

ПОШИРЕННЯ ТРІЩИН ТЕРМОВТОМИ У ТІЛАХ ІЗ БІМАТЕРІАЛУ

Г.Т. Сулим¹, О.П. Ясній², Я.М. Пастернак³

¹ Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

² Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

³ Луцький національний технічний університет, Україна

Abstract. This study presents an extensive research on fatigue crack paths in anisotropic thermoelastic bimaterial plates under cyclic thermal loading. Since new boundary integral equations for bimaterial solids are utilized, no internal cells are required. Therefore, the crack growth is modeled with addition of boundary elements at crack tips. Several new problems are considered, both crack paths and stress intensity factors are analyzed.

Сучасні конструкції, машини, механізми та прилади, як правило, проектують для роботи в широкому діапазоні температур, щоб забезпечити можливість їхнього використання за різних погодних умов і навіть у різних кліматичних зонах. Крім того, для їхнього виготовлення все частіше застосовують анізотропні, зокрема й композиційні, матеріали чи складні шаруваті структури, що дають можливість зменшити вагу виробу, надавши при цьому його елементам бажаних фізико-механічних властивостей у заданих напрямках. Це істотно підвищує якість та функціональність продукції, проте висуває високі вимоги до використовуваних моделей розрахунку її витривалості, надійності та довговічності, що повинні забезпечувати врахування різних типів навантажувальних чинників, структурної неоднорідності та анізотропії матеріалів окремих складових частин. Зокрема, вивчення термовтоми таких кусково-однорідних матеріалів і визначення їхнього ресурсу є істотними при проектуванні сучасних електронних виробів [1].

Основним завданням при визначенні довговічності виробів є вивчення розвитку втомних дефектів. На цей час здійснено широкий обсяг досліджень розвитку втомних тріщин в ізотропних та анізотропних тілах за дії механічних навантажень. Проте вплив термовтоми на анізотропні матеріали залишається все ще надто мало вивченим. Більшість дослідників описує циклічне теплове навантаження за допомогою еквівалентного механічного [2], що зазвичай надто грубо окреслює процеси, які перебігають у термопружних матеріалах.

Тому у цій роботі досліджено коефіцієнти інтенсивності напружень і траєкторії просування втомних тріщин у скінченних кусково-однорідних пластинках, виготовлених із анізотропних матеріалів. В основу числово-аналітичного підходу покладено нещодавно розроблений граничноелементний метод функцій стрибка [3], що дає можливість вивчати термопружні анізотропні тіла з біматеріалу із використанням розбиття лише межі тіла та поверхні (лінії) тріщиновидного дефекту. Це дає можливість ефективно моделювати підростання тріщин термовтоми за дії циклічного теплового навантаження методом покрокового додавання до попередньої сітки граничних елементів відповідної довжини у вершинах дефекту.

Формулювання та схема розв'язування задачі. Розглянемо плоску задачу термопружності лінійно анізотропного кусково-однорідного тіла (пластинки), що складається із двох матеріалів з прямолінійною межею їхнього поділу, поєднаних між собою із забезпеченням умов ідеального механічного та теплового контакту. Лицьові поверхні пластинки вважаються теплоізолюваними. Тіло містить тріщину деякої початкової довжини, що під час циклічного навантажування починає зростати, доки не досягне критичного розміру і пластинка зруйнується. На межі пластинки та поверхнях тріщини задані певні теплові та механічні крайові умови, що забезпечують квазістатичний розв'язок задачі на кожному циклі втомного навантажування.

Відповідно до [3] сформульовані плоскі задачі теплопровідності та термопружності зводяться до розв'язування таких крайових інтегральних рівнянь для визначення плоского температурного поля

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\Sigma\theta(\mathbf{y}) &= \int_{\Gamma} \Theta^{*bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma h_n(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} H^{*bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta\theta(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}), \\ \frac{1}{2}\Delta h_n(\mathbf{y}) &= n_i^+(\mathbf{y}) \left[\int_{\Gamma} \Theta_i^{**bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma h_n(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} H_i^{**bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta\theta(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) \right]\end{aligned}\quad (1)$$

та результуючих механічних полів

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\Sigma u_i(\mathbf{y}) &= \int_{\Gamma} U_{ij}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma t_j(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} T_{ij}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta u_j(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \\ &+ \int_{\Gamma} R_i^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta\theta(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma} V_i^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma h_n(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}), \\ \frac{1}{2}\Delta t_i(\mathbf{y}) &= n_j^+(\mathbf{y}) \left[\int_{\Gamma} D_{ijk}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma t_k(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} S_{ijk}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta u_k(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \right. \\ &\left. + \int_{\Gamma} Q_{ij}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta\theta(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma} W_{ij}^{bm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Sigma h_n(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) \right],\end{aligned}\quad (2)$$

де \mathbf{x}, \mathbf{y} – точки інтегрування та колокації, відповідно; $\Sigma(\square) = (\square)^+ + (\square)^-$, $\Delta(\square) = (\square)^+ - (\square)^-$; h_i – компоненти вектора густини теплового потоку; u_i – компоненти вектора переміщень; θ – зміна температури порівняно з відліковою; $t_i = \sigma_{ij} n_j$ – компоненти вектора напружень; $\Sigma h_n = h_i^+ n_i^+ + h_i^- n_i^-$; n_j^\pm – компоненти вектора нормалей \mathbf{n}^\pm до поверхонь Γ^\pm ; $\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}^+ = -\mathbf{n}^-$; $d\Gamma$ – дійсний диференціал дуг $\Gamma = \bigcup_j \Gamma_j$, що моделюють розрізи (тріщини) та межу тіла. Усі ядра інтегральних співвідношень (1), (2) отримані у компактній замкнутій формі у роботі [3].

Потрібно наголосити, що сингулярні інтеграли слід обчислювати в сенсі головного значення, а гіперсингулярні – в сенсі скінченної частини за Адамаром. Якщо серед контурів Γ_j є замкнуті, то для них слід вважати [3] $\theta^+ = \theta$, $\theta^- \equiv 0$, $h_n^+ = h_n$, $h_n^- \equiv 0$ тощо, тобто у формулах (1) та (2) на замкнутих контурах необхідно зважати на рівності $\Delta\theta = \Sigma\theta = \theta$, $\Sigma h_n = \Delta h_n = h_n$, $\Sigma t_j = \Delta t_j = t_j$, $\Delta u_j = \Sigma u_j = u_j$, $\Delta\theta = \theta$, $\Sigma h_n = h_n$.

Запропонований у [3] метод граничних елементів дає можливість із високою точністю розв'язати системи рівнянь (1), (2) та визначити коефіцієнти інтенсивності напружень та теплових потоків у вершинах тріщини на кожному циклі квазістатичного теплового і механічного навантажування.

Інтегральні рівняння (1), (2) дають можливість безпосередньо врахувати теплові та механічні крайові умови без введення у розгляд еквівалентного механічного навантаження (адекватність якого не є чітко окресленою) і є значно точнішими від існуючих на цей час методів [2]. Крім цього, рівняння (1), (2) є суто крайовими, що дає можливість моделювати підростання тріщини без необхідності зміни сітки розбиття області, яка у цьому разі просто відсутня. Тобто, запропонований підхід має істотні переваги над скінченноелементним моделюванням термовтоми [2].

Вважатимемо, що підростання кожної з вершин тріщини відбувається за законом Періса [4], тобто його можна описати таким звичайним диференціальним рівнянням:

$$da_i = C_p (\Delta K_{\text{eff},i})^{m_p} dN, \quad (3)$$

де C_p , m_p – емпіричні сталі матеріалів тіла ($p=1,2$); N – кількість циклів навантажування; a_i – довжина тріщини на i -тій ітерації; $\Delta K_{\text{eff},i}$ – розмах ефективного значення КІН на i -тій ітерації (припускаємо, що $K_{\text{eff}} = K_I$).

З огляду на те, що на кожному циклі тріщина отримує дискретні прирости з кожного боку, перейдемо у (3) від диференціалів до малих величин. Для стійкості схеми методу граничних елементів вважатимемо, що тріщина в одній з вершин підростає на кожній ітерації на величину Δa_0 , що дорівнює довжині граничного елемента розбиття тріщини. Тоді кількість циклів навантажування, що відповідає цьому приросту, забезпечуючи дану ітерацію, визначатиметься згідно (3) за формулою

$$\Delta N_i = \frac{\Delta a_0}{C_p (\Delta K_{\text{eff},i})^{m_p}}. \quad (4)$$

За цю ж кількість циклів друга вершина підросте на величину

$$\Delta a_{1,i} = \Delta a_0 \frac{C_q (\Delta K_{\text{eff},i})^{m_q}}{C_p (\Delta K_{\text{eff},i})^{m_p}}. \quad (5)$$

Тут $q=1,2$; $q=p$, коли вершини тріщини знаходяться в одному матеріалі, і $q \neq p$, коли в різних.

Вважається, що на кожній i -тій ітерації, якій відповідає задана формулою (4) кількість циклів ΔN_i , тріщина поширюється уздовж прямолінійної ділянки. Кут просування тріщини на розглянутому кроці визначатимемо на підставі критерію мінімуму густини енергії деформації Дж. Сі [5], який вважає, що розтріскування спрямоване в тілі від вершини тонкого дефекту уздовж напрямку, заданого полярним кутом θ_* , за якого коефіцієнт S густини енергії деформації набуває мінімального значення (потенціальна енергія протилежна за знаком до силової функції, тому максимум силової функції відповідає мінімуму потенціальної енергії):

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_*} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_*} > 0. \quad (6)$$

Причому коефіцієнт S густини енергії деформації є функцією лише полярного кута та КІН: $S = S(\theta, K_I, K_{II})$.

Числовий приклад. Розглянемо виготовлену з біматеріалу квадратну пластинку зі стороною $2W$, що містить нахилenu під кутом γ до горизонталі нецентральну тріщину завдовжки $2a$. Відстань від межі поділу матеріалів до середини тріщини дорівнює d . Центр тріщини розташований на осі симетрії пластинки (див. схему на рис. 1). Властивості верхнього матеріалу пластинки такі ж, як в анізотропного склопластику: $E_{11} = 55$ ГПа, $E_{22} = 21$ ГПа, $\nu_{12} = 0,25$, $G_{12} = 9,7$ ГПа, $\alpha_{11} = 6,3 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, $\alpha_{22} = 2 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $k_{11}/k_{22} = 3,46/0,35$. Нижній матеріал пластинки вважається ізотропним із такими параметрами: $E = 1$ ГПа, $\nu = 0,25$, $\alpha = 10^{-5}$ К⁻¹, $k_{11}/k_{22} = 1/1$ (термопласт). Вивчимо траєкторію підростання тріщини та КІН у випадку, коли $\gamma = 45^\circ$, $a = 0,2W$, $d = 0,2W$, $\theta_0 = 10$ К. Початково тріщина розташована у верхній частині пластинки. Вертикальні бічні поверхні пластинки є теплоізольованими та вільними від навантажень, а горизонтальні підтримуються при різних сталих температурах, що циклічно змінюються. Крім того, горизонтальні поверхні не можуть переміщуватися уздовж вертикального напрямку (змішані теплові та механічні крайові умови).

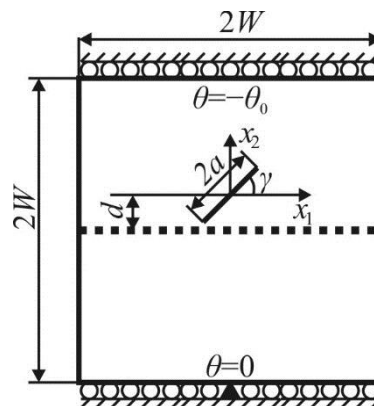


Рис. 1. Схема задачі

На рис. 2 зображено розраховану траєкторію розвитку тріщини та відповідні коефіцієнти інтенсивності напружень в обох її вершинах у їхній залежності від кількості ітерацій. Вважалось, що на кожній ітерації тріщина підростає в обох вершинах на сталу величину $\Delta a_0 = 0,1a$. Коефіцієнт нормування КІН дорівнює $K_0 = E_{22}\alpha_{22}\theta_0\sqrt{\pi a}$, де a – початкова півдовжина тріщини, а модулі пружності та коефіцієнти теплового розширення відповідають властивостям анізотропного матеріалу.

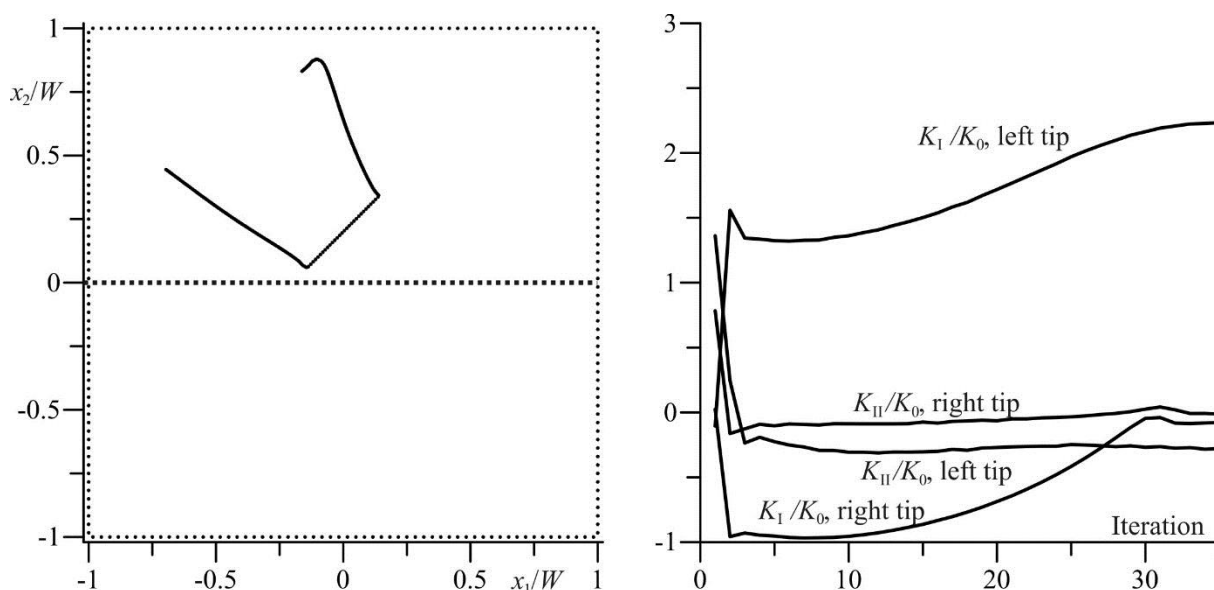


Рис. 2. Траєкторія розвитку тріщини та КІН у її вершинах

Із рис. 2 видно, що відмінність термомеханічних властивостей матеріалів істотно впливає на траєкторію підростання тріщини (результати для однорідного матеріалу отримані в [6]). У лівій вершині вона різко змінюється від початкового напрямку і з часом (в сенсі кількості циклів навантажування) віддаляється від межі поділу практично прямолінійно. Натомість траєкторія руху правої вершини не є прямолінійною і спочатку наближається до межі тіла, а потім починає віддалятися від неї. При цьому КІН обох мод у правій вершині дещо зменшуються.

Висновок. Запропонована схема визначення траєкторій розвитку тріщин термовтоми у тілах із біматеріалу дала можливість з'ясувати вплив відмінності термомеханічних властивостей складових на траєкторії розвитку тріщин.

Література

1. Terashima S. Effect of Silver Content on Thermal Fatigue Life of Sn-xAg-0.5Cu Flip-Chip Interconnects / S. Terashima, Y. Kariya, T. Hosoi, M. Tanaka // J. of Electronic Materials. – 2003. – **32**, No. 12. – P. 1527–33.
2. Haddar N. Thermal fatigue crack networks: an computational study / N. Haddar, A. Fissolo, V. Maillot // Int. J. Sol. Struct. – 2005. – **42**. – P. 771–788.
3. Pasternak Ia. Boundary integral equations and Green's functions for 2D thermoelectroelastic bimaterial / Ia. Pasternak, R. Pasternak, H. Sulym // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2014. – **48**. – P. 87–101.
4. Paris P. A critical analysis of crack propagation laws / P. Paris, F. Erdogan // Journal Basic Engineering. – 1963. – P. 528–534.
5. Sih G.C. Mechanics of fracture initiation and propagation: surface and volume energy density applied as failure criterion / G.C. Sih. – The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991 – 410 p.
6. Сулим Г.Т. Ріст втомних тріщин в анізотропних пластинках за теплового навантажування / Г.Т. Сулим, О.П. Ясній, Я.М. Пастернак // Міжвузівський збірник «Наукові нотатки». – Луцьк, 2015. – Вип. № 49. – С. 144–149.