УДК 539.375

А.Р. Бойко, В.Б. Валяшек, В.А. Кривень, Л.І. Цимбалюк
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНА ЗАДАЧА ПРО ДЛЯ СЕРЕДОВИЩА ІЗ ПРЯМОКУТНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ПІД ДІЄЮ ПРИКЛАДЕНОЇ ДО НЬОГО СИЛИ

У даній роботі досліджується пружно-пластичне відшаровування волокна прямокутного перерізу в ідеально пружнопластичному середовищі під дією прикладеної до нього сили вздовж осі волокна. Вважається що одна пара паралельних граней волокна перебуває у ідеальному механічному контакті з середовищем, а друга не контактує з ним. Жорсткість волокна є настільки великою, що саме волокно вважається недеформівним.

За вказаних умов у середовищі виникатиме антиплоский напружено-деформівний стан. Внаслідок концентрації напружень в околі вершин включення розвиватимуться пластичні зони, які вважатимемо об’ємно розподіленими. Задача полягає у визначенні залежної від величини навантаження зони пластичних деформацій та напружено деформівного стану в пружній та пластичній областях.

Сформулюємо відповідну крайову задачу. Уведемо декартову систему координат Oxy у площині поперечного перерізу тіла так, аби включенню відповідав прямокутник $|x| \le a; |y| \le b$. Нехай $|x| \le a, y = \pm b$ – відшаровані сторони включення. Позначимо через L невідому межу зони пластичних деформацій, а через D – частину першого квадранта у якій середовище залишається у пружному стані. Тоді $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x, y) + i\tau_{xz}(x, y)$ є аналітичною та однолистою функцією комплексної змінної $\zeta = x + iy$. Визначення $\tau(\zeta)$ зводиться до такої крайової задачі з вільною границею:

$$\operatorname{Im}\tau(\zeta) = 0, \quad \zeta = iy, \quad y > b; \qquad \operatorname{Re}\tau(\zeta) = 0, \quad \zeta = x + ib, \quad 0 < x < a;$$

$$|\tau(\zeta)| = k, \quad \zeta \in L; \qquad \arg\tau(\zeta) = -\arg(\zeta - a - ib), \quad \zeta \in L;$$

$$\operatorname{Re}\tau(\zeta) = 0, \quad \zeta = a + iy, \quad 0 < y < l; \qquad \operatorname{Re}\tau(\zeta) = 0, \quad \zeta = x, \quad x > a;$$

$$\oint_S \tau(\zeta)d\zeta = Q,$$

де k – зсувна границя текучості, Q – величина діючої на включення сили, $2l$ – довжина частини вертикальних сторін прямокутника, не охоплених пластичною зоною, S $(S \in D)$ – контур з додатнім обходом.

Подамо шукану функцію $\tau(\zeta)$ у параметричній формі: $\tau = \tau_1(t), \zeta = \zeta_1(t)$ $((t \in H)$; $H = \{t | \operatorname{Im} t > 0\}$, $\tau_1 = \tau_1(t)$ – аналітична в області H функція, що здійснює конформне відображення цієї області на півкруг $|\tau_1| < k$, $\operatorname{Re}\tau_1 > 0$, розрізаний вздовж відрізка $0 < \operatorname{Re}\tau_1 < \tau_0 < Q; \operatorname{Im}\tau_1 = 0$ і виражається композицією елементарних відображень.

Відносно функції $\lambda(t) = (\zeta_1(t) - a - ib)\tau_1(t)$ отримано крайову задачу Келдиша-Сєдова, розв’язок якої приведено до квадратур.

Знайдено величину найменшого навантаження $Q = Q^*$, за якого наступає повне пластичне відшарування включення. Для довільного $Q < Q^*$ знайдено рівняння лінії, що розмежовує пружну й пластичну частини середовища.