

УДК 539.3

**П. Ясній, докт. техн. наук; В. Гладьо, канд. техн. наук;
С. Федак, канд. техн. наук; І. Шульган, канд. техн. наук**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗКРИТТЯ ТРІЩИНИ ЗА ОДНОВІСНОГО РОЗТЯГУ З УРАХУВАННЯМ ПАРАМЕТРІВ СТРУКТУРНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ

Резюме. Побудовано скінченно-елементну модель і досліджено вплив питомої частки та коефіцієнта форми включень на розкриття у вершині тріщини в умовах розтягу і комбінованого розтягу. Встановлено, що зі збільшенням питомої частки та коефіцієнта форми включень зростає коефіцієнт інтенсивності напружень (KIH) та J -інтеграл за однакового розкриття вершини тріщини. За комбінованого розтягу відбувається інтенсифікація перерозподілу полів напружень та пластичних деформацій і збільшується розкриття вершини тріщини порівняно з розтягом за однакового рівня KIH або J -інтеграла.

Ключові слова: скінченно-елементна модель, розтяг, комбінований розтяг, гетерогенний матеріал, розкриття вершини тріщини.

P. Yasniy, V. Hlado, S. Fedak, I. Shulhan

MODELING OF CRACK TIP OPENING AT UNIAXIAL TENSILE WITH CONSIDERATION OF STRUCTURAL HETEROGENOUSNESS PARAMETERS

The summary. Finite element model is worked out as well as investigated the influence of inclusions in the material on crack tip opening in the conditions of tensile and combined tensile with consideration of specific part and inclusion shape ratio. It is stated that with the increase of specific part and shape ratio of inclusions the SIF and J – integral exceeds at equal crack tip opening. It is found, that at combined tensile there occurs intensification of strain field and plastic deformation redistribution and also crack tip opening grows in comparison with tensile at equal SIF or J – integral.

Key words: finite element model, tensile, combined tensile, heterogenous material, crack tip opening.

Постановка проблеми. При монотонно зростаючому навантаженні пружно-пластичного тіла з тріщиною розкриття її вершини збільшується до деякого критичного значення, після якого відбувається підростання тріщини або руйнування тіла. На величину розкриття тріщини впливають багато факторів, зокрема мікроструктура матеріалу, вид прикладеного навантаження, наявність циклічної складової. Для моделювання цих процесів застосовують метод скінченних елементів (МСЕ). Для адекватного моделювання властивостей і поведінки конструкційних матеріалів, у тому числі кінетики розкриття вершини тріщини, за різних умов експлуатації необхідно враховувати структурну неоднорідність і взаємний вплив компонентів структури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відома методика моделювання МСЕ напружено-деформованого стану та величини розкриття вершини тріщини однорідного матеріалу, яка дозволяє розраховувати мінімальне напруження й розкриття тріщини [1]. Проте за комбінованого навантаження структурно неоднорідного матеріалу розкриття тріщини визначають типом неоднорідностей (включення, волокна), видом і умовами навантаження. Макродеформацію такого матеріалу здійснюють зміщенням структурних елементів як одного цілого і визначають взаємозалежністю деформацій на різних структурних рівнях [2]. Деформування неоднорідного матеріалу спричиняє нерівномірний розподіл напружень у його складових, унаслідок чого на включеннях

досягаються напруження руйнування і утворюються концентратори для виникнення тріщин [3]. МСЕ досліджено вплив механічних властивостей включень і матриці композитного матеріалу на зародження та ріст тріщини [4]. Зруйновані включення можуть також визначати шлях і напрям поширення тріщини в матеріалі, впливати на її кінетику. Зокрема, в праці [5] МСЕ змодельовано взаємовплив прикладеного та залишкового напружень розтягу в околі включень Al_2O_3 в композитному матеріалі на локалізацію напружень у вершині тріщини та траєкторію її росту.

Деформація матеріалів, у тому числі й розкриття тріщини, істотно залежить від типу прикладеного навантаження. Зокрема, циклічне навантаження під час деформування розтягом суттєво впливає на деформацію і мікроструктурні зміни матеріалу [6]. При комбінованому розтязі відбувається багаторазова зміна навантаження від мінімального до максимального значення, що супроводжується збільшенням швидкості пластичної деформації матеріалу [7].

При деформуванні гетерогенна структура та мікроструктурні зміни в матеріалі, зокрема руйнування включень, значно впливають на пластичну деформацію і пошкоджуваність матеріалу. Тому виникає необхідність дослідити величину цього впливу МСЕ в умовах одновісного розтягу за постійної швидкості навантаження та комбінованого розтягу з накладанням низькоамплітудної циклічної складової з урахуванням структурної неоднорідності матеріалу.

Стаття присвячена дослідженню МСЕ впливу розтріскування крихких включень у матеріалі на розкриття вершини тріщини за одновісного та комбінованого розтягу з урахуванням параметрів структурної неоднорідності.

Методика дослідження. Вплив структурної неоднорідності на розкриття вершини тріщини досліджували МСЕ на розрахункових моделях зі структурно неоднорідними компонентами (рис. 1).

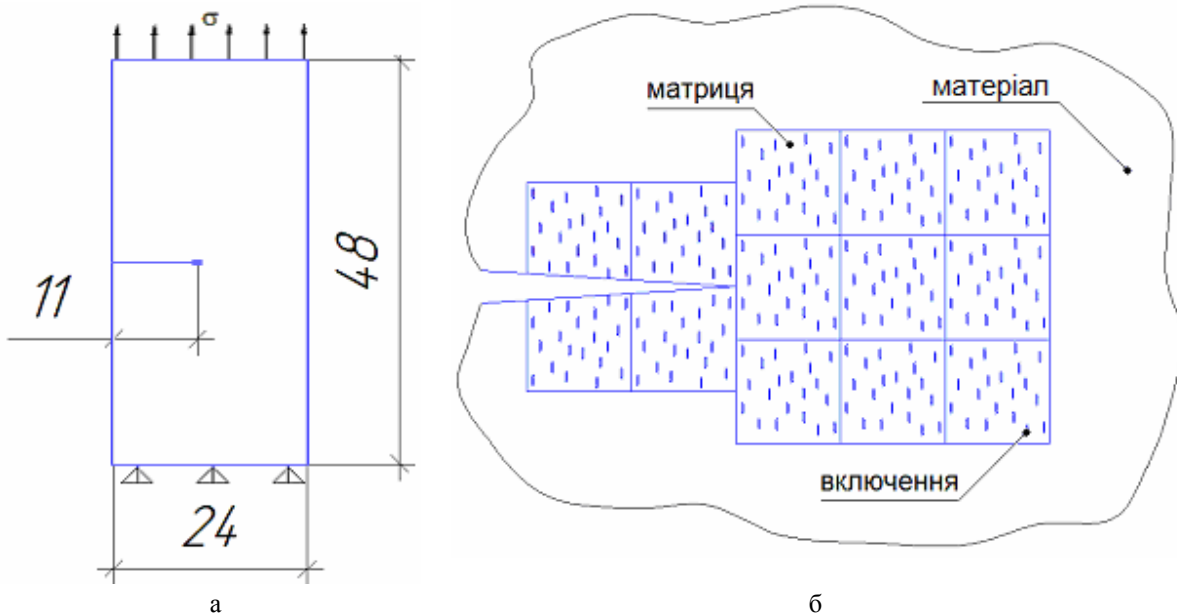


Рисунок 1 - Розрахункова модель із тріщиною: а – ескіз моделі; б – структурно неоднорідний блок у вершині тріщини

Розрахункова модель складається з трьох компонентів – пластичної матриці, крихких включень, розміщених у матриці двовимірним нормальним законом розподілу, та матеріалу, що моделюється (рис. 1б).

Схеми навантаження моделі в умовах квазістатичного та комбінованого навантаження зображено на рис 2. У першому випадку зразки деформували розтягом зі швидкістю навантаження $\dot{\sigma}=1,6$ МПа/с (лінія 1, рис. 2). У другому випадку – на

статичне навантаження ($\dot{\sigma} = 1,6$ МПа/с) накладали циклічне синусоїдальне навантаження з частотою $f = 25$ Гц та амплітудою $\sigma_a = \pm 25$ МПа (лінія 2, рис. 2).

Розрахунки проводили у пружно-пластичній постановці. Зусилля прикладали до верхньої горизонтальної лінії моделі, а нижню лінію фіксували й обмежували її переміщення в напрямку дії сили (рис. 1а). Вважали, що включення деформуються тільки пружно і їх модуль пружності I-го роду більший, ніж матриці (рис. 3). Характеристики механічних властивостей структурних складових моделей дорівнювали характеристикам сплаву АМг6. Сумарні механічні характеристики взаємодії матриці (рис. 3, крива 2) і включень (рис. 3, крива 1) відповідають діаграмі деформування матеріалу (рис. 3, крива 3). Діаграму деформування включень подано в [8], механічні характеристики сплаву АМг6 – в [7]. Діаграму деформування матриці сплаву АМг6 без урахування включень визначали ітераційними розрахунками за відомими деформаціями включень і сумарного гетерогенного матеріалу. В даному алгоритмі розрахунку параметром оцінки є відповідність сумарної деформації матеріалу, який представлено скінченно-елементною моделлю, експериментальним даним [9].

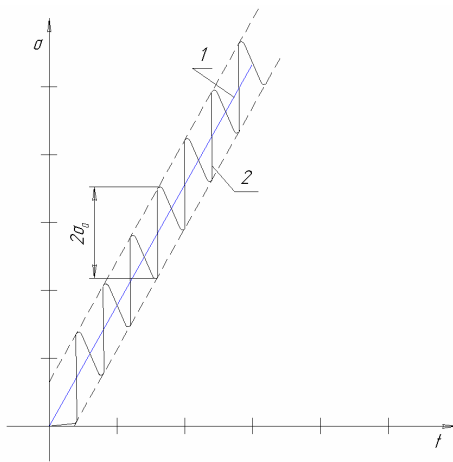


Рисунок 2 - Схема квазістатичного (1) та комбінованого (2) навантаження в умовах одновісного розтягу

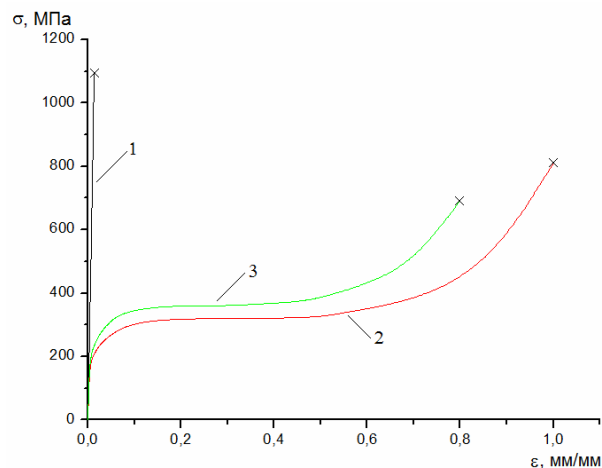


Рисунок 3 - Діаграми деформування включень (1), матриці (2) та сумарна діаграма (3) деформування матеріалу (3)

Скінченно-елементна сітка для моделей була створена за допомогою двовимірного елемента plane82 [10]. Елемент має властивість квадратичного представлення переміщень, його використовують при моделюванні з нерегулярною сіткою скінченних елементів. Елемент визначають вісім вузлів, які мають два ступеня вільності в кожному вузлі, й має властивості пластичності, повзучості, збільшення жорсткості за наявності навантажень, значних переміщень і деформацій. Він може набувати чотирикутної та трикутної форм. Моделювання проводили в умовах плоского деформованого (plane strain) стану.

Структурну неоднорідність характеризували питомою часткою включень $S = F_{inc}/F_s$ (де F_{inc} - площа включень; F_s - загальна площа) та коефіцієнтом форми включень $\square = l/d$, (де l, d - відповідно довжина і діаметр включення). Для дослідження впливу питомої частки та коефіцієнта форми включень на розкриття й критичне розкриття тріщини в умовах розтягу та комбінованого розтягу у програмному комплексі ANSYS було розроблено 2 групи скінченно-елементних моделей.

Першу групу моделей (рис. 4.) використовували для дослідження впливу питомої частки включень S моделі на розкриття вершини тріщини. В усіх чотирьох моделях даної групи розміри включень були сталими: діаметр включення $d = 0,1 \times 10^{-6}$ м, довжина включення $l = 0,8 \times 10^{-6}$ м.

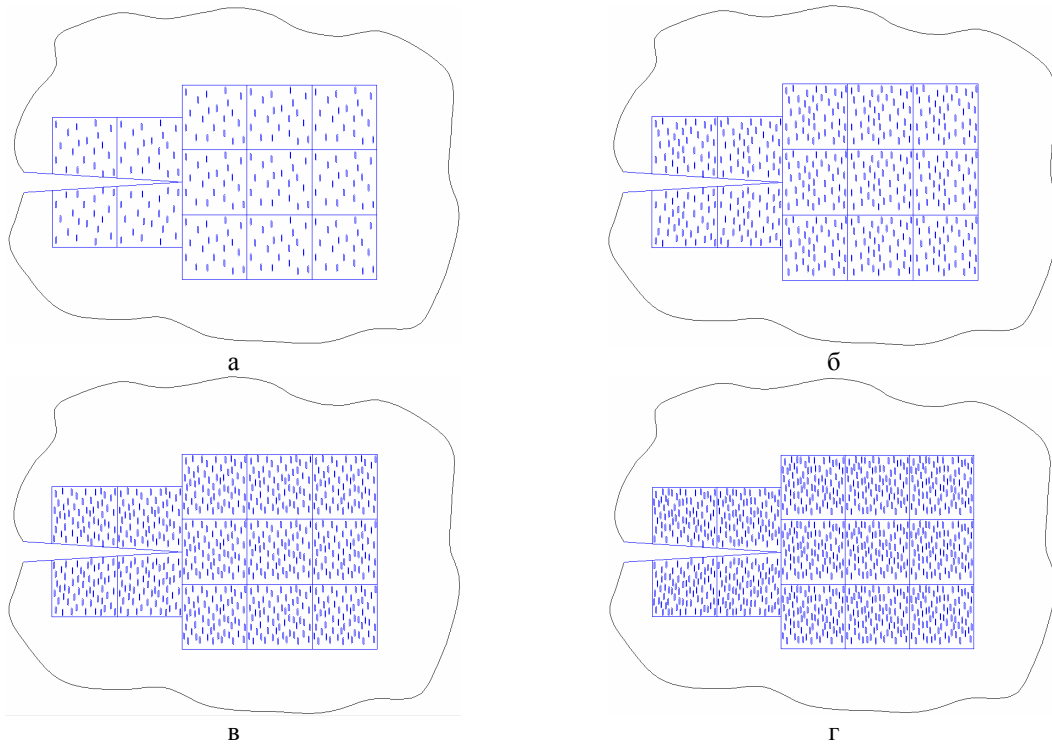


Рисунок 4 – Розрахункові моделі для дослідження впливу питомої частки включень на розкриття тріщини: а – $S=3\%$; б – $S=6\%$; в – $S=9\%$; г – $S=12\%$

На другій групі моделей з тріщиною (рис. 5) досліджували вплив коефіцієнта форми включень на розкриття у вершині тріщини матеріалу. В усіх моделях сталими були питома частка включень ($S=6\%$) та діаметр включення $d = 0,1 \times 10^{-6}$ м.

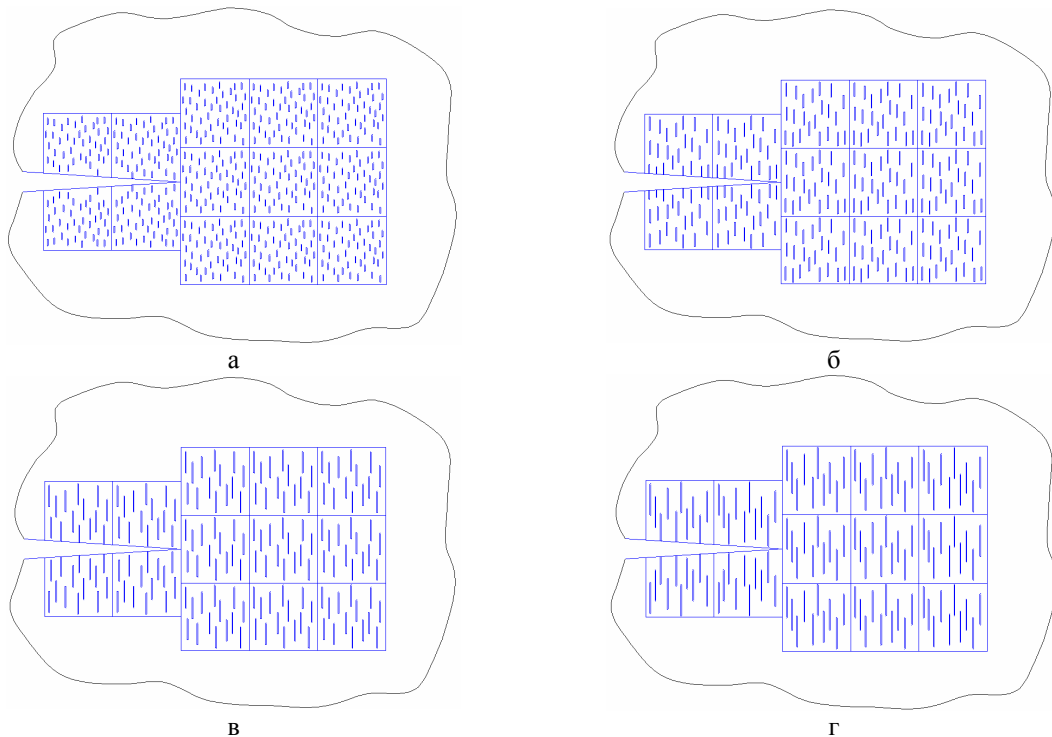


Рисунок 5 – Розрахункові моделі для дослідження впливу коефіцієнта форми включень на розкриття тріщини: а – $\alpha = 8$; б – $\alpha = 16$; в – $\alpha = 25$; г – $\alpha = 36$

Навантаження прикладали до верхньої лінії моделі. Прикладені навантаження відповідали значенням КІН у діапазоні від 0 до $31,1 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$ із кроком ітерації $0,1 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$. При розрахунках активували опцію руйнування матриці та включень у

моделі. Руйнування відбувалося за методикою [3] з урахуванням нерівномірності розподілу полів напружень і деформацій у вершині тріщини. На кожному кроці навантаження перевіряли умову руйнування включень і матриці та деактивували елементи, що задовольняли ці умови. Критичні напруження (руйнування) для матриці $\sigma_f^m = 825 \text{ MPa}$, для включень $\sigma_f^{inc} = 1100 \text{ MPa}$ [3].

Для визначення КІН, J-інтеграла та розкриття вістря тріщини на кожному ітераційному кроці навантаження використовували спеціально розроблені

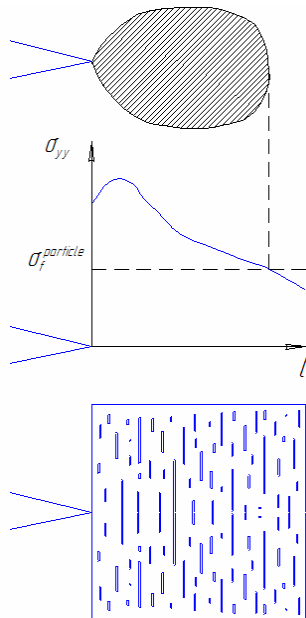


Рисунок 6 – Ділянка обчислення пошкоджуваності матеріалу

постпроцесорні макроси. Застосування цих макросів дозволяє автоматизувати отримання й опрацювання результатів розрахунку. При проведенні обчислень на розрахункових моделях першої та другої груп із тріщиною оцінювали пошкоджуваність модельованого матеріалу на мікроструктурному рівні за квазістатичного та комбінованого навантаження. Для цього на ділянці критичних напружень руйнування включень (рис. 6) обчислювали площу усіх пор, які виникли внаслідок руйнування включень. Відношення площі цих пор до площі ділянки вимірювання визначає пошкоджуваність ω матеріалу з тріщиною за певного рівня навантаження. Як зображено на рисунку 6, зона критичних напружень руйнування включень (нормальних напружень, що перевищують або дорівнюють σ_f^{inc}) повністю описується структурно неоднорідним блоком у вершині тріщини.

Зазначимо, що структурно неоднорідна ділянка у вістрі тріщини більша за ділянку напружень руйнування включень і повністю покриває її за площею.

Результати розрахунків та їх обговорення. На рисунку 7 зображено фрагмент моделі у вершині тріщини за сталого рівня пошкоджуваності матеріалу ($\omega = 1,5\%$). Залежно від виду навантаження кількість і розмір пор суттєво відрізняється. За деформування розтягом спостерігається утворення великих пор, однак їх кількість незначна (рис. 7а). За комбінованого навантаження навпаки: пори, що утворюються, мають невеликі розміри, однак їх кількість значно більша (рис. 7б).

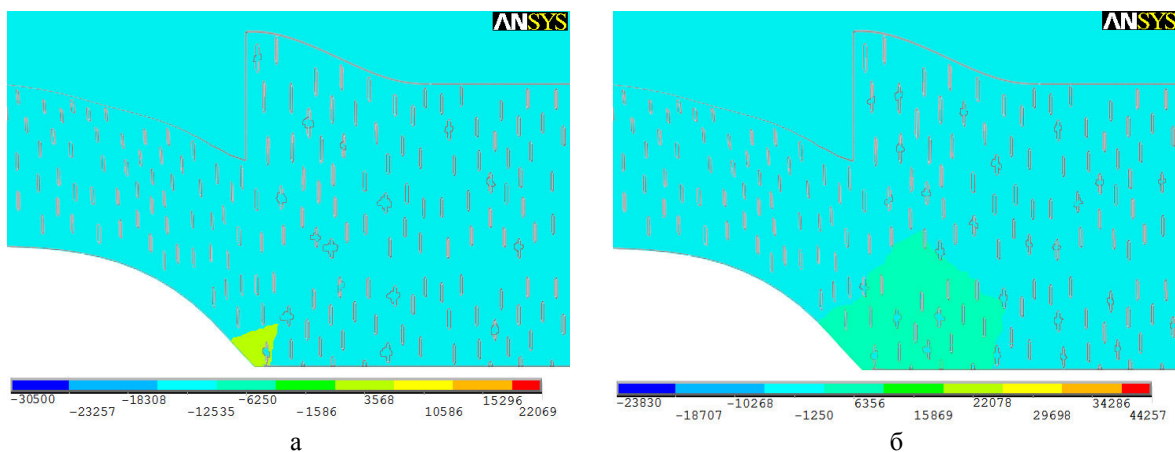
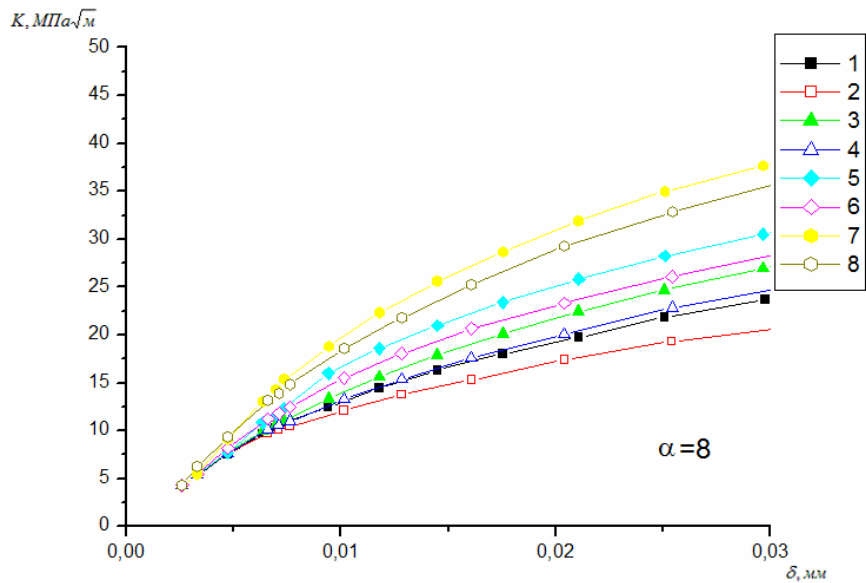
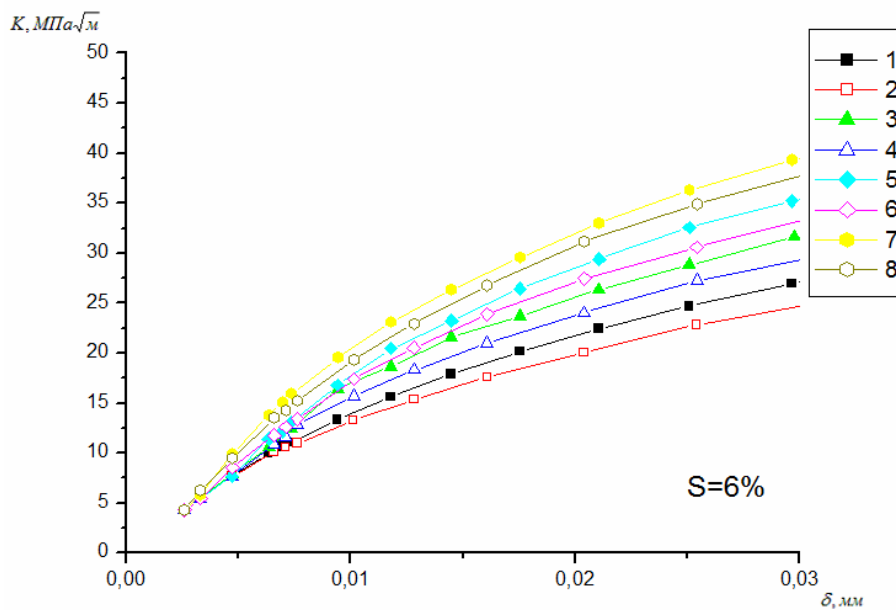


Рисунок 7 – Поле напружень для пошкоджуваності матеріалу у вершині тріщини ($\omega = 1,5\%$) за деформування розтягом $K = 17,37 \text{ MPa}\sqrt{\text{м}}$ – а; за комбінованого розтягу $K_f = 14,86 \text{ MPa}\sqrt{\text{м}}$ – б

На рисунку 8 зображено залежності КІН від розкриття тріщини для відповідно різних питомої частки та коефіцієнта форми включень, з яких випливає, що за комбінованого розтягу розкриття вершини тріщини більше порівняно з розтягом за однакових КІН. Це пояснюється інтенсифікацією перерозподілу полів напружень і пластичних деформацій за циклічного навантаження.



а



б

Рисунок 8 – Залежність K від розкриття вершини тріщини δ за квазістатичного розтягу (1, 3, 5, 7) та комбінованого розтягу (2, 4, 6, 8):

а) для першої групи моделей з тріщиною: 1,2 – 260 включень ($S=3\%$); 3,4 – 520 включень ($S=6\%$); 5,6 – 780 включень ($S=9\%$); 7,8 – 1040 включень ($S=12\%$);

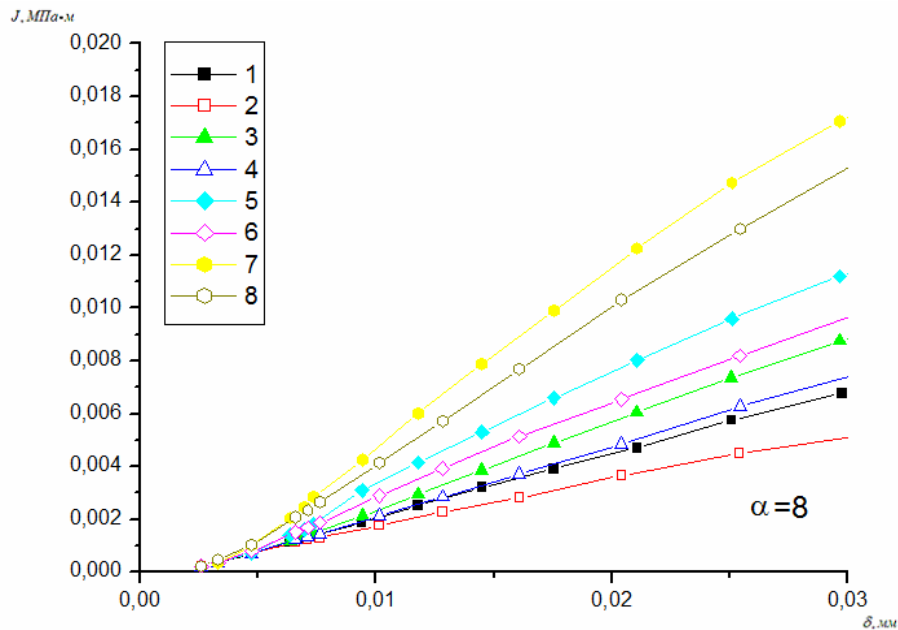
б) для другої групи моделей з тріщиною: 1,2 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 8$; 3,4 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 16$; 5,6 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 25$; 7,8 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 36$

Зміна питомої частки включень у моделі (рис. 8а) істотно впливає на КІН модельованого матеріалу. При збільшенні кількості включень спостерігається зростання КІН за однакового розкриття вершини тріщини, що пояснюється зміцненням модельованого матеріалу у вершині тріщини при збільшенні питомої частки включень.

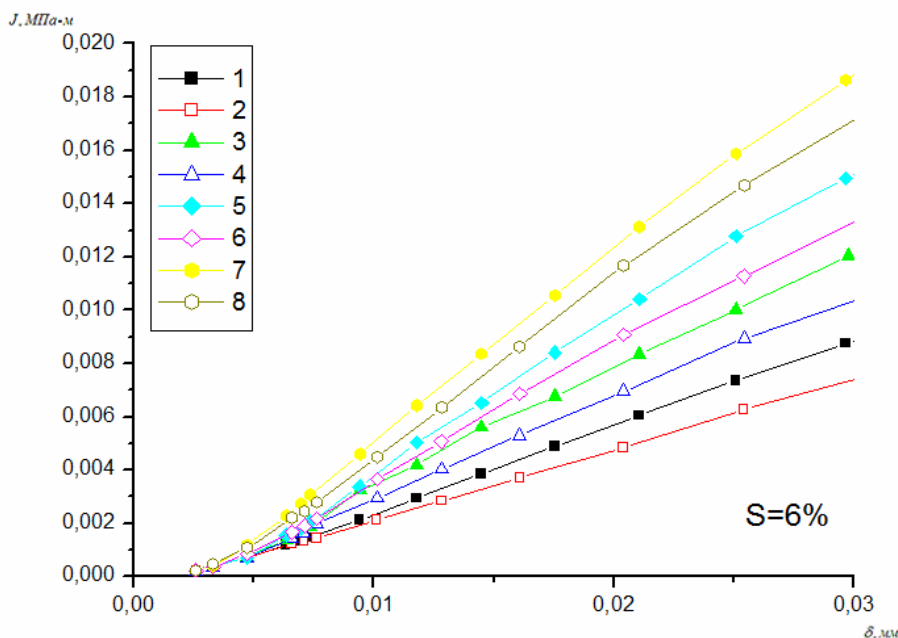
Коефіцієнт форми включень (рис. 8б) також вносить свої особливості у поведінку модельного матеріалу. Збільшення коефіцієнта форми включень

супроводжується армуванням матеріалу в околі вершини тріщини і, як наслідок, зростає КІН за однакового розкриття вершини тріщини.

На кожному ітераційному кроці навантаження визначали J -інтеграл за допомогою постпроцесорного макросу, що написаний мовою параметричного програмування високого рівня APDL. Контур інтегрування Γ задавали шістьма точками, що співпадають з вузлами скінченно-елементної моделі на межі структурно неоднорідного блока у вершині тріщини. На рисунку 9 зображено залежності J -інтеграла від розкриття вершини тріщини. За статичного навантаження при однаковому розкритті тріщини δ отримуємо більше значення J -інтеграла порівняно із комбінованим навантаженням для усіх моделей першої та другої групи.



а



б

Рисунок 9 – Залежність J -інтеграла від розкриття вершини тріщини δ за квазістатичного розтягу (1, 3, 5, 7) та комбінованого розтягу (2, 4, 6, 8):

а) для першої групи моделей із тріщиною: 1,2 – 260 включень ($S=3\%$); 3,4 – 520 включень ($S=6\%$); 5,6 – 780 включень ($S=9\%$); 7,8 – 1040 включень ($S=12\%$);

б) для другої групи моделей із тріщиною: 1,2 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 8$; 3,4 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 16$; 5,6 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 25$;

7,8 – коефіцієнт форми включень $\alpha = 36$

Подані залежності J -інтеграла від розкриття вершини тріщини при зміні питомої частки включень у моделі (рис. 9а). Зі збільшенням питомої частки включень у моделі зростає її міцність, а отже збільшується величина J -інтеграла за однакового розкриття вершини тріщини.

Збільшення коефіцієнта форми включень у вершині тріщини моделі збільшує доармуваність матеріалу на цій ділянці, а отже і збільшує J -інтеграл за однакового значення розкриття тріщини (рис. 9б).

Висновки

Створено розрахункову скінченно-елементну модель для дослідження впливу руйнування крихких включень у матеріалі на розкриття вершини тріщини в умовах розтягу та комбінованого розтягу з урахуванням параметрів структурної неоднорідності. З використанням даної моделі досліджено вплив коефіцієнта форми та питомої частки включень гетерогенного матеріалу на розкриття вершини тріщини та пошкоджуваність матеріалу в умовах розтягу та комбінованого розтягу.

Виявлено, що за однакової пошкоджуваності гетерогенного матеріалу у вершині тріщини при розтягу утворюється невелика кількість пор більших розмірів, а за комбінованого розтягу спостерігається більша кількість невеликих пор.

Зі збільшенням питомої частки та коефіцієнта форми включень зростає КІН та величина J -інтеграла за однакового значення розкриття вершини тріщини.

За комбінованого розтягу збільшується розкриття вершини тріщини порівняно з розтягом за однакового рівня КІН, що спричинено інтенсифікацією перерозподілу полів напружень і пластичних деформацій.

За деформування розтягом при однаковому розкритті тріщини J -інтеграл більший порівняно із комбінованим розтягом для усіх моделей першої і другої групи.

Роботу виконано за рахунок бюджетних коштів Державного фонду фундаментальних досліджень України, номер реєстрації 0109U002297.

Література

1. Solanki K. A new methodology for computing crack opening values from finite element analyses / K. Solanki, S. R. Daniewicz, J. C. Newman, Jr. // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2004. – Vol. 71. – P.1165–1175.
2. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / [Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Макаров П.В. и др.]; под ред. В.Е. Панина – [В 2 т.] – Новосибирск: Наука. Сибирская издат. фирма РАН, 1995. – Т. 1. – 298 с.
3. Комп'ютерне моделювання стрибкоподібної деформації сплаву АМг6 / Ясній П.В., Пиндус Ю.І., Гладько В.Б. [та ін.] // *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. – 2008. – №1. – С. 41–44.
4. Ergun E. Effect of crack position on stress intensity factor in particle-reinforced metal-matrix composites / E. Ergun, K. Aslantas, S. Tasgetiren // *Mechanics Research Communications*. – 2008. – Vol. 35. – P. 209–218.
5. Evaluation of crack-tip stress fields on microstructural-scale fracture in Al–Al₂O₃ interpenetrating network composites / R. J. Moon, M. Hoffman, J. Rödel [and other] // *Acta Materialia*. – 2009. – Vol. 57. – P. 570–581.
6. Стрижало В.А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур / Стрижало В.А. – К.: Наук. думка, 1978. – 238 с.
7. Ясній П.В. Методика і деякі результати дослідження впливу циклічного навантажування на діаграму деформування сплаву АМг6 / Ясній П.В., Галушак М.П. // *Вісник Тернопільського державного технічного університету*. – 1998. – № 4. – С. 62–66.
8. Ghosh S. A multi-level computational model for multi-scale damage analysis in composite and porous materials / S. Ghosh, K. Lee, P. Raghavan // *International Journal of Solids and Structures*. – 2001. – № 38. – P. 2335–2385.
9. Шульган І. Методика знаходження характеристик матриці матеріалу на прикладі сплаву АМг6 / І.Шульган, С. Федак // *Матеріали XII наукової конференції ТДТУ імені Івана Пулюя*. – Тернопіль, 2008. – С. 177.
10. Madenci E. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS* / E. Madenci, I.Guven – Springer Science+Business Media, LLC. – 2005. – 686 p.