УДК 539.3

**Михайлишин М., Семенишин Г.**
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

# ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РОЛИКІВ МАШИН БЕЗПЕРЕРВНОЇ РОЗЛИВКИ СТАЛІ (МБРС) В ПРОЦЕСІ ЇХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

Ролик МБРС моделюється як довгий порожнинний циліндр, який знаходиться під дією неосесиметричних температурного поля і силового поверхневого навантаження внаслідок взаємодії зі злитком. Вважається, що силові і температурні навантаження не змінюються вздовж осі ролика і реалізується плоска деформація. Відносно функції напружень $F(r,\varphi)$ задача зводиться до розв'язування рівняння

$$\nabla^2\nabla^2 F + \mathrm{E}_1\alpha_{T1}\nabla^2\theta = 0,\ \nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2},$$

де $E_1 = \dfrac{E}{1-\nu^2}$, $\nu_1 = \dfrac{\nu}{1-\nu}$, $\alpha_{T1} = \alpha_T\left(1+\nu\right)$, $\theta(r,\varphi)$ – заданий розподіл температури при відповідних граничних умовах, які на зовнішній поверхні $r = R_2$ отримуються з умов $\sigma_r = p_r\left(\varphi\right)$, $\sigma_{r\varphi} = p_{r\varphi}\left(\varphi\right)$, де $p_r\left(\varphi\right)$ і $p_{r\varphi}\left(\varphi\right)$ задані функції, а на внутрішній поверхні $r = R_1$ з умов відсутності навантаження і умов однозначності переміщень Мітчелла [1]. Граничні умови для осьового напруження $\sigma_z$ на вільних торцях циліндра задовольняються інтегрально. Розв'язок задачі шукається у вигляді

$$F\left(r,\,\varphi\right) = f_0\left(r\right) + \sum_{n=1}^{\infty} f_n\left(r\right)\cos n\varphi + g_n\left(r\right)\sin n\varphi\,,$$

де функції $f_n\left(r\right)$, $g_n\left(r\right)$ задовольняють таким рівнянням

$$f_0^{IV} + \frac{2}{r}f_0''' - \frac{1}{r^2}f_0'' + \frac{1}{r^3}f_0' = 0\,,$$

$$f_n^{IV} + \frac{2}{r}f_n''' - \frac{1+2n^2}{r^2}\left(f_n'' - \frac{1}{r}f_n'\right) + \frac{n^2(n^2-4)}{r^4}f_n = -\frac{E_1\alpha_{T1}\omega n}{a}\theta_{n2}\,,$$

$$g_n^{IV} + \frac{2}{r}g_n''' - \frac{1+2n^2}{r^2}\left(g_n'' - \frac{1}{r}g_n'\right) + \frac{n^2(n^2-4)}{r^4}g_n = -\frac{E_1\alpha_{T1}\omega n}{a}\theta_{n1}\,,$$

$\theta_{n1}$, $\theta_{n2}$ – функції, що входять у температуру $\theta\left(r,\varphi\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\theta_{n1}\left(r\right)\cos n\varphi + \theta_{n2}\left(r\right)\sin n\varphi\right]$.

Отримані граничні умови, яким, виходячи із загальних граничних умов для функції напружень, повинні задовольняти функції $f_n\left(r\right)$ і $g_n\left(r\right)$ Знайдені загальні розв'язки цих рівнянь і побудовані формули для обчислення напружень в довільній точці конструкції.

1. Боли Б. Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер. – М.: МИР, 1964. – 517с.