

УДК 519.876.5

Андрій Олійник, Аліса Мороз

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗАБРУДНЕННЯ ҐРУНТІВ ЯК РЕЗУЛЬТАТУ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Andrii Olijnyk, Alisa Moroz

MATHEMATICAL MODELING OF SOIL CONTAMINATION AS A RESULT OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

Оцінка впливу технологічних процесів в різних галузях промисловості залишається актуальною науково-технічною проблемою, вирішенню якої присвячено багато робіт експериментального та теоретичного характеру. Можливості сучасних ЕОМ дозволяють реалізовувати та доводити до чисельних характеристик моделі, що базуються на системах диференціальних рівнянь з частинними похідними, зокрема, параболічного типу, з урахуванням широкого класу початкових та граничних умов, використовуючи при цьому дані експериментальних досліджень характеристик ґрунтів – їх проникності, коефіцієнтів дифузії, в'язкості, густини тощо. Важливого значення набуває також вивчення залежності між характером поширення шкідливих речовин в середовищі та геометричною конфігурацією досліджуваних областей. Математичне моделювання дозволяє розробляти засоби опису, вивчення та кількісної характеристики процесів та явищ різної природи, яких об'єднує негативний вплив на довкілля.

Метою роботи є моделювання процесу фільтрації шкідливих речовин в ґрунтах з використанням двовимірних та тривимірних параболічних рівнянь, що дозволяє оцінювати зміну концентрації цих речовин та прогнозувати процес їх поширення.

Дослідження будуть проводитись із застосуванням методів математичної фізики, чисельних методів, методів інтерполяції та апроксимації даних, методів розробки та реалізації апаратного забезпечення для контролю параметрів ґрунтів та концентрації речовин, методів створення програмних комплексів для ЕОМ.

Розглядається модельна задача дифузії речовин в тривимірній області G , яка моделює конфігурацію досліджуваного об'єкта. Основним рівнянням моделі є рівняння дифузії в області G , яке є тривимірним параболічним рівнянням, що описує нестационарний процес [1]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x, y, z, t) \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(a(x, y, z, t) \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a(x, y, z, t) \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (1)$$

де c – концентрація речовин, $a(x, y, z, t)$ – коефіцієнт дифузії, який залежить від часу t та просторових координат x, y, z .

При моделюванні об'єктів необхідно враховувати, що найбільш загальна постановка дає можливість одержати адекватний реальній фізичній картині розв'язок в окремих випадках: для відносно простих конфігурацій області G та найпростіших типів граничних та початкових умов. Важливою проблемою є і розмірність задачі, тому першим кроком при чисельній реалізації моделі є зменшення розмірності задачі. Область G розглядається як двовимірна прямокутна область, що є допустимим припущенням за умови, що процеси в досліджуваній області мало змінюються по одній з координат. В такому випадку область G замінюється на :

$$V = \{(x, y); 0 \leq x \leq L_1; 0 \leq y \leq L_2\}. \quad (2)$$

За умов, що в рівнянні (1) при цьому зникають похідні по z , одержуються:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x, y, t) \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(a(x, y, t) \frac{\partial c}{\partial y} \right). \quad (3)$$

Коефіцієнт $a(x, y, t)$ залежить від просторових координат по часу, що дозволяє моделювати змінні властивості ґрунтів щодо дифузії, проникності шкідливих речовин в середовище. У випадку області (2) необхідно задати концентрацію речовини на кожній з чотирьох границь

$$\begin{cases} c|_{x=0} = c_1(y, t) \\ c|_{x=L_x} = c_2(y, t) \\ c|_{y=0} = c_3(x, t) \\ c|_{y=L_y} = c_4(x, t), \end{cases} \quad (4)$$

що дозволяє врахувати особливості концентрацій речовини на границях області. Конкретний вигляд функцій $c_i(x, y, t)$ встановлюється з урахуванням особливостей задачі, що досліджується.

Для різницевої схеми з граничними та початковими умовами створено програмний комплекс реалізації моделі та проведено тестові розрахунки, результати яких наведено на рис. 1.

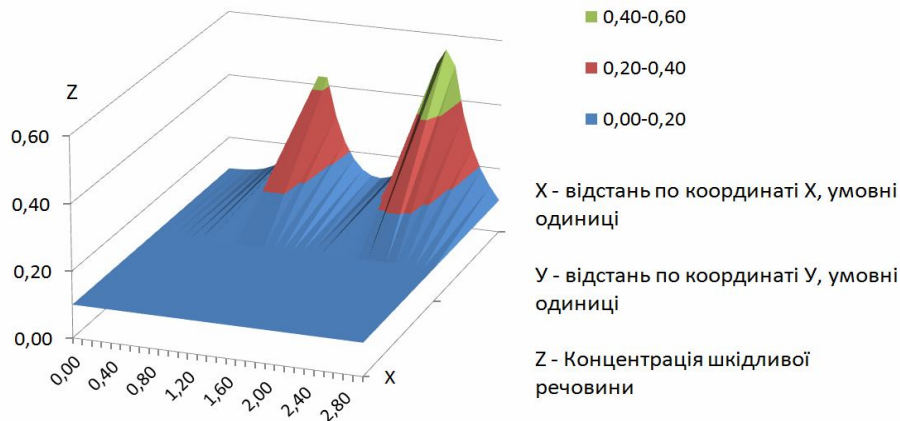


Рисунок 1. Розподіл концентрації шкідливої речовини в модельній області за наявності витоків різної інтенсивності

Предметом подальших досліджень будуть наступні питання:

- дослідження його стійкості розрахункових алгоритмів;
- проведення тестових розрахунків для модельних областей;
- збір та узагальнення інформації про всі числові характеристики та вигляд функцій, що входять в відповідні моделі;
- визначення коефіцієнта дифузії як функції просторових координат з урахуванням складу середовища як суміші речовин, що дозволяє враховувати найскладніший з точки зору математичного опису характер процесу;
- дослідження реальних систем, що впливають на довкілля, формулювання рекомендацій.