

## НАПРЯМКИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ В ОЦІНЦІ ФІНАНСОВОЇ НАДІЙНОСТІ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

*Резюме.* В статті розглянуто методичні підходи використання математичних методів в оцінці фінансової надійності страхових компаній в сучасних умовах

*The summary.* The article reviews methodological approaches of using mathematical techniques in assessing financial soundness of insurance companies in modern conditions

*Ключові слова.* математичні методи, фінансова надійність, страхова компанія, фінансовий стан, конфігураційний простір

**Вступ.** В умовах економічної кризи одним із стратегічних завдань функціонування страхових компаній є забезпечення їх надійного фінансового стану. Фінансовий стан є складною та багатогранною категорією. Фінансовий стан страхової компанії є результатом прийнятих управлінських рішень і характеризує ефективність менеджменту страхової компанії. Якісними характеристиками фінансового стану страхової компанії є платоспроможність, ліквідність, фінансова стійкість, стабільність, надійність тощо. Кількісне вираження фінансового стану знаходить своє відображення у системі показників якісних характеристик, які характеризують наявність, розміщення і використання фінансових ресурсів страхової компанії. Найбільше дискусій у наукових колах викликає оцінка фінансової надійності страхової компанії.

Традиційними методами оцінки характеристик фінансового стану є коефіцієнтний та метод інтегрального показника. На сучасному етапі розвитку науки розв'язання проблеми підвищення фінансової надійності страхових компаній можливе з використанням математичних методів, оскільки вони дозволяють моделювати складні взаємозв'язки характеристик фінансового стану страхової компанії, виявляти латентні фактори, що впливають на рівень фінансової надійності.

**Аналіз останніх досліджень.** Вагомий внесок у розробку теоретико-методологічних засад оцінки фінансової надійності страхових компаній здійснили Осадець С.С., Ротова Т.А., Шумелда Я.П., Бігдаш В.Д., Мурашко О.В., Внукова Н.М., Орланюк-Маліцька Л.А., Федорова Т.А., Денисова І.П., Хемптон Д. та ін. Прикладні аспекти аналізу фінансової надійності страхової компанії висвітлені у працях Кожінова В.Я., Ковтуна І.О., Саліна В.П., Лутчин Н.П., Миронюк А.К., Головача А.В. Федорової Т.А., Грищенко Н.Б., Бігдаша В.Д., Базилевича В.Д. Водночас застосування математичних методів у моделюванні діяльності страхових компаній є недостатньо поширеним, що підкреслює актуальність дослідження.

Виходячи з вищевикладеного, **метою статті** є визначення напрямків використання математичних методів [1;5] в оцінці фінансової надійності страхової компанії.

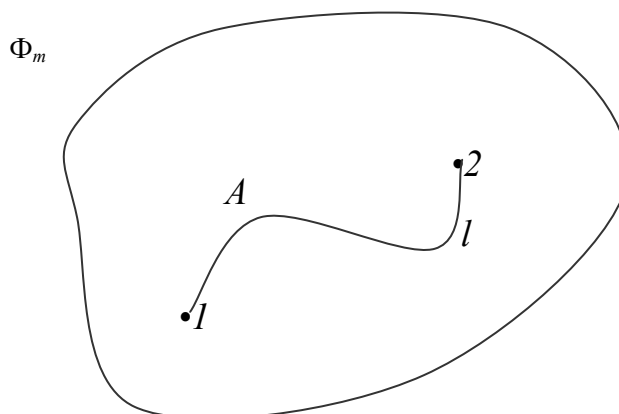
**Результати дослідження.** Ретельний аналіз теоретичних підходів до тлумачення поняття «фінансова надійність» висвітлено у праці [3]. Фінансова надійність визначається як узагальнююча характеристика фінансового стану страхової компанії. У праці [4] представлено наступну модель інтегрального показника фінансової надійності:

$$k_n = \sqrt[3]{k_l \cdot k_n \cdot k_p},$$

де  $k_l$  – коефіцієнт ліквідності;  
 $k_n$  – коефіцієнт платоспроможності;  
 $k_p$  – коефіцієнт рентабельності;

$k_n$  – коефіцієнт надійності.

Фінансовий стан страхової компанії (економічної системи) знаходиться під впливом факторів, які ми будемо позначати  $e_1, e_2, e_m$ . Об'єднаємо їх у конфігураційний простір системи  $\Phi_m$ , який має розмірність  $m$ . Домовимось зображати такий простір наступним чином: по всіх осях координат (їх буде  $m$ ) будемо відкладати фактори впливу на фінансовий стан страхової компанії. Тоді, наприклад, точка  $A$  простору позначає цілком визначений фінансовий стан, і є  $m$ -вимірною точкою конфігураційного фінансового простору, тобто  $A \Rightarrow A(e_1, e_2, \dots, e_m)$  (рис.1).



**Рис.1. Конфігураційний фінансовий простір страхової компанії**

На рис.1 якісно зображено конфігураційний простір при умові, що за визначений час фінансовий стан переходить із деякої конфігурації  $1(e_1^1, e_2^1, \dots, e_m^1)$  в нову конфігурацію  $2(e_1^2, e_2^2, \dots, e_m^2)$ . Перехід від одного фінансового стану до іншого у конфігураційному просторі зображається рухом конфігураційної точки від стану  $1(e_1^1, e_2^1, \dots, e_m^1)$  до стану  $2(e_1^2, e_2^2, \dots, e_m^2)$  по деякій траєкторії. Коефіцієнти фінансового стану  $k_i$  будуть в цьому випадку функціями конфігураційних точок створеного нами простору  $k_i = f(M) = f(e_1, e_2, \dots, e_m)$ .

Геометрично ці функціональні залежності будуть визначати деякі гіперповерхні в просторах  $m+1$ -вимірності. Рівновага конфігурації фінансового стану буде залежати від форми гіперповерхні поблизу положення рівноваги. При цьому можливі чотири положення рівноваги: стійка, нестійка, байдужа та сідловидна. Положення байдужої та нестійкої рівноваги, як часткові випадки, можливі для окремих коефіцієнтів фінансового стану. Для інших коефіцієнтів при конкретних положеннях точок конфігураційного простору такі положення можуть бути і неможливими. Фінансова надійність компанії буде функціонально визначатися коефіцієнтами фінансового стану і для неї також можна побудувати свою гіперповерхню в системі, в якості осей якої є значення коефіцієнтів фінансового стану. Для такої гіперповерхні, скоріш за все, положеннями рівноваги будуть нестійка та сідловидна.

Таким чином, виникає завдання визначення екстремальних точок для кожної із функціональних залежностей для коефіцієнтів фінансового стану:

$$\begin{aligned} k_a &= f_a(M) = f_a(e_1, e_2, \dots, e_m), \\ k_n &= f_n(M) = f_n(e_1, e_2, \dots, e_m), \\ k_p &= f_p(M) = f_p(e_1, e_2, \dots, e_m), \end{aligned}$$

а також і для функціональної надійності страхової компанії:

$$N = f(k_l, k_n, k_p) = \Phi(e_1, e_2, \dots, e_m).$$

Процес дослідження на екстремум здійснимо, для прикладу, за допомогою двохфакторного впливу на систему, тобто:

$$k_l = f_l(M) = f_l(e_1, e_2),$$

$$k_n = f_n(M) = f_n(e_1, e_2),$$

$$k_p = f_p(M) = f_p(e_1, e_2)$$

і для функціональної надійності страхової компанії:

$$N = f(k_l, k_n, k_p) = \Phi(e_1, e_2).$$

Використовуючи методи теорії функцій багатьох змінних [2;6] при дослідженні на екстремум, продиференціюємо по кожному із факторів коефіцієнти фінансового стану  $k_i$  ( $k_l, k_n, k_p$ ) та функціональну надійність страхової компанії  $N$ :

$$dk_l = p_{e_1}^l de_1 + p_{e_2}^l de_2,$$

$$dk_n = p_{e_1}^n de_1 + p_{e_2}^n de_2,$$

$$dk_p = p_{e_1}^p de_1 + p_{e_2}^p de_2,$$

$$dN = p_{e_1} de_1 + p_{e_2} de_2,$$

де 
$$p_{e_1}^l = \frac{\partial f_l}{\partial e_1}, p_{e_2}^l = \frac{\partial f_l}{\partial e_2}, p_{e_1}^n = \frac{\partial f_n}{\partial e_1}, p_{e_2}^n = \frac{\partial f_n}{\partial e_2}, p_{e_1}^p = \frac{\partial f_p}{\partial e_1}, p_{e_2}^p = \frac{\partial f_p}{\partial e_2},$$

$$p_{e_1} = \frac{\partial \Phi}{\partial e_1} = \frac{\partial f}{\partial k_l} \cdot \frac{\partial k_l}{\partial e_1} + \frac{\partial f}{\partial k_n} \cdot \frac{\partial k_n}{\partial e_1} + \frac{\partial f}{\partial k_p} \cdot \frac{\partial k_p}{\partial e_1},$$

$$p_{e_2} = \frac{\partial \Phi}{\partial e_2} = \frac{\partial f}{\partial k_l} \cdot \frac{\partial k_l}{\partial e_2} + \frac{\partial f}{\partial k_n} \cdot \frac{\partial k_n}{\partial e_2} + \frac{\partial f}{\partial k_p} \cdot \frac{\partial k_p}{\partial e_2}.$$

Під  $de_1$  і  $de_2$  необхідно розуміти кількість факторів впливу, які передаються через контрольну поверхню системи.

У диференціальній формі запису загального рівняння фінансового стану параметри  $p_{e_1}$  і  $p_{e_2}$  визначають фактори інтенсивності системи, граничні ефективності факторів впливу на зміну:

$$p_{e_1}^l = \frac{\partial f_l}{\partial e_1} \text{ та } p_{e_2}^l = \frac{\partial f_l}{\partial e_2} \text{ – коефіцієнта ліквідності;}$$

$$p_{e_1}^n = \frac{\partial f_n}{\partial e_1} \text{ і } p_{e_2}^n = \frac{\partial f_n}{\partial e_2} \text{ – коефіцієнта платоспроможності;}$$

$$p_{e_1}^p = \frac{\partial f_p}{\partial e_1} \text{ і } p_{e_2}^p = \frac{\partial f_p}{\partial e_2} \text{ – коефіцієнта рентабельності;}$$

$$p_{e_1} = \frac{\partial f}{\partial e_1} \text{ і } p_{e_2} = \frac{\partial f}{\partial e_2} \text{ – функціональної надійності страхової компанії.}$$

Кожний фактор інтенсивності спряжений із зміною відповідного фактора впливу, а їх добуток є кількість впливу  $Q$ :  $dQ = pde$  ( $e$  – фактор впливу). При наявності кількості впливу певного параметра відбуваються зміни  $k_i$  та  $N$  у фінансовому стані страхової компанії. Тому ці зміни кількісною мірою визначають зміни параметрів фінансового стану.

Однак, слід відзначити, що кількість впливу не є властивістю фінансового стану, а є функцією самого процесу. Вона здійснюється в процесі переносу фактора впливу через контрольну поверхню. В момент закінчення процесу переносу кількість впливу припиняється. Тому знак  $d$  перед  $Q$  – не є диференціалом, а нескінченно малою кількістю впливу. Вплив неможливо тримати в системі і тому він не може змінюватись.

Фактор впливу з якісного і кількісного боку характеризує спряжену з ним економічну форму руху. Він виступає в якості кількісної міри стану страхової компанії та кількісної міри переносу через контрольну поверхню.

Потенціал  $p$  характеризує інтенсивність (швидкість) переносу фактора впливу, тобто є руховою силою цього процесу. Фактор інтенсивності є кількісною мірою швидкості процесу переносу фактора впливу через контрольну поверхню при взаємодії системи і навколишнього середовища. При цьому фактори впливу є головними (первинними) величинами, а фактори інтенсивності – вторинними (похідні властивості першого порядку). Фактори  $e$  і  $p$  – нерівнозначні (не є взаємозамінні).

У конфігураційному фінансовому просторі нескінченно малі прирости  $de_j$  ( $j = \overline{1, m}$ ) є компонентами вектора переміщення у цьому просторі, а вектори

$$\nabla f_{\lambda} = \left( \frac{\partial f_{\lambda}}{\partial e_1}, \frac{\partial f_{\lambda}}{\partial e_2} \right), \nabla f_n = \left( \frac{\partial f_n}{\partial e_1}, \frac{\partial f_n}{\partial e_2} \right), \nabla f_p = \left( \frac{\partial f_p}{\partial e_1}, \frac{\partial f_p}{\partial e_2} \right), \nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial e_1}, \frac{\partial f}{\partial e_2} \right)$$

є градієнтами відповідних показників діяльності страхової компанії. перпендикулярні до відповідної гіперповерхні в досліджуваній точці поверхні і характеризують напрям та величину найбільшої зміни показника.

Необхідні умови існування екстремуму функції в деякій точці  $(e_{10}, e_{20})$  конфігураційного простору визначаються із одночасної рівності нулю частинних похідних першого порядку в цій точці. Тому для знаходження точок рівноваги необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$\frac{\partial k_i}{\partial e_1} = 0 \text{ і } \frac{\partial k_i}{\partial e_2} = 0.$$

У точках рівноваги градієнти відповідних показників діяльності страхової компанії дорівнюють нулю. Для кожного із показників  $k_i$  та  $N$  системи стаціонарні точки будуть різними.

Достатні умови існування екстремуму функції в стаціонарній точці  $(e_{10}, e_{20})$  визначаються шляхом проведення аналізу над гессіаном  $\det H_i(e_{10}, e_{20})$  і

$$A(e_{10}, e_{20}) = \frac{\partial^2 f_i(e_{10}, e_{20})}{\partial e_1^2}.$$

Елементами гессіана другого порядку є частинні похідні другого порядку від показників системи:

$$\frac{\partial^2 f(e_1, e_2)}{\partial e_1^2} = \frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_1}, \frac{\partial^2 f(e_1, e_2)}{\partial e_2^2} = \frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_2}, \frac{\partial^2 f(e_1, e_2)}{\partial e_1 \partial e_2} = \frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_2}, \frac{\partial^2 f(e_1, e_2)}{\partial e_2 \partial e_1} = \frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_1}.$$

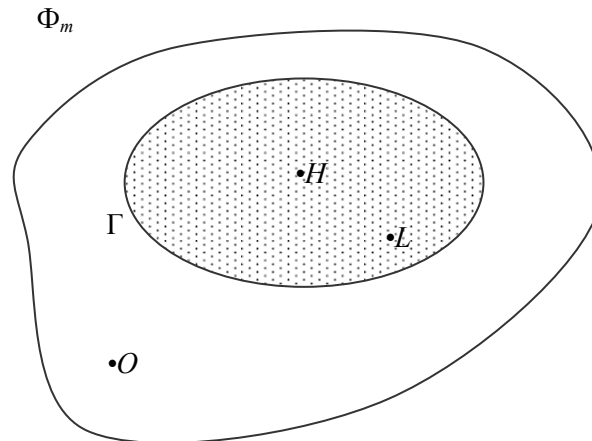
Величини першого типу  $\frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_1}$  і  $\frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_2}$  є основними коефіцієнтами і характеризують вплив відповідного фактора на спряжений з ним фактор інтенсивності. Величини другого типу  $\frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_2}$  і  $\frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_1}$  є коефіцієнтами взаємності. Вони визначають вплив заданого фактора на неспряжений з ним фактор інтенсивності. Це коефіцієнти взаємодії між факторами впливу, що характеризують кількісну сторону взаємного впливу.

Як основні коефіцієнти, так і коефіцієнти взаємності фінансового стану страхової компанії  $\frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_1}$ ,  $\frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_2}$ ,  $\frac{\partial p_{e_1}}{\partial e_2}$  і  $\frac{\partial p_{e_2}}{\partial e_1}$  характеризують здатність опору страхової компанії до впливу відповідних факторів. Вони вказують на наповненість системи заданим фактором. Коефіцієнти фінансового стану визначають якісну міру страхової компанії.

**Висновки.** Визначенням екстремальних точок на вказаних вище гіперповерхнях коефіцієнтів фінансового стану:

$$\begin{aligned} k_l &= f_l(M) = f_l(e_1, e_2, \dots, e_m), \\ k_n &= f_n(M) = f_n(e_1, e_2, \dots, e_m), \\ k_p &= f_p(M) = f_p(e_1, e_2, \dots, e_m), \end{aligned}$$

і функціональної надійності компанії  $N = f(k_l, k_n, k_p) = \Phi(e_1, e_2, \dots, e_m)$  процес дослідження економіко-математичного простору страхової компанії не вичерпується. Знаходячись в деякому околі точки рівноваги (нестійкої або сідлоподібної), страхова компанія може характеризуватися «високою фінансовою надійністю», «низькою фінансовою надійністю» або «ненадійністю».



**Рис.2.** Фінансова надійність у конфігураційному фінансовому просторі страхової компанії.

У конфігураційному фінансовому просторі системи  $\Phi_m$  виділяється деяка область  $\Gamma$ , конфігураційні точки якої будуть відповідати стану високої (H) та низької (L) фінансової надійності компанії, а межа області  $\Gamma$  – стану фінансової ненадійності. Поза фінансовою ненадійністю у конфігураційному просторі будуть стани (O), в яких компанія перестав функціонувати.

**Використана література**

1. Вейник А.И. Термодинамика реальных процессов. – Мн.: «Навука і техника», 1991. - 576 с.
2. Демчишин О. До питання про виробничу функцію /О. Демчишин// Галицький економічний вісник. – 2008. – № 6 (21). – С. 100-104.
3. Малинич Г. Фінансова надійність страхової компанії як об'єкт статистичного дослідження /Г. Малинич// Галицький економічний вісник. – 2008. – № 1 (16). – С. 128-131.
4. Основи актуарних розрахунків: Навчально-методичний посібник /За ред. чл. Українського товариства актуаріїв І.О. Ковтуна. – К.: Алерта, 2004. – 328 с.
5. Р. Фейнман. Статистическая физика: Пер. с англ. Н.М. Плакиды и Ю.Г. Рудого. Под ред. проф. Д.Н. Зубарева – М.: изд. «Мир», 1978. – 408 с.
6. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. 1. – М.: изд. «Наука», гл. ред. физ.-мат. л-ры, 1974. - 480 с.