи послідовно включаються в роботу при відмові основного, потім першого резервного й т.д. (рис. 6.2), тому надійність резервних елементів залежить від моменту їх переходу в основний стан. Таке резервування в різних ТС зустрічається досить часто, оскільки воно по суті аналогічне заміні елементів або вузлів, що відмовили, на запасні.

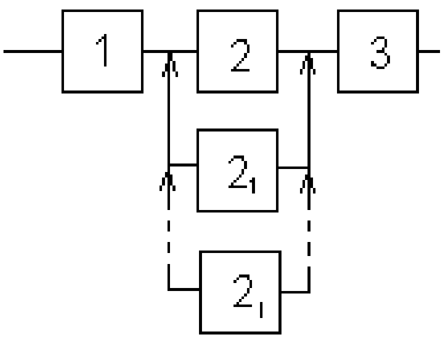


Рисунок 6.2. Ненавантажене резервування

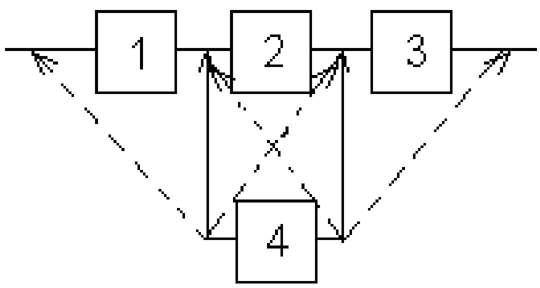


Рисунок 6.3. Ковзне резервування

Якщо резервні елементи до їх включення абсолютно надійні, то для системи з ненавантаженим резервуванням кратності l (всього елементів $l+1$)

$$Q = \frac{1}{(l+1)!}\prod_{i=1}^{l+1} q_i;$$
$$P = 1 - \frac{1}{(l+1)!}\prod_{i=1}^{l+1}(1-p_i), \tag{6.9}$$

тобто ймовірність відмови в ($l+1$)! раз менша, ніж при навантаженому (паралельному з’єднанні).

Для ідентичних за надійністю основного та резервного елементів

$$P = 1 - \frac{1}{(l+1)!}(1-p)^{l+1}. \tag{6.10}$$

При експоненціальному розподілі наробітки (найпростішому потоці відмов) у випадку $\lambda t << 1$ можна скористатися наближеною формулою

$$P \approx 1 - \frac{(\lambda t)^{l+1}}{(l+1)!}. \tag{6.11}$$

При ненавантаженому резервуванні середній наробіток на відмову

$$T = \sum_{i=1}^{l+1} T_{0i}, \tag{6.12}$$

а для ідентичних елементів $T_0 = nT_{0i}$.

Полегшене резервування використовується при великій інерційності перехідних процесів, що відбуваються в елементі при його переході з резервного в основний режим, та недоцільності застосування навантаженого резервування через недостатній виграш в надійності. Очевидно, полегшений резерв займає проміжне положення між навантаженим та ненавантаженим.

Точні вирази для розрахунку надійності систем при полегшеному резервуванні досить громіздкі та неоднозначні, але при експоненціальному розподілі наробітку справедлива наближена формула

$$P = \frac{1}{(l+1)!}\lambda(\lambda+\lambda_0)(\lambda+2\lambda_0)\ldots[\lambda\, l\lambda_0]\cdot t^{l+1} =$$
$$= \frac{t^{l+1}}{(l+1)!}\prod_{i=0}^{l}(\lambda+i\lambda_0), \tag{6.13}$$

де λ_0 - інтенсивність відмов елементів в полегшеному режимі,

l - кратність резервування.

Ковзне резервування використовується для резервування декількох однакових елементів системи одним або декількома однаковими резервними (рис. 6.3, тут всі елементи ідентичні, а елемент 4 - надлишковий). Очевидно, відмова системи відбудеться, якщо із загальної кількості ідентичних елементів (основних та резервних) число таких, що відмовили, більше за число резервних. Розрахунок ймовірності безвідмовної роботи систем з ковзним резервуванням аналогічний розрахунку систем типу “m з n”.

ЛЕКЦІЯ 7

ВИПРОБОВУВАННЯ НА НАДІЙНІСТЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

7.1 Основні поняття та класифікація

Це є основне питання теорії та практики визначення надійності. Ці випробовування можуть дати найбільш повні й вірогідні дані про надійність. В процесі випробовувань можна відтворити реальні умови, дослідити робочі режими та наслідки всіх робочих факторів.

Тому випробовування вимагають:

- певного часу,
- певних затрат ресурсів.

Випробування, як правило, бувають довготривалими, випробовується велика кількість пристроїв. В процесі випробовування відбувається руйнування апаратури. Після випробувань апаратура, як правило, вже не є придатною для подальшого використання, тому завдання служби надійності полягає в пошуку використання таких шляхів випробовувань, щоб зменшити витрати як засобів, які випробовуються, так й матеріальних ресурсів.

Випробування на надійність можна класифікувати згідно рисунку 7.1.

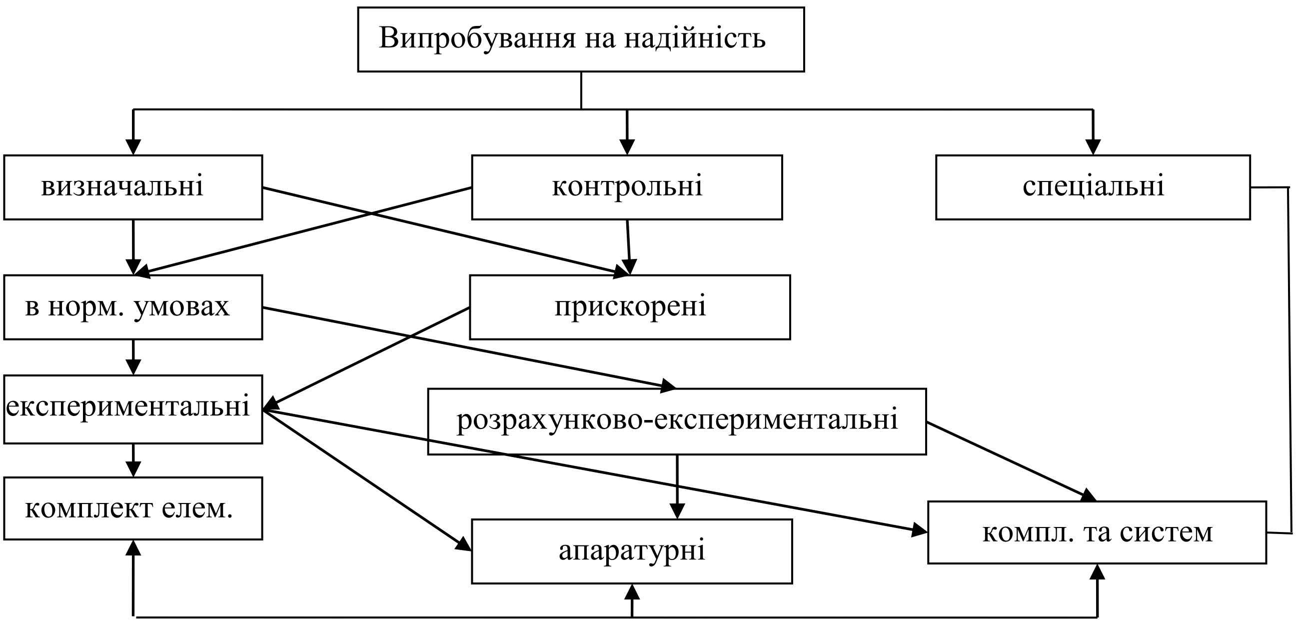


Рисунок 7.1. Класифікація випробувань на надійність

Визначальні випробування – під час яких визначаються числові значення показників надійності.

Контрольні випробування – випробування, в результаті яких виявляється, що значення показників надійності не нижчі (не вищі) деякого значення із заданою ймовірністю (менш інформаційні, ніж попередні, але витрачають менш часу та матеріальних ресурсів).

Спеціальні випробування – випробовування, які призначені для визначення впливів деяких факторів на надійність.

Кожний з цих основних видів випробовувань розділяють на різновиди. Випробування можуть відбуватися за різними планами до повної відмови всіх випробовуваних елементів або до певної кількості відмов. При плануванні випробовувань на надійність вибирають такий план, який найкраще відповідає випробовувальному об'єкту та завданню.

7.2 Визначальні випробування на надійність

Ознакою визначальних випробувань є те, що в результаті цих випробувань визначаються кількісні значення показників надійності випробовуваних пристроїв. Але за методами проведення та способами обробки результатів, а також за планом їх організації та умовами, в яких проводяться випробування, вони можуть бути різними.

Можлива класифікація визначальних випробувань може бути представлена згідно рисунку 7.2.

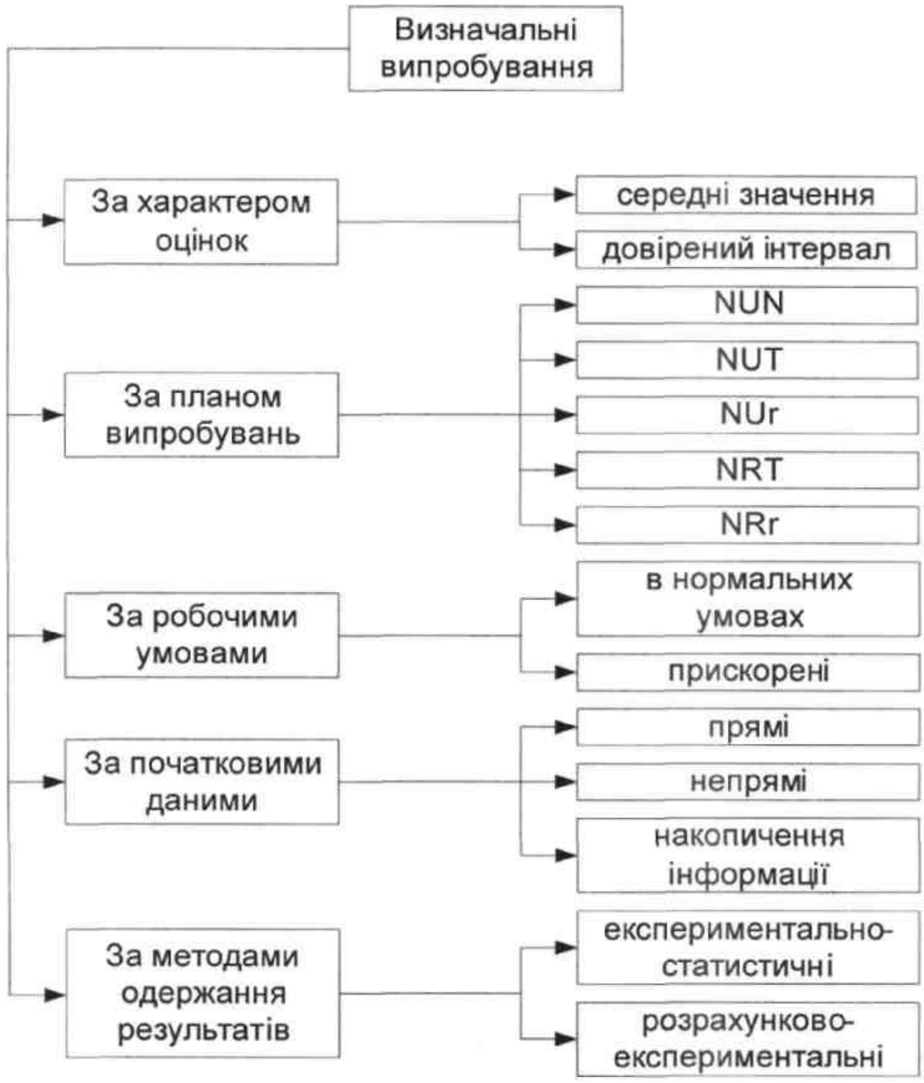


Рисунок 7.2. Класифікація визначальних випробувань на надійність

За характером отримання оцінок, випробування можуть бути з метою одержання усереднених показників (середній наробіток на відмову, середній час поновлення і т.п.) та випробуваннями з метою отримання довірчого інтервалу для показника надійності.

Усереднені показники, як правило, дають достатнє для практики представлення про надійність виробу, особливо тоді, коли необхідно провести або порівняння виробів, або порівняння конструктивних варіантів.

Одержання середніх значень випадкової величини не передбачає серйозних ускладнень (за середнє значення приймається середнє арифметичне значення), цим й пояснюється широке розповсюдження в інженерній практиці середніх показників надійності. Але середнє значення випадкової величини не дає повного представлення про неї . Більш детальну інформацію про надійність можна отримати по довірчому інтервалу - інтервалу можливих значень показника надійності, яким покривається відповідний показник з заданою довірчою ймовірністю.

За характером початкових даних визначальні випробування можуть бути випробуваннями, які базуються на використанні інформації про відмови виробу (на так звані прямі випробування), інформації за непрямими ознаками відмов, або в накопиченні інформації про відмови.

Непрямими ознаками може бути виділення надлишкового тепла, зміна струмів, які виходять за допустимі межі й т.п. За цими ознаками можна прогнозувати настання відмов та визначати прогнозовані показники надійності.

Принцип накопичення інформації полягає у тому, що інформація про надійність збирається з різних джерел. Кожне наступне випробування є метою уточнення показника надійності з використанням „апріорної" інформації, тобто дослідної.

За робочими умовами випробування можуть бути випробуваннями в нормальних експлуатаційних режимах та в умовах, які прискорюють процес виникнення відмов. Прискорення випробувань має велике значення, так як головний недолік випробувань на надійність - їх велика тривалість.

Прискорені випробування – це випробування, в умовах, коли використовують деякі фактори, які прискорюють виникнення відмов: підвищення температури, підвищення навантаження, вібраційні коливання. Тому попередньо повинні бути отримані залежності показників надійності від прискорюючого фактору або встановлений зв’язок між значеннями показників надійності, які отримані при різних умовах випробувань.

Залежність інтенсивності відмов від зміни температури навколишнього середовища $\lambda=f(T^oC)$ подана на рисунку 7.3. При підвищенні температури отримуємо більше значення інтенсивності відмов.

Складність прискорених випробувань полягає в тому, що вони потребують попереднього вивчення залежності між показниками надійності в нормальних і форсованих умовах, а ця залежність має наближені характеристики. В процесі прискорених випробувань прилад може бути зруйнований.

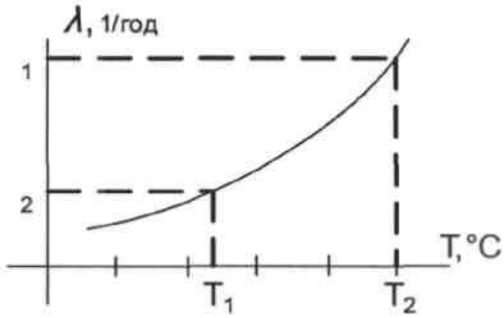


Рисунок 7.3. Залежність інтенсивності відмов від зміни температури навколишнього середовища

За методами одержання кількісних показників надійності випробування можуть бути побудовані тільки на основі експерименту (досліду) з подальшим статистичним опрацюванням даних (експериментально-статистичні випробування) або базуватися на використанні розрахунків та експерименту (такі випробування називають розрахунково-експериментальними).

За планами проведення випробування поділяються на наступні основні групи: [NUN], [NUT], [NUr], [NU(r,T)], [NRT], [NRr] та ін. Букви у позначеннях планів об'єктів вказують наступні особливості об'єктів:

N – кількість об'єктів, що одночасно випробовуються;

U – невідновлювані та незамінні при випробуваннях у випадку відмови об'єкти;

R – невідновлювані, але замінні при випробуваннях у випадку відмови об'єкти;

M – відновлювані при випробуваннях у випадку відмови об'єкти;

r – кількість об'єктів, що відмовили.

При випробуваннях за планом [NUM] на випробування ставляться N виробів. Випробування ведуться до відмови всіх N виробів. Час відмови t_i - фіксується. Середній наробіток на відмову:

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{N} \tag{7.1}$$

Середньоквадратичне відхилення $\sigma(T)$ відносно його середнього значення визначається як

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(t_i - T)^2}{(N-1)N}} = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}} \tag{7.2}$$

При числі N, яке дорівнює 8 та більше, та при t_i, яке підпорядковане експоненціальному закону, розподіл випадкової величини T з достатньою для практики точністю наближається до нормального розподілу, тому число випробовуваних об'єктів можна визначити з формули (7.2). Для експоненціального закону σ(t) = T, то з формули (7.2):

$$N = \left(\frac{T}{\sigma(T)}\right)^2 \tag{7.3}$$

Ймовірність виникнення відмов при експоненціальному законі розподілу та тривалість випробувань дорівнюють:

$$Q(T) = 1 - e^{-t/T};$$
$$t = -T \cdot \ln[1 - Q(t)], \tag{7.5}$$

Неважко помітити, що випробування за планом [NUN] вимагають значного часу та кількості об'єктів. Скоротити тривалість випробування можна шляхом збільшення кількості виробів, що випробовуються, або зниження вимог до точності результатів випробувань,

Застосування поновлення виробів, що відмовили, дозволяє підвищити інформативність випробувань без збільшення кількості виробів, що випробовуються.

Середній наробіток на відмову при випробовуваних по плану [NRr], тобто, при постановці на випробування N виробів з поновленням, до одержання r-відмов складає:

$$T = t_{p\sum} /(r-1), \tag{7.6}$$

де $t_{p\sum}$ - сумарний наробіток виробів, що випробовуються.

При відсутності врахування часу на поновлення:

$$T = t_r \cdot N/(r-1), \tag{7.7}$$

де t_r - час фіксації останньої відмови.

Для визначення кількості випробовуваних виробів можна скористатися наступними виразами. Оскільки середньоквадратичне відхилення середнього наробітку на відмову дорівнює:

$$\sigma(T) = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}}$$

де t - випадкова величина (час до відмови); N - кількість випробувань, то похибка визначення $T(\sigma)$ в долях від $\sigma(T)$ дорівнює:

$$\varepsilon = Z_\alpha \sigma(T) = \frac{Z_\alpha \sigma(t)}{\sqrt{N}}, \tag{7.8}$$

де значення Z_α при нормальному законі дорівнює числу середньоквадратичних відхилень, яке потрібно відкласти від центру розсіювання для того, щоби ймовірність попадання в отриману ділянку була рівна α.

З (7.8) кількість досліджень дорівнює:

$$N = \left(\frac{Z_\alpha \sigma(t)}{\varepsilon} \right)^2. \tag{7.9}$$

Отже, для планування кількості N необхідно знати точність ε та знати, хоча б орієнтовно, величину $\sigma(t)$. Якщо про величину $\sigma(t)$ нічого не відомо, тоді на дослідження ставиться кількість об'єктів N, виходячи з можливості виробництва, а $\sigma(t)$ визначається у ході досліджень. За отриманими значеннями $\sigma(t)$ уточнюється число N.

Проведення випробувань за планом [NRr] зменшує число випробовуваних N за рахунок їх поновлення, та збільшує час випробувань. Збільшення числа випробовуваних виробів при випробуванні за планом [NUN] підвищує точність результатів випробувань, а при проведенні випробувань за планом [NRr] - скорочує час випробувань.

Процес випробувань корисно супроводжувати занесенням результатів випробувань на графік, який виконують в спеціальному масштабі. Саме масштаб підбирається таким, щоб функція розподілу досліджуваної випадкової величини виходила у вигляді прямої лінії.

7.3 Контрольні випробування

Контрольні випробування не призначені для визначення показника надійності. Вони служать засобом контролю надійності по деякій непрямій ознаці. Такими ознаками можуть бути, наприклад, відсутність відмов при випробуваннях на протязі заданого часу, граничне число допустимих та недопустимих відмов для послідовних інтервалів часу.

В першому випадку випробування називаються як такі, що *засновані на кількості допустимих відмов*, у другому випадку - *випробуваннями, які засновані на послідовному аналізі.* Як правило, в першому випадку, говорять про випробування, які засновані на кількості допустимих відмов, яка дорівнює нулю.

Контрольні випробування поділяються на:

– кваліфікаційні;
– приймально-здавальні;
– типові;
– періодичні;
– технологічні.

Всі випробування проводяться не стихійно, а за планом, за яким встановлюють об’єм випробувань, порядок випробувань, припинення випробувань. Випробуванню піддаються не всі вироби, а лише частина партій – вибірка, а результати розповсюджуються на всю партію. В програмі випробувань вказують:

– об’єм вибірки;
– послідовність і методика проведення випробувань за видами;
– критерієм прийняття рішення в залежності від результатів.

Критерій прийняття рішення – це кількість відмовивших у вибірці виробів (приймальне число) при якому результати випробувань вважаються позитивними.

Періодичність випробувань встановлюється в залежності від призначення та умов експлуатації, виду виробництва, об’єму випуску і типу категорії випробувань.

Кваліфікаційні випробування, які проводяться на кожному підприємстві виробнику, коли відбуваються приймання установленої серії і відбувається за (К1-К8) групами у певні терміни. Для кожної групи (К1-К8) регламентується певний об’єм вибірки, послідовність і вид випробувань, значення приймального числа (справних або несправних) виробів. При випробуваннях по групі К1, перевіряють зовнішній вигляд, надписи або маркування. При випробуванні по групі К2 перевіряють електричні параметри, вібростійкість, вологостійкість. К3 – наробіток на відмову при короткочасних випробуваннях. К4 – наробіток на відмову при довготривалих випробуваннях. Короткочасні випробування на наробіток проводять при max електричному навантаженні і при підвищеній температурі, при цьому режим їх випробування вказується на виробі. К5 – для електронної техніки, перевіряється можливість виводів для паяння або зварювання. К4-К6 – малогабаритні розміри виробів. Випробування К2-К8 піддаються вироби, які пройшли приймально-здавальні випробування. Результати кваліфікаційних випробувань вважаються позитивними, якщо вони задовольняються вимогам, які встановлені для всіх груп. При незадовільних результатах кваліфікаційних випробувань застосовуються міри по підвищенню якості та надійності виробів і після цього проводяться нові випробування.

До приймально-здавальних випробувань представляють вироби партіями. Партія яка не пройшла цих випробувань бракується і всі вироби підлягають перевірці.

Періодичні випробування проводять 1 раз в квартал, а в подальшому раз в 0,5 року. Цим випробуванням підлягають вироби 1-го типу і результати розповсюджуються на всю партію. Ці випробування тільки після приймально-здавальних випробувань.

7.4 Метод граничних та матричних випробувань

Метод граничних та матричних випробувань застосовується для експериментального дослідження вузлів (елементів) апаратури або пристроїв автоматики на стадії макетування зразків для того, щоб правильно відібрати параметри елементів. Окрім цього, при граничних випробуваннях можна вивчати вплив раптових відмов елементів на працездатність вузлів пристрою і систем захисту автоматики.

На вихідні параметри будь-якого вузла (елемента) апаратури встановлюються допуски, в межах яких ці параметри можуть змінюватися. При цьому будь-який вихідний параметр вузла (елемента) є функцією інших параметрів, які залежать від зовнішніх та внутрішніх факторів, останні впливають на вихідні параметри вузла (елемента). До таких факторів відносяться коливання напруги живлення, температури навколишнього середовища, вологості і т.п, а також вплив зміни параметрів елементів схеми.

Задачею методу матричних випробувань є експериментальне визначення області безвідмовної роботи вузла (елемента) при змінах параметрів. Сам метод матричних випробувань зводиться до побудови деякої області у багатомірному просторі, в середині й на границі якої функція приймає значення, яке відповідає деякій заданій множині

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n),$$

де Y - значення вихідного параметра, який відповідає випадку безвідмовної роботи вузла (елемента). x_i - значення і-того параметра вузла (елемента), який впливає на вихідний параметр.

Але визначити n-мірну область без спеціальних автоматичних пристроїв досить складно. Тому на практиці часто визначають граничні точки області безвідмовної роботи вузла (елемента) при зміні одного параметра, зберігаючи незмінними значення інших. Такий метод називають *методом граничних випробувань.* Для його реалізації йдуть по шляху зміни вихідного параметра за допомогою штучних прийомів, наприклад, за допомогою зміни однієї із напруг живлення пристрою, вибраної в якості параметра граничних випробувань. Границі області в межах якої вузол (елемент) працює безвідмовно, визначаються при зміні параметра граничних випробувань до моменту відмови вузла (елемента) при досліджуваному вихідному параметру для випадку, коли інші параметри схеми вузла (елемента) мають номінальні (або просто задані) значення. Потім, при деякому відхиленні одного з "змінних" параметрів вузла від номінального значення , знову ведуть спостереження за вихідним параметром вузла при зміні напруги. Зрозуміло, що при відхиленнях змінного параметра в одну та другу сторони від номінального значення, вихідний параметр буде "відмовляти", виходячи за межі допусків, при різних значеннях напруги.

За допомогою одержаних при експерименті даних будується графік граничних випробувань (рис. 7.4), який представляє геометричне місце точок відмови вузла (елемента) по вихідному параметру Y при визначених значеннях параметра граничних випробувань $U_{гр}$ і параметри X_i, тобто:

$$\Delta Y_{без}=f(\Delta X_i, \Delta U_{гр}),$$

де $\Delta Y_{без}$ - область зміни вихідного параметра , коли він ще знаходиться в межах допусків, тобто вузол (елемент працює безвідмовно (див. рис. 8).

Якщо граничним випробуванням підлягає ПВЧ, то в якості вихідного параметра Y можуть розглядатися $K_{ус}$, Δf (полоса пропускання) або частота підсилюваних коливань. В якості змінних параметрів X_i, вибираються величини опорів підсилювача, ємності або параметри транзисторів (K_U транзистора, крутизна і т.п.)

Величина $\Delta Y_{без}$ відповідає встановленим допускам. Для проведення граничних випробувань, замість постійних резисторів, ємностей ставляться змінні або ж відбувається почергова заміна відповідного елемента однотиповим, з відомим відхиленням від номіналу.

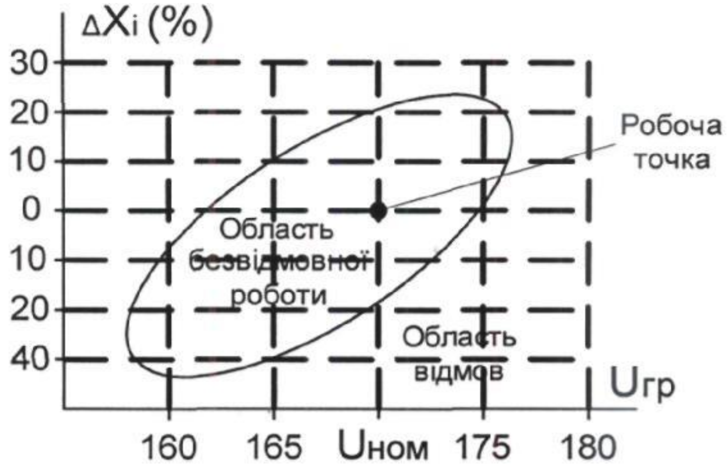


Рисунок 7.4. Графік граничних випробувань

Як параметри граничних випробувань для підсилювачів високої частоти на електронних лампах, застосовують анодні напруги, напруги екранних сіток або накальні напруги.

Але можна будувати графіки залежності одного параметра при зміні другого параметра, тобто все повинно визначатися конкретними задачами випробування.

Графіки граничного контролю дозволяють визначити правильність вибору номінальних значень параметрів елементів того чи іншого вузла, напруг живлення, а також порівняти "запас" надійності аналогічних вузлів за величиною площин області безвідмовної роботи (чим більша площина, тим більший "запас" надійності).

Треба також враховувати, що параметри деяких елементів змінюються весь час в одному напрямку, так, наприклад, величина опору вуглецевих резисторів зростає, а ємність електролітичних конденсаторів падає. В цьому випадку номінальні значення параметрів елементів треба вибирати так, щоб і "запас" зший параметру в напрямку протилежному закономірній зміні був мінімальним. Але в цьому випадку треба враховувати коливання параметра у різні сторони.

Метод матричних випробувань є подальшим розвитком методу граничних випробувань. Сутність методу матричних випробувань включається в моделюванні робочої області системи при всіх можливих значеннях вхідних параметрів, які знаходяться в межах допусків.

З цією метою складаються матриці становищ (ситуацій), що дозволяє чисельним методом визначити можливі реалізації випадкових значень вхідних параметрів. Перебір всіх можливих ситуацій здійснюється методом матричних випробувань. З метою зменшення трудомісткості матричних випробувань проводять перебирання не всіх ситуацій, а тільки їх частини, які вибираються у відповідності з методом Монте-Карло (метод статистичних випробувань) по випадковому закону. [Нагадаємо Вам, що ідея методу Монте-Карло заключається в моделюванні випадкового процесу або послідовності випробувань, імовірні характеристики яких просто пов'язані з визначенням необхідних величин. Тобто метод Монте-Карло застосовується для розв'язання задач типу: скільки треба провести випробувань, щоб частота $\mu_п/n$ відрізнялася від імовірності p не більше, ніж на Δ, з імовірністю 1-2α (α мале), де p - ймовірність успіху у схемі Бернуллі, а $\mu_п$ - загальне число успіхів , n - число випробувань, $\mu_п/n$ - частоти успіху]

Таким чином, необхідне число випробувань N_α при заданій достовірності 1-2α і похибці випробувань Δ визначається як :

$$N_\alpha \approx \frac{l-1}{\Delta^2} \cdot \ln \frac{n \cdot l}{2 \cdot \alpha},$$

де n - загальне число визначальних параметрів системи; 1 - число квантів (ділянок), на які розбито діапазон зміни параметрів.

При кількості визначальних параметрів n≥20 застосування методу Монте-Карло дозволяє зменшити число необхідних випробувань в $2{,}5 \cdot 10^6$ разів.

Значна трудомісткість матричних випробувань сприяла необхідності розробки спеціальної апаратури з застосуванням ЕОМ, яка дозволила автоматизувати процес випробувань.

Така апаратура у відповідності з матрицею ситуацій здійснює автоматичне переключення елементів, тобто здійснює перебирання ситуацій і реєструє кількість і характер відмов.

ЛЕКЦІЯ 8

НАДІЙНІСТЬ КОМПЮТЕРНИХ МЕРЕЖ

*Надійність мереж*і – це береження її зв'язності, *відмова мережі* – ропад її на ізольорвані частини. Надійність мережі оцінюється через ймовірність береження зв'язку між окремою парою ЕОМ та між всіма ЕОМ мережі. Для розрахунку надійності мережі може бути використаний метод мінімальних шляхів та перерізів, а також метод статистиного моделювання.

8.1 Опис наднікості компютерних мережі у вигляді графа

Компютерну систему представляють у вигляді графа – графа надіності, де вершини відповідають підсистемам, а дуги – зіднанням між підсистемами. Приймається, що відмова i-тої підсистеми відповідає обриву i-того ребра графа, а відмова системи – втраті зв'язності між двома виділеними вершинами графа – полюсами.

Граф надійності мережі ЕОМ відповідає повністю конфігурації мережі, відмові лінії звяку відповідає обрив дуги, що зображує цю лінію, а відмові ЕОМ – обрив всіх дуг, що інцидентні вершині, що ображує ЕОМ, що відмовила.

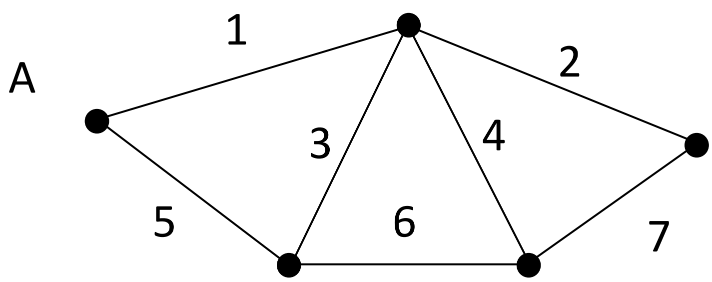


Рисунок 8.1. Граф надійності

З рисунку 8.1, де зображено граф резервованої системи, випливає, що відсутність обриву ребер 1, 2 є достатньою умовою наявності зв'язку між полюсами А та В, а обрив ребер 1, 5 є достатньою умовою втрати зв'язку між полюсами А, В. Якщо вважати, що дуги 1 – 7 графу відповідають будь яким пристроям або елементам, що обробляють, запамятовують або комутують інформацію з полюсу А в полюс В та що для роботи такої системи достатньо наявності одного шляху передачі та обробки, то граф на рисунку 8.1 є *графом надійності* для цієї системи. Деколи для більшої наглядності дуги графа доповнюють зображеннями пристроїв у вигляді прямокутників. У такому випадку говорять про *структурну схему розрахунку надійнорсті системи*. Необхідно зауважити, що структурна схема розрахунку надійності далеко не завжди відповідає функціональній структурі системи. Її необхідно складати, виходячи з надійності властивостей системи, що розглядається.

8.2 Математична модель надійної КМ

Комп’ютерна мережа представляється моделлю у вигляді лінійного графа, у якому вузли або вершини відповідають КМ, а ребра – лініям зв’язку між ними. Критерії надійності такої моделі можуть визначатися різними способами. Найпростішим критерієм є мінімум ребер або вузлів, які можуть бути видалені, щоб порушити всі шляхи між будь-якою парою вузлів, що залишилася. Ця міра відома як *зв’язність графа*, та дорівнює нижній границі максимальної кількості вузлів, що роз’єднують шляхи між будь-якою парою вузлів. Найбільш загальним критерієм є *мінімальна кількість ребер*, яка має бути видалена з графу, щоб ізолювати будь-який підграф з m вузлів від іншого графа. Цю величину позначимо як $\delta[m]$. Аналогічно можна сформулювати критерій для випадку відмови вузлів.

Відмови вузлів та ребер в мережі є випадковими. Показником загальної надійності мережі є верхня границя ймовірності переривання обслуговування між будь-якою парою діючих вузлів, що визначається заданою кількістю вузлів та ребер в будь-якій розділяючій множині мережі та їх надійністю. Обчислення цієї ймовірності полягає також на максимальній кількості розділяючих множин, видалення яких призведе до порушення зв’язків між будь-якою парою діючих вузлів в КМ.

Ймовірнісні характеристики надійних комп’ютерних мереж можуть бути визначені для випадку статистично незалежних контактів. Будь-яка двополюсна мережа з m контактів буде зв’язаною з ймовірністю $g(p)$ та замкнута з ймовірністю $h(p)$:

$$g(p)=\sum_{i=0}^{m} B_i p^i (1-p)^{m-i}$$

$$h(p)=\sum_{i=0}^{m} A_i p^i (1-p)^{m-i} \qquad (8.1)$$

де p – ймовірність того, що контакт розімкнено;

B_i (аналогічно A_i) – кількість комбінацій з i контактів, таких, що мережа розмикається (замикається), якщо ці i контакти розмикається (замикається), а інші $m-i$ контакти замикаються (розмикається).

Припустимо, що в КМ мають місце статистично незалежні відмови з ймовірністю p для кожного ребра та з ймовірністю q для кожного вузла обчислювальної мережі. Тоді для мережі з n вузлів та b ребер при $p >> q$ з (8.1) слідує, що ймовірність $P[v,u]$ успішного зв’язку між будь-якою парою діючих центрів (обчислювальних вузлів) v та u визначається наближеним значенням:

$$\overline{P}[v,u]=\sum_{i=0}^{b} A_{v,u}^{e}(i)(1-p)^i p^{b-i}$$

де $A^e_{v,u}(i)$ – кількість комбінацій з i ребер, таких, що існує хоча б одне ребро між ними, якщо i ребер працездатні, а інші $b-i$ відмовили.

При $q >> p$ з (1) випливає, що $P[v,u]$ можна визначити (наближено) так:

$$\overline{P}[v,u] = \sum_{i=0}^{n-2} A^n_{v,u}(i)(1-q)^i q^{n-2-i},$$

де $A^n_{v,u}(i)$ та $A^e_{v,u}(i)$ – комбінаторні коефіцієнти для вузлів та ребер відповідно.

Наближене значення для ймовірності $Q[v,u]$ відмови ребер між будь-якою парою діючих вузлів v та u визначається таким чином:

при $p >> q$

$$\overline{Q}[v,u] = \sum_{i=0}^{b} C^e_{v,u}(i) p^i (1-p)^{b-i},$$

при $q >> p$

$$\overline{Q}[v,u] = \sum_{i=0}^{n-2} C^n_{v,u}(i) q^i (1-q)^{n-2-i},$$

де $C^e_{v,u}(i)$ та $C^n_{v,u}(i)$ – число комбінацій з i ребер, таких, що видалення тільки цих ребер (вузлів) з графа порушує всі шляхи між вузлами v та u.

8.3 Структура надійної комп'ютерної мережі

Розглянемо структуру графів, на яких коефіцієнти $C^e_{v,u}(i)$ та $C^n_{v,u}(i)$ мінімізуються для всіх i та всіх пар вузлів.

Визначимо головну роздільну множину вузлів (ребер) $\delta(m)$ відносно заданої пари вузлів. В зв'язному графі є множина таких вузлів (ребер), що їх видалення порушує всі шляхи між парою вузлів та нема відповідної підмножини, яка має ту саму властивість.

Відмітимо, що для графа зв'язності d існує хоча би d вузлів та ребер в будь-якій головній роздільній множині вузлів або ребер.

Звідси $C^n_{v,u}(i) = C^e_{v,u}(i) = 0$ при $i < d$, $C^n_{v,u}(d)$ та $C^e_{v,u}(d)$ дорівнює кількості головних роздільних множин вузлів та ребер з d елементів відносно будь-якої пари вузлів v та u.

Окрім того, при $m > d$ коефіцієнт $C^n_{v,u}(m)$ дорівнює загальній кількості розділяючих множин вузлів розміру m відносно вузлів v та u. Кожна з цих розділяючих множин складається з головної розділяючої множини розміром $m-i$ відносно вузлів v та u плюс додаткові i вузлів, що вибрані випадково, де $0 \le i \le m-d$.

Аналогічно обчислюється коефіцієнт $C^e_{v,u}(m)$. Якщо позначити $X^n(m)$ кількість головних розділяючи множин вузлів розміром $m \ge d$ та $X^e(m)$

кількість головних розділяючи множин ребер розміром m відносно вузлів v та u, то

$$C^{n}_{v,u}(m)=X^{n}_{v,u}(m)=\sum_{i=1}^{m-d}k^{n}_{v,u}(i)X^{n}_{v,u}(m-i);$$

$$C^{e}_{v,u}(m)=X^{e}_{v,u}(m)=\sum_{i=1}^{m-d}k^{e}_{v,u}(i)X^{e}_{v,u}(m-i),$$

де добутки під знаком суми є числами різних роздільних множин вузлів (ребер) розміром m, кожна з яких утворюється приєднанням додаткових i вузлів до головної розділяючої множини вузлів (ребер) розміром $m-i$ відносно вузлів v та u.

Зауважимо, що

$$k^{n}_{v,u}(i)\le\binom{n-2-m+1}{i},$$

$$k^{e}_{v,u}(i)\le\binom{b-m+1}{i},$$

де рівність буде тільки при n, що менше за мінімальну кількість вузлів та ребер, що знаходяться в одній з головних розділяючих множин розміром $m-i$.

Таким чином, для всіх m коефіцієнти $C^{n}_{v,u}(m)$ та $C^{e}_{v,u}(m)$ мінімізуються на графах, що мають мінімальну кількість головних роздільних множин, що перетинаються, розміром m відносно будь-якої пари вузлів v та u. Тому в якості міри надійності заданої топології КМ можна використовувати такі вирази:

$$X^{n}(m)=\max_{v,u}X^{n}_{v,u}(m),$$

$$X^{e}(m)=\max_{v,u}X^{e}_{v,u}(m).$$

Максимально надійною мережею є та, для якої $X^{n}(m)$ та $X^{e}(m)$ настільки малі, наскільки це можливо для всіх значень m.

Для $X^{n}(m),\ X^{e}(m)$ та $\max Q[v,u]$ отримані верхні та нижні границі, що основані на топологічних властивостях мереж. Для будь-якого графа зв'язністю d та діаметром k, якщо кожен d розділяючи шляхів між будь-якою парою вузлів має максимальну довжину $l\ge k$, найбільш ненадійною є КМ з наступними характеристиками:

$$X^{e}(m)=\begin{cases}kl^{d-1} & при\quad m=d,\\ 0 & при\quad m\ne d,\end{cases}\tag{8.2}$$

$$X^{n}(m)=\begin{cases}(k-1)(l-1)^{d-1} & при\quad m=d,\\ 0 & при\quad m\ne d.\end{cases}\tag{8.3}$$

Верхні границі для мір $X^{n}(m)$ та $X^{e}(m)$ (формули 8.2 та 8.3) виходять з того, що в найгіршому випадку можна ізолювати вузли v та u видаленням будь-якого ребра або вузла кожного з d розділяючи шляхів між вузлами.

Вирази (8.2) та (8.3) фактично визначають верхню границю на $\max Q[v,u]$. Нижні границі міри при малих m отримати не так просто, тому розглянемо максимально зв'язні однорідні мережі (тобто мережі зв'язністю d, в якої всі вузли мають степінь d). У цьому випадку нижні границі визначаються так, що серед всіх максимально зв'язних однорідних мереж зв'язністю d та розміром t (мінімальна кількість ребер у будь-якому ланцюгу дорівнює t) найбільш надійнішою є мережа з наступними топологічними параметрами:

$$X^n(m) = \begin{cases} 2\binom{d-1}{i} & при \quad t=3, m=d+i(d-2), \quad 0 \le i \le d-1, \\ 2\binom{d}{i} & при \quad t>3, m=d+i(d-2), \quad 0 \le i \le d, \\ 0 & в \quad інших \quad випадках, \end{cases}$$

$$X^e(m) = \begin{cases} 1 & при \quad t=3 \quad або \quad 4 \quad та \quad m=d, \\ 2\binom{d-1}{i} & при \quad t=5, m=d+i(d-2), \quad 0 \le i \le d-1, \\ 2\binom{d}{i} & при \quad t>5, m=d+i(d-2), \quad 0 \le i \le d, \\ 0 & в \quad інших \quad випадках. \end{cases}$$

ЛЕКЦІЯ 9

НАДІЙНІСТЬ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Під *програмним забезпеченням* (ПЗ) розуміють сукупність програм та документів на них для реалізації цілей та завдань ЕОМ.

Створення програм регламентується комплексом стандартів єдиної системи програмної документації (ЄСПД), що встановлюють загальні положення, види програм та програмних документів, правила розробки, оформлення та обігу програм та програмної документації.

Надійність програмних засобів – це їх властивість, яка сприяє виконанню заданих функцій при збереженні в часі значення встановлених експлуатаційних показників в заданих межах, що відповідають заданим режимам та умовам використання, супроводу та відновлення цих засобів.

9.1 Причини відмов програмного забезпечення

Основними причинами, що безпосередньо викликають порушення нормального функціонування програми, є:

1) помилки, приховані в самій програмі;
2) спотворення вхідної інформації, що підлягає обробці;
3) невірні дії користувача;
4) несправність апаратури установки, на якій реалізується обчислювальний процес.

Приховані помилки програми є головним чинником порушення нормальних умов його функціонування;

Можна виділити наступні основні помилки в програмі:

– *Помилки* обчислень - помилки даного класу міститися в закодованих математичних виразах або одержуваних з їх допомогою результати. Прикладами таких помилок є неправильне перетворення типів змінних, невірний знак операції, помилка в виразі індексу, переповнення або втрата значущості при обчисленнях.

– *Логічні* помилки - є причиною спотворення алгоритму розв'язання задачі. Такого роду помилки виникають у зв'язку з невірною передачею керування, невірному завданні діапазону зміни параметрів циклу, невірних умов і т.д.

– *Помилки* введення-виведення - пов'язані з такими діями, як управління введенням-виведенням, формування вихідних записів та визначення розмірів записів.

– *Помилки* маніпулювання даними - прикладами таких помилок є невірно визначене число елементів даних, невірні початкові значення, присвоєні даними, невірно вказана довжина операнда, ім'я змінної і т.д.

Спотворення інформації, що підлягає обробці, викликає порушення функціонування ПЗ, коли вхідні дані не потрапляють в область допустимих значень змінних програми. У цьому випадку між вихідною інформацією і характеристиками програми виникає невідповідність.

Причинами спотворення інформації, що вводиться можуть бути, наприклад, такі:

- спотворення даних на первинних носіях інформації;
- збої і відмови в апаратурі введення даних з первинних носіїв інформації;
- шуми і збої в каналах зв'язку при передачі повідомлень по лініях зв'язку і т.д.

Невірні дії користувача, що призводять до відмови в процесі функціонування ПО пов'язані, насамперед, з неправильною інтерпретацією повідомлень, неправильними діями користувача в процесі діалогу з комп'ютером і т.д.

Несправність апаратури - несправності, що виникають при роботі апаратури, що використовується для реалізації обчислювального процесу, впливають на характеристику надійності ПЗ. Поява відмови або збою в роботі апаратури призводить до порушення нормального ходу обчислювального процесу і в багатьох випадках до спотворення даних і текстів програм в основний і зовнішньої пам'яті.

9.2 Ознаки появи помилок

Найбільш типовими симптомами появи помилок у програмі є:

- передчасне закінчення виконання програми;
- неприпустиме збільшення часу деякої послідовності команд однієї з програм;
- повна втрата або значне спотворення накопичених даних, необхідних для успішного виконання розв'язуваних завдань;
- порушення послідовності виклику окремих програм, в результаті чого відбувається пропуск необхідних програм;
- спотворення окремих елементів даних (вхідних, вихідних, проміжних) в результаті обробки спотвореної вихідної інформації.

Статистична інтенсивність виникнення програмних помилок визначається за формулою:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t n(t)},$$

де $n(t)$ – кількість ідентичних програм, які не відмовили до моменту часу t;
$\Delta n(t)$ – кількість ідентичних програм, що відмовили, на інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$.

Виявлення та усунення помилок проводиться до тих пір, поки значення $\lambda(t_n)$ буде меншим заданого значення. Задане значення $\tilde{\lambda}(t_n)$ призначається з урахуванням вимог до надійності ПЗ. Орієнтовно можна виходити з того, що інтенсивність програмних помилок, що призводять до відмови, на етапі налагоджувальних випробувань повинна бути не більша інтенсивності апаратних відмов. Залежність інтенсивності помилок ПЗ від часу подана на рисунку 9.1.

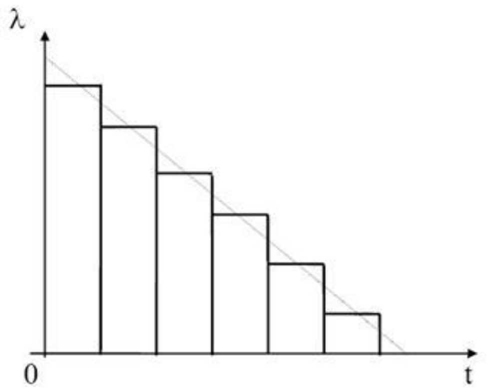


Рисунок 9.1. Характеристика зміни інтенсивності помилок програмного забезпечення

Чим інтенсивніше використання ПЗ, тим швидше виявляються в ньому помилки. На рисунку 9.2 наведена залежність числа виявлених помилок від числа користувачів:

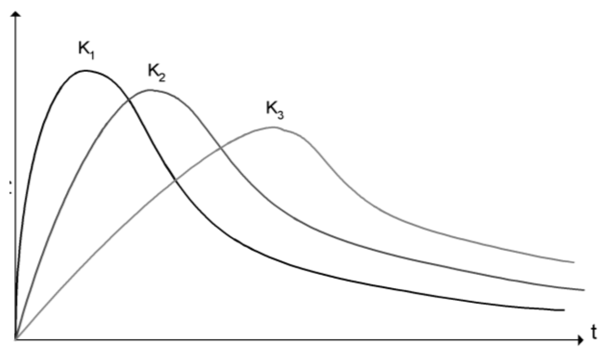


Рисунок 9.2. Інтенсивність виявлення помилок від інтенсивності використання (*K* – кількість користувачів, $K_1 > K_2 > K_3$)

Процентні частоти появи помилок в ПЗ за типами помилок представлені в таблиці 9.1. Як видно з таблиці 9.1 основну кількість помилок робиться через невірну специфікації. Ці помилки, в свою чергу, можуть бути розділені на наступні категорії: помилки в числових значеннях, недостатні вимоги до точності помилкові символи або знаки, помилки оформлення, неправильне опис або вимога до апаратури, вихідні дані для розробки неповні, неточні або помилкові двозначність вимог. Процентні частоти категорій помилок в ПЗ подані в таблиці 9.2.

9.3 Характеристики та показники надійності

Можна виділити такі характеристики та кількісні показники надійності ПЗ:

1. Безвідмовність. Кажучи про безвідмовність ПЗ, що характеризує здатність ПЗ виконувати задані функції в заданих умовах експлуатації ТЗ, вважатимемо, що відмова програми – це результат прояву прихованої помилки. Слід мати на увазі, що вхідні дані і дані, створювані програмою, не є елементами ПЗ, оскільки їх надійність пов'язана з роботою зовнішніх пристроїв і апаратної частини ТЗ. Тільки константи, що вводяться програмістом, вважаються частиною ПЗ.

Таблиця 9.1 – Процентні частоти появи помилок в ПЗ

Тип помилки	Частота появи,%
Не повна або помилкова специфікація	28
Відхилення від специфікації	12
Нехтування правилами програмування	10
Помилкова вибірка даних	10
Помилкова логіка або послідовність операцій	12
Помилкові арифметичні операції	9
Брак часу для вирішення	4
Помилка обробки переривань	4
Помилка у вихідних даних	3
Неточний запис	8

Таблиця 9.2 – Категорії помилок в ПЗ

Причина помилки	Частота появи,%
Помилки в числових значеннях	12
Недостатні вимоги до точності	4
Помилкові символи або знаки	2
Помилки оформлення	15
Неправильне опис або вимога до апаратури	2
Вихідні дані для розробки неповні, неточні або помилкові	52
Двозначність вимог	13

Для невідновлюваних в ході експлуатації програм узагальненою характеристикою надійності (безвідмовності) є вірогідність безвідмовної роботи $P(t)$, яка характеризує вірогідність того, що за час t відмови не відбудеться:

$$P(t)P(T \geq t) = 1 - q(t), \tag{9.1}$$

де T – час роботи ПЗ до відмови або напрацювання ПЗ до відмови (T – випадкова величина);
$q(t)$ – ймовірність відмови ПЗ.

З (9.1) можна визначити функцію інтенсивності відмов ПЗ за формулою

$$\lambda(t) = -\frac{d \ln P(t)}{dt} \ . \tag{9.2}$$

Середній час напрацювання до настання відмови (середній час безвідмовної роботи) визначається як математичне сподівання часового інтервалу між двома послідовними порушеннями роботоздатності ПЗ:

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t)dt \tag{9.3}$$

Для експоненційного закону розподілу відмов:

$$P(t) = e^{-\lambda t},$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda}. \tag{9.4}$$

Оскільки програми мають явно виражені виробничі цикли роботи, то напрацювання програми може бути виражене або через календарний час, або через машинний час, або через кількість відпрацьованих операторів, вирішених задач та ін.

Один із способів оцінювання m_t - спостереження за поведінкою програми у певний часовий період. Тоді величину середнього часу між відмовами (збоями) ПЗ можна визначити так:

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{H}{n - r} \ , \tag{9.5}$$

де n – загальна кількість прогонів ПЗ;
r – кількість прогонів ПЗ без помилок;
H – загальна кількість годин успішного прогону програми, що визначається за формулою:

$$H = \sum_{i=1}^{r} T_i - \sum_{j=1}^{n} t_j \tag{9.6}$$

де T_i – час безперервного прогону в годинах безпомилкової роботи ПЗ;
t_j – час прогону в годинах до прояви помилки ПЗ;
$k = n - r$ – кількість прогонів з помилками.

Вважаючи кількість помилок постійним, можна обчислити інтенсивність відмов ПЗ, зведену до однієї години роботи λ^1, та середній час між сусідніми відмовами ПЗ:

$$\lambda^1 = \frac{n-r}{H} = \frac{1}{H}; \qquad (9.7)$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda^1} = \frac{H}{k}. \qquad (9.8)$$

Класифікуючи відмови ПЗ за видами відмов – апаратні, програмні, оператора та ін. можна визначити частинні (зважені) інтенсивності відмов за відповідними видами помилок, а загальна надійність визначається як сума цих інтенсивностей. Такий підхід може значно полегшити збір статистичних даних відповіднх видів відмов на основі незалежного аналізу програмних засобів різних типів.

У випадку, якщо в ході експлуатації можливе коректування ПЗ або відновлення програми після відмови, викликаної дією перешкод (збоїв) від непрограмних джерел, а час відновлення достатньо малий порівняно з часом між відмовами чи збоями, то узагальненою характеристикою безвідмовності ПЗ є інтенсивність потоку відмов в часі $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{dH(t)}{dt}; \qquad (9.9)$$

$$T_\omega = \frac{1}{H(t)}, \qquad (9.10)$$

де H(t) – середнє число відмов за час t;
T_ω – середній час напрацювання між двома відмовами.

Для програм, час коректування яких приблизно дорівнює часові між відмовами, узагальненою характеристикою безвідмовності є функція коефіцієнта готовності $K_r(t)$, залежного від часу. Показник готовності характеризує вірогідність застати ТЗ в заданий момент часу в роботоздатному стані.

2. Стійкість. Стійкість ПЗ визначає здатність ТЗ виконувати задані функції в умовах дії перешкод (помилок, збоїв, відмов), що виникають в непрограмних джерелах (технічне забезпечення, початкові дані). При оцінюванні стійкості ПЗ повинні бути задані параметри навколишнього середовища, по відношенню до якого оцінюється стійкість програм.

Показники стійкості – це показники безвідмовності, але з використанням умовних вірогідностей. Умовою, при якій обчислюється вірогідність, є відмова (збій) в програмі або апаратурі.

Для невідновлюваних (некоректовних) програм узагальненим показником стійкості служить умова вірогідності безвідмовної роботи:

$$P_\gamma(t) = [P(T \geq t)]P(A), \qquad (9.11)$$

де $P(A)$ – вірогідність помилки (збою) програми або відмови апаратури.

Безвідмовність і стійкість – динамічні характеристики, тобто вони характеризують надійність ПЗ в процесі його роботи.

3. Відновлюваність. Важливою характеристикою надійності ПЗ є їх відновлюваність, яка визначається затратами часу та праці на усунення відмови. Відмова при функціонуванні може проявлятися у вигляді:

– передчасного аварійного завершення виконання програми;

– недопустимого збільшення часу виконання програми;

– зациклювання ЕОМ на виконанні деякої послідовності команд програми;

– повної втрати чи незначного спотворення накопичених даних, необхідних для успішного виконання розв'язуваних завдань;

– порушення послідовності виклику окремих програм, внаслідок чоговідбувається пропуск необхідних програм або непередбачене звернення допрограми;

– спотворення окремих елементів даних (вхідних, вихідних,проміжних) в результаті обробки спотвореної початкової інформації та інш.

В ПЗ з високим рівнем надійності деякі відмови (наприклад, зациклювання чи спотворення масивів даних) можуть бути усунені програмними методами. Завдання відновлення в таких випадках переходить в завдання усунення короткочасних збоїв.

Основною ознакою в класифікації збоїв та відмов в ПЗ є тривалість відновлення. Коли її величина менша певного порогу, спотворення при функціонуванні ПЗ слід віднести до збоїв, в іншому разі спотворення носять характер відмов.

Відмови і збої за ступенем їх впливу на функціонування ПЗ поділяються на три групи:

– відмови, які в значній мірі знецінюють результати попереднього функціонування ПЗ та рівносильні втратам їх працездатності;

– часткові відмови, які в деякій мірі знецінюють попередні результати,але характеризуються швидким відновленням без тривалої втратипрацездатності;

– збої, які практично не знецінюють результати функціонування ПЗ та не створюють відмовних ситуацій.

Для збільшення ефективності процесів відновлення доцільно передбачити в ПЗ спеціальні засоби діагностики кодів аварійних завершень, ввести в програми контрольні точки і забезпечити можливість рестарту з цих контрольних точок.

При більш високому рівні автоматизації процесів відновлення ПЗ підвищується стійкість їх функціонування (здатність обмежувати наслідки власних помилок і несприятливих впливів зовнішнього середовища (несправність апаратури, некоректність вхідних даних, помилки оператора та інш.) або протистояти їм). Для цього в ПЗ повинні бути передбачені засоби, які б дозволяли:

– проводити систематичний контроль та оперативно виявляти аномаліїпроцесу функціонування або стану програм і даних;

– діагностувати виявлені спотворення;

– виробляти рішення та вибирати методи та засоби оперативноговідновлення;

– реалізувати оперативне відновлення нормальної працездатності;

– реєструвати кожен збій чи відмову, що сталися, узагальнювати даніспотворень для виявлення випадків, які потребують допрацювання програм.

Реалізація таких можливостей здійснюється за рахунок введення надлишковості в програми, дані та процес функціонування ПЗ. Відповідно надлишковість ПЗ можна розділити на програмну, інформаційну і часову.

Програмна надлишковість полягає в застосуванні кількох варіантів ПЗ, які відрізняються методами розв'язку деякої задачі чи програмною реалізацією одного й того ж методу.

Інформаційна надлишковість полягає в дублюванні нагромаджених початкових та проміжних даних. Вона використовується для збереження достовірності даних, які в найбільшій мірі впливають на нормальне функціонування ПЗ або потребують значного часу для відновлення. Для менш важливих даних інформаційна надлишковість використовується у вигляді завадозахисних кодів, які дозволяють тільки виявити спотворення.

Часова надлишковість полягає у виділенні необхідних резервів часу ЕОМ на виконання спеціальних програм, які забезпечують оперативний контроль стану даних та обчислювального процесу, а також автоматичне відновлення ПЗ при виникненні відмовних ситуацій.

Показники відновлюваності є: час відновлення T_k, вірогідність відовлення програми за заданий час $P_k(t)$, коефіцієнт готовності K_r, параметр потоку коректувань $\omega_k(t)$.

4. Захищеність та довговічність. Додатковими характеристиками надійності ПЗ є показник захищеності від сторонніх втручань в роботу ПЗ та показник довговічності, що характеризує властивості програм уникати морального старіння при тривалому використанні. Захищеність характеризується вірогідністю внесення спотворень при сторонньому втручанні, а довговічність – часом відмови ПЗ унаслідок морального старіння.

Залежно від умов застосування ПЗ можна виділити три режими його роботи:

а) програма не коректується, і будь-яка відмова є повною, тобто після відмови ПЗ не відновлюється. Основні показники надійності для цього режиму роботи програм – безвідмовність, стійкість (firmness) і захищеність (protected);

б) програма не коректується, проте після відмови ПЗ технічний засіб продовжує функціонувати правильно. Основні показники надійності – безвідмовність, стійкість, захищеність і довговічність;

в) після кожної відмови ПЗ коректується, відлагоджується і лише після цього знову здається в експлуатацію. Основні показники надійності – безвідмовність, стійкість, можливість коректування, захищеність, а також втрати часу.

9.4 Способи забезпечення та підвищення надійності програм

Способи забезпечення та підвищення надійності програм визначені на наступні основні категорії:

1) удосконалення технології програмування;

2) вибір алгоритмів, що не чутливі до різного роду порушень обчислювального процесу (використання алгоритмічної надмірності);

3) резервування програм – дуальне або N-версійність програмування, інші методи введення структурної надлишковості;

4) контроль та тестування програм з подальшою корекцією.

Вибір алгоритмів, що не чутливих до порушень обчислювального процесу, заснований на дослідженні їх чутливості. Мірою чутливості можуть бути похибки, викликані цими порушеннями.

ЛЕКЦІЯ 10

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ КОМПЛЕКСІВ ПРОГРАМ

Математичні моделі дозволяють оцінювати характеристики помилок в програмах та прогнозувати їх надійність при проектуванні та експлуатації. Моделі мають ймовірнісний характер, і достовірність прогнозів залежить від точності початкових даних і глибини прогнозування за часом. Ці математичні моделі призначені для оцінки:

- показників надійності комплексів програм в процесі відлагодження;
- кількості помилок, що залишилися невиявленими;
- часу, необхідного для виявлення наступної помилки в функціонуючій програмі;
- часу, необхідного для виявлення всіх помилок із заданою вірогідністю.

Використання моделей дозволяє ефективно і цілеспрямовано проводити відлагодження і випробування комплексів програм, допомагає приймати раціональне рішення про час припинення налагоджувальних робіт.

В даний час запропонований ряд математичних моделей, основними з яких є:

- експоненціальна модель зміни помилок залежно від часу відлагодження;
- модель, що враховує дискретно понижувальну частоту появи помилок як лінійну функцію часу тестування і випробувань;
- модель, що базується на розподілі Вейбулла;
- модель, заснована на дискретному гіпергеометричному розподілі.

При обґрунтуванні математичних моделей висуваються деякі гіпотези про характер проявів помилок в комплексі програм. Найбільш обґрунтованими є припущення, на яких базується перша експоненціальна модель зміни помилок в процесі відлагодження і які полягають в такому:

а) будь-які помилки в програмі є незалежними та виявляються у випадкові моменти часу;

б) час роботи між помилками визначається середнім часом виконання команди на ЕОМ та середнім числом команд, що виконуються між помилками. Це означає, що інтенсивність прояву помилок при реальному функціонуванні програми залежить від середньої швидкодії ЕОМ;

в) помилка, що є причиною спотворення результатів, фіксується і виправляється після завершення тестування або взагалі не виявляється.

З цих властивостей виходить, що за нормальних умов експлуатації кількість помилок, що виявляються в деякому інтервалі часу, розподілені за законом Пуассона. А тривалість безперервної роботи між спотвореннями розподілена експоненціально.

Припустимо, що на початку відлагодження комплексу програм при $\tau = 0$ в ній містилося N_0 помилок. Після відлагодження за інтервал часу τ залишилося n_0 помилок та усунено n помилок ($n_0 + n = N_0$). При цьому час τ відповідає тривалості виконання програм на обчислювальному засобі для виявлення помилок та не враховує простоїв ТЗ, необхідних для аналізування результатів та проведення коректувань.

Інтенсивність виявлення помилок в програмі $dn/d\tau$ та абсолютна кількість усунених помилок пов'язані рівнянням:

$$\frac{dn}{d\tau} + bn = bN_0, \tag{10.1}$$

де b – коефіцієнт пропорційності.

Якщо припустити, що на початку відлагодження при $\tau = 0$ помилки відсутні, то розв’язок рівняння (10.1) має вигляд:

$$n = N_0\left[1 - e^{-b\tau}\right]. \tag{10.2}$$

Кількість помилок, що залишилися, в комплексі програм

$$n_0 = N_0 - n = N_0 e^{-b\tau},$$

пропорційна інтенсивності виявлення $dn/d\tau$ з точністю до коефіцієнта b.

Час безвідмовної роботи програм до відмови Т або напрацювання на відмову, який розглядається як знайдене спотворення програм, даних чи обчислювального процесу, що порушують роботоздатність, дорівнює величині, зворотній інтенсивності виявлення відмов (помилок):

$$T = \frac{1}{dn/d\tau} = \frac{1}{bN_0}\exp(b\tau). \tag{10.3}$$

Якщо врахувати, що до початку тестування в комплексі програм містилося N_0 помилок та цьому відповідало напрацювання до відмови T_0, то функцію напрацювання до відмови від тривалості перевірок можна записати в такому вигляді:

$$T = T_0 \exp\left(\frac{\tau}{N_0 T_0}\right). \tag{10.4}$$

Якщо відомі моменти виявлення помилок t_i та кожного разу в ці моменти виявляється й достовірно усувається одна помилка, то, використовуючи метод максимальної правдоподібності, можна отримати рівняння для визначення значення початкової кількості помилок N_0:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{n}{N_0 - (i-1)} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} t_i}{N_0\sum_{i=1}^{n} t_i - \sum_{i=1}^{n}(i-1)t_i}, \tag{10.5}$$

а також вираз для розрахунку коефіцієнта пропорційності

$$b = \frac{n}{N_0\sum_{i=1}^{n} t_i - \sum_{i=1}^{n}(i-1)t_i}. \tag{10.6}$$

В результаті можна розрахувати кількість помилок, що залишилися в програмі, і середнє напрацювання до відмови $T_{ср} = 1/\lambda$, тобто отримати оцінку часу до виявлення наступної помилки.

В процесі відлагодження та випробувань програм для підвищення напрацювання до відмови від T_1 до T_2 необхідно виявити і усунути Δn помилок. Величина Δn визначається співвідношенням:

$$\Delta n = N_0 T_0 \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right]. \tag{10.7}$$

Вираз для визначення затрат часу $\Delta\tau$ на проведення відлагодження, що дозволяє усунути Δn помилок і відповідно підвищити напрацювання до відмови від значення T_1 до T_2 має вигляд:

$$\Delta\tau = \frac{N_0 T_0}{b} \ln(T_2 / T_1). \tag{10.8}$$

Друга модель побудована на основі гіпотези про те, що частота прояву помилок (інтенсивність відмов) лінійно залежить від часу випробування t_i між моментами виявлення послідовних і-ої та (і - 1)-ої помилок:

$$\lambda(t_i) = b[N_0 - (i-1)]t_i, \tag{10.9}$$

де N_0 – початкова кількість помилок;

b – коефіцієнт пропорційності, що забезпечує рівність одиниці площі під кривою вірогідності виявлення помилок.

Для оцінки напрацювання до відмови виходить вираз, який відповідає розподілу Релея:

$$P(t_i) = \exp\left\{ -b[N_0 - (i-1)] \frac{t_i^2}{2} \right\}, \tag{10.10}$$

де $P(t_i) = P(T \geq t_i)$.

З урахуванням рівняння (10.10) щільність розподілу часу напрацювання до відмови описується виразом:

$$f(t_i) = -P(t_i) = b[N_0 - (i-1)]t_1 \exp\left\{ -b[N_0 - (i-1)] \frac{t_i^2}{2} \right\}. \tag{10.11}$$

Використавши функцію максимальної правдоподібності, отримаємо оцінку для загальної кількості помилок N_0 та коефіцієнта *b*:

$$N_0 = \left[\frac{2n}{b} + \sum_{i=1}^{n} (i-1) t_i^2 \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2}; \tag{10.12}$$

$$b = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{N_0 - (i-1)} \right] \frac{1}{\sum_{n=1}^{n} t_i^2}. \tag{10.13}$$

Особливістю третьої моделі є облік ступінчастого характеру зміни надійності при усуненні чергової помилки. Як головна розглядається функція розподілу часу напрацювання до відмови P(t). Якщо помилки не усуваються, то інтенсивність відмов є постійною, що приводить до експоненціальної моделі розподілу:

$$P(t) = \exp(-\lambda t).$$

Звідси щільність розподілу напрацювання до відмови T визначається за виразом:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

де $t > 0$, $\lambda > 0$ і $1/\lambda$ – середній час напрацювання до відмови, тобто $T_{ср} = 1/\lambda$.

Для апроксимації зміни інтенсивності від часу при виявленні і усуненні помилок використовується функція такого вигляду:

$$\lambda(t) = \lambda\beta t^{\beta-1}.$$

Якщо $0 < \beta < 1$, то інтенсивність відмов знижується при налагодженні або в процесі експлуатації. При такому вигляді функції $\lambda(t)$ щільність функції розподілу напрацювання до відмови описується двопараметричним розподілом Вейбулла:

$$f(t) = \lambda\beta t^{\beta-1} \exp(-\lambda t^{\beta}).$$

Розподіл Вейбулла досить добре відображає реальні залежності при розрахунку функції напрацювання до відмови.

ЛЕКЦІЯ 11

ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ПЗ. МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ПЗ

11.1 Основні показники надійності ПЗ

1. *Ймовірність безвідмовної роботи* $P(t)$ – це ймовірність того, що в межах заданого напрацювання відмова системи не виникає.

2. *Імовірність відмови* – ймовірність того, що в межах заданого напрацювання відмова системи виникає:

$$Q(t) = 1 - P(t), \tag{11.1}$$

де t – задане напрацювання, год;

3. *Інтенсивність відмов системи* – це умовна щільність ймовірності виникнення відмови ПЗ в певний момент часу за умови, що до цього часу відмова не виникла

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \tag{11.2}$$

де $f(t)$ – щільність імовірності відмови в момент часу t:

$$f(t) = \frac{d}{dt}Q(t) = \frac{d}{dt}(1 - P(t)) = \frac{d}{dt}P(t). \tag{11.3}$$

Існує наступний зв'язок між інтенсивністю відмов системи та ймовірністю безвідмовної роботи:

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right). \tag{11.4}$$

В окремому випадку, при

$$P(t) = \exp(-\lambda(t)), \tag{11.5}$$

$$\lambda(t) = const.$$

Якщо в процесі тестування фіксується число відмов за певний часовий інтервал, то інтенсивність відмов системи є число відмов за одиницю часу.

4. *Середнє напрацювання на відмову* T_i – математичне сподівання часу роботи ПЗ до чергової відмови:

$$T_i = \int_0^t t \cdot f(t)dt. \tag{11.6}$$

Інакше середнє напрацювання на відмову T_i можна представити:

$$T_i = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + ... + t_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i, \tag{11.7}$$

де t - час роботи ПІ між відмовами, с.
n - кількість відмов.

5. *Середній час відновлення* T – математичне сподівання часу відновлення; часу, витраченого на виявлення та локалізацію відмови; часу усунення відмови; часу пропускної перевірки працездатності. Для цього показника термін "час" означає час, витрачений фахівцем з тестування на перелічені види робіт.

6. *Коефіцієнт готовності* K – ймовірність того, що ПЗ очікується в працездатному стані в довільний момент часу його використання за призначенням.

Необхідно прагнути підвищувати рівень надійності ПЗ, але досягнення 100%-ної надійності лежить за межами можливого. Кількісні показники надійності можуть використовуватися для оцінки досягнутого рівня технології програмування, для вибору методу проектування майбутнього програмного засобу.

Основним засобом визначення кількісних показників надійності є *моделі надійності*, під якими розуміють математичну модель, побудовану для оцінки залежності надійності від заздалегідь відомих або оцінених в ході створення програмних засобів параметрів.

7. Всі наведені показники надійності ПЗ характеризують наявність помилок програми (виробничих дефектів), але жоден з них не характеризує характер цих помилок та можливі їх наслідки. Тому пропонується ввести новий показник надійності ПЗ – *середню важкість помилок* (СВП):

$$B = \frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{m} b_i p_i z_i , \qquad (11.8)$$

де Q – ймовірність збою ПЗ;

b_i – функція належності важкості наслідків помилки, що виникла при i-му наборі вхідних даних, до максимально важких наслідків;

p_i – ймовірність введення i-го набору вхідних даних при експлуатації ПЗ;

z_i – дихотомічна змінна, що дорівнює 1, якщо при i-му наборі вхідних даних був зафіксований збій, та 0 у противному випадку;

m - загальне число наборів вхідних даних.

Значення показника надійності СВП лежить на інтервалі [0; 1]. Чим ближче значення СВП до одиниці, тим важче наслідки помилок ПЗ, і тим менш надійна програма. Близькість СВП до нуля показує незначність наслідків помилок програми.

Введення нового показника надійності ПЗ дозволило розрізняти по надійності програмні продукти, ймовірності збою яких мають один й той самий порядок. До того ж, говорячи про надійність ПЗ, користувач бажає отримати не стільки безпомилкове ПЗ, скільки безпечне. А саме безпека ПЗ характеризує СВП. Значення цього показника суб'єктивне та може бути різним для одного й того ж програмного продукту в залежності від області його застосування. Це пояснюється тим, що при використанні конкретного ПЗ, наприклад, для виконання студентських розрахунків та для виконання конструкторських розрахунків в космічній промисловості наслідки помилок програми непорівнянні. У ряді випадків, якщо до ПЗ висуваються жорсткі вимоги, краще оцінювати максимальну важкість помилок ПЗ.

Таким чином, оцінюючи ймовірність збою ПЗ та СВП ПЗ, отримуємо багатосторонню оцінку надійності ПЗ.

11.2 Моделі надійності ПЗ

Математичні моделі дозволяють оцінювати характеристики помилок в програмах та прогнозувати їх надійність при проектуванні та експлуатації. Моделі мають ймовірнісний характер, та достовірність прогнозів залежить від точності початкових даних й глибини прогнозування за часом. Ці математичні моделі призначені для оцінки:

– показників надійності комплексів програм в процесі відлагодження;

– кількості помилок, що залишилися невиявленими;

– часу, необхідного для виявлення наступної помилки в функціонуючій програмі;

– часу, необхідного для виявлення всіх помилок із заданою вірогідністю.

Використання моделей дозволяє ефективно та цілеспрямовано проводити відлагодження та випробування комплексів програм, допомагає приймати раціональне рішення про час припинення налагоджувальних робіт.

Класифікація моделей надійності подана на рисунку 11.1.

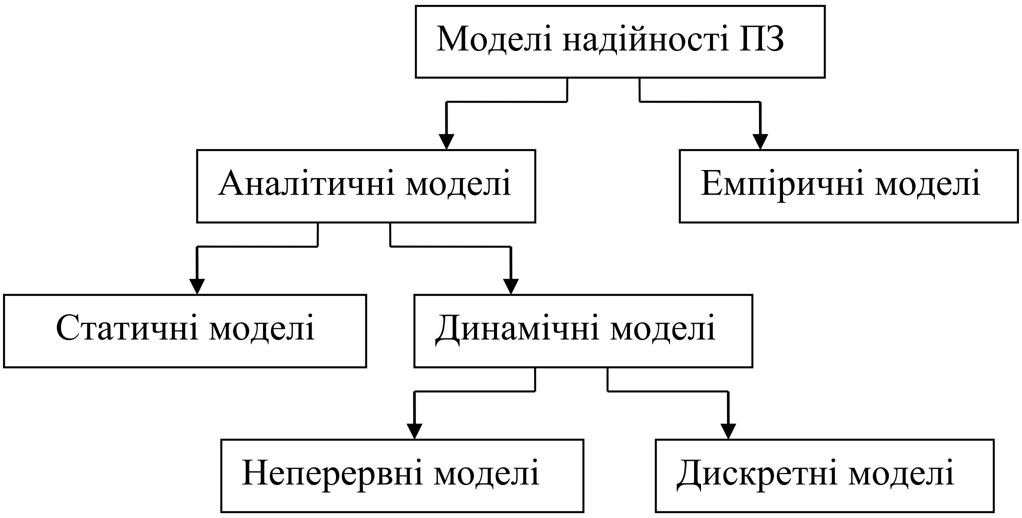


Рисунок 11.1. Класифікація моделей надійності

Аналітичні моделі дають можливість розраховувати кількісні показники надійності, ґрунтуючись на даних про поведінку програми в процесі тестування (моделі вимірювання та оцінювання).

Емпіричні моделі базуються на аналізі структурних особливостей програм. Вони розглядають залежність показників надійності від числа міжмодульних зв'язків, кількості циклів в модулях, тощо. Часто емпіричні моделі не дають кінцевих результатів показників надійності, проте вони включені в класифікаційну схему, оскільки розвиток цих моделей дозволяє виявляти взаємозв'язок між складністю ПЗ та його надійністю. Ці моделі можна використовувати на етапі проектування ПЗ, коли здійснюється розбивка на модулі та відома його структура.

Аналітичні моделі представлені двома групами: динамічні моделі та статичні. У *динамічних* поведінку ПЗ (поява відмов) розглядається в часі. У *статичних* моделях появу відмов не пов'язують з часом, а враховують тільки залежність кількості помилок від числа тестових прогонів (по області помилок) або залежність кількості помилок від характеристики вхідних даних (по області даних).

Для використання динамічних моделей необхідно мати дані про появу відмов у часі. Якщо фіксуються інтервали кожного відмови, то виходить неперервна картина появи відмов у часі (група динамічних моделей з неперервним часом). З іншого боку, може фіксуватися тільки число відмов за довільний інтервал часу (дискретні моделі).

Однією з класифікацій моделей надійності ПЗ є класифікація Хетча. В ній пропонується поділ моделей на такі що прогнозують, вимірюють та оцінюють (рисунок 11.2).

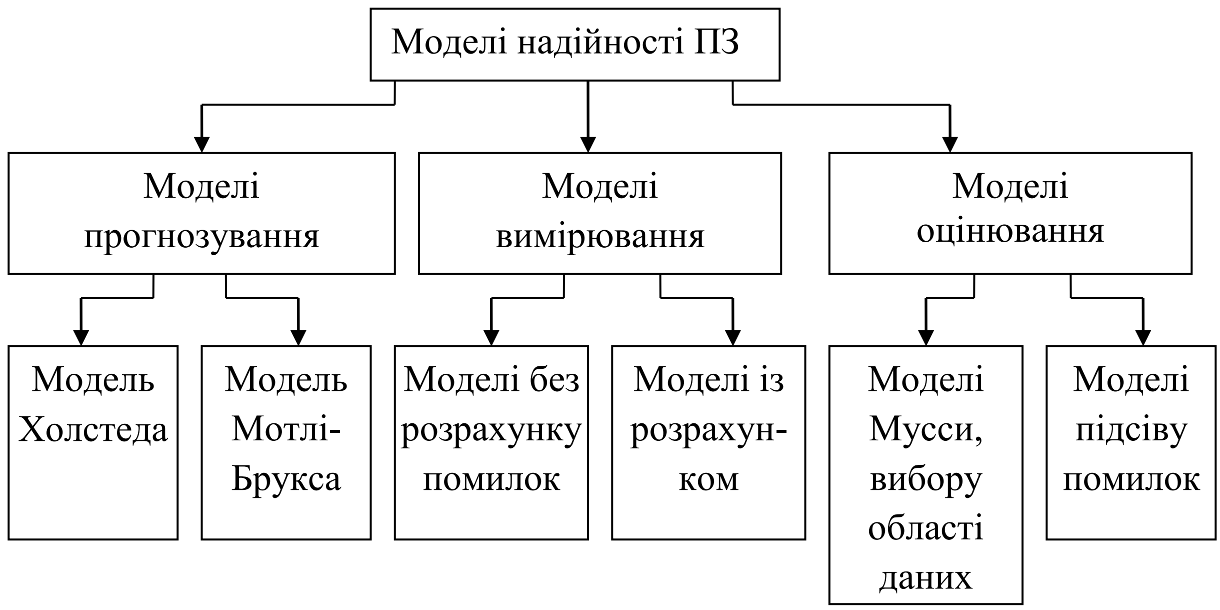


Рисунок 11.2. Класифікація моделей надійності Хетча

Моделі прогнозування надійності основані на вимірюванні технічних характеристик програми, що створюється: довжина, складність, кількість циклів та степінь їх вкладеності, кількість помилок на сторінку операторів програми, тощо.

Наприклад, модель Мотлі-Брукса враховує довжину та складність структури програми (кількість гілок, циклів, вкладеність циклів), кількість та тип змінних, а також інтерфейсів. В цих моделях довжина програми служить для прогнозування кількості помилок, наприклад, для 100 операторів програми можна змоделювати інтенсивність відмов.

Моделі оцінювання засновані на серії тестових прогонів та проводяться на етапах тестування ПЗ. В тестовому режимі визначається ймовірність відмови програми при її виконанні або тестуванні.

Ці типи моделей можуть використовуватися на етапах життєвого циклу. Окрім того, результати моделей прогнозування можуть використовуватися як вхідні дані для моделей оцінювання. Існують моделі (наприклад, модель Мусси), які можна розглядати як модель оцінювання так й як модель вимірювання.

Інший вид класифікації моделей запропонував Гоел, згідно якої моделі надійності базуються на відмовах та розбиваються на чотири класи моделей:

– без розрахунку помилок;
– з розрахунком відмов;
– з підсівом помилок;
– моделі з вибором областей вхідних значень.

Моделі без розрахунку помилок полягають у вимірюванні інтервалу часу між відмовами та дозволяють спрогнозувати кількість помилок, що залишилися в програмі. Після кожної відмови оцінюється надійність та визначається середній час до наступної відмови. До таких моделей відносяться моделі Джелінскі та Моранди, Шика Вулвертона та Літвуда-Ветралла.

Моделі із розрахунком відмов базуються на кількості помилок, що виявлені на заданих інтервалах часу. Виникнення відмов залежно від часу є стохастичним процесом з неперервною інтенсивністю, а кількість відмов є випадковою величиною. Виявлені помилки, як правило, усуваються й тому кількість помилок за одиницю часу зменшується. До цього класу моделей відносяться моделі Шумана, Шика-Вулвертона, Пуассонівска модель та ін.

Моделі з підсівом помилок основані на кількості помилок, що усунуті, та підсіві, тобто внесені в програму штучних помилок, тип та кількість яких відомі завчасно. Потім визначається співвідношення числа прогнозованих помилок, що залишились, до числа штучних помилок, яке порівнюється із співвідношенням числа виявлених дійсних помилок до числа виявлених штучних помилок. Результат порівняння використовується для оцінки надійності та якості програми. При внесенні змін в програму проводиться повторне тестування та оцінка надійності. Цей підхід до організації тестувань відрізняється громіздкістю та рідко використовується через додаткові об’єми робіт, що пов’язані з підбором, виконанням та усуванням штучних помилок.

Моделі з вибором області вхідних значень полягають у генеруванні множини тестових вибірок з вхідного розподілу, а оцінка надійності проводиться за отриманими відмовами на основі тестових вибірок з вхідної області. До цього типу моделей відноситься модель Нельсона та ін.

11.3 Динамічні моделі надійності

11.3.1 Модель Шумана

Вихідні дані для моделі Шумана, яка відноситься до динамічних моделей дискретного часу, збираються в процесі тестування ПЗ протягом фіксованих або випадкових часових інтервалів. Кожен інтервал – це стадія, на якій виконується послідовність тестів та фіксується деяке число помилок.

Модель Шумана може бути використана при певній організації процедури тестування. Використання моделі Шумана припускає, що тестування поводиться в кілька етапів. Кожен етап являє собою виконання на повному комплексі розроблених тестових даних. Виявлення помилки реєструється, але не виправляються. По завершенні етапу на основі зібраних даних про поведінку ПЗ на черговому етапі тестування може бути використана модель Шумана для розрахунку кількісних показників надійності. При використанні моделі Шумана передбачається, що початкова кількість помилок в програмі постійна, та в процесі тестування може зменшуватися в міру того, як помилки виявляються та виправляються.

Вважається, що до початку тестування в ПЗ існує E_t помилок. З часом тестування τ в системі виявляється E_c помилок у розрахунку на команду на машинній мові.

Таким чином, питома кількість помилок на одну машинну команду, що залишилася в системі після τ часу тестування, дорівнює:

$$E_r(\tau) = \frac{E_t}{I_t} - E_c(\tau), \tag{11.9}$$

де I_t – загальна кількість машинних команд, яка передбачається в рамках етапу тестування.

Нехай значення функції частоти відмов $Z(t)$ пропорційно кількості помилок, що залишилися в ПЗ після витраченого часу τ на тестування.

$$Z(t) = C \cdot E_r(\tau), \tag{11.10}$$

де C – деяка константа,
t – час роботи ПЗ без відмови, г.

Тоді, якщо час роботи ПЗ без відмови відраховується від точки $t = 0$, а τ залишається фіксованим, функція надійності, або ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі часу від 0 до t, дорівнює:

$$R(t,\tau) = \exp\left[C\left(\frac{E_t}{I_t} - E_c(\tau)\right)\cdot t\right], \tag{11.11}$$

$$t_{cp} = \frac{1}{C\cdot\left(\dfrac{E_t}{I_t} - E_c(\tau)\right)}. \tag{11.12}$$

З величин, що входять у формули (11.11) та (11.12), не відомі початкове значення помилок в ПП E_t та коефіцієнт пропорційності – C. Для їх визначення вдаються до наступних міркувань. У процесі тестування збирається інформація про час та кількості помилок на кожному прогоні, тобто загальний час тестування τ складається з часу кожного прогону. Припускаючи, що інтенсивність появи помилок постійна та дорівнює λ, A_i – кількість помилок на i-му прогоні, можна обчислити

$$t_{cp} = \frac{\tau}{\sum_{i=1}^{k} A_i} . \tag{11.13}$$

Маючи дані для двох різних моментів тестування τ_a та τ_b, які вибираються довільно з урахуванням вимоги $E(\tau_a) > E(\tau_b)$, можна зіставити рівняння (11.11) та (11.12) при τ_a та τ_b й отримати наступні вирази:

$$E_t = \frac{I_t \left(\lambda_{\tau_a} \cdot E_c(\tau_a) - \lambda_{\tau_b} \cdot E_c(\tau_b) \right)}{\lambda_{\tau_a} - \lambda_{\tau_b}}, \tag{11.14}$$

$$C = \frac{\lambda_{\tau_a}}{\frac{E_t}{I_t} - E_c(\tau_a)} . \tag{11.15}$$

Отримавши невідомі E_t та С, можна розрахувати надійність програми за формулою (11.11).

Перевага цієї моделі полягає в тому, що можна виправляти помилки, вносячи зміни в текст програми в ході тестування, не розбиваючи процес на етапи, щоб задовольнити вимогу сталості числа машинних інструкції.

11.3.2 Модель Ла Падула

За цією моделлю виконання послідовності тестів проводитиметься в m етапів. Кожен етап закінчується внесенням змін (виправлень) у ПЗ. Зростаюча функція надійності базується на кількості помилок, виявлених в ході кожного тестового прогону.

Надійність ПЗ протягом i-го етапу:

$$R(t) = R(\infty) - \frac{A}{(i)}, \; i = \overline{1, n}, \tag{11.16}$$

де A – параметр зростання;
$R(\infty)$ – гранична надійність ПЗ:

$$R(\infty) = \lim_{i \to \infty} R(i) . \tag{11.17}$$

Ці невідомі величини можна знайти, розв’язавши рівняння:

$$\begin{aligned} &\left[\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{S_i - m_i}{S_i} - R(\infty) \right) + \frac{A}{i} \right] = 0, \\ &\left[\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{S_i - m_i}{S_i} - R(\infty) \right) + \frac{A}{i} \right] = 0, \end{aligned} \tag{11.18}$$

де S_i – кількість тестів на i-му етапі;
m_i – кількість відмов під час i-го етапу;

Перевага даної моделі полягає в тому, що вона є прогнозною та, ґрунтуючись на даних, отриманих в ході тестування, дає можливість передбачити ймовірність безвідмовної роботи програми на подальших етапах її виконання.

11.3.3 Модель Джелинського-Моранди

Основне твердження, на якому базується модель, полягає в тому, що в процесі тестування ПЗ значення інтервалів часу тестування між виявленням двох помилок має експоненційний розподіл з інтенсивністю відмов, що пропорційна кількості ще не виявлених помилок. Кожна виявлена помилка виправляється, кількість помилок, що залишилися, зменшується на одиницю.

Функція щільності розподілу часу виявлення i-тої помилки, що відраховується від моменту виявлення $(i-1)$-шої помилки, має вигляд:

$$P(t_i) = \lambda_i \cdot \exp(-\lambda_i \cdot t_i), \tag{11.19}$$

де λ_i – інтенсивність відмов, що пропорційна кількості ще не виявлених помилок в програмі:

$$\lambda_i = C \cdot (N - i + 1), \tag{11.20}$$

де N – кількість помилок, що спочатку були присутні в програмі,
C – коефіцієнт пропорційності.

Найбільш ймовірні значення величин $\overline{N}$ та $\overline{C}$ можна отримати, розв’язавши систему рівнянь

$$\sum_{i=1}^{k} (\overline{N} - i + 1)^{-1} = \frac{K}{\overline{N} + 1 - Q \cdot K},$$

$$\overline{C} = \frac{K}{A(\overline{N} + 1 - Q \cdot K)},$$

де $Q = \dfrac{B}{AK}$; $A = \sum_{i=1}^{k} t_i$; $B = \sum_{i=1}^{k} i \cdot t_i$.

Щоб отримати числові значення λ_i, необхідно підставити замість N та C їх можливі значення $\overline{N}$ та $\overline{C}$. Розрахувавши K значень за формулою (11.20) та підставивши їх у вираз (11.19, можна визначити ймовірність безвідмовної роботи на різних часових інтервалах.

11.3.4 Модель Мусса

Модель передбачає, що в процесі тестування фіксується час виконання програми до наступної відмови. Але вважається, що не будь-яка помилка ПЗ може призвести до відмови, тому допускається виявлення більше однієї помилки при виконанні програми до виникнення наступної відмови.

Вважається, що протягом усього життєвого циклу ПЗ може відбутися M_0 відмов ти при цьому будуть виявлені всі N_0 помилки, які були присутні в ПЗ до початку тестування. Загальна кількість відмов M_0 пов’язана з початковою кількістю помилок N_0 співвідношенням $N_0 = B \cdot M_0$, де B – коефіцієнт зменшення кількості помилок. Після тестування, за час якого зафіксовано m відмов та виявлено n помилок, можна визначити коефіцієнт B: $B = {}^{n}\!/_{m}$.

Один з основних показників надійності, що розраховується за моделлю Мусса – середній наробіток на відмову. Цей показник визначається як математичне сподівання часового інтервалу між послідовними відмовами.

11.4 Статичні моделі надійності

Статичні моделі принципово відрізняються від динамічних насамперед тим, що в них не враховується час появи помилок в процесі тестування та не використовується ніяких припущень про поведінку функції ризику. Ці моделі будуються на твердому статичному фундаменті.

11.4.1 Модель Міллса

Використання цієї моделі передбачає необхідність перед початком тестування штучно вносити в програму (засмічувати) деяку кількість відомих помилок. Помилки вносяться випадковим чином та фіксуються в протоколі штучних помилок. Фахівець, що проводить тестування, не знає ні кількості помилок, ні характеру внесених помилок до моменту оцінки показників надійності за моделлю Міллса. Передбачається, що всі помилки (як природні, так й штучно внесені) мають рівну ймовірність бути знайденими в процесі тестування.

Тестуючи програму протягом деякого часу, збирається статистика про помилки. У момент оцінки надійності по протоколу штучних помилок всі помилки діляться на власні та штучні. Співвідношення, що називається формулою Міллса:

$$N = \frac{S \cdot n}{V} \tag{11.21}$$

дає можливість оцінити N – початкову кількість помилок в програмі. У даному співвідношенні S – кількість штучно внесених помилок, n – кількість знайдених власних помилок, V – кількість виявлених до моменту оцінки штучних помилок.

11.4.2 Модель Липова

Липів модифікував модель Міллса, розглянувши ймовірність виявлення помилки при використанні різної кількості тестів. Якщо зробити те ж припущення, що й модель Міллса, тобто що власні та штучні помилки мають рівну ймовірність бути знайденими, то ймовірність виявлення n власних та V внесених помилок дорівнює:

$$Q(n,V) = \frac{m}{n+V} \cdot q^{n+V} \cdot (1-q)^{m-n-\frac{V \cdot \frac{N}{n} \cdot \frac{S}{V}}{\left(\frac{N+S}{n+V}\right)}}, \tag{11.22}$$

де m – кількість тестів, які використовуються при тестуванні;
q – ймовірність виявлення помилки в кожному з m тестів, розраховується за формулою:

$$q = \frac{n+V}{n}, \tag{11.23}$$

S – загальна кількість штучно внесених помилок;

N – кількість власних помилок, що була в ПЗ до початку тестування.

Для використання моделі Липова повинні виконуватися наступні умови:

$$\begin{aligned} &N \ge n \ge 0 \\ &S \ge V \ge 0 \\ &m \ge n+V \ge 0 \end{aligned} \tag{11.24}$$

Модель Липова доповнює модель Міллса, давши можливість оцінити ймовірність виявлення певної кількості помилок до моменту оцінки.

11.4.3 Проста інтуїтивна модель

Використання цієї моделі передбачає проведення тестування двома групами програмістів, що використовують незалежні тестові набори, незалежно одна від другої. В процесі тестування кожна група фіксує всі найдені нею помилки. При оцінюванні кількості помилок, що залишилися в програмі, результати тестування обох груп збираються та порівнюються. Нехай перша група виявила N_1 помилок, друга – N_2, а N_{12} – це помилки, що виявлені двічі (обома групами). Якщо позначити через N невідому кількість помилок, що присутні в програмі до початку тестування, то можна ефективність тестування кожної з груп визначити як:

$$E_1 = \frac{N_1}{N}, \quad E_2 = \frac{N_2}{N}.$$

Вважаючи, що можливість виявлення помилок однакова для обох груп, можна припустити, що якщо перша група виявила визначену кількість всіх помилок, то вона могла би визначити ту саму кількість будь-якої випадковим чином вибраної підмножини. Зокрема, можна припустити

$$E_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{N_{12}}{N_2}.$$

Тоді

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_{12}}. \tag{11.25}$$

11.4.4 Модель Нельсона

Дана модель при розрахунку надійності ПЗ враховує ймовірність вибору визначеного тестового набору для чергового виконання програми. Вважається, що область даних, необхідних для виконання тестування ПЗ, поділяється на k взаємовиключних під областей $Z_i, i = \overline{1,k}$. Нехай P_i – ймовірність того, що набір даних Z_i буде вибраний для чергового виконання програми. Якщо до моменту оцінки надійності було виконано N_i прогонів програми на Z_i наборі даних та з них n_i прогонів завершилися відмовою, то надійність ПЗ визначається згідно формули:

$$R = 1 - \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i} P_i . \qquad (11.26)$$

11.5 Емпіричні моделі

Емпіричні моделі полягають на аналізі накопиченої інформації про функціонування раніше розроблених програм.

Найпростіша емпірична модель пов'язує кількість помилок в ПЗ з його об'ємом. Дослідні дані показують, що до початку системного тестування в ПЗ на кожні 1000 операторів приходиться приблизно 10 помилок. Рівень надійності ПЗ вважається прийнятним для початку експлуатації, якщо тому ж об'єму операторів буде відповідати одна помилка.

11.5.1 Модель фірми IBM

Фірма IBM використовує емпіричну модель, яка оцінює кількість помилок в різних редакціях операційних систем:

$$N = 23M_{10} + 2M_1 , \qquad (11.27)$$

де M_{10} – кількість модулів, що вимагали 10 та більше несправностей;
M_1 – кількість модулів, в яких виявлено менше 10 помилок.

Використовується також емпірична формула для оцінки середнього наробітку ПЗ на відмову:

$$\tau = \alpha \frac{V_{on}}{N} , \qquad (11.28)$$

де α – коефіцієнт, що лежить в діапазоні від 100 до 1000;
V_{on} – об'єм програми в операторах;
N – кількість помилок в ПЗ, що оцінені згідно однієї з наведених вище моделей.

11.5.2 Модель Холстеда

Оцінює кількість помилок, що залишилися в програмі після завершення її розробки:

$$N = K_{np} \cdot V_{on} \cdot \log_2 (h_1 + h_2) , \qquad (11.29)$$

де K_{np} – коефіцієнт пропорційності;
V_{on} – число операторів в програмі;
h_1 – кількість операцій в ПЗ ;
h_2 – кількість операторів в ПЗ.

Перевагами емпіричних моделей в тому, що вони не мають складних формул. До недоліків емпіричних моделей відноситься те, що вони дуже наближені та не відображають динаміки обчислювального процесу при експлуатації програм.

Таким чином, нині у розпорядженні фахівців є достатня кількість емпіричних та аналітичних моделей, що забезпечують з тією або іншою мірою точності розрахунок числових оцінок показників надійності ПЗ на різних стадіях його життєвого циклу.

Аналізуючи моделі надійності ПЗ, приходимо до висновку, що більшість з них визначає надійність ПЗ на початкових стадіях життєвого циклу. Застосування розглянутих моделей для оцінки завершальних стадій життєвого циклу ПЗ обмежене з наступних причин:

- на фазах виробництва та використання ПЗ інформація про процес налагодження, виявлення та усунення помилок, як правило, недоступна;
- відмови при приймально-здавальних випробуваннях малоінтенсивні або відсутні.

Тому для визначення надійності ПЗ на всіх стадіях його життєвого циклу доцільно застосовувати, як мінімум, дві моделі надійності ПЗ. Модель надійності ПЗ для фази розробки вибирається для кожної конкретної програми. Для цього треба зібрати дані про помилки, на підставі наявних даних вибрати модель надійності, а потім виконати тести, що показують, наскільки ця модель підходить. Для визначення надійності ПЗ на завершальних стадіях найефективніше застосовувати моделі надійності з незалежним аргументом, наприклад, модель Нельсона.

ЛЕКЦІЯ 12

КОНТРОЛЬ АРИФМЕТИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ ТА КОМБІНАЦІЙНИХ СХЕМ

12.1. Контроль арифметичних операцій

Арифметичні операції як правило можна представити у вигляді послідовностей наступних елементарних операцій: передавання слова та операції перетворення вмісту тригерних регістрів – зсув, знаходження зворотного коду та додавання.

Операція зсуву інформації в регістрі представляє собою передачу інформації з і-тих розрядів регістру в $i + m$-ний або $i - m$-ний розряди залежно від напрямку зсуву (m – кількість розрядів, на які відбувається зсув). Тому для контролю операції зсуву можна використовувати ті самі методи, що й для контролю передачі інформації, наприклад контроль парності одиниць.

Регістр, в якому відбувається зсув, має мати додатковий контрольний розряд, що встановлюється перед зсувом у такий стан, щоб сума одиниць регістра разом з контрольним розрядом була, наприклад, парною. Окрім схеми визначення загальної парності вмісту регістра, необхідні схеми, що встановлюють парність різниці між числом одиниць, що висуваються з регістра, та числом одиниць, що засуваються в регістр. Якщо у вільні після зсуву розряди всувається 0, то достатньо мати схему визначення парності суми одиниць розрядів, що висуваються. Одночасно із зсувом виконується контрольна операція, що полягає у визначенні того, чи стан контрольного розряду змінюється на протилежний при непарності суми одиниць розрядів, що висуваються. Тоді при правильному виконанні зсуву загальна парність суми одиниць в регістрі після зсуву не змінюється.

Операція отримання зворотного коду може бути також проконтрольована шляхом використання кодів із перевіркою парності. Якщо кількість інформаційних розрядів в слові парна, то кількість одиниць в слові парна при парній кількості нулів та непарна при непарній кількості нулів. У цьому випадку після утворення зворотного коду парність числа одиниць в слові зберігається та правильність виконання операції можна визначити, перевіривши збереження парності або непарності суми одиниць в слові, включаючи контрольний розряд.

Якщо кількість інформаційних розрядів в слові непарна, то парній кількості одиниць в слові відповідає непарна кількість нулів, а непарній кількості одиниць – парна кількість нулів. У цьому випадку після утворення зворотного коду парність кількості одиниць зміниться на зворотну та для перевірки правильності виконання операції необхідно взяти зворотній код від вмісту контрольного розряду та перевірити збереження парності або непарності суми одиниць в слові з врахуванням інвертованого контрольного розряда.

Розглянемо метод контролю операції додавання, використовуючи метод парності.

При додаванні чисел a та b розряди суми S утворюються відповідно до виразів:

$$\begin{cases} S_1 = a_1 \oplus b_1 \oplus P_1 \\ S_2 = a_2 \oplus b_2 \oplus P_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ S_n = a_n \oplus b_n \oplus P_n \end{cases}$$

де S_i, a_i, b_i, P_i - відповідно значення розрядів суми, доданків та перенесення, що надходить в і-тий розряд.

Додамо всі n наведених вище рівнянь за модулем 2, отримаємо:

$$S_1 \oplus S_2 \oplus \dots \oplus S_n = (a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_n) \oplus (b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_n) \oplus$$
$$\oplus (P_1 \oplus P_2 \oplus \dots \oplus P_n).$$

Оскільки сума за модулем два для всіх розрядів слова виражає парність суми одиниць слова, останнє рівняння можна переписати у вигляді:

$$\text{парність } S = \text{парність } a \oplus \text{парність } b \oplus \text{парність } P. \qquad (12.1)$$

Таким чином, при правильно утвореній сумі парність сумі її одиниць має співпадати з парністю, що визначається рівнянням (12.1). Але, як говорилося вище, контроль по парності не знаходить парну кількість помилок. Збій в схемі утворення цифри розряду суми дає одиночну помилку, та вона буде виявленою. Якщо збій відбудеться в схемі формування перенесення, то від може призвести до поширення помилки по багатьох розрядах суми. У зв’язку з цим для повноти контролю необхідно перевіряти правильність утворення перенесень P_i. Такий контроль може бути організований за допомогою схеми, яка перевіряє, що в кожному розряді існує або перенесення в прямому коді, або інверсія перенесення та не існує одночасно й те й інше.

Інший спосіб контролю полягає в дублюванні схем формування перенесень та порівнянні перенесень основної та дублюючої схем.

Спрощена схема контролю суматора наведена на рисунку 12.1. Обидва доданки надходять на схеми формування перенесень. Сформовані перенесення перевіряються на співпадання за допомогою схеми, що подібна до рисунку 12.2. Для перенесень та окремо для суми формуються контрольні розряди парності. Потім схема перевірки парності перевіряє виконання умови (12.1).

Контроль виконання арифметичних операцій (додавання, віднімання, множення) можна здійснювати за допомогою контрольних кодів, що є залишками від ділення на деякий модуль R (контроль за модулем R).

Якщо в якості коду, що контролюється, використовується залишок по модулю R, то в якості контрольної операції над залишками може бути обрана та сама арифметична операція, що проводиться над числами. Це випливає з того, що для додавання, віднімання та множення дійсне співвідношення:

$$R(A * B) = R[R(A) * R(B)],$$

де $R(X)$ – залишок числа X за модулем R, * - знак арифметичної операції додавання, віднімання або множення.

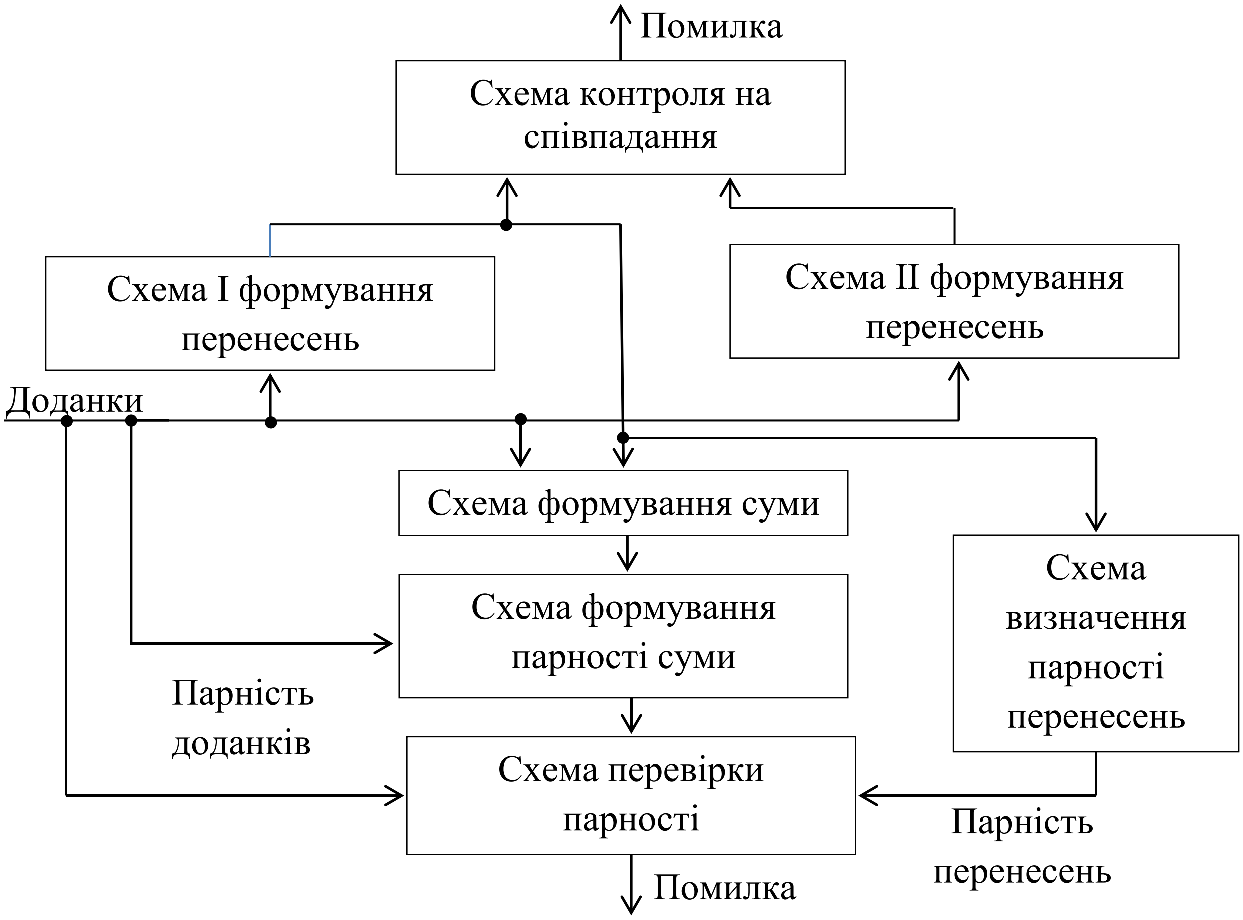


Рисунок 12.1. Схема контролю операції додавання з використанням перевірок на парність

Контроль арифметичних операцій за модулем організується наступним чином. Кожному число, що приймає участь в арифметичній операцій, ставиться у відповідність контрольний код – залишок за модулем R. Одночасно з виконанням основної операції над числами та сама операція проводиться над їх контрольними кодами, та контрольний код результату основної операції порівнюється з результатом операції над контрольними кодами початкових чисел. При неспівпадінні фіксується помилка.

Чим менше R, тим менше розрядність контрольного коду та простіше додаткова апаратура. Для двійкових чисел контроль за модулем можливий при $R_{min} = 3$, тому в ПК часто використовують контроль за модулем 3.

На рисунку 12.3 зображена структурна схема суматора з контролем за модулем 3. Зауважимо, що контрольний суматор значно простіше основного, оскільки містить тільки два двійкових розряди. При реалізації контролю важливе значення має побудова схем формування залишків при мінімальних затратах обладнання. Очевидно, що знаходження залишку шляхом прямого ділення двійкового числа на 3 – шлях неприйнятний. Але кодування за модулем 3 володіє властивостями, що дозволяють будувати достатньо прості комбінаційні схеми формування залишку за модулем 3.

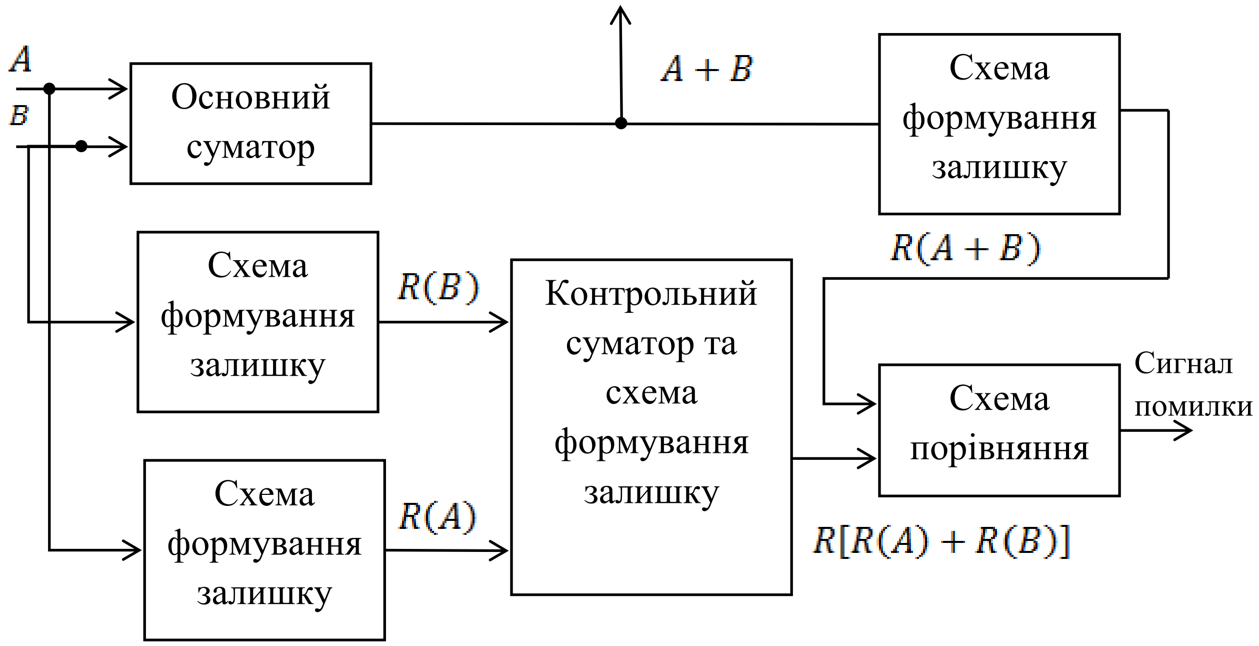


Рисунок 12.2. Контроль виконання арифметичних операцій
за допомогою контрольних кодів

Може бути застосований контроль за модулем з більшою основою, ніж 3. При цьому збільшується кількість кратних помилок, які можуть бути виявлені системою контролю, але зростає складність кодуючої та декодуючої апаратури.

У будь-якому випадку автоматичний контроль операцій в сучасних ПК здійснюється вбудованої апаратурою, найчастіше, передбаченою в архітектурі інтегральних схем, тому він в процесі експлуатації практично непомітний. Сучасна елементна база досить надійна, тому для загальних додатків надмірне ускладнення апаратури недоцільно.

12.2. Контроль комбінаційних схем

Апаратні засоби контролю створюються введенням в ПК додаткового контрольного обладнання, що дозволяє проводити перевірку правильності роботи ПК без зниження продуктивності ПК.

12.2.1. Дублювання

Метод дублювання комбінаційних схем (КС) зводиться до заміни одної КС, яка підлягає контролю, двома однаковими КС, виходи яких у процесі функціонування КС постійно порівнюються за допомогою спеціальної схеми, яка називається *схемою порівняння*. Дублювання не враховує внутрішню структуру КС та може застосовуватися для контролю будь-яких обчислювальних пристроїв. За допомогою дублювання знаходяться помилки будь-якої кратності, які виникають у векторі виходів одного із пристроїв, що дублюються, а також усі помилки, які виникають на виходах двох пристроїв одночасно, що призводять до появи неоднакових векторів виходів пристроїв, що дублюються. Аналітично дублювання зводиться до використання для контролю КС кодів з повторенням, породжуюча матриця яких має вигляд

$$G = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} a_1 & a_2 & \ldots & a_k & p_1 & p_2 & \ldots & p_k \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{array} \right\| \end{array},$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_k$ – виходи першого із пристроїв, а $p_1, p_2, \ldots, p_k$ – виходи другого із пристроїв. Відповідно до структури породжуючої матриці G рівняння, що визначає структуру декодування, тобто структуру схеми порівняння, можуть бути подані у вигляді

$$\begin{aligned} & a_1 \oplus p_1 = s_1; \\ & a_2 \oplus p_2 = s_2; \\ & \ldots \quad \ldots \quad \ldots; \\ & a_k \oplus p_k = s_k. \end{aligned}$$

З урахуванням того, що помилка має місце тільки за умови появи ненульового вектора синдрому $S = (s_1, s_2, \ldots, s_k) \neq \underbrace{00\ldots0}_{k}$, функція декодування може бути записана рівнянням

$$f_g = (a_1 \oplus p_1) \vee (a_2 \oplus p_2) \vee \ldots \vee (a_k \oplus p_k).$$

Приклад 12.1. Розглянемо застосування дублювання на прикладі деякої КС A, який має три вихідних канали. Оскільки КС, що контролюється, має три вихідних канали, то породжуюча матриця коду з повторенням може бути подана у вигляді

$$G = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a_1 & a_2 & a_3 & p_1 & p_2 & p_3 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \end{array},$$

де a_1, a_2, a_3 – виходи початкової КС A, а p_1, p_2, p_3 – виходи КС A^*, яка дублює початкову КС. Функція декодування f_g має вигляд $(a_1 \oplus p_1) \vee (a_2 \oplus p_2) \vee (a_3 \oplus p_3)$, а загальна схема КС з контролем зображена на рисунку 12.3.

До недоліків дублювання слід віднести велику структурну надлишковість, яка вимагає подвоєння обладнання.

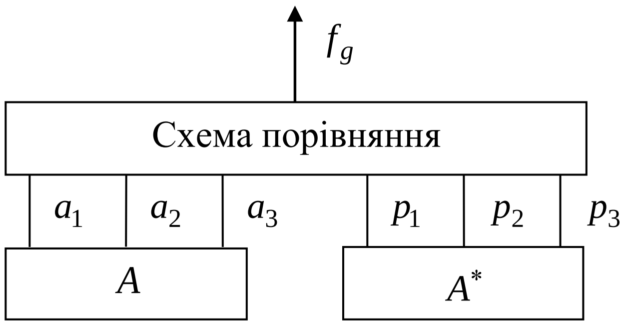


Рисунок 12.3. КС з контролем методом дублювання

12.2.2. Мажоритарний метод

Мажоритарний метод дає змогу генерувати правильний вихідний сигнал за наявності несправностей у пристроях, що контролюються, та визначати місце їх появи з точністю до вказівки номерів неправильно працюючого елемента. Мажоритарний метод потребує для своєї організації використання непарної кількості пристроїв, які працюють паралельно. Отримання правильного вихідного сигналу пристрою здійснюється мажоритарним методом (за принципом більшості) за допомогою мажоритарного елемента. Для визначення номерів неправильно працюючих пристроїв необхідно додатково мати спеціальний елемент аналізу. У найпростішому випадку мажоритарний метод вимагає потроєння пристрою, що контролюється, та дає змогу коректувати помилки будь-якої кратності, які виникають на виході одного із пристроїв, що контролюється.

Приклад 12.2. Схему мажеретарного контролю (для випадків потроєння початкового пристрою A_1 з одним виходом) зображено на рисунку 12.4, де A_2, A_3 – пристрої, які повністю аналогічні A_1; a_1, a_2, a_3 – виходи пристроїв A_1, A_2, A_3 відповідно; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – виходи елемента аналізу; f – вихід пристрою. У розглянутому прикладі мажоритарний елемент може бути повністю описаний таблицею істинності булевої функції (таблиця 12.1), виходячи з умови його функціонування: $f = 1$, якщо на більшості виходів присутні одиниці, та навпаки. Відповідно до поданої таблиці істинності функція f аналітично записується виразом $f = a_2 a_3 + a_1 a_3 + a_1 a_2$.

Функціонування елемента аналізу може бути описане наступним чином. Нехай $\alpha_i = 1,\ i \in \{1,2,3\}$, якщо пристрій A_i працює невірно. Тоді функціонування елемента аналізу може бути подано таблицею істинності (таблиця 12.1) та аналітично описано рівняннями

$$\alpha_1 = \bar{a}_1 a_2 a_3 + a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3,$$

$$\alpha_2 = \bar{a}_1 a_2 \bar{a}_3 + a_1 \bar{a}_2 a_3,$$

$$\alpha_3 = \bar{a}_1 \bar{a}_2 a_3 + a_1 a_2 \bar{a}_3.$$

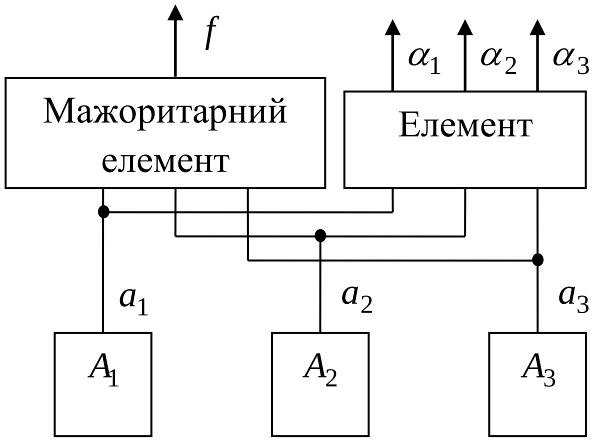


Рисунок 12.4. КС з контролем мажоритарним методом

Таблиця 12.1. Таблиця істинності до прикладу 12.2

a_1	a_2	a_3	f	α_1	α_2	α_3
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0

До недоліків описаного методу контролю слід віднести велику структурну надлишковість, яка пов’язана із необхідністю використання $k \geq 3$ однакових пристроїв.

Введення додаткових апаратних засобів збільшує вартість ПК, а також при невиправданому використанні може привести до зниження надійності функціонування. Це ілюструє графік, представлений на рисунку 12.5.

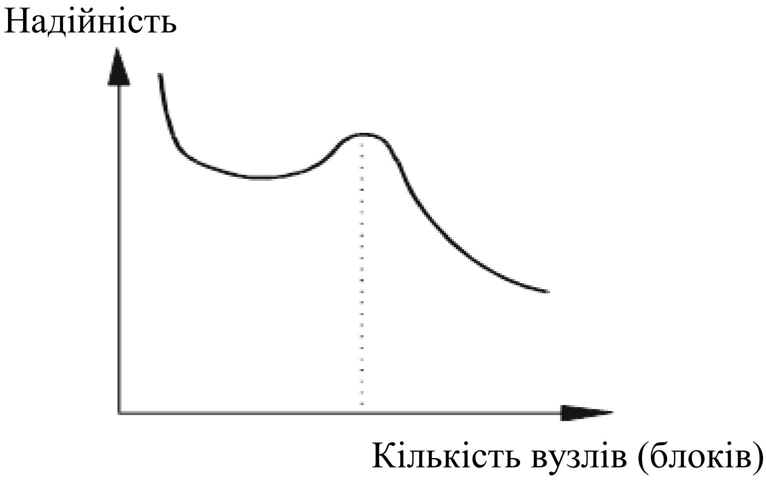


Рисунок 12.5. Залежність надійності пристрою
від його складності

ЛЕКЦІЯ 13

ДІАГНОСТУВАННЯ. ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ

13.1. Основні поняття діагностування

Процес визначення технічного стану об'єкта називається *діагностуванням*. Результат діагностування, тобто заключення про технічний стан об'єкта, називається *діагнозом*.

У загальному випадку розрізняють три типи задач по визначенню стану технічного об'єкта. *Задача діагнозу* – це визначення стану, в якому знаходиться об'єкт в поточний момент часу. Вона виникає при вирішенні задач про працездатність та справність об'єктів, пошук в них несправностей, при перевірці пристроїв після їх виготовлення. *Задача прогнозу* полягає у передбаченні стану, в якому виявиться технічний об'єкт в деякий наступний момент часу. При цьому визначається періодичність профілактичних перевірок та ремонтів з метою передбачення та недопущення виходу пристроїв з ладу. Задача *генезису* полягає у визначенні стану, в якому знаходився технічний об'єкт раніше.

При діагностуванні розв'язуються задачі точного визначення стану, в якому знаходиться система, або встановлюється множина станів, в одному з яких вона знаходиться. Це визначається тим, яка задача ставиться при дослідженні об'єкту діагнозу. Розрізняють п'ять задач діагностування.

Перша задача діагностування – *перевірка справності*, при якій вирішується задача виявлення в об'єкті будь-якої нестравності, що переводить ОД з множини справних станів в множину несправних станів. Друга задача діагностування – *перевірка працездатності*, при якій розв'язується питання виявлення тих несправностей, які переводять ОД з множини працездатних систем в множину систем, що відмовили. Підчас перевірки працездатності можна залишати невиявленими несправності, що не заважають застосуванню системи за призначенням. Наприклад, при наявності резервування система може бути працездатна, не дивлячись на наявність несправностей в резервних елементах. Тому ця задача є менш детальною, ніж перевірка несправностей, та може бути вирішена простішими методами. Перевірка працездатності здійснюється при включенні об'єкту в роботу або при профілактичних оглядах, а також коли є обмеження на час, що відведений для перевірки пристрою.

Третя задача діагностування – *перевірка правильності функціонування* – розв'язується підчас роботи ОД. При цьому достатньо слідкувати за тим, щоб в об'єкті не з'являлися несправності, що порушують його роботу в поточний момент часу, та виключити недопустимий для нормальної роботи вплив несправностей. Перевірка правильності функціонування дозволяє робити висновок про правильність роботи ОД тільки в даний момент часу та в даному режимі роботи.

Четверта задача діагностування – *пошук несправностей* (дефектів), при якому розв'язується проблема точного вказання в об'єкті несправного елемента або множини елементів, серед яких знаходиться несправний елемент. Пошук дефектів може здійснюватися в несправних, непрацездатних та в неправильно функціонуючих пристроях підчас наладки при виробництві та підчас ремонту при експлуатації та зберіганні. Результатом процесу пошуку несправностей є розбиття множини несправних станів або множини непрацездатних станів на класи еквівалентних станів, а також відповідні їм несправності. Під *еквівалентними несправностями* розуміють такі несправності, які не можна відрізнити одну від іншої при вибраному способі діагностування, що використовується для дослідження. При цьому вирішується питання – в якому з класів еквівалентності знаходиться ОД. Кількість класів визначає ту міру деталізації, яка досягається при пошуку несправностей. Її називають *глибиною діагнозу* (пошуку).

П'ята задача діагностування – *прогнозування стану* ОД, для розв'язання якої вивчається характер зміни діагностичних параметрів та на основі тенденцій, що сформувалися, передбачаються значення параметрів у наступні моменти часу.

Об'єкти діагнозу поділяють на два класи. *Неперервні* (аналогові) об'єкти мають такі вхідні, внутрішні та вихідні сигнали, які можуть приймати значення з деяких неперервних множин, а час, в якому дається опис об'єкта, відраховується неперервно. *Дискретні* об'єкти мають такі сигнали, значення яких задаються на конкретних множинах, а час відраховується дискретно. Можливі такі гібридні системи, в яких одні сигнали є неперервні, а інші – дискретні.

Окрім того, об'єкти діагнозу поділяють на комбінаційні та послідовні. *Комбінаційні*, або об'єкти без пам'яті, характеризуються взаємооднозначними залежностями між вхідними та вихідними сигналами. *Послідовні*, або об'єкти з пам'яттю, мають вихідні сигнали, значення яких залежать не тільки від значень вхідних сигналів, але й від часу.

Для опису алгоритму діагнозу необхідно мати формальний опис об'єкту та його поведінку в справному та несправному стані. Такий формальний опис називають *математичною моделлю об'єкту діагнозу*. Розрізняють моделі з явним та неявним описом несправностей. *Явна модель* об'єкту діагнозу складається з опису його справної та всіх несправних модифікацій. *Неявна* модель містить опис справного об'єкта, математичні моделі його фізичних несправностей та правила отримання за ними всіх несправних модифікацій об'єкта. Вибір моделі є важливим елементом процесу організації процедури діагнозу.

Для неперервних систем використовуються моделі у вигляді графів причинно-наслідкових зв'язків або діаграм проходження сигналів, в також топологічні моделі. Для дискретних систем застосовують таблиці істинності, логічні мережі, альтернативні графи, еквівалентну нормальну форму представлення булевих функцій, таблиці переходів-виходів багатотактових схем та інтерактивні моделі. Вибір моделі впливає на глибину та трудомісткість процесу діагнозу.

Розрізняють два методи діагностування: тестовий та функціональний.

13.2 Тестове діагностування

Тестове діагностування здійснюється за допомогою спеціальних систем технічного діагностування, особливістю яких є можливість подання на об’єкт діагностування спеціально організованих (тестових) впливів – двійкових наборів, які дають змогу виявляти несправності, які є в його схемі. Тестове діагностування переважно використовується тоді, коли ОД не використовується за прямим призначенням. Але тестове діагностування може також застосовуватися для діагностики ОД в процесі його функціонування, якщо в цьому процесі можна виділити такі моменти, коли на входи ОД не надходять робочі вхідні сигнали та виходи можуть бути відключені від об’єктів керування. Основна задача тестового діагностування – виявлення в схемі ОД всіх несправностей із заданого класу з можливістю позначення місця розташування неправильно функціонуючих елементів.

Структурна схема тестового діагностування наведена на рисунку 13.1. В такій структурі запам’ятовуючий пристрій (ЗП) зберігає тести та еталонні реакції, які надходять на входи ОД та аналізатора за командами зі сторони схеми керування. Результати тестування використовуються для організації взаємозв’язку між ОД та об’єктом керування.

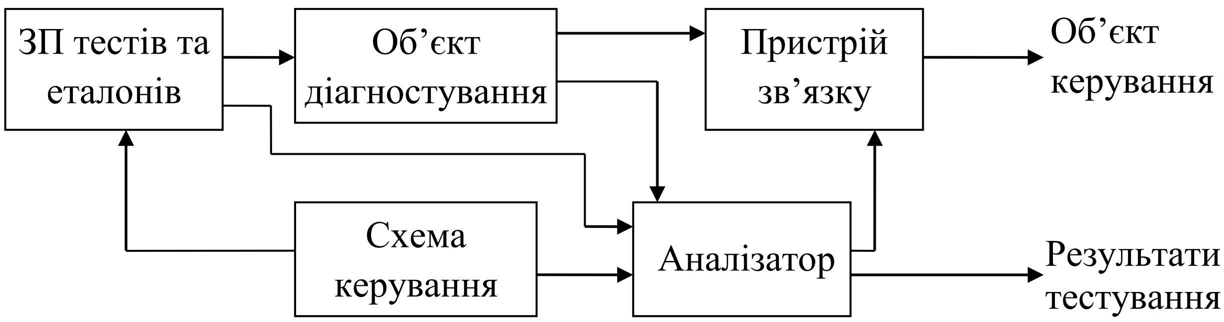


Рисунок 13.1. Структурна схема тестового діагностування

Можливі два варіанти організації тестового діагностування. Перший з них передбачає включення основного робочого режиму, після чого подається тест перевірки. Отриманий при виконанні робочого режиму результат запам’ятовується до завершення процесу проходження тесту. Якщо тест не фіксує наявність несправностей, то дається дозвіл на подальше використання вказаного результату. Згідно другого варіанту організації тестового діагностування спочатку здійснюється подача тесту, а потім реалізується робочий режим. Вихідний результат роботи ОД оцінюється за результатом тесту.

Основною задачею тестового діагностування є проектування *тестів* – вхідних впливів, що забезпечують знаходження та локалізацію несправностей ОД.

Для синтезу тестів необхідне представлення об'єкту з деякою степеню деталізації його структури та орієнтацію на певний математичний апарат. Окрім цього необхідна модель несправностей, яка достатньо адекватно описує физико-технологічні процеси, що відбуваються в ході експлуатації ОД. Методи синтезу тестів, що базуються на детальній структурній інформації про ОД називаються *структурними*.

Якість синтезованого тесту визначається його параметрами. Розрізняють довжину (кількість векторів тесту), повноту (відношення кількості знайдених тестом несправностей до сумарної кількості несправностей об'єкта контролю), складність реалізації тесту та його компактність. Оптимальний тест має мати мінімальну довжину, володіти максимальною повнотою, мінімальною складністю реалізації, а також бути максимально компактним.

За призначенням тести поділяють на перевіряючі та діагностуючі. *Перевіряючий тест* – це сукупність перевірок, що дозволяє виявити в системі будь-яку несправність із заданого списку (множини). Перевіряючий тест вирішує задачі перевірки справності системи (в цьому випадку у список несправностей включають всі можливі в системі несправності) та перевірки працездатності (до списку включають тільки ті несправності, що призводять до відмови системи). *Діагностуючий тест* – це сукупність перевірок, що дозволяє вказати місце несправності з точністю до класів еквівалентних несправностей. Під еквівалентними несправностями розуміють такі несправності, які не можна відрізнити одну від іншої при вибраному способі діагностування, що використовується для дослідження.

Важливою характеристикою процедур діагностування є повнота виявлення несправностей, що вказує долю несправностей, що гарантоварно виявляються, відносно всіх заданих або розглянутих несправностей об'єкта діагнозу. Будь-яка діагностична процедура (а також й тест діагнозу) обов'язково пов'язана із визначеним, строго фіксованим списком несправностей, виявлення яких забезпечується при її проведенні. Це фактично визначає обмеження, що накладаються на процес виявлення несправностей, та в кінцевому випадку визначає глибину діагностування.

За повнотою виявлення несправностей розрізняють поодинокі, кратні та повні тести. *Поодинокий тест* виявляє в пристрої всі поодинокі пошкодження елементів, що входять в нього. *Кратний тест* виявляє всі можливі сукупності з k поодиноких несправностей елементів, причому тест кратності k має фіксувати не тільки всі сукупності з k поодиноких несправностей, але й всі несправності меншої кратності, в тому числі всі поодинокі несправності. *Повний тест* виявляє несправності будь-якої кратності. Використання того чи іншого тесту визначається задачею діагнозу, що розв'язується. Так, при дослідженні пристрою, в якому виникла несправність в процесі функціонування, як правило, використовують поодинокі тести, оскільки ймовірність виникнення одночасно декількох несправностей не велика. У порівнянні з поодинокими повні тести мають значно більшу довжину та тому вимагають для дослідження пристрою значно більше часу. Їх використовують при контролі пристроїв в процесі виготовлення, коли ймовірність одночасного існування декількох пошкоджень збільшується через дефекти комплектуючих виробів та помилок в монтажі та налаштуванні.

Залежно від довжини розрізняють тривіальний, мінімальний та мінімізований тести. *Тривіальний тест*, що містить всі можливі для даної системи перевірки, має максимальну довжину. Застосування тривіального тесту передбачає повне моделювання роботи пристрою. Найменшу кількість перевірок має *мінімальний тест*. Він забезпечує розв'язання заданої задачі діагнозу, при цьому для даного пристрою не існує іншого тесту з меншою кількістю перевірок.

Побудова мінімального тесту вимагає великих обчислень, тому на практиці часто будуються мінімізовані тести, що мають довжину, яка є близькою до довжини мінімальних тестів.

За допомогою тесту будується процедура діагностування, в основі якої лежить *алгоритм діагностування*, що являє собою послідовність елементарних перевірок, що складають тест, та правила аналізу результатів цих перевірок. Алгоритм діагностування реалізується засобами діагностування.

13.3 Функціональне діагностування

Функціональне діагностування здійснюється тоді, коли об'єкт безпосередньо реалізує призначений йому алгоритм функціонування (об'єкт застосовується за призначенням). Можливе також використання функціонального діагностування перед або після використання об'єкта за призначенням. Однак у цьому разі може бути потрібна імітація режиму функціонування об'єкта, оскільки кожен екземпляр об'єкта діагностування має свою вбудовану апаратуру функціонального діагностування. Функціональне діагностування ще називають *вбудованим контролем*.

Узагальнену схему системи функціонального діагностування можна подати у вигляді двох блоків (рисунок 13.2): об'єкту діагностування та схеми контролю, де об'єднана вся додаткова апаратура, що може включати блок керування, блок моделі об'єкту діагнозу, блок розшифрування результатів, генератор сигналів тощо. Результатом діагностування є *сигнал помилки*, який формується при виникненні дефекту в ОД, а також, можливо, й в самій схемі контролю.

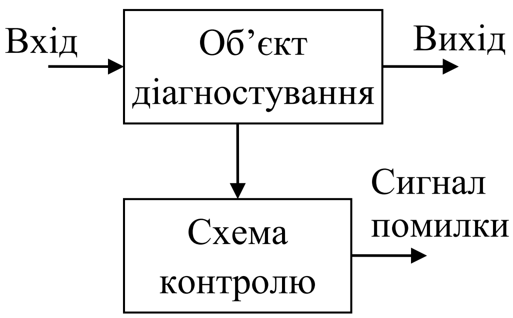


Рисунок 13.2. Блок-схема функціонального контролю

Для оцінки ефективності функціонального діагностування використовується спеціальна характеристика – *достовірність результату роботи* D. Це ймовірність, з якою оцінюється істинність результату, що отриманий на виході ОД. Достовірність D відображає як надійнісні характеристики ОД та схеми контролю, так й інформаційні можливості використаного методу контролю.

В загальному випадку можуть мати місце три можливі події: ОД з контролем працює вірно; ОД з контролем показує наявність помилки (помилки можуть виявлятися або тільки в ОД, або як в ОД, так й в схемі контролю); про роботу ОД з контролем не можна сказати нічого визначеного (невизначений результат).

Вказані три події утворюють повну групу подій. Позначимо ймовірності їх появи відповідно $P_{пр}(t)$, $P_{оо}(t)$, $P_{нр}(t)$. Тоді

$$P_{пр}(t) + P_{00}(t) + P_{нр}(t) = 1. \tag{13.1}$$

З даної формули випливає, що достовірність

$$D(t) = P_{пр}(t) + P_{00}(t) = 1 - P_{нр}(t). \tag{13.2}$$

Для знаходження ймовірності появи кожної з подій необхідно враховувати виявляючу здатність вибраного методу контролю та вид його реалізації. Під *методом контролю* розуміють математичний метод, що забезпечує перевірку правильності функціонування ОД. Під *видом контролю* розуміють спосіб апаратної або програмної реалізації вибраного методу контролю.

Позначимо через $p_{мк}$ ймовірність, що характеризує здатність використаного методу контролю виявляти помилки. Вона залежить від глибини охоплення контролем заданого ОД та самої схеми контроля, а також кратності виявлення дефектів. Спосіб обчислення $p_{мк}$ визначається методом контролю, що використовується. Позначимо через $p_{од}$ ймовірність безвідмовної роботи ОД, а через $p_{ск}$ – ймовірність безвідмовної роботи схеми контролю.

Для знаходження величин $P_{пр}$, $P_{оо}$, $P_{нр}$ будемо використовувати таблицю істинності булевих функцій (таблиця 13.1), що відповідає подіям, які відповідають вказаним ймовірностям. Булеві функції визначимо наступним чином. Якщо ОД працює правильно, то надамо цій події значення $p = 1$, у протилежному випадку $p = 0$. Події, коли вибраний метод контролю дозволяє виявити дефекти, надаємо значення $p = 1$, а події, коли вибраним методом контролю дефекти не виявляються – значення $p = 0$.

Таблиця 13.1 – Таблиця істинності

№ п/п	$p_{од}$	$p_{ск}$	$p_{мк}$	$P_{пр}$	$P_{оо}$	$P_{нр}$
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	1	0	1	0
3	0	1	0	0	0	1
4	0	1	1	0	1	0
5	1	0	0	0	0	1
6	1	0	1	0	1	0
7	1	1	0	1	0	0
8	1	1	1	1	0	0

В таблиці відображені вісім можливих випадків поєднання незалежних подій, що відображені ймовірностями $p_{мк}$, $p_{од}$, $p_{ск}$. Наприклад, у шостому рядку таблиці вказані значення $p_{од} = 1$, $p_{ск} = 0$, $p_{мк} = 1$. Цей рядок відповідає випадку, коли ОД працює правильно, схема контролю відмовила, а метод контролю виявив відмову. Дана подія має результатом появу на виході схеми контролю сигналу помилки (рисунок 13.2). Тому в графі $P_{оо}$, що відповідає події виявлення помилок, в шостому рядку проставляється одиничне значення функції. Таке саме значення записується й в рядках 2 та 4, де $p_{мк} = 1$ та мають місце дефекти в ОД або схемі контролю. В стовпці $P_{пр}$ одиничне значення функції проставляється тільки у рядках 7 та 8, які відповідають випадку, коли й ОД, та схема контролю працюють справно. В стовпці $P_{нр}$ одиничне значення функції заноситься в рядки, де $p_{мк} = 0$, окрім сьомого рядку, в якому $p_{од} = 1$ та $p_{ск} = 1$.

З таблиці випливає, що:

$$
\begin{aligned}
P_{пр} &= p_{од} p_{ск} \bar{p}_{мк} + p_{од} p_{ск} p_{мк}, \\
P_{00} &= \bar{p}_{од} \bar{p}_{ск} p_{мк} + \bar{p}_{од} p_{ск} p_{мк} + p_{од} \bar{p}_{ск} p_{мк}, \\
P_{нр} &= \bar{p}_{од} \bar{p}_{ск} \bar{p}_{мк} + \bar{p}_{од} p_{ск} \bar{p}_{мк} + p_{од} \bar{p}_{ск} \bar{p}_{мк}.
\end{aligned}
\tag{13.3}
$$

Від булевих функцій здійснюється перехід до ймовірнісних виразів. При цьому початку проводиться спрощення виразів (13.3) за законами алгебри логіки без використання закону повторення. Відповідні перетворення дають наступні вирази:

$$
\begin{aligned}
P_{пр} &= p_{од} p_{ск}, \\
P_{00} &= \bar{p}_{од} p_{мк} + p_{од} \bar{p}_{ск} p_{мк}, \\
P_{нр} &= \bar{p}_{мк} \left(\bar{p}_{од} + p_{од} \bar{p}_{ск} \right).
\end{aligned}
\tag{13.4}
$$

При переході до ймовірнісних виразів знак диз'юнкції замінюється знаком додавання, а змінна $\bar{p}$ замінюється виразом $1 - p$. В результаті отримаємо:

$$
\begin{aligned}
P_{пр} &= p_{од} p_{ск}, \\
P_{00} &= p_{мк} \left(1 - p_{од} \right) + p_{од} p_{мк} (1 - p_{ск}), \\
P_{нр} &= (1 - p_{мк}) \left(1 - p_{од} p_{ск} \right).
\end{aligned}
\tag{13.5}
$$

З (13.5) слідує, що достовірність ОД з апаратним контролем дорівнює:

$$
D_{к} = 1 - P_{нр} = p_{мк} + p_{од} p_{ск} - p_{од} p_{ск} p_{мк}. \tag{13.6}
$$

Якщо контроль відсутній (в цьому випадку $p_{ск} = 1$ та $p_{мк} = 0$), то достовірність ОД без контролю:

$$
D = p_{од}.
$$

Виграш достовірності при використанні контролю:

$$
\Delta D = D - D = p_{мк} - p_{од} (1 - p_{ск}) - p_{од} p_{ск} p_{мк}. \tag{13.6}
$$

Але виграш в достовірності супроводжується програшем в надійності та збільшенням складності пристрою. Введення контролю знижує ймовірність безвідмовної роботи ОД з контролем. Дійсно, ймовірність правильної роботи

ОД зі схемою контроля $P_{пр}$ рівна ймовірності безвідмовної роботи ОД зі схемою контроля $P_{ОДК}$, тобто:

$$P_{ОДК} = P_{пр} = p_{од}p_{ск}. \tag{13.7}$$

Тоді програш в безвідмовності дорівнює:

$$\Delta P = p_{од} - p_{од}p_{ск}. \tag{13.8}$$

Ускладнення об’єкту характеризується коефіцієнтом:

$$\sigma = \frac{n_{од}}{n_{ск}}, \tag{13.9}$$

де $n_{од}$ та $n_{ск}$ – кількість елементів відповідно в схемі об’єкту діагностування та схемі контролю.

При організації функціонального контролю виникає питання справності самої схеми контролю. Якщо метод контролю, що використовується, не дозволяє виявити несправності схеми контролю, то достовірність ОД з контролем зменшується та розраховується за формулою:

$$D_{к} = p_{мк}p_{ск} + p_{од}p_{ск} - p_{од}p_{ск}p_{мк}. \tag{13.10}$$

Питання контролю вирішується за рахунок наданню цифровому пристрою властивості самоперевірки. Під властивістю самоперевірки розуміють здатність системи виявляти помилки як в ОД, так й у схемі контролю, в процесі нормального функціонування без додаткового подання на входи пристрою спеціальних тестів перевірки або інших методів його дослідження. На рисунках 13.3 та 13.4 подані дві можливі структури самоперевіряючих цифрових пристроїв. В першому випадку (рисунок 13.3) в якості схеми контролю використовується самоперевіряюча схема вбудованого контролю (ССВК), що має два контрольних виходи z_1 та z_2. На входи ССВК подаються вхідні та вихідні сигнали цифрового пристрою. ССВК володіє наступною властивістю: для всіх можливих вхідних сигналів при справних цифровому пристрої та ССВК на виходах z_1 та z_2 формуються парафазні сигнали 01 або 10, а при виникненні несправностей в цифровому пристрої або ССВК – непарафазні сигнали 00 або 11. Для забезпечення функціонування структури на рисунку 13.3 початковий цифровий пристрій не змінюється, до нього просто додається ССВК.

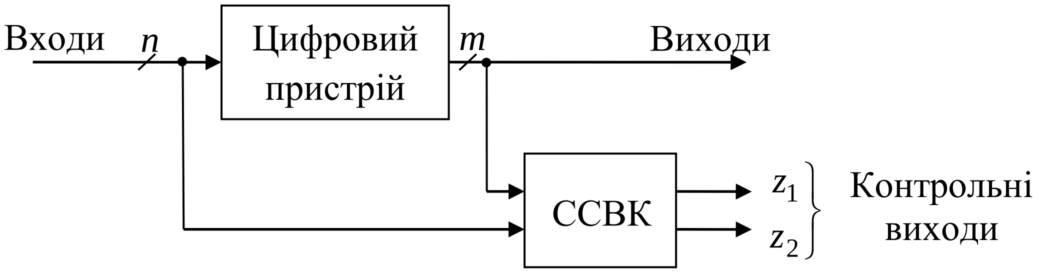


Рисунок 13.3. Перша структура самоперевіряючого цифрового пристрою

Характерною особливістю другої структури самоперевіряючого цифрового пристрою (рисунок 13.4) є те, що модифікується схема самого цифрового пристрою, з метою фіксування несправності тільки за значеннями основних або спеціальних контрольних виходів. Як правило, на цих виходах формуються двійкові вектори, що належать деякому коду із виявленням помилок. Тоді ССВК синтезується у вигляді тестера, задача якого полягає у визначенні факту приналежності кодового вектора заданому коду.

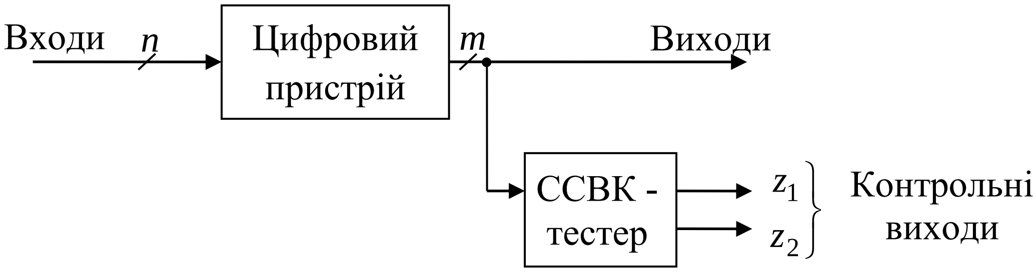


Рисунок 13.4. Друга структура самоперевіряючого цифрового пристрою

Проведення тестового та функціонального діагностування вимагає введення надлишковості або в схему об'єкта контролю (структурна надлишковість), або в інформацію, яка подається на входи ОД (інформаційна надлишковість), або в проміжок часу, протягом якого здійснювався контроль (часова надлишковість). Тестове діагностування, як правило, пов'язане із використанням інформаційно-часової надлишковості (для повірки правильності функціонування ОД використовуються спеціальні тестові послідовності, що подаються на входи об'єкта протягом часу, який відводиться на контроль). Функціональне діагностування пов'язаний із використанням перш за все структурної надлишковості.

ЛЕКЦІЯ 14

МЕТОДИ ПОБУДОВИ ТЕСТІВ ДЛЯ КОМБІНАЦІЙНИХ СХЕМ

14.1 Метод таблиці функцій несправностей

Побудова тестів методом таблиць функцій несправностей при врахуванні лише поодиноких несправностей проводиться згідно етапів:

1. На комбінаційній схемі помічаються місця можливих несправностей.
2. Складається таблиця несправностей, що містить перелік несправностей та їх значення.
3. Будується таблиця функцій несправностей для поодиноких несправностей.
4. Будується скорочена таблиця функцій несправностей, шляхом викреслювання з таблиці функцій несправності стовпців, що відповідають еквівалентним несправностям та несправностям, що не можуть бути виявлені даним методом діагностування.
5. За скороченою таблицею функцій несправностей розраховується перевіряючий тест.
6. Будується таблиця покриттів, стовпці якої відповідають парам несправностей, що можна розрізнити.
7. Визначається діагностичний тест за таблицею покриттів.

Приклад 14.1. Побудувати перевіряючий та діагностуючий тести для комбінаційної схеми, що подана на рисунку 14.1.

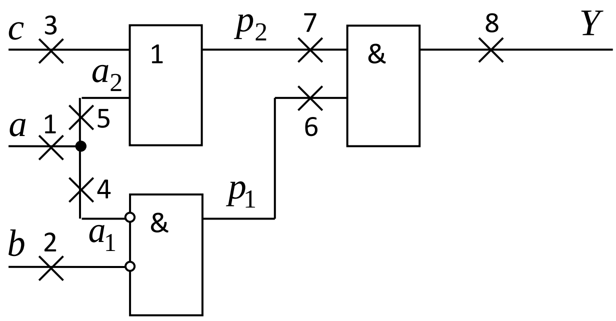


Рисунок 14.1. Комбінаційна схема

Комбінаційна схема на рисунку 14.1 реалізує функцію:

$$Y = p_1 p_2 = \bar{a}_1 \bar{b} \left(a_2 + c\right).$$

Можливі місця несправностей помічаємо цифрами 1-8.

Складаємо таблицю несправностей (таблиця 14.1) виходячи з наступних правил її заповнення. При кількості місць несправностей, що дорівнює 8, кількість значень несправностей може дорівнювати 16, оскільки у кожному місці будь-яка з можливих несправностей може приймати значення 0 або 1. Для визначення вигляду функції несправності у формулу підставляються значення змінної у відповідному вузлі. Так, наприклад, для вузла 1 при значенні несправності $a=1$ змінні у вузлі будуть мати значення $a_1=1$ та $a_2=1$. При цьому $\bar{a}=0$, а відповідно, $Y_{1-1}=0$, оскільки $\bar{a}$ входить у вираз Y як множник (запис Y_{1-1} значить, що функція Y обчислюється за наявності у вузлі 1 несправності типу «1»). При несправності $a=0$ змінні у вузлі будуть мати значення $a_1=0$, $a_2=0$, $\bar{a}_1=1$. Підставивши значення $\bar{a}_1$ та a_2 у функцію Y, отримаємо

$$Y_{1-0}=\bar{a}_1\bar{b}\left(a_2+c\right)=1\bar{b}\left(0+c\right)=\bar{b}c.$$

Таблиця 14.1. Таблиця несправностей

Номер вузла	Несправність	Змінна у вузлі	Функція
1	1 0	$a_1=1,\ a_2=1$ $a_1=0,\ a_2=0$	$Y_{1-1}=0$ $Y_{1-0}=\bar{b}c$
2	1 0	$b=1$ $b=0$	$Y_{2-1}=0$ $Y_{2-1}=\bar{a}_1\left(a_2+c\right)=\bar{a}_1c$
3	1 0	$c=1$ $c=0$	$Y_{3-1}=\bar{a}_1\bar{b}$ $Y_{3-0}=0$
4	1 0	$a_1=1,\ a_2=\mathrm{var}$ $a_1=0,\ a_2=\mathrm{var}$	$Y_{4-1}=0$ $Y_{4-0}=a_2\bar{b}+\bar{b}c$
5	1 0	$a_2=1,\ a_1=\mathrm{var}$ $a_2=0,\ a_1=\mathrm{var}$	$Y_{5-1}=\bar{a}_1\bar{b}$ $Y_{5-0}=\bar{a}_1\bar{b}c$
6	1 0	$p_1=1$ $p_1=0$	$Y_{6-1}=a_2+c$ $Y_{6-0}=0$
7	1 0	$p_2=1$ $p_2=0$	$Y_{7-1}=\bar{a}_1\bar{b}$ $Y_{7-0}=0$
8	1 0	$Y=1$ $Y=0$	$Y_{8-1}=1$ $Y_{8-0}=0$

Складемо таблицю функцій несправностей (таблиця 14.2) для всіх можливих наборів значень вхідних змінних. Порядок заповнення цієї таблиці полягає в наступному. Наприклад, для функції φ_8 (Y_{4-0}) з несправністю 4-0 («0» у вузлі 4) при наборі 4, що містить наступні значення змінних: $a=1$, $b=0$, $c=0$. При цьому $Y=\varphi_0=0$. З таблиці 14.1 вираз функції несправності у цьому випадку має вигляд: $\varphi_8=Y_{4-0}=a_2\bar{b}+\bar{b}c$. Підставляючи значення змінних з набору 4, отримаємо: $\varphi_8=Y_{4-0}=1\cdot1+0\cdot1=1$. Отримане значення $\varphi_8=1$ проставляється у комірці таблиці 14.2, що відповідає набору 4 та φ_8.

Аналізуючи таблицю 14.2, знаходимо еквівалентні несправності та несправності, що не можуть бути виявлені даним методом діагностування.

Таблиця 14.2. Таблиця функцій несправностей

Номер набору	Вхідні змінні			Функція справної схеми $Y = \varphi_0$	Функції несправностей															
	a	b	c		φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}
					Y_{1-1}	Y_{1-0}	Y_{2-1}	Y_{2-0}	Y_{3-1}	Y_{3-0}	Y_{4-1}	Y_{4-0}	Y_{5-1}	Y_{5-0}	Y_{6-1}	Y_{6-0}	Y_{7-1}	Y_{7-0}	Y_{8-1}	Y_{8-0}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
5	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Таблиця 14.3. Скорочена таблиця функцій несправностей

Номер набору	Вхідні змінні			Функція справної схеми $Y = \varphi_0$	Функції несправностей						
	a	b	c		φ_1	φ_2	φ_4	φ_5	φ_8	φ_{11}	φ_{15}
					Y_{1-1}	Y_{1-0}	Y_{2-0}	Y_{3-1}	Y_{4-0}	Y_{6-1}	Y_{8-1}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1

Несправності φ_i та φ_j відносяться до еквівалентних несправностей, якщо їх відповідні реакції на вхідні набори співпадають. У результаті аналізу таблиці 14.2, знаходимо дві групи таких несправностей: φ_1, φ_3, φ_6, φ_7, φ_{12}, φ_{14}, φ_{16} та φ_5, φ_9, φ_{13}. З кожної з груп обираємо по одній, а саме φ_1 та φ_5.

Несправність φ_{10} відноситися до таких, що не може бути виявлена даним методом діагностування, оскільки її реакція на вхідні набори співпадає із значеннями функції справної комбінаційної схеми, тобто $\varphi_{10} = \varphi_0$.

Будуємо скорочену таблицю функцій несправностей (таблиця 14.3).

Перевіряючий (контрольний) тест є сукупністю наборів вхідних впливів, що дають змогу здійснити перевірку справності або працездатності комбінаційної схеми та будується на основі скороченої таблиці функцій несправностей.

Перевіряюча функція для i-тої несправності дорівнює:

$$\pi_i = Y \oplus \varphi_i .$$

З скороченої таблиці функцій несправностей отримаємо (функції записані у вигляді диз'юнкцій номерів двійкових вхідних наборів):

$\pi_0 = 1,$

$\pi_2 = 5,$

$\pi_4 = 3,$

$\pi_5 = 0,$

$\pi_8 = 4 \cup 5,$

$\pi_{11} = 3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7,$

$\pi_{15} = 0 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7.$

Перевіряючий тест

$$T_n = \pi_0 \cap \pi_1 \cap \ldots \cap \pi_n ,$$

де n – кількість несправностей.

У розглянутому випадку:

$$T_n = \pi_0 \cap \pi_2 \cap \pi_4 \cap \pi_5 \cap \pi_8 \cap \pi_{11} \cap \pi_{15} =$$
$$= 1 \cap 5 \cap 3 \cap 0 \cap (4 \cup 5) \cap (3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7) \cap (0 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7).$$

Застосувавши закони логічних перетворень, отримаємо перевіряючий тест виду:

$$T_n = 0 \cap 1 \cap 3 \cap 5.$$

З отриманого виразу випливає, що у перевіряючий тест входять вхідні набори з номерами 0, 1, 3 та 5.

Діагностичний тест являє собою сукупність наборів, що дають змогу вказати місце та вид несправності в комбінаційній схемі.

Для побудови діагностичного тесту складається таблиця покриттів (таблиця 14.4), стовпці якої відповідають парам несправностей, що можна розрізнити. Заповнення таблиці 14.4 проводиться шляхом порядковому порівняння несправностей таблиці 14.3. У комірці, що відповідає рядку, де значення цих функцій не співпадають, проставляється 1.

До таблиці 14.4 додається декілька стовпчиків, що відповідають кількості одиниць у рядку (a_1, a_2, a_3 та a_4), та в яких відмічаються поетапно. У комірках стовпця a_1 проставлена кількість одиниць у кожному рядку на початку розв'язку. Обирається один з рядків, що має найбільшу кількість одиниць. У даному випадку 12 одиниць мають рядки 3, 4 та 5, тобто $a_{1\max} = 12$. Обирається будь-який з цих рядків, наприклад рядок 4. Далі викреслюються всі стовпці, що мають 1 в рядку 4. Їх буде 12.

У стовпці a_2 проставлена кількість одиниць, що залишилися у рядках таблиці після викреслювання стовпців. Далі знову обирається рядок з найбільшою кількістю не викреслених одиниць. Можна вибрати рядки під номерами 0 або 3, для яких $a_{2\max} = 5$. Обираємо рядок 3 та викреслюємо стовпці, що мають 1 у рядку 3. Далі проставляється у стовпці a_3 кількість одиниць, що залишилися у відповідних рядках, та знову вибирається рядок, що містить найбільшу кількість одиниць. В даному випадку це буде рядок 0, для якого $a_{3\max} = 3$. Нарешті, аналогічно знаходимо $a_{4\max} = 1$ у рядках 1 та 5. вибираємо рядок 1 (всі стовпці є викреслені).

Таким чином, отримана сукупність рядків 0, 1, 3 та 4, що формує діагностичний тест, як сукупність наборів, що відповідають цим рядкам.

Діагностичний тест має вигляд:

a	b	c
0	0	0
0	0	1
0	1	1
1	0	0

За діагностичним тестом складається словник несправностей, що дає змогу фіксувати несправність за допомогою виконання формальної процедури. Словник несправностей являє собою таблицю (таблиця 14.5), що є частиною скороченої ТФН (таблиця 14.3). У цю таблицю входять рядки, що відповідають перевіркам, які входять у перевіряючий тест, та графи, що відповідають класам еквівалентних несправностей.

Таблиця 14.5. Словник несправностей

Номер набору	Вхідні змінні			Функція справної схеми $Y = \varphi_0$	Функції несправностей						
	a	b	c		φ_1	φ_2	φ_4	φ_5	φ_8	φ_{11}	φ_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Таблиця 14.4. Таблиця покриттів для пар функцій несправностей $\varphi_i \varphi_j$

Номер набору	Вхідні змінні			Функції несправностей														
	a	b	c	$\varphi_1 \varphi_2$	$\varphi_1 \varphi_4$	$\varphi_1 \varphi_5$	$\varphi_1 \varphi_8$	$\varphi_1 \varphi_{11}$	$\varphi_1 \varphi_{15}$	$\varphi_2 \varphi_4$	$\varphi_2 \varphi_5$	$\varphi_2 \varphi_8$	$\varphi_2 \varphi_{11}$	$\varphi_2 \varphi_{15}$	$\varphi_4 \varphi_5$	$\varphi_4 \varphi_8$	$\varphi_4 \varphi_{11}$	$\varphi_4 \varphi_{15}$
0	0	0	0			1			1		1			1	1			1
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1									
2	0	1	0						1					1				1
3	0	1	1		1			1	1	1			1	1	1	1		
4	1	0	0				1	1	1			1	1	1		1	1	1
5	1	0	1	1			1	1	1	1	1					1	1	1
6	1	1	0					1	1				1	1			1	1
7	1	1	1					1	1				1	1			1	1

Продовження таблиці 14.4.

Номер набору	Функції несправностей						Кількість одиниць у рядку			
	$\varphi_5 \varphi_8$	$\varphi_5 \varphi_{11}$	$\varphi_5 \varphi_{15}$	$\varphi_8 \varphi_{11}$	$\varphi_8 \varphi_{15}$	$\varphi_{11} \varphi_{15}$	a_1	a_2	a_3	a_4
0	1	1			1	1	10	5	3	-
1							6	3	2	1
2			1		1	1	6	2	1	-
3		1	1	1	1		12	5	-	-
4	1	1	1				12	-	-	-
5	1	1	1				12	2	2	1
6		1	1	1	1		10	2	-	-
7		1	1	1	1		10	2	-	-

Недолік методу таблиць функцій несправностей полягає у великих розмірах. Це пояснюється тим, що ТФН описує схему повністю та збільшення кількості елементів схеми пропорційно збільшує кількість стовпців таблиці. Тому для схем великих розмірів використовуються методи, в яких аналіз схеми проводиться по частинах, зокрема, так звані локальні алгоритми.

14.2 Метод еквівалентної нормальної форми

Метод полягає на представленні булевої функції, що реалізує схему, у вигляді еквівалентної нормальної форми (ЕНФ). ЕНФ відрізняється тим, що її змінні співставленні не входам схеми, а всім можливим шляхам поширення сигналів. ЕНФ, як й звичайна нормальна форма, може бути обчислена методом підстановки, з тією лише різницею, що надлишкові терми не виключаються, оскільки вони характеризують конкретну реалізацію схеми. Для ЕНФ характерні такі особливості:

1. ЕНФ є логічною сумою логічних добутків, тобто нормальною формою булевої функції.

2. Аргументами ЕНФ є букви ЕНФ, під якими розуміють змінні або їх заперечення із індексом послідовності елементів відповідного шляху, що пов’язує цю змінну із виходом схеми.

3. Кількість букв ЕНФ у загальному випадку більше кількості вхідних змінних схеми, оскільки один й той самий вхід схеми може бути пов'язаний із виходом декількома шляхами.

4. ЕНФ може мати надлишкові кон’юнкції.

5. Якщо буква, що входить у ЕНФ, не має заперечення, то їй відповідає шлях із парною кількістю інверсій, у протилежному випадку – з непарною кількістю інверсій.

Приклад 14.2. Побудуємо ЕНФ для комбінаційної схеми з рисунку 14.2.

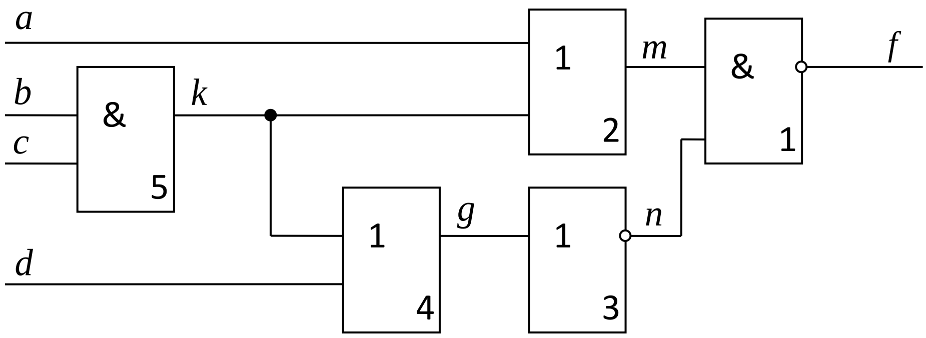


Рисунок 14.2. Комбінаційна схема до прикладу 14.2

ЕНФ будемо знаходити шляхом серій послідовних підстановок, яка починається з вихідного елементу схеми. Вихід елемента визначається через входи з вказанням індексу, що відповідає цьому елементу:

$$f = \left(\overline{m}\ \overline{n}\right)_1 .$$

Далі в отриманому виразі змінні, що відповідають виходам елементів 2 та 3, визначаються через входи аналогічним чином:

$$f = \left(\left(\bar{a} + \bar{k}\right)_2 (g)_3\right)_1.$$

Описаний процес продовжується допоки не будуть розглянуті всі елементи, тобто:

$$f = \left(\left(\bar{a} + \left(\bar{b}\,\bar{c}\right)_5\right)_2 \left(\left(k + d\right)_4\right)_3\right)_1,$$

$$f = \left(\left(\bar{a} + \left(\bar{b}\,\bar{c}\right)_5\right)_2 \left(\left(\left(bc\right)_5 + d\right)_4\right)_3\right)_1.$$

В отриманому виразі розкриваємо дужки при збереженні індексів елементів:

$$f = \bar{a}_{2,1} b_{5,4,3,1} c_{5,4,3,1} + \bar{b}_{5,2,1} \bar{c}_{5,2,1} b_{5,4,3,1} c_{5,4,3,1} + \bar{a}_{2,1} d_{4,3,1} + \bar{b}_{5,2,1} \bar{c}_{5,2,1} d_{4,3,1}.$$

Для спрощення запису ЕНФ послідовності елементів шляхів позначаємо цифрами:

2,1 – 1; 5,4,3,1 – 2; 5,2,1 – 3; 4,3,1 – 4.

Тоді ЕНФ можна записати у такому вигляді:

$$f = \bar{a}_1 b_2 c_2 + \bar{b}_3 \bar{c}_3 b_2 c_2 + \bar{a}_1 d_4 + \bar{b}_3 \bar{c}_3 d_4. \tag{14.1}$$

Метод побудови тесту несправності за ЕНФ полягає в наступному.

Для кожної несправності комбінаційної схеми наводиться її проекція на ЕНФ у вигляді фіксації її букв в константи 0 або 1. На рисунку 14.3 наведено контрольну множину несправностей досліджуваної схеми. Для визначення проекції несправностей будується таблиця шляхів (таблиця 14.3). Рядки таблиці відповідають буквам ЕНФ, а стовпці – несправностям, що входять у контрольну множину.

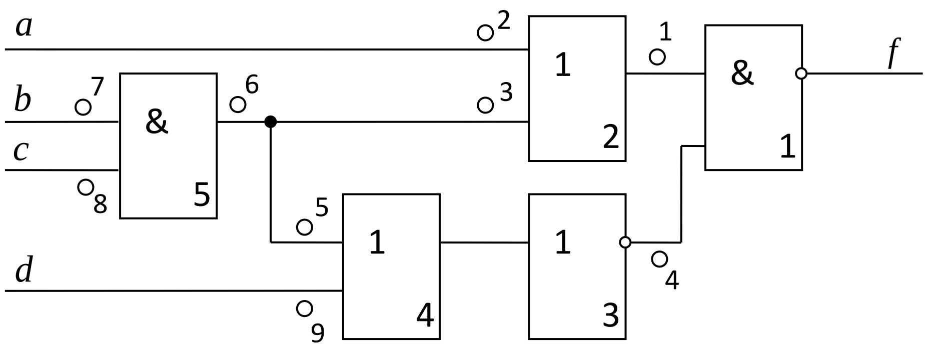


Рисунок 14.3. Контрольна множина несправностей

Таблиця шляхів заповнюється наступним чином:

1. на перетині j-го стовпця та i-го рядка в комірці таблиці ставиться 0 або 1, якщо несправність, що відповідає j-му стовпцю лежить на шляху, що відповідає i-му рядку;

2. в стовпці таблиці проставляється 1, якщо після несправності на даному шляху існує парна кількість інверсій, та ставиться 0 у протилежному випадку.

Проекція несправності за ЕНФ визначається за такими правилами:

1. несправність, що відповідає j-му стовпцю, фіксує в константи всі букви ЕНФ, у рядках яких в стовпці j проставлені 0 або 1;

2. якщо на перетині j-го стовпця та i-го рядка в комірці таблиці проставлена 1, то вид фіксації (0 або 1) i-ї букви ЕНФ відповідає виду

несправності; якщо у вказаній комірці проставлений 0, то вид фіксації букви ЕНФ є протилежний до виду несправності.

Таблиця 14.5. Таблиця шляхів

	Несправності								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{a}_1$	0	0							
b_2				0	1	1	1		
$\bar{b}_3$	0		0			0	0		
c_2				0	1	1		1	
$\bar{c}_3$	0		0			0		0	
d_4				0					1

Розглянемо, наприклад, несправність під номером 8 (рисунок 14.3). вона розташована на шляху, що з'єднує вхід c з виходом схеми через елементи 5, 2, 1 (шлях $\bar{c}_3$), а також на шляху, що з'єднує вхід c з виходом схеми через елементи 5, 4, 3, 1 (шлях c_2). На шляху c_2 після несправності 8 знаходиться парна кількість (дві) інверсій. Тому в таблиці 14.5 на перетині стовпця 8 та рядка c_2 проставлена 1. З цього слідує, що вид фіксації букв c_2 у виразі (14.1) співпадає з видом несправності 8 (константа 1). На шляху $\bar{c}_3$ після несправності 8 розташована непарна кількість (одна) інверсій. Тому в таблиці 14.5 на перетині стовпця 8 та рядка $\bar{c}_3$ проставлений 0. З цього слідує, що вид фіксації букв $\bar{c}_3$ у виразі (14.1) протилежний (константа 0) виду несправності 8.

В результаті для несправності 8 отримаємо наступну функцію несправності:

$$f_8 = \bar{a}_1 b_2 (c_2 = 1) + \bar{b}_3 (\bar{c}_3 = 0) b_2 (c_2 = 1) + \bar{a}_1 d_4 + \bar{b}_3 (\bar{c}_3 = 0) d_4 = \bar{a} b + \bar{a} d .$$

За функцією несправності визначається перевіряючий та діагностуючий тести.

14.3 Метод булевих похідних

Булевою похідною функції $f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$ відносно змінної x_i називається функція

$$\frac{df(x)}{dx_i} = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, \ldots, \bar{x}_i, \ldots, x_n).$$

Булеву похідну можна також обчислити згідно формули:

$$\frac{df(x)}{dx_i} = f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n),$$

з якої видно, що булева похідна не залежить від змінної x_i, відносно якої вона обчислюється.

Як й будь-яка булева функція, похідна булевої функції приймає значення 0 або 1. При обчисленні похідних може виникнути один з трьох випадків:

1. якщо $\frac{df(x)}{dx_i} = g(x)$, то помилка в x_i буде викликати помилку на виході f, якщо $g(x) = 1$;

2. якщо $\frac{df(x)}{dx_i} = 0$, то помилка в x_i не буде викликати помилку на виході f, та, відповідно, функція $f(x)$ не залежить від змінної x_i;

3. якщо $\frac{df(x)}{dx_i} = 1$, то помилка в x_i завжди буде викликати помилку на виході f незалежно від значення інших вхідних змінних.

При обчисленні булевих похідних функцій, що мають невелику кількість змінних, використовують карти Карно. Для цього будуються дві карти для функцій $f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$ та $f(x_1, \ldots, \bar{x}_i, \ldots, x_n)$. Потім величини, що знаходяться у відповідних комірках карт, додаються за модулем 2. Результатом додавання є карта Карно, що відповідає похідній $\frac{df(x)}{dx_i}$.

При обчисленні булевих похідних складних функцій корисними є наступні їх властивості:

$$\frac{\overline{df(x)}}{dx_i} = \frac{df(x)}{dx_i};$$

$$\frac{d}{dx_i}\left(\frac{df(x)}{dx_j}\right) = \frac{d}{dx_j}\left(\frac{df(x)}{dx_i}\right);$$

$$\frac{d(f(x)g(x))}{dx_i} = f(x)\frac{g(x)}{dx_i} \oplus g(x)\frac{f(x)}{dx_i} \oplus \frac{df(x)}{dx_i} \cdot \frac{dg(x)}{dx_i};$$

$$\frac{d(f(x)+g(x))}{dx_i} = \overline{f(x)}\frac{g(x)}{dx_i} \oplus \overline{g(x)}\frac{f(x)}{dx_i} \oplus \frac{df(x)}{dx_i} \cdot \frac{dg(x)}{dx_i};$$

$$\frac{d(f(x) \oplus g(x))}{dx_i} = \frac{df(x)}{dx_i} \oplus \frac{dg(x)}{dx_i}.$$

Приклад 14.3. Обчислити булеву похідну по змінній b для схеми з рисунку 10.4.

Комбінаційна схема з рисунку 14.4 реалізує функцію $f = \overline{(a + bc)\overline{(bc + d)}}$. Обчислимо похідну за допомогою карт Карно (рисунки 14.5-14.7). Згідно рисунку 14.7 похідна дорівнює:

$$\frac{df(a,b,c,d)}{db} = ac\bar{d}.$$

Таким чином, отримано перший випадок при обчисленні похідних. Результат говорить про те, що помилка на вході b призводить до помилки на виході f (транслюється на вихід f), якщо $a = 1$, $c = 1$ та $d = 0$, що виконується на 2 наборах з 16 (1010, 1110). На кожному з цих наборів відбувається активація одного з двох суттєвих шляхів від входу b до виходу f.

	$\bar{c}\bar{d}$	$\bar{c}d$	cd	$c\bar{d}$
$\bar{a}\bar{b}$	1	1	1	1
$\bar{a}b$	1	1	1	1
ab		1	1	1
$a\bar{b}$		1	1	

Рисунок 14.5. Карта Карно функції $f(a,b,c,d)$

	$\bar{c}\bar{d}$	$\bar{c}d$	cd	$c\bar{d}$
$\bar{a}\bar{b}$	1	1	1	1
$\bar{a}b$	1	1	1	1
ab		1	1	
$a\bar{b}$		1	1	1

Рисунок 14.6. Карта Карно функції $f(a,\bar{b},c,d)$

	$\bar{c}\bar{d}$	$\bar{c}d$	cd	$c\bar{d}$
$\bar{a}\bar{b}$				
$\bar{a}b$				
ab				1
$a\bar{b}$				1

Рисунок 14.7. Карта Карно функції $\dfrac{df(a,b,c,d)}{db}$

Приклад 14.4. Розглянемо схему на рисунку 14.8. Обчислимо похідну булевої функції по змінній c, що реалізує цю схему:

$$\frac{df(a,b,c)}{dc} = \big((ab+c)(ab+\bar{c})\big) \oplus \big((ab+\bar{c})(ab+c)\big) = 0\,.$$

Отриманий результат говорить про те, що функція f не залежить від змінної c, а тому схема є надлишковою.

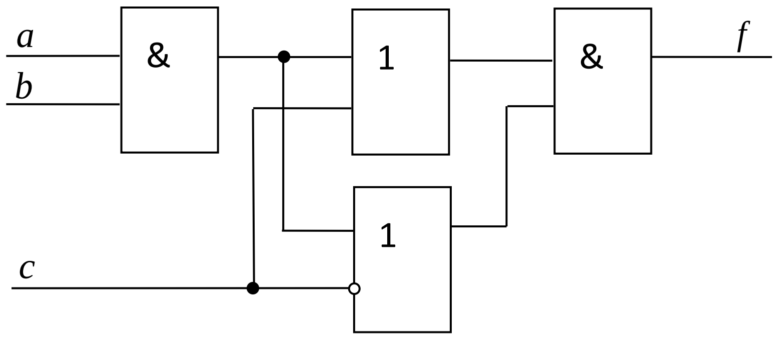


Рисунок 14.8. Комбінаційна схема до прикладу 14.4

Приклад 14.5. Обчислити булеву похідну по змінній c для схеми з рисунку 14.9.

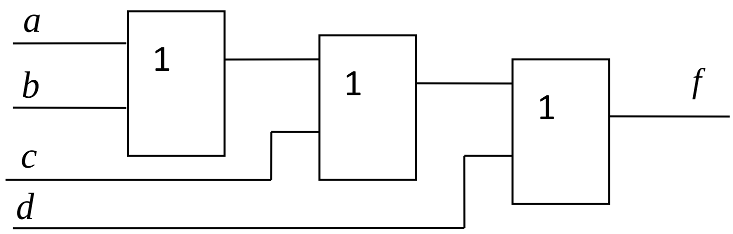


Рисунок 14.9. Комбінаційна схема до прикладу 14.5

Комбінаційна схема з рисунку 14.9 реалізує функцію $f = ((a+b)+c)+d$. Знайдемо похідну функції:

$$\frac{df(a,b,c,d)}{dc} = (((a+b)+c)+d) \oplus (((a+b)+\bar{c})+d) = 1.$$

Отриманий результат відповідає третьому випадку та вказує на те, що в лінійних схемах помилка на одному з входів транслюється на вихід незалежно від значень сигналів на всіх інших входах.

ЛЕКЦІЯ 15

СИГНАТУРНИЙ АНАЛІЗ

Схеми з пам'яттю є складнішими діагностичними об'єктами за комбінаційні схеми. Такі схеми містять блок пам'яті та логічний перетворювач (рис.15.1). Елементи пам'яті зберігають інформацію про попередні вхідні впливи. Логічні перетворювачі є комбінаційними схемами, що обчислюють значення виходів та станів елементів пам'яті на кожному такті пристрою з пам'яттю.

При діагностуванні таких схем необхідно забезпечити перевірку справного стану кожного елемента пам'яті та кожного логічного елемента, що входить в логічний перетворювач. Логічний перетворювач перевіряється як комбінаційна схема, але при цьому необхідно враховувати, що змінні $y_1, \dots, y_k$, що надходять на вхід логічного перетворювача, не є незалежними (як змінні $x_1, \dots, x_k$). В даний момент часу вони визначаються станами елементів пам'яті. Тому виникає наступна задача. Якщо відомий вхідний набір $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$, $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k$ ($\tilde{x}_i = 0$ або 1, $\tilde{y}_i = 0$ або 1) на якому виявляється несправність деякого елемента логічного перетворювача, то, для того щоби забезпечити введення цього набору, необхідно встановити елементи пам'яті в стани, що відповідають цим наборам. Іншими словами перевірка елемента вимагає попереднього передавання деякої послідовності встановлення вхідних наборів. Оскільки кожен елемент пам'яті має свою послідовність встановлення вхідних наборів, то об'єднання їх в загальний тест є достатньо складною задачею. Окрім того, має місце проблема встановлення схеми в початковий стан, з якого починається процедура діагностування. В деяких схемах з пам'яттю можливе збільшення кількості елементів пам'яті у результаті виникнення константних несправностей, а також поява критичних станів, що відсутні у справній схемі.

Вказані обставини визначають необхідність розробки великої кількості різноманітних методів синтезу тестів перевірки схем з пам'яттю, а також спеціальних методів їх діагностування. При цьому враховується вид елементної бази, тип елементів пам'яті, наявність в схемі сигналів синхронізації та інші особливості, що суттєво впливають на організацію контролю схем. Для простих схем, що мають невелику кількість внутрішніх станів, переважно використовують синтез тривіальних тестів. В інших випадках застосовують інші методи діагностування.

Для складних обчислювальних систем, що містять великий об'єм пом'яті та розгалужену логіку, об'єми діагностичної інформації можуть виявитися досить великими та вимагати неприйнятні апаратурні та часові витрати. У цьому випадку використовується стиснення діагностичної інформації. Основним методом стиснення є сигнатурний аналіз.

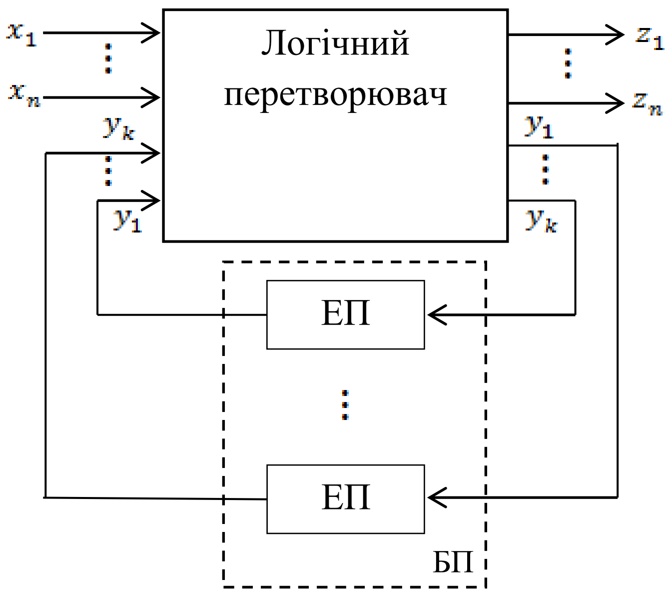


Рисунок 15.1. Схема з пам’яттю

ля складних обчислювальних систем, що містять великий об’єм пом’яті та розгалужену логіку, об’єми діагностичної інформації можуть виявитися досить великими та вимагати неприйнятні апаратурні та часові витрати. У цьому випадку використовується стиснення діагностичної інформації. Основним методом стиснення є сигнатурний аналіз.

На рисунку 15.2 наведена схема діагностування складного обчислювального пристрою, оформленого у вигляді великої інтегральної мікросхеми (ВІС), що має m входів та один вихід та є елементом деякої складної мікропроцесорної системи. Для перевірки ВІС використовується перевіряючий тест, що містить послідовність вхідних наборів розмірністю m. Припустимо, що ця послідовність містить 100 наборів.

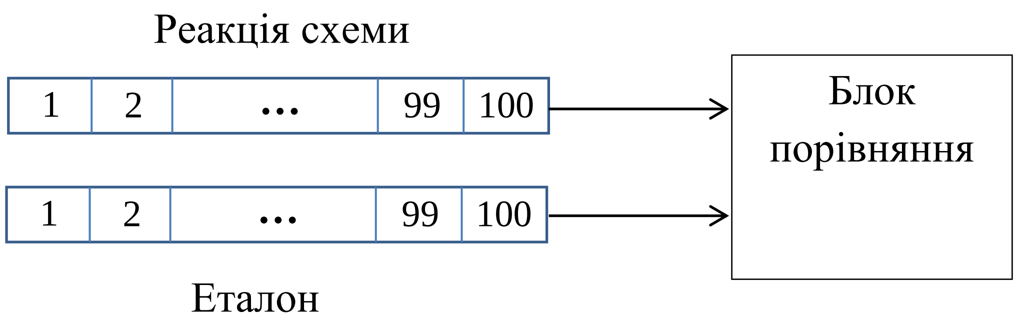


Рисунок 15.2. Схема діагностування складного обчислювального пристрою

Процес діагностування ВІС складається з двох процедур. Перша процедура полягає в поданні на вхід ВІС 100 наборів тесту та фіксації послідовності сигналів на виході. Для цього необхідно регістр, що містить 100 розрядів. Друга процедура полягає у порівнянні послідовності відповідей з еталонною послідовністю, для зберігання якої треба також 100-розрядний регістр. Якщо дві послідовності не співпадають хоча б в одному розряді, робиться висновок про наявність в ВІС несправності.

Цей процес може бути реалізований як апаратними засобами, так й програмним шляхом. При використанні апаратних засобів, окрім складних регістрів, необхідна ще й складна схема порівняння. При використанні програмного методу необхідно час для послідовного порівняння 100 біт.

Стиснення інформації полягає в тому, що 100-розрядний вектор вихідних сигналів за деяким правилом (алгоритмом) замінюється вектором із суттєво меншою кількістю розрядів. Така сама операція проводиться й з еталонним вектором. Зменшення кількості розрядів векторів, що порівнюються, суттєво зменшує апаратні та часові затрати. Але при цьому має місце втрати деякої інформації, в результаті чого низка несправностей ВІС не буде викривлювати вихідний вектор та не буде виявлена.

Максимальне стиснення інформації відбудеться тоді, коли 100-розрядний (в загальному випадку n –розрядний) вектор перетворюється в однорозрядний вектор за принципом парності кількості одиниць. Для цього вихід схеми під’єднується до Т-тригера. В цьому випадку еталонний вектор містить непарну (або парну) кількість одиниць. Якщо після надходження тестової послідовності на вхід ВІС тригер виявиться в стані 0, то це буде означати, що в схемі є несправність. Якщо ж за наявності несправності в схемі тригер буде знаходитися в стані 1, то несправність не виявиться.

Будемо вважати, що поява всіх викривлень вихідних векторів рівноймовірна, тобто що половина всіх несправностей ВІС порушує парність вектору, а половина не порушує. Тоді ймовірність того, що несправність буде виявлена, дорівнює 0,5. Така низька ймовірність виявлення несправностей є внаслідок максимального стиснення інформації.

На практиці використовуються такі способи стиснення інформації, які лише незначно зменшують ймовірність виявлення несправностей.

Будемо представляти двійковий вектор вихідних сигналів у вигляді многочлену $f(x)$ відносно змінної x, що розташовані по спаданню степенів з коефіцієнтами 0 та 1. Наприклад, 9-розрядний вектор ($n = 9$)

8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	1

представляється у вигляді многочлена

$$f(x) = 1 \cdot x^8 + 1 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 1 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 +$$
$$+0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 = x^8 + x^7 + x^5 + 1.$$

Старший розряд многочлена (а отже, й сам многочлен) має степень $n-1$. Цей розряд відповідає першому вихідному сигналу (відповіді) ВІС при подачі тесту. Коефіцієнт при x^{n-i} дорівнює відповіді з номером i.

Існує три операції над многочленами.

Операція додавання виконується за правилами операції «сума за модулем два»: $x^i + 0 = x^i$, $x^i + x^i = 0$. Наприклад:

$$(x^8 + x^7 + x^5 + 1) + (x^7 + x^4 + 1) = x^8 + x^5 + x^4.$$

Операція множення виконується за правилами:

$$x^i \cdot x^i = x^{i+j}, 0 \cdot x^i = 0, 1 \cdot x^i = x^i.$$

Наприклад,

$$(x^8 + x^7 + x^5 + 1) \cdot (x^3 + 1) = x^{11} + x^{10} + x^8 + x^3 + x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + 1 =$$
$$= x^{11} + x^{10} + x^7 + x^5 + x^3 + 1.$$

Операція ділення позначається так:

$$\frac{x^i}{x^j} = x^{i-j}.$$

При діленні многочленів старший член діленого ділиться на старший член дільника. Ділення закінчується, коли степень залишку стає менше степені дільника. Наприклад,

$$\begin{array}{r|l}
x^8 + x^7 + x^5 + 1 & x^5 + x^4 + x^3 + 1 \\ \cline{2-2}
 & x^3 + x \\
\underline{x^8 + x^7 + x^6 + x^3} & \\
x^6 + x^5 + x^3 + 1 & \\
\underline{x^6 + x^5 + x^4 + x} & \\
x^4 + x^3 + x + 1 &
\end{array}$$

Тут $(x^8 + x^7 + x^5 + 1)$ – ділене, $(x^5 + x^4 + x^3 + 1)$ – дільник, $(x^3 + x)$ – частка, $(x^4 + x^3 + x + 1)$ – залишок.

Має місце рівність

$$f(x) = g(x)q(x) + p(x),$$

де $f(x)$ – ділене, $g(x)$ – дільник, $q(x)$ – частка, $p(x)$ – залишок.

Якщо степень $f(x)$ дорівнює n, степень $g(x)$ дорівнює r, то степень частки $q(x)$ дорівнює $n - r$, а степень залишку $p(x)$ менше за r.

Таким чином, операція ділення зменшує степень многочлена, тобто зменшує кількість розрядів відповідних двійкових векторів. Тому вона застосовується для стиснення двійкової інформації. При цьому в якості «стисненого» вектору використовується залишок $p(x)$, який називається *сигнатурою*.

Якщо многочлен $f(x)$ відповідає еталонному вектору вихідних сигналів, то при діленні його на деякий дільник $g(x)$ формується строго визначений залишок $p(x)$, який приймається за еталонну сигнатуру. В розглянутому прикладі $p(x) = x^4 + x^3 + x + 1$. На рисунку 15.3 показана схема діагностування ВІС із стисненням інформації. На вхід ВІС подається тестова послідовність з 100 вхідних наборів. Вихідна послідовність $f(x)$ за допомогою схеми подільника стискається, наприклад, в 16-розрядний вектор. Отримана сигнатура-реакція порівнюється з еталонною сигнатурою. Несправності в ВІС викривлюють послідовність $f(x)$ та сигнатуру $p(x)$. Але ряд несправностей сигнатуру $p(x)$ не викривлює.

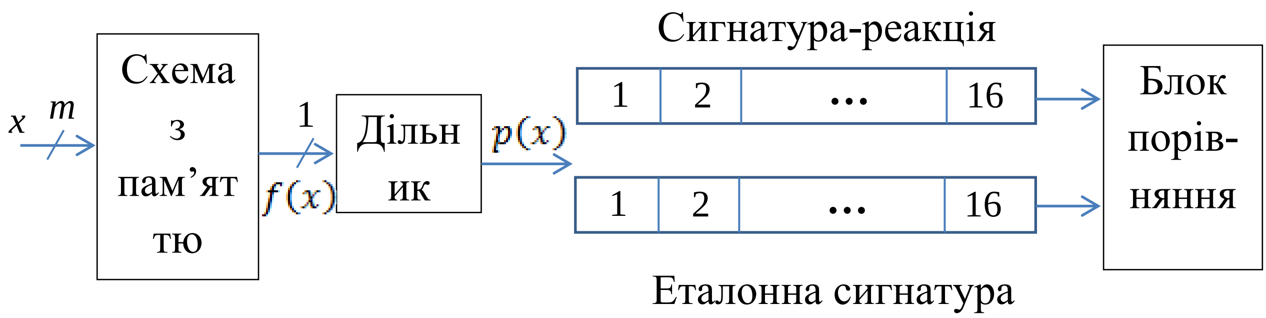


Рисунок 15.3. Схема діагностування ВІС із стисненням інформації

При побудові схеми діагностування розв'язуються задачі синтезу схеми дільника та оцінки ймовірності невиявлення несправності ВІС. Схема дільника, що називається *сигнатурним аналізатором* (СА), являє собою регістр зсуву із лінійними зворотними зв'язками.

Представимо дільник $g(x)$ у вигляді

$$g(x) = g_r x^r + g_{r-1} x^{r-1} + \cdots + g_1 x^1 + g_0,\ g_i \in \{0,1\}.$$

На рисунку 15.4 наведена загальна структурна схема ділення многочлена $f(x)$ на многочлен $g(x)$. В неї входять елементи «додавання за модулем 2», елементи затримки (D-тригери) та елементи множення g_i. Якщо коефіцієнт $g_i = 1$, то в схемі встановлюється зворотній зв'язок; якщо $g_i = 0$ – зворотній зв'язок відсутній. На рисунку 15.5 представлена схема ділення на многочлен $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 1$. Подання послідовності тестових наборів на вхід ВІС, зняття послідовності вихідних сигналів $f(x)$ та робота регістру зсуву синхронізується однією й тою самою серією тактових імпульсів С.

В таблиці 15.1 відображена робота регістра при поданні на вхід послідовності 110100001 (поліном $f(x) = x^8 + x^7 + x^5 + 1$). В перші п'ять тактів (зсувів), протягом яких значення старшого коефіцієнта поліному x^8 буде записане в тригер T_5, що відповідає найстаршому члену дільника x^5, на виході $g(x)$ формуються сигнали 0. На рисунку показано стан схеми регістру перед шостим зсувом, коли по ланцюгу зворотного зв'язку на елементи М2 надходить сигнал 1. В результаті тригери T_1, T_3, T_4 перемикаються в стан 1, а тригери T_2 та T_5 – в стан 0.

В результаті після дев'ятого зсуву з'явиться послідовність 1010, що відповідає частці $g(x) = x^3 + x$. В самому регістрі буде записаний вектор 11011, що відповідає залишку $p(x) = x^4 + x^3 + x + 1$ (сигнатурі). Таким чином. Послідовний регістр із зворотними зв'язками здійснює операцію ділення многочленів, що супроводжується записом сигнатури в самому регістрі.

Таблиця 15.1 – Робота регістра при поданні на вхід послідовності 110100001

№ п/п	Вхідний сигнал $f(x)$	Вміст регістра					Вихідний сигнал $g(x)$
		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	
0		0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0
4	1	1	0	1	1	0	0
5	0	0	1	0	1	1	0
6	0	1	0	1	1	0	1
7	0	0	1	0	1	1	0
8	0	1	0	1	1	0	1
9	1	1	1	0	1	1	0

Далі розглянемо випадок, коли в результаті несправності ВІС відбувається викривлення її вихідної послідовності $f(x)$, наприклад в розрядах 3 та 6. Це викривлення можна записати у вигляді многочлена вектору помилок

$e(x) = x^6 + x^3$.

Викривлена послідовність $f'(x)$ визначається таким чином:

$$f'^{(x)} = f(x) + e(x) = (x^8 + x^7 + x^5 + 1) + (x^6 + x^3) =$$
$$= x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + 1.$$

Ділення нового поліному $f'(x)$ на $g(x)$ дає результат:

$$\begin{array}{l|l} x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + 1 & \underline{x^5 + x^4 + x^3 + 1} \\ \underline{x^8 + x^7 + x^6 + x^3} & x^3 + 1 \\ \qquad x^5 + 1 & \\ \qquad \underline{x^5 + x^4 + x^3 + 1} & \\ \qquad x^4 + x^3 & \end{array}$$

Нова сигнатура $x^4 + x^3$ відрізняється від еталонної $x^4 + x^3 + x + 1$, та тому дана несправність буде визначена.

Розглянемо інший поліном вектору помилок

$$e(x) = x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x\ .$$

Для нього

$$f'^{(x)} = f(x) + e(x) = (x^8 + x^7 + x^5 + 1) + (x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x\ ) =$$
$$= x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x\ + 1.$$

Ділення $f'(x)$ на $g(x)$ дає результат:

$$\begin{array}{l|l} x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x\ + 1 & \underline{x^5 + x^4 + x^3 + 1} \\ \underline{x^7 + x^6 + x^5 + x^2} & x^2 \\ \qquad x^4 + x^3 + x^2 + 1 & \end{array}$$

У даному випадку сигнатура співпадає з еталонною, та тому несправність ВІС не виявиться.

Визначимо умови, за яких викривлення вихідної послідовності ВІС не виявляться за рахунок порівняння сигнатур.

Нехай $f(x) = g(x)q(x) + p(x)$ та $e(x) = g(x)q_1(x) + p_1(x)$. Тоді

$$f'^{(x)} = f(x) + e(x) =$$
$$= [g(x)q(x) + p(x)] + [g(x)q_1(x) + p_1(x)] =$$
$$= g(x)[q(x) + q_1(x)] + [p(x) + p_1(x)] = g(x)q'(x) + p'(x).$$

З отриманого виразу випливає принцип суперпозиції для регістру зсуву з лінійним зворотнім зв'язком: частка та залишок (сигнатура) суми двох вхідних послідовностей дорівнює сумі часток та залишків доданків послідовностей.

Несправність ВІС не виявляється, якщо сигнатура викривленої послідовності буде дорівнювати еталонній сигнатурі, тобто якщо

$$p'^{(x)} = p(x) + p_1(x) = p(x).$$

Звідси випливає, що $p_1(x) = 0$, тобто сигнатура вектору помилки $e(x)$ має дорівнювати 0. Тому справедливе наступне твердження.

Твердження. Несправність ВІС не виявляється тоді та тільки тоді, коли многочлен вектора помилки $e(x)$ є кратним многочлену дільника $g(x)$, тобто ділиться на нього без залишку.

Наприклад, дане твердження виконується для розглянутого вище вектора помилки, що не виявляються, $e(x) = x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x$:

$$\begin{array}{l|l}
x^8 + +x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x & \underline{x^5 + x^4 + x^3 + 1} \\
 & x^3 + x^2 + x \\
\underline{x^8 + x^7 + x^7 + x^3} & \\
x^7 + x^4 + x^2 + x & \\
\underline{x^5 + x^6 + x^5 + x^2} & \\
x^6 + x^5 + x^4 + x & \\
\underline{x^6 + x^5 + x^4 + x} & \\
0 &
\end{array}$$

Таким чином, для вектора $e(x)$, що відповідає невиявленій помилці, можна записати:

$$e(x) = g(x)q_1(x),$$

оскільки $p_1(x) = 0$.

Степень многочлена $g(x)$ дорівнює r, оскільки сигнатурний аналізатор має r розрядів. Степень многочлена $e(x)$ дорівнює n, оскільки вхідна тестова послідовність має n наборів, а вихідна послідовність – n відповідей. Тоді степень частки $q_1(x)$ дорівнює $n - r$. Тому має місце всього 2^{n-r} многочленів $q_1(x)$ при фіксованому залишку $p_1(x) = 0$. Це означає, що існує в точності 2^{n-r} многочленів-помилок $e(x)$ та серед них один нульовий що відповідає відсутності помилок. Тому з всіх 2^n многочленів помилок $e(x)$ не виявляється в точності $2^{n-r} - 1$ ненультових многочленів.

Якщо вважати, що всі помилки $e(x)$ рівноймовірні, то ймовірність виявлення помилок в двійкових вихідних послідовностях в сигнатурному r-розрядному аналізаторі дорівнює:

$$p = \frac{2^{n-r}-1}{2^n} \cong \frac{1}{2^r} = 2^{-r}.$$

З наведеної формули випливає, що достовірність сигнатурного аналізу визначається тільки розрядністю регістру r та не залежить від довжини тестової послідовності. Найчастіше на практиці використовуються 16-розрядні СА. Для них ймовірність невиявлення

$$p = \frac{1}{2^{16}} = 0{,}000015259$$

та відповідно ймовірність виявлення

$$1 - p = 0{,}999984741.$$

Сигнатурний аналізатор виконується у вигляді вимірювального пристрою. Пристрій має цифровий індикатор, на якому висвічується сигнатура. В технічній документації на принциповій схемі складного пристрою, що складається з окремих блоків (змінних плат), на виходах цих блоків (в контрольних точках) вказані еталонні сигнатури. Вони можуть бути отримані різними шляхами або шляхами перевірки за допомогою СА завчасно справного пристрою. При виконанні діагностичної процедури оператор підключає вхід СА до контрольних точок, починаючи з виходів. Просуваючись від виходів до входів, він знаходить несправну плату та усуває її.

СПИСОК ВИКОРИСТАННОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова

1. Голинкович Т.А. Прикладная теория надежности. Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1985.
2. Половко А.М. Основы теории надежности. М.: Наука, 1964.
3. Сборник задач по теории надежности. Ред. Половко А.М. и Маликова И.М. М.:Из-во «Советское радио», 1972.
4. Иыуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем: Учеб.пособие для вузов по спец. «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети».- М: Высшая школа,1989.

Допоміжна

5. Кучер В.Я. Основы технической диагностики и теории надежности. Письменные лекции. – СПб.:СЗСУ,2004. – 48 с.
6. Матвеевский В.Р. Надежность технических систем. Учебное пособие –М., Московский государственный институт электроники и математики. 2002 г. – 113 с.
7. Архирейский А.А., Рассоха Е.Н. Статистическая обработка данных о надежности: Методические указания к выполнению расчетно-графической работы. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 35с.
8. Архітектура, принципи, функціонування та керування ресурсами IBM PC. Гуржій А.М. та інш. Х.: Компанія Сміт, 2003. – 50с.
9. Гаспер Б.С., ЛипатовИ.Н. Решение задач по курсу “Прикладная теория надежности”.Учебное пособие. –Пенза.:ПГТУ, 1998.- 65с.