

УДК 519.21

Р. Жаровський; Л. Щербак, докт. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОБГРУНТУВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНОГО СИГНАЛУ В КОРЕЛЯЦІЙНИХ СИСТЕМАХ З ОРТОГОНАЛЬНИМИ ФІЛЬТРАМИ ЛАГЕРА

Резюме. Обґрунтовано математичну модель корисних сейсмічних сигналів на базі полігармонічних затухаючих сигналів. Визначено її основні характеристики в рамках кореляційної теорії. Розглянуто роботу кореляційної системи з попередньою ортогональною фільтрацією при дії запропонованої моделі корисного сигналу і завади. В якості імпульсних перехідних функцій ортогональних фільтрів використано функції Лагера. Для визначення ефективності роботи і вибору оптимальних параметрів фільтрації проведено аналіз на основі співвідношення сигнал/завада.

Ключові слова: сейсмічні сигнали, завади, кореляційна обробка, ортогональний фільтр Лагера.

R. Zharovskiy, L. Scherbak

JUSTIFICATION AND RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE SEISMIC SIGNAL IN CORRELATION SYSTEMS WITH THE LAGUERRE ORTHOGONAL FILTERS

Summary. The article deals with the development of mathematical models and methods of orthogonal correlation processing of seismic signals. A new improved mathematical model of the seismic signal received at the input of the measuring apparatus as an additive sum of the desired signal and interference has been built. The review of mathematical models of seismic signals and their characteristics allows to formulate the requirements for the developed mathematical model of the seismic signal with specific characteristics and distribution of seismic signals. The built model of useful seismic signals is reset as a poliharmonic fading signal. The analysis of previous research and statistical analysis of experimental measurements of seismic noise confirmed the statistical hypothesis of stationarity in the wide sense of noise. As models of seismic noise three types of linear stochastic processes were selected – colored noise, RC-and RLC-noise noise. Thus, developed mathematical model of seismic signals and noise allows to describe the point of reception of seismic waves obtained in the multiple internal reflections from the boundaries of the investigated heterogeneous environment. Having used the results of research devoted to modeling and processing of seismic noise correlation in systems with the Laguerre orthogonal input filters, the authors carried out a number of practical experiments and the results of the comparative analysis of default correlation system and the correlation with the input of the Laguerre orthogonal filters when the amount of desired signal as poliharmonic fading signal and obstructions are obtained.

The results of these experiments are presented in the graphs that illustrate the conditions under which the correlation system with the Laguerre orthogonal input filters is more effective compared with the conventional method of correlation processing. Based on the proposed model a software system was developed for the modeling and processing of seismic signals for simulation experiments.

Key words: seismic signals, noise, correlation processing, Laguerre orthogonal filter.

Постановка проблеми. Основним методом геофізичної розвідки корисних копалин, а також дослідження структури поверхні земної кори є сейсмічний. Це один з найбільш достовірних і надійних методів розвідки. Вивчаючи поширення генерованих сейсмічних хвиль, визначають форму границь, на яких вони виникли, а також отримують дані про пружні характеристики шарів земної кори.

Впровадження в сучасній сейсмозвідці екологічно чистих невибухових вібраційних методів досліджень призводить до зниження інтенсивності корисних сигналів і відповідно зменшення відношення сигнал/завада на входах сейсморозвідників. Тому задачі вимірювання характеристик сейсмічних сигналів слабкої інтенсивності за

наявності завад набувають значної актуальності. На перший план виносяться задачі з підвищення точності, завадостійкості й достовірності результатів досліджень, а також розроблення ефективних методів їх розв'язку з використанням завадостійких кореляційних і ортогональних методів. Використання сучасних засобів обчислювальної техніки в сейсмічних системах дає нові потенційні можливості реалізації цифрових методів обробки сейсмічних сигналів, які на сьогодні повною мірою не використовуються.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Результати опублікованих праць свідчать, що при обробці та інтерпретації сейсмічних даних все більшого значення набуває використання статистичних методів. Одним із методів статистичної обробки зашумлених сигналів є кореляційний метод, який полягає у процесі виділення, розпізнавання і відслідковування сейсмічних хвиль на сейсмограмах і часових розрізах. Результати таких досліджень опубліковані у ряді наукових праць [1,2,3,4].

Для опису корисних детермінованих сейсмічних сигналів і полів використовують різні класи функцій неперервного і дискретного аргументів [1,3,4]. Як такі класи часто виступають різні періодичні функції (тригонометричні, послідовності прямокутних, трикутних імпульсів), ортогональні системи функцій (експоненціальні, Хаара, Уолша, Радемахера), імпульсні сигнали й окремі імпульси (Берлаге, одиничний, затухаючий синусоїдальний та ін.)

Однак описані математичні моделі сейсмічних сигналів не завжди дозволяють повною мірою проводити аналіз роботи кореляційних систем як вимірювальних при дії тестових сигналів, а також отримувати інформацію про пружні характеристики шарів земної кори. Зважаючи на це, необхідно розробити математичну модель сейсмічного сигналу, яка повинна відображати основні аспекти генерування та просторово-часової структури, а також давати змогу ефективно розв'язувати поставлені задачі сейсморозвідки.

Мета роботи – розроблення математичних моделей сейсмічних сигналів і статистичного методу їх кореляційної обробки з попередньою ортогональною фільтрацією для підвищення ефективності кореляційних систем сейсморозвідки.

Постановка задачі. Обґрунтувати математичні моделі сейсмічних корисних сигналів і завад із використанням лінійних випадкових процесів, визначити їх основні характеристики в рамках кореляційної теорії.

Розробити алгоритми та програмне забезпечення для статистичного опрацювання експериментальних даних вимірювань сейсмічних сигналів, а також для комп'ютерного моделювання реалізацій сейсмічних сигналів на базі запропонованих математичних моделей корисних сигналів і завад.

На основі результатів порівняльного аналізу роботи типової кореляційної системи і кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами при статистичній обробці сейсмічних сигналів обґрунтувати ефективність роботи кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами.

Результати розв'язку поставленої задачі. Проаналізуємо фізичний процес формування сейсмічної траси. Форма імпульсу реєстрованої хвилі залежить від особливостей джерела, поглинаючих властивостей середовища, явищ на границях і особливостей прийому та реєстрації хвиль. Унаслідок складності будови середовища різних властивостей джерел і умов прийому, форму сейсмічного імпульсу можна в кожному випадку визначити лише експериментально. При цьому часто виникають значні труднощі, що викликаються інтерференційним характером запису хвиль.

У точку, де розміщений сейсмоприймач, надходять складові сигналу, відбиті від різних неоднорідностей, які в сумі утворюють корисний сейсмічний сигнал (рис.1).

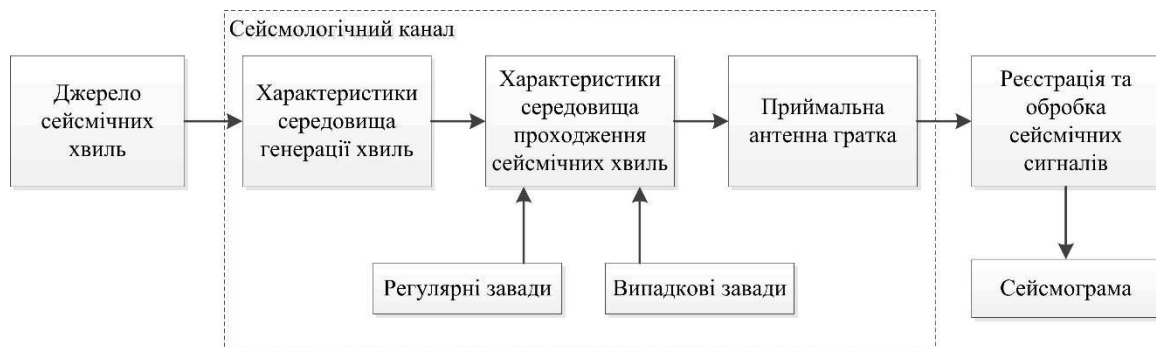


Рисунок 1. Етапи формування сейсмічного запису

Figure 1. Stages of seismic records formation

Позначимо ці складові через $x_k(\theta_k, t)$, де $t \in [0, T]$ – неперервний часовий інтервал, $k \in [0, n]$ і θ_k – вектор параметрів, що характеризує k -ту складову процесу. Тоді

$$x(t) = \sum_{k=1}^n x_k(\theta_k, t). \quad (1)$$

Маємо одне функціональне рівняння з n невідомими функціями. Таке представлення не можна вважати моделлю, оскільки в неї входять n складових і за вимірною функцією $x(t)$ в загальному випадку не можна однозначно визначити ні складові процесу $x(t)$, ні параметри, що їх характеризують.

Якщо ж припустити, що кожен доданок $x_k(\theta_k, t)$ є добуток деяких коефіцієнтів x_k на k -ту по порядку функцію з ортогональної системи $\{\varphi_k(\theta_k, t), k \in [1, n]\}$, то вказане вище адитивне представлення (1) можна вважати моделлю, оскільки в цьому випадку всі входні в неї параметри визначаються по заданому процесу $x(t)$. Така модель називається полігармонічною. Крім того, з рис.1 бачимо, що поряд з корисною складовою на вхід сейсмодатчиків надходять різного роду випадкові завади. Таким чином, у простому зображенні сейсмічна траса є суперпозиція корисних хвиль і завад:

$$x(t) = Q(t) + \xi(t), t \in (0, \infty). \quad (2)$$

Тобто сейсмічний сигнал є сумою корисного сигналу й випадкової завади.

З урахуванням результатів аналізу відомих математичних моделей сейсмічних сигналів сформульовані такі вимоги до розроблюваної математичної моделі:

1. Модель повинна адекватно описувати сейсмічний сигнал найхарактерніші особливості його формування розповсюдження й перетворення в електронних ланках сейсмічних систем.

2. Модель не повинна мати значної кількості параметрів, що підлягають статистичному оцінюванню при обмеженому об'ємі експериментальних даних.

3. Повинна бути передбачена можливість визначення характеристик, параметрів, а також окремих компонент моделі, які мають фізичну інтерпретацію, а їх числові значення можуть бути отримані шляхом прямих або непрямих вимірювань.

4. При дослідженні моделі можуть бути використані як відомі, так і запропоновані метод обробки й аналізу експериментальних даних вимірювань сейсмічних сигналів.

5. При дослідженні й моделюванні реалізацій моделі повинен бути вказаний клас допустимих операцій і відношень.

Виконання цих вимог забезпечує можливість формування математичних моделей сейсмічних сигналів при вирішенні завдань сейсмозвідки.

Надалі в якості моделі корисного сейсмічного сигналу використовується полігармонічний затухаючий сигнал, який являє собою детерміновану функцію часу з кінцевим числом гармонік, розташованих в обмеженій смузі частот:

$$Q(t) = \sum_{m=1}^n A_m e^{-\alpha_m t} \cos(\omega_m t + \theta_m), \quad A_m \geq 0, \quad (3)$$

де $\omega_m \in (\omega_u, \omega_s)$; $\{A_m, m \in [1, n]\}$ – амплітуда сигналу $Q(t)$, відмінна від нуля на скінченному числі значень, $e^{-\alpha_m t}$ – коефіцієнт затухання $\{\omega_m, m \in [1, n]\}$ – частота; $\{\theta_m, m \in [1, n]\}$ – фаза $Q(t)$.

Легко переконатися, що функція (3) задовольняє вимоги до моделей сигналу, оскільки вхідні в модель параметри мають геофізичний зміст амплітуди, частоти і початкової фази гармонійних коливань. За відомим $Q(t)$ вони визначаються таким чином:

$$A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2}, \quad \theta_m = \psi(a_m, b_m),$$

$$\text{де } \psi(a, b) = \arccos \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sign} b, \quad a_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N Q(t) \cos \omega_m t, \quad b_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N Q(t) \sin \omega_m t.$$

Крім того, множина цих функцій замкнена щодо операцій сумування, множення, інтегрування, диференціювання, згортки й інших лінійних операцій.

Оскільки $Q(t)$ з дискретним часом отримана з $Q(t)$ з неперервним часом, то остання нерівність справедлива для $Q(t)$ з дискретним часом в усіх точках решітки $t \in (0, \infty)$.

Що стосується моделей сейсмічних завад, то їх детальний аналіз був проведений в роботах [5,6,7]

Відомо, що кореляційні системи реалізують кореляційний оператор обробки сигналів. Кореляційний оператор як основний оператор функціонування кореляційної системи заданий на просторі вхідних сигналів, які, як правило, належать простору сигналів зі скінченною потужністю. Для неперервного часу дія кореляційного оператора задається у вигляді [8]

$$B_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) x_2(t + \tau) dt, \quad t, \tau \in T. \quad (4)$$

Взаємне кореляційне перетворення двох затухаючих полігармонічних сигналів

$$Q_1(t) = \sum_{m=1}^n A_m^{(1)} e^{-\alpha_m^{(1)} t} \sin(\omega_m^{(1)} t + \theta_m^{(1)}),$$

$$Q_2(t) = \sum_{m=1}^n A_m^{(2)} e^{-\alpha_m^{(2)} t} \sin(\omega_m^{(2)} t + \theta_m^{(2)}), t \in [0, T]$$
(5)

із урахуванням (4) визначається таким чином:

$$B_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n A_i^{(1)} A_m^{(2)} e^{-\alpha_m^{(2)} \tau} \cdot \left\{ \frac{a_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)}) + b_{im}(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)})}{(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})^2 + (\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)})^2} + \frac{c_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)}) + d_{im}(\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)})}{(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})^2 + (\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)})^2} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n A_i^{(1)} A_m^{(2)} e^{-\alpha_m^{(2)} \tau} e^{-(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)}) T} \cdot \left\{ \frac{1}{(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})^2 + (\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)})^2} \cdot \right.$$

$$\cdot [(a_{im}(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)}) - b_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})) \sin(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)}) T - (a_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)}) + b_{im}(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)})) \cos(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)}) T] +$$

$$+ \frac{1}{(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})^2 + (\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)})^2} \cdot$$

$$\cdot [(c_{im}(\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)}) - d_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)})) \sin(\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)}) T - (c_{im}(\alpha_i^{(1)} + \alpha_m^{(2)}) + d_{im}(\omega_i^{(1)} + \omega_m^{(2)})) \cos(\omega_i^{(1)} - \omega_m^{(2)}) T] \Big\},$$
(6)

де $a_{im} = -\frac{1}{2} \cos(\omega_m^{(2)} \tau + \theta_i^{(1)} + \theta_m^{(2)})$, $b_{im} = \frac{1}{2} \sin(\omega_m^{(2)} \tau + \theta_i^{(1)} + \theta_m^{(2)})$,

$$c_{im} = \frac{1}{2} \cos(\omega_m^{(2)} \tau - \theta_i^{(1)} + \theta_m^{(2)}), d_{im} = \frac{1}{2} \sin(\omega_m^{(2)} \tau - \theta_i^{(1)} + \theta_m^{(2)}).$$

У випадку, коли на вхід кореляційної системи надходять затухаючі моногармонічні сигнали, то вираз (6) буде мати вигляд

$$B_{12}(\tau) = \frac{A_1 A_2}{T} e^{-\alpha_2 \tau} \cdot \left\{ \frac{a(\alpha_1 + \alpha_2) + b(\omega_1 + \omega_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 + (\omega_1 + \omega_2)^2} + \frac{c(\alpha_1 + \alpha_2) + d(\omega_1 - \omega_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2} \right\} +$$

$$+ \frac{A_1 A_2}{T} e^{-\alpha_2 \tau} e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) T} \cdot \left\{ \frac{1}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 + (\omega_1 + \omega_2)^2} \cdot \right.$$

$$\cdot [(a_{im}(\omega_1 + \omega_2) - b_{im}(\alpha_1 + \alpha_2)) \sin(\omega_1 + \omega_2) T - (a_{im}(\alpha_1 + \alpha_2) + b_{im}(\omega_1 + \omega_2)) \cos(\omega_1 + \omega_2) T] +$$

$$+ \frac{1}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2} \cdot$$

$$\cdot [(c_{im}(\omega_1 - \omega_2) - d_{im}(\alpha_1 + \alpha_2)) \sin(\omega_1 - \omega_2) T - (c_{im}(\alpha_1 + \alpha_2) + d_{im}(\omega_1 + \omega_2)) \cos(\omega_1 - \omega_2) T] \Big\},$$
(7)

де $a = -\frac{1}{2} \cos(\omega_2 \tau + \theta_1 + \theta_2)$, $b = \frac{1}{2} \sin(\omega_2 \tau + \theta_1 + \theta_2)$, $c = \frac{1}{2} \cos(\omega_2 \tau - \theta_1 + \theta_2)$,

$$d = \frac{1}{2} \sin(\omega_2 \tau - \theta_1 + \theta_2).$$

Розглянемо роботу кореляційної системи з попередньо встановленими ортогональними фільтрами Лагера.

Використовуючи результати досліджень, які опубліковані в роботі [8], на виході кореляційної системи отримаємо кореляційне перетворення $B_{x_1 y_1}(s)$

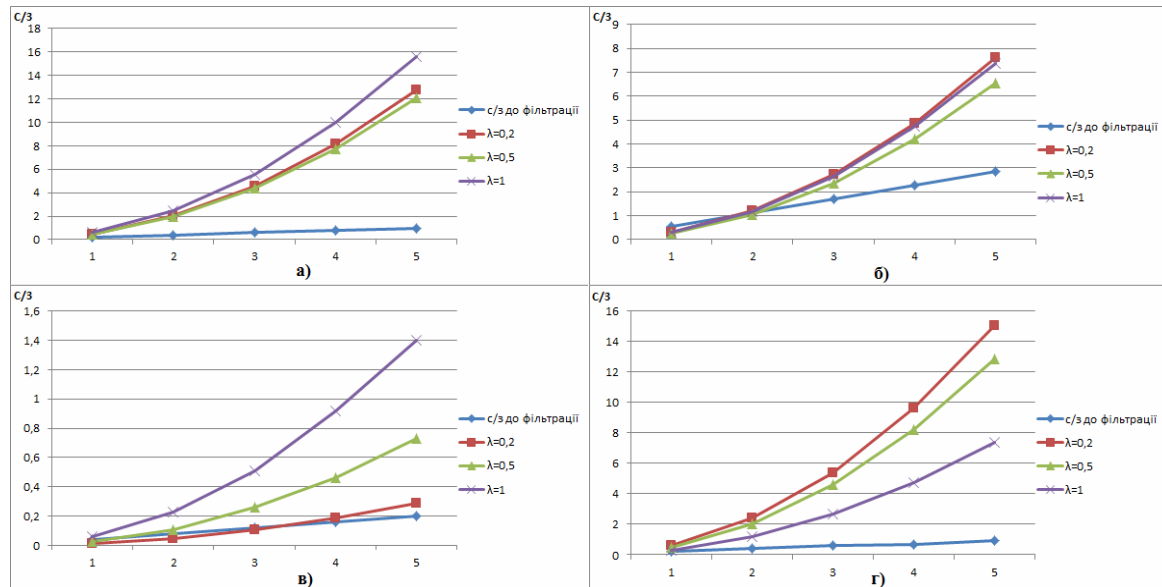
$$B_{x_1 y_1}(s) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} h_{12}(\tau) B_{12}(s - \tau) + B_{II}(s),$$
(8)

де $h_{12}(\tau)$ – взаємне кореляційне перетворення функцій Лагера; $B_{12}(s)$ – взаємне кореляційне перетворення корисних сейсмічних сигналів (6) і (7); $B_{II}(s)$ – кореляційне

перетворення завад. У роботі [9] наведені відповідні вирази $B_{II}(s)$ в кореляційній вимірювальній системі з ортогональними фільтрами Лагера.

Використовуючи наведені вище вирази, а також результати робіт [8,9], було розроблено програмне забезпечення для моделювання й обробки сейсмічних сигналів і завад із використанням кореляційної системи з попередньою ортогональною фільтрацією.

Для визначення ефективності роботи фільтрів Лагера проведено аналіз співвідношень сигнал/завада при роботі кореляційної системи з попередньою ортогональною фільтрацією і без ортогональних фільтрів. Результати наведені на рис.2.



а) білий шум, б) забарвлений шум, в) RC шум, г) RLC шум

Рисунок 2. Результати експериментальних досліджень співвідношень сигнал/завада при різних комбінаціях корисного сигналу і завади

Figure 2. The results of experimental studies of signal / noise ratio for different combinations of desired signal and noise

Як видно з рис.2, використання попередньої ортогональної фільтрації в кореляторах дає можливість покращити співвідношення сигнал/завада шляхом підбору параметрів фільтрів Лагера.

Висновки. Отримано подальший розвиток моделі сейсмічних сигналів у вигляді суми затухаючих гармонічних коливань і завад у вигляді лінійного стаціонарного процесу.

Отримані результати порівняльного аналізу роботи типової кореляційної системи і кореляційної системи із вхідними ортогональними фільтрами Лагера дали можливість збільшити відношення сигнал/завада і обґрунтувати ефективність роботи кореляційної системи при статистичній обробці сейсмічних сигналів.

Розроблені алгоритми і програмне забезпечення комп'ютерного моделювання сейсмічних сигналів і завад дали можливість провести аналіз широкого кола варіантів комбінацій корисних сейсмічних сигналів і завад у кореляційних системах із вхідними ортогональними фільтрами Лагера при розв'язку задач виявлення сейсмічних сигналів.

Conclusions. Within this work further development of models of seismic signals in the form of the sum of damped harmonic oscillations and noise in the form of a linear stationary process has been obtained.

The obtained results of the comparative analysis of default correlation system and the correlation with the input of the Laguerre orthogonal filters made it possible to increase the signal / noise ratio and to explain the performance of correlation with statistical analysis of seismic signals.

The algorithms and software of computer modeling of seismic signals and noise made it possible to analyze a wide range of options for combinations of useful seismic signals and noise correlation in systems with orthogonal input filters camp while solving the problem of seismic signals detection.

Список використаної літератури

1. Троян, В.Н. Статистические методы обработки и интерпретации геофизических данных: учебник для ВУЗов [Текст] / В.Н. Троян, Ю.В. Киселёв. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000. – 577 с.
2. Шериф, Р. Сейсморазведка. Том 2. Обработка и интерпретация данных [Текст] / Р. Шериф, Л. Гелдарт – М.: Мир, 1988. – 400 с.
3. Гурвич, И.И. Сейсмическая разведка: учебник для вузов; 3-е изд., перераб. [Текст] / И.И. Гурвич, Г.Н. Боганик. – М.: Недра, 1980. – 551 с.
4. Марченко, В.Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложение в геофизике [Текст] / В.Б. Марченко. – К.: Наукова думка, 1992. – 212 с.
5. Жаровський, Р.О. Комп'ютерне моделювання стаціонарного РС-шуму з дискретним часом [Текст] / Р.О. Жаровський – Вісник ТДТУ. – 2008. – №1. – С.157–161.
6. Жаровський, Р.О. Моделювання білого шуму з дискретним часом [Текст] / Р.О. Жаровський, Б.Г. Марченко, Н.Б. Марченко – Вісник ТДТУ. – 2007. – №4. – С.152–157.
7. Жаровський, Р.О. Моделі геофізичних сигналів на основі лінійних випадкових процесів [Текст] / Р.О. Жаровський, Л.М. Щербак – Вісник ТДТУ. – 2009. – №1. – С.138–144.
8. Жаровський, Р.О. Кореляційні ортогональні системи у задачах оброблення геофізичних сигналів [Текст] / Р.О. Жаровський – Науковий вісник НЛТУ України: Збірник науково-технічних праць. – Львів: РВВ НЛТУ України – 2010. – №20.7. – С.283–292.
9. Жаровський, Р. Задачі обробки геофізичних сигналів при дії завад дискретною кореляційною системою з вхідними ортогональними фільтрами [Текст] / Р. Жаровський, Л. Щербак // Вісник ТДТУ – 2010. – Том 15. – № 2. – С.172–181.

Отримано 31.10.2014