

УДК 681.321

Л. Ліщинська, канд. техн. наук

Вінницький національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ІМПЕДАНСУ НА БАЗІ ТРИПОЛЮСНИКА

Резюме. Для розширення функціональних можливостей узагальненого перетворювача імпедансу розроблено його математичну модель на базі триполюсника, яка забезпечує визначення необхідних і достатніх умов, за яких цей триполюсник можна використовувати для реалізації УПН; встановлення однозначної аналітичної залежності перетвореного імпедансу $W_{вих}$ від перетворених $W_{Г1,2}$ імпедансів; визначення запасу стійкості; встановлення граничних значень перетвореного імпедансу, які досягаються з використанням триполюсника залежно від перетворених імпедансів.

Ключові слова: імпеданс, узагальнений перетворювач імпедансу, триполюсник.

L. Lishchinskaya

MATHEMATICAL MODEL OF THE GENERALIZED TRANSFORMER OF IMPEDANCE ON BASIS THREEPOLER

The summary. For expansion of functional possibilities of the generalized transformer of impedance his mathematical model is developed on a base threepoler, what provides determination of necessary and sufficient terms at which this threepoler can be used for realization of GTIn; determination of synonymous analytical dependence of regenerate impedance of W_{out} from transformed $W_{Г1,2}$ impedance; determination of supply of firmness; determination of maximum values of regenerate impedances, which are arrived at with the use threepoler depending on transformed impedances.

Key words: impedance, generalized transformer of impedance, threepoler.

УПН – узагальнений перетворювач імпедансу;

УПН_N – багатополісний узагальнений перетворювач імпедансу.

Вступ. Узагальнений перетворювач імпедансу (УПН) – це чотириполюсник (вхідний $W_{вх}$; (вихідний – $W_{вих}$), перетворений імпеданс якого залежить від перетвореного імпедансу навантаження $W_{н}$ (генератора $W_{Г}$) [1]. Його використовують при створенні різних інформаційних пристроїв [2–4] (фільтрів, амплітудно- і фазочастотних коректорів, імпедансних логічних схем, сенсорів тощо). Розширити функціональні можливості УПН можна шляхом реалізації їх на базі N-полюсників (багатополісних УПН_N), використовуючи залежність перетвореного імпедансу $W_{вих}$ від кількох перетворених імпедансів $W_{Гi}$. Такі УПН_N назвемо багатопараметричними УПН_N. Найпростішим багатопараметричним УПН_N, який може бути базовою ланкою складніших УПН_N, є УПН_N на базі триполюсника, що робить актуальними його дослідження.

Постановка задачі. Для ефективного використання УПН_N на базі триполюсників різної фізичної природи виникає завдання розроблення їх математичної моделі, що забезпечує:

- визначення необхідних і достатніх умов, за яких даний триполюсник можна використовувати для реалізації УПН_N;
- встановлення однозначної аналітичної залежності перетвореного імпедансу $W_{вих}$ від перетворених $W_{Г1,2}$ імпедансів;
- визначення запасу стійкості;
- встановлення граничних значень перетвореного імпедансу, які досягаються з використанням даного триполюсника, залежно від перетворених імпедансів.

Формулювання граничних умов. Вважаємо, що для реалізації УПН використовують триполюсник, в якому відсутні задаючі джерела і початкові умови нульові. Триполюсник є квазілінійним, що забезпечується вибором настільки малої потужності сигналу, при якій параметри триполюсника не залежать від його величини [4]. Двополюсники, що реалізують перетворювані імітанси W_{Gi} , є пасивними. При цьому відсутні обмеження по частоті і внутрішній фізичній структурі триполюсника.

Обґрунтування математичної моделі. При розробленні математичної моделі виходимо з положення досягнення найкращого компромісу між двома суперечливими вимогами: достатньо високого ступеня точності відображення реальних процесів і максимальної простоти й точності як самої моделі, так і способів визначення її початкових параметрів.

Виходячи з цього, вибираємо у якості задаючих параметрів струми I_i гілок триполюсника, а вузлові напруги U_i відлічуємо від деякого базисного вузла (спільної шини), вибраного поза схемою (рис. 1а).

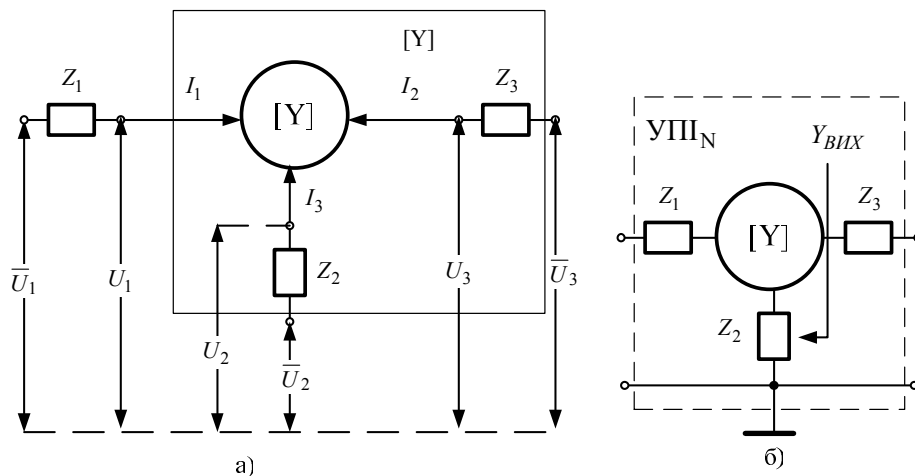


Рис. 1. Узагальнений триполюсник з опорами Z_i у ланцюгу кожного полюса (а) і двопараметричний УПН на базі триполюсника (б)

Такий вибір базисного вузла ставить все полюси в рівноцінне положення і триполюсник описується системою рівнянь, симетричною відносно всіх полюсів даного триполюсника,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де Y_{ij} – елементи особливої (невизначеної) матриці провідності триполюсника.

Визначимо необхідні умови, за яких цей триполюсник можна використовувати для реалізації УПН.

При ввімкненні послідовно з кожним полюсом триполюсника опору Z_i система рівнянь (1) набуде до вигляду

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_{11} & \overline{Y}_{12} & \overline{Y}_{13} \\ \overline{Y}_{21} & \overline{Y}_{22} & \overline{Y}_{23} \\ \overline{Y}_{31} & \overline{Y}_{32} & \overline{Y}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \\ \overline{U}_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $\overline{U}_1 = U_1 - Z_1 I_1$; $\overline{U}_2 = U_2 - Z_2 I_2$; $\overline{U}_3 = U_3 - Z_3 I_3$;

\bar{Y}_{ij} – параметри невизначеної матриці триполюсника з урахуванням увімкнення опорів Z_i у ланцюг кожного полюса.

У випадку, коли $\bar{U}_2 = 0$, утворюється 2-х параметричний УПН вигляду, зображено на рис. 1б, що описується рівнянням

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{13} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_3 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Вважаючи $Z_1 = 1/Y_1$ в якості першого перетворюваного імітансу, при $Z_3 = 0$, перетворений імітанс буде дорівнювати

$$\bar{Y}_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}31} = \bar{Y}_{33} - \frac{\bar{Y}_{13}\bar{Y}_{31}}{\bar{Y}_{11} + Y_1} = \frac{\Delta + \bar{Y}_{33}Y_1}{\bar{Y}_{11} + Y_1}, \quad (4)$$

де $\Delta = \bar{Y}_{33}\bar{Y}_{11} - \bar{Y}_{31}\bar{Y}_{13}$.

З (4) випливає, що для того, аби чотириполюсник (рис. 1б) мав властивості УПН, необхідно виконання умов

$$\bar{Y}_{13} \neq 0, \bar{Y}_{31} \neq 0. \quad (5)$$

З урахуванням співвідношень

$$\bar{Y}_{13} = Y_{13} - Y_{12}Y_{23}Z_2 / (1 + Y_{22}Z_2);$$

$$\bar{Y}_{31} = Y_{31} - Y_{32}Y_{21}Z_2 / (1 + Y_{22}Z_2),$$

ці умови справедливі при виборі другого перетворюваного імітансу Z_2 з урахуванням нерівностей

$$Z_2 \neq Y_{13}/\Delta_1; Z_2 \neq Y_{31}/\Delta_3; \quad (6)$$

$$\Delta_1 = Y_{13}Y_{22} - Y_{12}Y_{23};$$

де

$$\Delta_3 = Y_{31}Y_{22} - Y_{32}Y_{21}.$$

Визначимо умови, за яких УПН, що розглядається, має властивості конвертора імітансу.

За визначенням ця умова буде виконуватись, коли перетворений імітанс $Y_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}$ буде залежити прямопропорційно від перетворюваного імітансу. З урахуванням цього, з аналізу (4) знаходимо умову $Y_1 \ll \bar{Y}_{11}$, яка забезпечує реалізацію властивості конвертора по першому каналу.

Якщо $Z_1 \ll Y_{33}/\Delta$, чотириполюсник, що розглядається, буде мати властивості ідеального конвертора імітансу, тобто коефіцієнт перетворення імітансу $T_{K0} = Y_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}13}/Y_1 = \bar{Y}_{33}/\bar{Y}_{11}$ не буде залежити від перетворюваної провідності Y_1 .

Визначимо умови, за яких УПН, що розглядається, має властивості інвертора імітансу.

За визначенням ця умова виконується, коли перетворений імітанс $Y_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}$ буде залежити зворотнопропорційно від перетворюваного імітансу. З урахуванням цього, з аналізу (4) знаходимо умову $Z_1 \gg \bar{Y}_{33}/\Delta$, яка забезпечує реалізацію властивості інвертора по першому каналу.

Якщо $\bar{Y}_{11} \ll Y_1$, тоді $Y_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}^I = \Delta/Y_1$, де $\Delta = T_{I0}$ відповідає коефіцієнту інверсії ідеального УПН.

Таким чином, для реалізації ідеального інвертора провідності на базі УПН_N необхідне виконання умови $\bar{Y}_{11} \ll Y_1 \ll \bar{\Delta Y}_{33}$. Аналогічно можна отримати умови реалізації конверсії та інверсії провідності $Y_2 = 1/Z_2$ по другому каналу $Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{\delta}23}$.

Характерними параметрами УПН, які визначають математичну модель, є [5]:

- внутрішній інваріантний коефіцієнт стійкості

$$\hat{E}_{\hat{o}\hat{a}} = \frac{\operatorname{Re} W_{11} \operatorname{Re} W_{22} - \operatorname{Re}(W_{12} W_{21})}{|W_{12} W_{21}|}, \quad (7)$$

- максимально-досяжний коефіцієнт передавання потужності на межі стійкості

$$K_{ms} = |W_{21}/W_{12}|; \quad (8)$$

- мінімально-досяжне значення дійсної складової перетвореного імітансу

$$\operatorname{Re} W_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{\delta}.min} = |W_{12} W_{21}| (1 - K_{\hat{o}\hat{a}}) / 2 \operatorname{Re} W_{22}; \quad (9)$$

- параметри імітансного кола:

- радіус $\rho_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{\delta}} = |W_{12} W_{21}| / 2 \operatorname{Re}(W_{11} + W_{\hat{A}})$; (10)

- координати центра $W_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{\delta}.0} = W_{22} - W_{12} W_{21} / 2 \operatorname{Re}(W_{11} + W_{\hat{A}})$; (11)

Для отримання аналітичних виразів, що описують ці параметри через Y-параметри триполюсника і перетворювані опори Z_1 і Z_2 , запишемо матрицю провідності двопараметричного УПН_N (рис. 1б) у вигляді [6]

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{y_{11} + Z_2 \Delta y}{1 + Z_2 \sum y}; & Y_{12} &= \frac{y_{13} - Z_2 \Delta y}{1 + Z_2 \sum y}; \\ Y_{21} &= \frac{y_{31} - Z_2 \Delta y}{1 + Z_2 \sum y}; & Y_{22} &= \frac{y_{33} + Z_2 \Delta y}{1 + Z_2 \sum y}, \end{aligned} \quad (10)$$

де $\Delta y = y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$; $\sum y = y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$.

Підставляючи (10) в (7–11), знаходимо

$$\hat{E}_{\hat{o}\hat{a}} = \frac{\operatorname{Re}(y_{11} + Z_2 \Delta y) \operatorname{Re}(y_{33} + Z_2 \Delta y) - \operatorname{Re}[(y_{13} - Z_2 \Delta y)(y_{31} - Z_2 \Delta y)]}{|(y_{13} - Z_2 \Delta y)(y_{31} - Z_2 \Delta y)|}. \quad (11)$$

З (11) випливає, що $\hat{E}_{\hat{o}\hat{a}}$ не залежить від першого перетворюваного опору Z_1 , а при $Z_2 \rightarrow 0$ прагне до величини

$$\hat{E}_{\hat{o}\hat{a}}(Z_2 \rightarrow 0) = \frac{\operatorname{Re} y_{11} \operatorname{Re} y_{33} - \operatorname{Re}(y_{31} y_{13})}{|y_{31} y_{13}|}.$$

Аналогічно, величина

$$K_{ms} = \left| \frac{y_{31} - Z_2 \Delta y}{y_{13} - Z_2 \Delta y} \right|; \quad (12)$$

також не залежить від Z_1 , а при $Z_2 = 0$

$$K_{ms}(Z_2 = 0) = |y_{31}/y_{13}|.$$

Це характерно і для значення

$$\operatorname{Re} Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{\delta}.min} = \frac{|(y_{13} - Z_2 \Delta y) \operatorname{Re}(y_{31} - Z_2 \Delta y)| (1 - K_{\hat{o}\hat{a}}) \operatorname{Re}(1 + Z_2 \sum y)}{(1 + Z_2 \sum y)^2 2 \operatorname{Re}(y_{33} - Z_2 \Delta y)}, \quad (13)$$

яке мінімальне при $Z_2 = y_{33}/\Delta y$. При $Z_2 = 0$ маємо

$$\operatorname{Re} Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}.min}(Z_2 = 0) = |y_{13}y_{31}|(1 - K_{\hat{o}\hat{a}})/2 \operatorname{Re} y_{33}.$$

Параметри імітансного кола $\rho_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}}$ і $Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}.0}$, що описують усю можливу область значень перетворюваного імітансу, за умови $\operatorname{Re} Z_1 = 0$ дорівнюють

$$\rho_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}} = \frac{|(y_{13} - Z_2\Delta y)(y_{31} - Z_2\Delta y)|}{(1 + Z_2 \sum y)^2} \operatorname{Re} \frac{Z_1(1 + Z_2 \sum y)}{1 + Z_1(y_{11} + Z_2 \sum y)}; \quad (14)$$

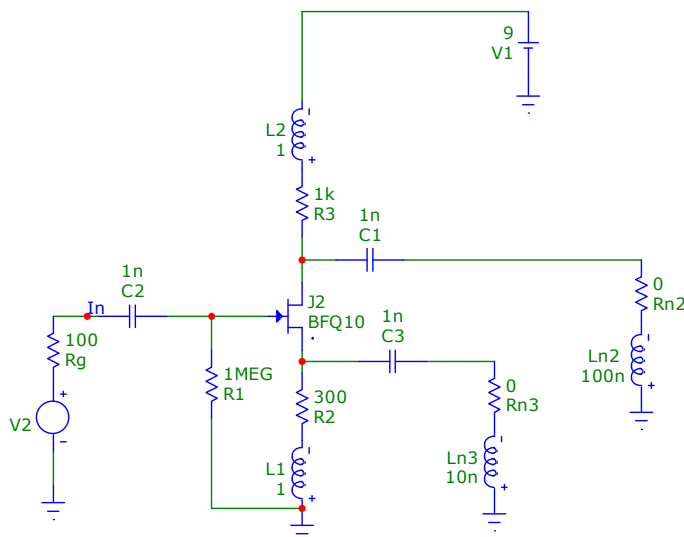
$$\rho_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}}(Z_2 = 0, \operatorname{Re} Z_1 = 0) = \frac{|y_{13}y_{31}|}{2 \operatorname{Re} y_{11}},$$

$$Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}.0} = \frac{y_{33} + Z_2\Delta y}{1 + Z_2 \sum y} - \frac{(y_{13} - Z_2\Delta y)(y_{31} - Z_2\Delta y)}{(1 + Z_2 \sum y)^2} \operatorname{Re} \frac{Z_1(1 + Z_2 \sum y)}{1 + Z_1(y_{11} + Z_2 \sum y)}; \quad (15)$$

$$Y_{\hat{a}\hat{e}\hat{o}.0}(Z_2 = 0, \operatorname{Re} Z_1 = 0) = y_{33} - \frac{y_{13}y_{31}}{2 \operatorname{Re} y_{11}}.$$

Система рівнянь (3, 4, 11-15) утворює математичну модель двопараметричного УПН на базі довільного триполюсника і дозволяє дослідити його властивості при використанні будь-якого виду квазілінійного триполюсника без залежності від діапазону частот.

Експериментальна перевірка коректності розробленої моделі. З метою перевірки коректності розробленої математичної моделі двопараметричного УПН на базі триполюсника використано польовий транзистор BFQ10, який увімкнено за схемою зі спільним витокком, між витокком і загальною шиною увімкнено перший перетворюваний імітанс $Z_{n3} = R_{n3} + j\omega L_{n3}$, між стоком і загальною шиною увімкнено другий перетворюваний імітанс $Z_{n2} = R_{n2} + j\omega L_{n2}$ (рис. 2).



Параметри моделі транзистора: .MODEL BFQ10 NJF (AF=500.080287M BETA=1.471968M CGD=1.874651P CGS=4.822149P + IS=10F KF=.001553397F LAMBDA=1M PB=1.262819 RS=2.886049 VTO=-1.847154)

Рис. 2. Принципова електрична схема моделювання двопараметричного УПН на базі польового транзистора

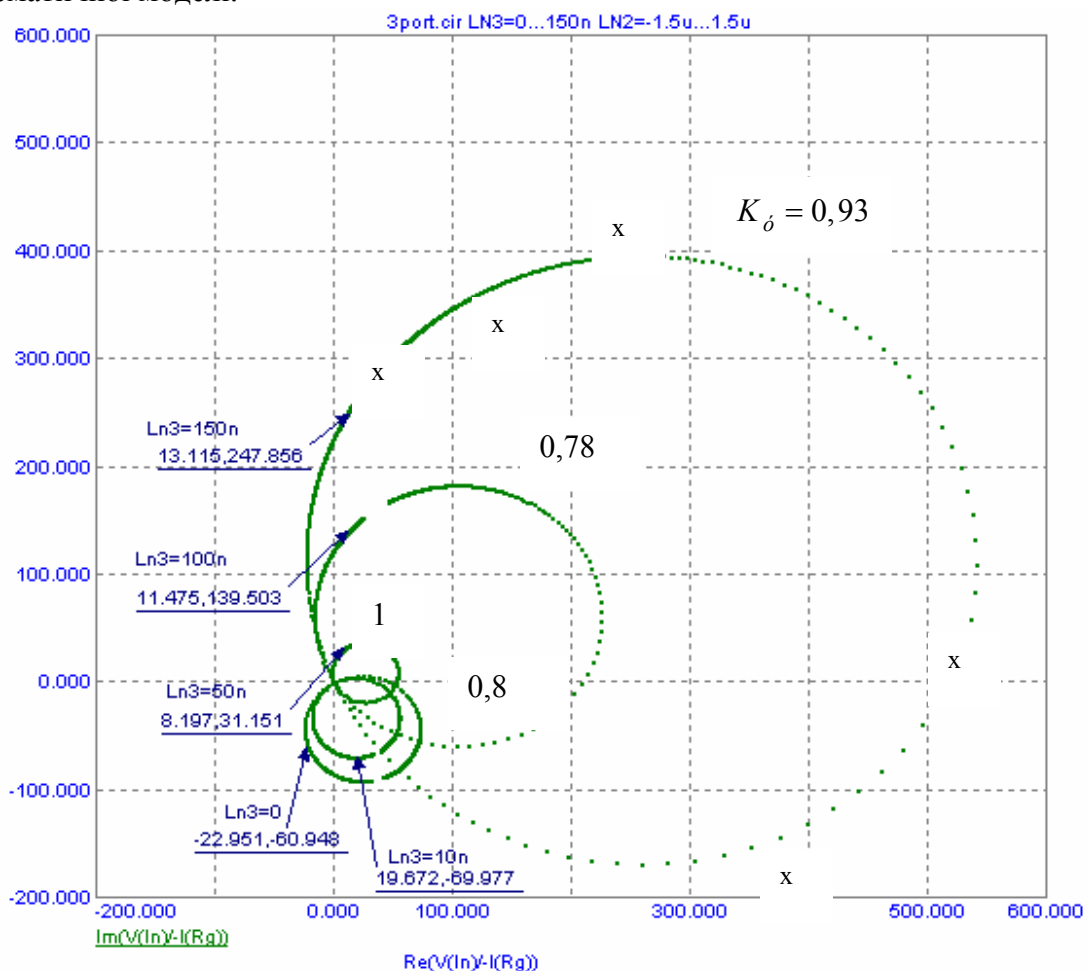
Ланцюги живлення забезпечують роботу транзистора в активній області. Вимірювання перетвореного імітансу проведено між затвором і загальною шиною за

допомогою експериментальної установки на базі коаксіальної вимірювальної лінії P1-17. Вибір вимірювальної лінії, у порівнянні з використанням, наприклад, фазового вольтметра ФК2-12 або автоматичного вимірювача комплексних коефіцієнтів передавання R4-11, зумовлений забезпеченням більш високої точності вимірювань. На частоті вимірювання 400МГц похибка вимірювання як активної, так і реактивної складової перетвореного опору не перевищує 10% [7].

На рис. 3 представлені результати чисельного моделювання двопараметричного УПН, що досліджується, у вигляді перетворених імітансних кіл залежно від перетворюваних імітансів Z_{n2} і Z_{n3} . На цих же графіках позначено експериментальні точки «х».

Вибір для експериментальних досліджень імітансних кіл зумовлений тим, що вони дозволяють також оцінити параметри $K_{\delta} = \rho_{\delta} / \text{Re} Z_{\delta} \cdot \text{Re} W_{\delta} \cdot \min$.

Порівняння результатів чисельного моделювання і натурального експерименту показали розбіжності їх не більше 15%, що вказує на коректність розробленої математичної моделі.



Частота 400МГц, $X_{n2} = -3,768\text{кОм} \dots 3,768\text{кОм}$ з кроком 10 Ом. $R_{n3} = 0$, $X_{n3} = 0, 10\text{нГн}, 50\text{нГн}, 100\text{нГн}, 50\text{нГн}$
 Рис. 3. Залежність складових перетвореної провідності схеми рис. 2. від перетворюваних імітансів Z_{n2} і

Z_{n3}

Висновки

1. Встановлено однозначну аналітичну залежність між параметрами невизначеної матриці провідності триполюсника, параметрами матриці провідності УПН та його основними параметрами, яка складає математичну модель УПН.

2. Необхідними та достатніми умовами, за яких на базі триполюсника може бути реалізований двопараметричний УПН є $Z_2 \neq y_{13} / \Delta_1$; $Z_3 \neq y_{31} / \Delta_3$.

3. Коли $Z_1 \ll y_{33}/\Delta$, забезпечується конверсія провідності $Y_1 = 1/Z_1$, а при $Z_1 \gg y_{33}/\Delta$ – її інверсія. Для реалізації ідеального інвертора провідності необхідно забезпечити виконання умов $\bar{Y}_{11} \ll Y_1 \ll \Delta/\bar{Y}_{33}$.

Література

1. Філінюк М. А. Аналіз і синтез інформаційних пристроїв на базі потенційно-нестійких узагальнених перетворювачів імітансу: монографія / М. А. Філінюк. – Вінниця: ВДТУ, 1998. – 85 с.
2. Филановский И. М. Схемы с преобразователями сопротивлений / И. М. Филановский, А. Ю. Персианов, В. К. Рыбин. – Л.: Энергия, Ленингр. отд., 1973. – 192 с.
3. A compact LTCC bandpass filter using resonators loaded with spiral-shaped open-circuited stubs / K.-H. Park, H.-S. Song, Y.-S. Lee, Y.-C. Jeong // Microwave Journal. – 2005. – Vol. 48, № 10. – P. 128–134.
4. Сигорский В. П. Основы теории электронных схем / В. П. Сигорский, А. И. Петренко. – К. : Техника, 1967. – 609 с.
5. Філінюк М. А. Інформаційні пристрої на основі потенційно-нестійких багатоелектродних напівпровідникових структур Шотткі: монографія / М. А. Філінюк, О. М. Куземко, Л. Б. Ліщинська. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 274 с. – ISBN 978-966-641-332-4.
6. Транзисторы. Параметры, методы измерений и испытаний / Под ред. И.Г. Бергельсона, Ю.А. Каменецкого, И.Ф. Николаевского. – М.: Советское радио, 1968. – 504 с.
7. Філінюк М. А. Метрологічні основи негatronіки: монографія / М. А. Філінюк, Д. В. Гаврилов. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 188 с. – ISBN 966-641-168-7.

Отримано 21.06.2010 р..