

Забитівський В.П., Тимків П.О.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,  
кафедра Біотехнічних систем

ОБГРУНТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ  
ЕЛЕКТРОРЕТИНОСИГНАЛУ НА ОСНОВІ РІЗНИЦЕВОГО РІВНЯННЯ  
ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Для оцінювання стану зорового аналізатора застосовують електроретинограму (ЕРГ) – відібраний та опрацьований електричний потенціал сітківки ока, спричинений дією світлового подразнення [1]. Інтенсивність світлового подразнення знаходиться в межах від 0,01 до 30 Кд·с/м<sup>2</sup> [2]. Проте при визначенні за допомогою ЕРГ нейротоксикації організму така інтенсивність випромінювання є зовеликою, оскільки при наднизьких інтенсивностях проявляється вплив нейротоксикації організму на реакцію сітківки ока на подразнення. Тому застосовується квантова електро-ретинографія, де інтенсивність випромінювання складає 10<sup>-3</sup> – 10<sup>-4</sup> Кд·с/м<sup>2</sup> [3]. При такому рівні інтенсивності, амплітуда електроретиносигналу (ЕРС) в порівнянні з амплітудою шумів, завад та результатів електричної діяльності інших органів є дуже низькою. Для вирішення проблеми виділення сигналу із суміші стандартом ISCEV 120:111–119 рекомендується застосування смугового фільтру від 75-100 Гц до 300 Гц. Проте і його застосування є малоефективним, тому для виділення сигналу із суміші застосовують фільтр Калмана [4]. Для побудови фільтру Калмана, необхідно застосувати певну математичну модель електроретиносигналу. На даний час існує декілька підходів до моделювання ЕРС – детермінований і стохастичний. Результати огляду відомих моделей показали, що найпростіші методи опрацювання ґрунтуються на дослідженні амплітудно-часових характеристик екстремальних точок ЕРС. За математичну модель в такому випадку використано детерміновану функцію, яка описує ЕРС у межах одного періоду (Яворський Б.І., Юзьків А.В.). Значною мірою наведений детермінований підхід удосконалено при використанні

стохастичного підходу щодо побудови математичної моделі ЕРС, що висвітлюється в роботах Ткачука Р.А., Паламара М.І., Рілко А.Д. Математичною моделлю ЕРС у цих роботах вважають лінійний випадковий процес та адитивну суміш детермінованої і випадкової складових. Існує ряд наукових робіт, в яких електроретиносигнал (електроретинограма) апроксимується за допомогою відомих та добре описаних математичних функцій: ортонормованими поліномами Чебишева, Кравчука, Лагера [5]; гармонійними коливаннями — синусоїдами [6]. Однак при побудові математичної моделі електроретиносигналу, слід зауважити те, що вихідні параметри моделі ЕРС повинні бути вхідними параметрами при побудові фільтру Калмана.

Оскільки ЕРС є зникаючим коливаннями, то ЕРС адекватно моделюється функціями, що є розв'язками лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку з постійними коефіцієнтами.

Оскільки оцінювання ЕРГ здійснюється обчислювальними методами, то представимо її розв'язком різницевого рівняння:

$$\xi_n = b_2 S_{n-2} + b_1 S_{n-1} + S_n \quad (1)$$

де  $\xi_n$  — математична модель світлового збурення сітківки, значення коефіцієнтів  $b_1$ ,  $b_2$  та початкові значення  $S_{-1}$ ,  $S_{-2}$  визначають параметри ЕРГ (амплітуди хвиль, швидкість їх заспокоєння) [7]. У просторі змінних стану, рівняння (1) набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} Y_{m-1} = AY_n + B\Xi_n \\ X_n = CY_n + D\Xi_n + \eta_n \end{cases} \quad (2)$$

де, у термінах калманівської фільтрації:  $Y_n$  — вектор стану ЕРГ;  $\Xi_n$  — вектор входу;  $A$  — матриця стану;  $B$  — матриця входу;  $C$  — матриця виходу (спостереження);  $D$  — матриця впливу виходу на спостереження [8].

Для визначення вектора стану ЕРГ, проведемо в рівнянні (1) заміну  $S_{n-1} = y_n$ ,  $S_{n-2} = y_{n-1}$ . З отриманої системи рівнянь можна визначити, що:

$$Y_{m-1} = \begin{bmatrix} S_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix}; \quad \Xi_n = \begin{bmatrix} \xi_n \\ 0 \end{bmatrix}; \quad Y_n = \begin{bmatrix} S_n \\ y_n \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & b_1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

Рівняння  $X_n = CY_n + D\xi_n$  із системи рівнянь (2) набуде вигляду:

$$x_n = |1 \ 0| \cdot \begin{vmatrix} S_n \\ y_n \end{vmatrix} + |\eta_n| \quad (4)$$

Отже, необхідність застосування фільтру Калмана для виділення ЕРС із суміші сигналу та шуму, обумовлює побудову математичної моделі ЕРС на основі різницевого рівняння другого порядку.

Література:

1. Ткачук Р. А. Оптимальна обробка електроретиносигналу для визначення форми електроретинограми / Р.А. Ткачук // Вимірювальна техніка та метрологія. — 2009. — № 70. — С. 9 – 13.

2. ISCEV Standard for full-field clinical electroretinography [Текст]: [міжнародний стандарт: офіц. текст: за станом на 24 жовтня 2008 року]. — Springer-Verlag, 2008. — 9 с. — DOI 10.1007/s10633-008-9155-4

3. Ткачук Р. А. Устройство возбуждения сетчатки глаза для фотонной электроретинографии / Р.А.Ткачук, Б.И. Яворский // 20-я Международная конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». — 2010. — С. 128 – 133.

4. Ткачук Р. Метод побудови біотехнічної системи для оцінювання електроретинограм з підвищеними вірогідністю та ефективністю / Р. Ткачук, Б. Яворський // Вісник ТДТУ. — 2009. — Том 14. — № 3. — С. 102-110. — (приладобудування та інформаційно-вимірювальні технології).

5. Мацюк, О.В. Система для діагностики захворювань зорового аналізатора [Текст]: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.11.16 / Мацюк Олександр Васильович; Київський національний авіаційний університет. — К., 2001. — 23 с.

6. Хвостівський М.О. Математична модель електроретинографічного сигналу / М.О. Хвостівський, Г.М. Шадріна // Вісник Хмельницького національного технологічного університету – Хмельницький: ХНУ, 2007. — № 2. — С.103 – 106.

7. Ткачук Р.А. Метод побудови оптимальної обробки електроретиносигналу та оцінювання вірогідності її результату / Р.А. Ткачук //

Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2008. — № 2. — С. 156 – 162.

8. Яворский Б.И. Взаимосвязь между представлением цифрового рекурсивного резонатора в частотной области и пространстве состояния / Б.И. Яворский // Автоматизация производственных процессов. — 1989. — № 28. — С. 151 – 155.

e-mail: [t\\_pavlo\\_o@ukr.net](mailto:t_pavlo_o@ukr.net)