

УДК 536.24

М. Михайлишин, Г. Семенишин, О. Децик

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ВНУТРІШНІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА, ЯКІ СТВОРЮЮТЬ ЗАДАНИЙ РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ

Розглядається циліндрична деталь у вигляді довгого порожнинного циліндра, в якому потрібно за допомогою внутрішніх джерел тепла за заданий час τ^* створити температурне поле, близьке до заданого T_0 .

Функція мети приймається у вигляді:

$$J = \int_{R_1}^{R_2} [T(r, \tau^*) - T_0(r)]^2 r dr + \int_0^{\tau^*} \int_{R_1}^{R_2} W^2(r, t) r dr dt$$

Необхідно мінімізувати функціонал J при виконанні умов:

$$c\rho \frac{dT}{dt} = \lambda \left(\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \right) + W(r, t)$$

$$\frac{dT}{dr} + R_2 T = 0 \text{ при } r = R_2; \quad \frac{dT}{dr} - R_1 T = 0 \text{ при } r = R_1; \quad T = 0 \text{ при } t = 0.$$

З умов стаціонарності розширеного функціонала знаходимо спряжену задачу

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{T}}{dr} + \frac{c\rho}{\lambda} \frac{d\bar{T}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\bar{T}}{dr} + k_2 \bar{T} = 0, \text{ при } r = R_2$$

$$\frac{d\bar{T}}{dr} - k_1 \bar{T} = 0, \text{ при } r = R_1$$

$$\bar{T}(r, \tau^*) = 2 [T(r, \tau^*) - T_0(r)].$$

і оптимальний розподіл теплових джерел $W = \frac{1}{2\lambda} \bar{T}$.

Пряму і спряжену задачу задачі розв'язуємо з використанням методу Фур'є.

Оптимальний закон розподілу питомої потужності джерел такий:

$$W(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2t_k \mu_k^2 e^{a^2 \mu_k^2 (t - \tau^*)}}{1 + 2\lambda \mu_k^2 - e^{-2a^2 \mu_k^2 \tau^*}} \bar{R}_k(r), \text{ де}$$

$$\bar{R}_k(r) = \frac{[R_2 Y_0(\mu_k R_2) - \mu_k Y_1(\mu_k R_2)] J_0(\mu_k r) - [R_2 J_0(\mu_k R_2) - \mu_k J_1(\mu_k R_2)] Y_0(\mu_k r)}{[k_2 J_0(\mu R_2) - \mu J_1(\mu R_2)] \cdot [k_1 Y_0(\mu R_1) + \mu Y_1(\mu R_1)] - [R_2 Y_0(\mu R_2) - \mu Y_1(\mu R_2)] \cdot [R_1 J_0(\mu R_1) + \mu J_1(\mu R_1)]} = 0$$

де μ_k – власні числа задачі, які є додатніми коренями рівняння

$$[k_2 J_0(\mu R_2) - \mu J_1(\mu R_2)] \cdot [k_1 Y_0(\mu R_1) + \mu Y_1(\mu R_1)] - [R_2 Y_0(\mu R_2) - \mu Y_1(\mu R_2)] \cdot [R_1 J_0(\mu R_1) + \mu J_1(\mu R_1)] = 0$$

а, y^0 , Y_0 , J_0 – функції Бесселя.