

УДК 621.825.6

А. Саньоцький

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ОДИНАРНОГО АСИНХРОННОГО КАРДАННОГО ШАРНІРА ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ У ТРАНСМІСІЯХ МАШИН

Резюме. Наведено конструктивні та кінематичні параметри і принцип дії одинарного асинхронного карданного шарніру як передавального механізму. Визначено математичними залежностями кутові швидкості обертання, нерівномірності кутової швидкості обертання веденого вала та коефіцієнта нерівномірності, передавальне відношення та відношення кутових швидкостей веденого і ведучого валів одинарного карданного шарніру. Виведено графічні залежності кутового зміщення карданних вилок, відносної зміни кутових швидкостей від кута повертання ведучого вала та зміну коефіцієнта нерівномірності обертання веденого вала при різних кутових значеннях повертання ведучого вала одинарного асинхронного карданного шарніра. Наведено табличні дані залежності максимальних і мінімальних значень передавального відношення і кута випередження від кута між осями ведучого і веденого валів одинарного асинхронного карданного шарніра.

Ключові слова: одинарний карданний шарнір, кутова швидкість, нерівномірність обертання, коефіцієнт нерівномірності.

A. Sanotsky

KINEMATIC ANALYSIS OF SINGLE ASYNCHRONOUS CARDAN HINGE AND ITS USE IN MACHINES' TRANSMISSION

The summary. The constructive and kinematic parameters and principle of single asynchronous cardan hinge as transmissive mechanism are represented. Using mathematical dependencies, the angular speed, irregularity of angular speed of driven shaft and irregularity factor, transmission ratio and ration of angular speeds of driven and axle shafts of single cardan hinge are determined. Graphical dependencies of angular bias of cardan forks, relative change of angular speeds by rotation angle of axle shaft and change of irregularity factor of driven shaft rotation on various rotation angle values of axle shaft for single asynchronous cardan hinge are described. Tabular data of dependencies of maximal and minimal values of transmission ratio and advance angle from an angle between the axes of axle shaft and driven shaft of single asynchronous cardan hinge.

Key words: single asynchronous cardan hinge, angular speed, irregularity of rotation, irregularity factor.

Умовні позначення:

A_i – карданний вал; A_1 і A_{n+1} – ведучий і ведений карданні вали; $i = 1, 2 \dots, n$;

B_i – карданний шарнір; B_1 – шарнір, що з'єднує вали A_1 і A_2 ;

F_i, F'_i – ведена і ведуча карданні вилки на проміжному валу A_i ;

$P_{i, i+1}$ – площина, що проходить через осі валів A_i і A_{i+1} і називається площиною передачі даних валів;

φ_i – кут повороту вала A_i карданної передачі;

$\alpha_{i, i+1}$ – кут між осями карданних валів у площині передач $P_{i, i+1}$;

γ_i – кут між площинами карданних вилок на валу A_i ;

ψ_i – фазовий кут карданного шарніра B_i (кут між площиною ведучої вилки $P (F'_i)$ і площиною передачі валів);

ω_i – кутова швидкість вала A_i , 1/с;

ε_i – кутове прискорення вала A_i , 1/с².

Постановка проблеми. Шарнірні механізми широко використовують у трансмісіях машин для компенсації неспіввісності валів, передачі крутного моменту і потужності в робочих і транспортних машинах між вхідним і вихідним валами при їхньому довільному просторовому розміщенні. Нестабільність передавального

відношення шарнірного з'єднання суттєво впливає на процес збудження крутних коливань в елементах приводу. При заданих параметрах шарнірної передачі й приводу динамічні навантаження можуть швидко зростати, що призводить до зменшення надійності й довговічності, а також поломки деталей приводу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Кінематичним аналізом одинарного асинхронного карданного шарніра та доцільністю його використання у трансмісіях займалися такі автори: С.Н. Кожевников, Я.Е. Малаховский, В.В. Осепчугов, В.К. Вахламов [1, 2, 3, 4] та інші. Автори розробили геометричні розрахунки кінематичних параметрів одинарного асинхронного карданного шарніра, однак не навели табличних і графічних розрахунків залежностей кінематичних параметрів роботи та змін коефіцієнтів нерівномірності.

Роботу виконано відповідно до координаційного плану з питань науки і техніки України, розділу «Машинобудування» на 2010-2014 роки.

Мета роботи. Систематизувати геометричний і механіко-технологічний розрахунки кінематичних параметрів, розробити табличні і графічні розрахунки залежностей кінематичних параметрів роботи та зміни коефіцієнта нерівномірності обертання веденого вала при різних кутових значеннях повертання ведучого вала одинарного асинхронного карданного шарніра та визначити доцільність його використання у трансмісіях машин.

Результати дослідження. Кути повороту ведучого і веденого валів одинарного карданного шарніра пов'язані нелінійною залежністю, а відношення кутових швидкостей цих валів є змінною величиною. Для встановлення зв'язку між кутами повороту ведучого і веденого валів приймемо за початкове положення механізму те, при якому точка A_0 на осі шарніра хрестовини на ведучій вилці лежить у площині розміщення осей валів, а точка B_0 – на осі шарніра на веденій вилці, перпендикулярна до цієї площини.

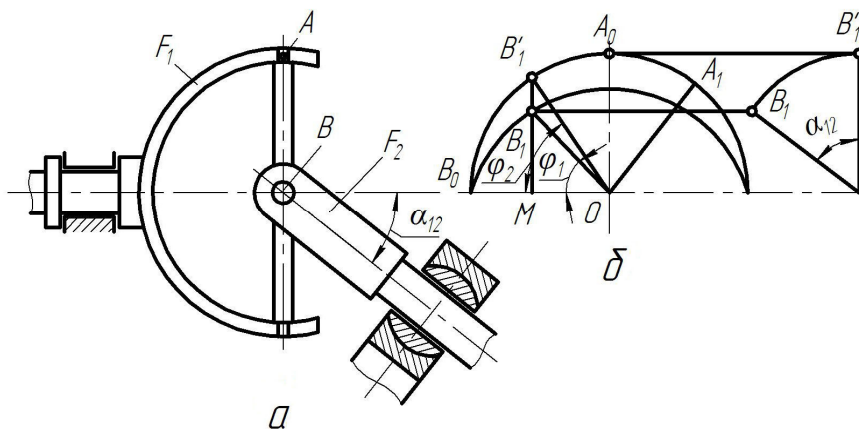


Рисунок 1 – Одинарний карданний механізм

Точки A і B на осях хрестовини, що містяться на рівних відстанях від точки O перетину осей валів (рис. 1 а), переміщуються по колах великих кругів, кожний з яких перпендикулярний до відповідної осі вилки. Коло, що описує точка A , проектується на площину, перпендикулярну до осі вилки F_1 у натуральну величину, а проекція траєкторії точки B є еліпсом (рис. 1 б). При будь-якому куті повороту φ_1 вилки F_1 кут між проекціями хрестовини дорівнює 90° , тому, якщо в точці O відновити перпендикуляр до OA_1 до перетину його з еліпсом, то знайдемо положення B_1 точки B у вибраній площині проекції.

Із теорії механізмів відомо [1], що співвідношення між кутами повороту φ_1 і φ_2 ведучого 1 і веденого 2 валів, з'єднаних карданним шарніром з хрестовиною, визначаємо за формулою

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 \cos \alpha_{12}. \quad (1)$$

Для визначення кута φ_2 повороту веденої вилки необхідно сумістити площину, в якій лежить вісь вилки F_2 , з площиною проєкцій, повертаючи її навкруг великої осі еліпса (рис. 1 б). При збігу вказаних площин точка B_1 перейде у B'_1 , а радіус OB'_1 з горизонтально складатиме кут, що дорівнює шуканому куту φ_2 повороту веденої вилки.

З рис. 1 б випливає, що

$$MB'_1 = OM \operatorname{tg} \varphi_2; \quad MB_1 = OM \operatorname{tg} \varphi_1; \quad MB_1 = MB'_1 \cos \alpha_{12},$$

звідси

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg} \varphi_1, \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg} \varphi_1 \right).$$

Позначимо кутові швидкості вхідного і вихідного валів карданного шарніра відповідно ω_1 і ω_2 , тоді

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}; \quad \omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}.$$

Продиференціювавши вираз (1), одержимо

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \omega_1 = \left(\frac{\cos \gamma}{\cos^2 \varphi_2} \right) \omega_2,$$

звідси

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1} \frac{1}{\cos \gamma}.$$

Для визначення кутової швидкості ω_2 веденого вала і передавального відношення карданної передачі продиференціюємо рівняння (2) за часом. Після диференціювання і перетворень одержимо

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cos \alpha_{12}}{1 - \sin^2 \alpha_{12} \cos^2 \varphi_1} = \frac{\omega_1}{\cos \alpha_{12} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{12} \sin^2 \varphi_1)}. \quad (3)$$

Використавши рівняння (1), виключимо з рівності кут φ_2 . Таким чином

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha_{12}}{1 - \sin^2 \alpha_{12} \cos^2 \varphi_1} = f(\alpha_{12}, \varphi_1). \quad (4)$$

З виразу (4) випливає, що відношення кутових швидкостей ведучого і веденого валів одинарного карданного шарніра змінне, тобто ведений вал обертається нерівномірно, що характеризується періодичною зміною кутової швидкості веденого вала, забезпечуючи середнє передавальне відношення, рівним одиниці. Таким чином, одинарний карданний шарнір є асинхронним, із змінною кутовою швидкістю веденого вала при обертанні.

Ступінь нерівномірності обертання веденого вала 2 при рівномірному обертанні ведучого вала 1 тим більше, чим більший кут α_{12} . Тому при номінальному навантаженні в статичному стані автомобіля, згідно з [2], кути встановлення карданних валів не мають перевищувати 3° – для легкових автомобілів, 4° – для вантажних автомобілів і автобусів, 8° – для автомобілів високої прохідності. Крім того, кут α_{12} має бути не меншим 1° через небезпеку брінелювання (видавлювання канавок) на поверхні шипів хрестовини і стаканів підшипників контактуючих поверхонь голчастих підшипників.

Прийнявши значення кутової швидкості ω_1 ведучого вала 1 стабільною, отримаємо зміну кутової швидкості ω_2 веденого вала 2 відносно кута повертання

ведучого вала. Найбільше значення відношення $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ відповідає якнайменшому значенню знаменника, або $\varphi_1 = 0, \pi, 2\pi$ і т.д. Тобто

$$i_{21\max} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)_{\max} = \frac{1}{\cos \alpha_{12}}.$$

Найменше значення $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ одержуємо при $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ і т. д.:

$$i_{21\min} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)_{\min} = \cos \alpha_{12}.$$

Таким чином, для кутових швидкостей одинарного асинхронного карданного шарніра справедлива нерівність

$$\omega_1 \cos \alpha_{12} \leq \omega_2 \leq \frac{\omega_1}{\cos \alpha_{12}}.$$

Диференціюючи вираз (4) за часом, одержуємо формулу для кутового прискорення веденого вала при нерівномірному обертанні ведучого:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 i_{21} + \omega_1^2 i'_{21},$$

де $i'_{21} = \frac{d}{d\varphi_1} i_{21}$;

$$i'_{21} = -i_{21}^2 \sin \alpha_{12} \operatorname{tg} \alpha_{12} \sin 2\varphi_1. \quad (5)$$

Співвідношення (2), (3), (4) і (5) справедливі для випадку, коли кут повороту ведучого вала відраховується від положення, у якому вісь шарнірів його вилки міститься у площині P_{12} осей валів, що з'єднуються карданним шарніром (рис. 2), а площина $P(F_2)$ розміщення осей шарнірів веденого вала перпендикулярна до неї.

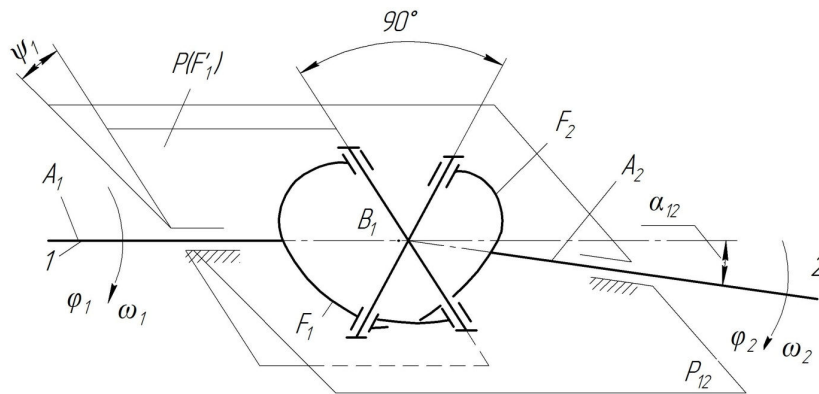


Рисунок 2 – Схема одинарної карданної передачі

Якщо кут повороту карданного вала 1 відраховується від площини $P(F_1')$ складовою кута ψ_1 з площиною P_{12} , то співвідношення (1) прийме вигляд

$$\operatorname{tg}(\varphi_2 + \psi_2) = \frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg}(\varphi_1 + \psi_1).$$

Тут $\psi_2 = \arctg \left[\frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg} \psi_1 \right]$, звідси

$$\varphi_2 = \arctg \left[\frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg}(\varphi_1 + \psi_1) \right] - \arctg \left(\frac{1}{\cos \alpha_{12}} \operatorname{tg} \psi_1 \right). \quad (6)$$

Відповідним чином змінюються й інші вихідні кінематичні параметри карданної передачі:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cos \alpha_{12}}{1 - \sin^2 \alpha_{12} \cos^2 (\varphi_1 + \psi_1)}, \quad i_{21} = \frac{\cos \alpha_{12}}{1 - \sin^2 \alpha_{12} \cos^2 (\varphi_1 + \psi_1)},$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 i_{21} - \omega_1^2 i_{21}^2 \sin \alpha_{12} \operatorname{tg} \alpha_{12} \sin 2(\varphi_1 + \psi_1). \quad (7)$$

Рівняння (2), (3), (4), (5), (6) і (7) повністю характеризують кінематику одинарного асинхронного карданного шарніра як передавального механізму. Властивості одинарного асинхронного карданного шарніра ілюструють графіки на рис. 3, на яких зображено різницю кутів повороту ведучого і веденого валів $\varphi_2 - \varphi_1$, $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}$ і $\frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2}$ при $\omega_1 = \text{const}$ для різних значень α_{12} . А значення мінімальних і максимальних передавальних відношень валів карданного шарніра, а також максимальні різниці між їхніми кутовими переміщеннями, залежно від кута між осями валів, наведено в табл. 1.

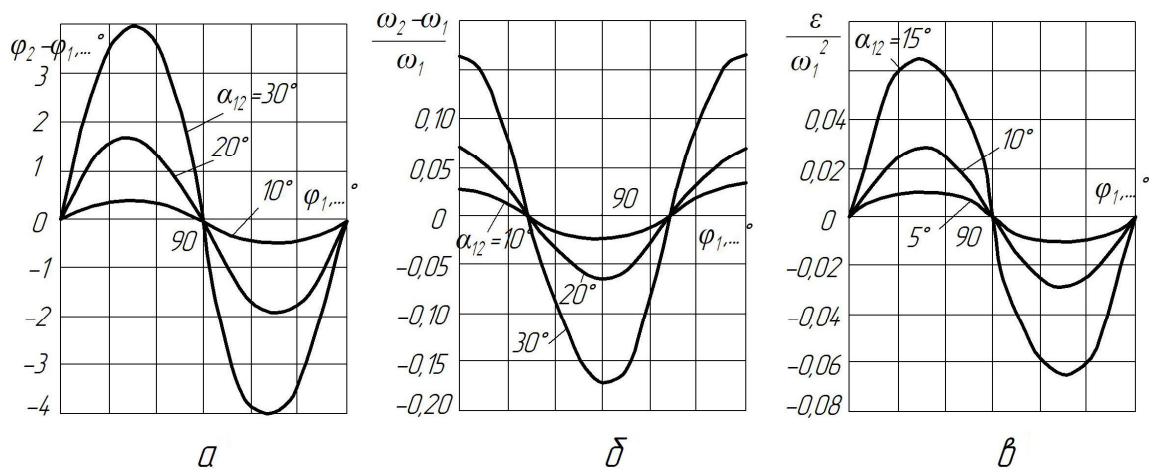


Рисунок 3 – Залежність кутового зміщення $\varphi_2 - \varphi_1$, відносної зміни швидкості $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}$ і відношення $\frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2}$ при різних значеннях кута повороту ведучого вала одинарного асинхронного карданного шарніра

Як бачимо з рис. 3, за один оберт одинарного асинхронного карданного шарніра частота обертання веденого вала збільшується і зменшується удвічі порівняно з частотою обертання ведучого вала. Якщо кут між валами дорівнює 30° , то максимальне кутове зміщення складає 4° , і різниця кутових швидкостей становитиме $\omega_2 - \omega_1 = 0,135 \cdot \omega_1$.

Таблиця 1 – Залежність граничних значень передавального відношення і кута випередження від кута α_{12}

Граничні значення	$\alpha_{12}, ^\circ$									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
$i_{21\max}$	1,0038	1,0154	1,0352	1,0642	1,1034	1,1547	1,2208	1,3054	1,4142	
$i_{21\min}$	0,9962	0,9848	0,9659	0,9397	0,9063	0,8660	0,8119	0,7660	0,7070	
$(\varphi_2 - \varphi_1)^{\max}$	7'	26'	59'	1°47'	2°49'	4°7'	5°42'	7°36'	9°50'	

Нерівномірність обертання веденого вала характеризує коефіцієнт нерівномірності [3]:

$$K_H = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_1} = \frac{1}{\cos \alpha_{12}} - \cos \alpha_{12}; \quad K_H = \frac{1 - \cos^2 \alpha_{12}}{\cos \alpha_{12}}.$$

Зміну коефіцієнта нерівномірності, залежно від кута α_{12} між валами, зображено на графіку рис. 4.

З графіка на рис.4 випливає, що із збільшенням кута α_{12} між валами нерівномірність обертання веденого вала зростає. При малих кутах $\alpha_{12} = 5-8^\circ$ коефіцієнт нерівномірності має невелике значення (при $\alpha_{12} = 10^\circ$, $K_n = 3\%$), тому для цих кутів можна застосовувати один карданний шарнір нерівних кутових швидкостей. Для зменшення кута α_{12} іноді агрегати (зокрема двигун) встановлюють під кутом до рами [4].

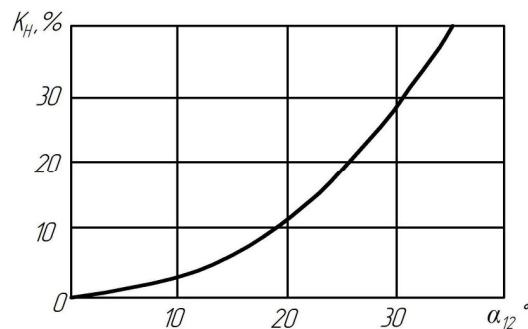


Рисунок 4 – Графік зміни коефіцієнта нерівномірності одинарного асинхронного карданного шарніра

На основі проведених досліджень можна зробити такі **висновки**:

1. Одинарний асинхронний карданний шарнір змінних кутових швидкостей через нерівномірність обертання веденого вала зумовлює кручення валів, унаслідок дії інерційних сил, і додаткові динамічні навантаження інерційним моментом у них.

2. При встановленні такого механізму в трансмісії автомобіля між коробкою перемінних швидкостей і головною передачею з кутом нахилу карданного вала $\alpha_{12} = 15^\circ$ максимальне значення кутового зміщення ведучого і веденого карданних валів $(\varphi_2 - \varphi_1)^{\max}$ становитиме $59'$ згідно з розрахунками, наведеними в табл. 1. Великі обертові маси ведучого моста і коліс спричинять значний опір нерівномірному обертанню і навантажать карданний вал додатковими напругами через кручення. Оскільки карданний вал не має достатньої пружності, то піддаватиметься значним динамічним навантаженням, що призведе до підвищеного зношування карданного шарніра і деталей приводу ведучого моста.

3. Використання одинарного карданного шарніра змінних кутових швидкостей виправдане в тих випадках, коли кутове розміщення карданних валів коливатиметься у межах від $\alpha_{12} = 0^\circ$ до $\alpha_{12} = 15 \div 20^\circ$ [4], а жорсткість конструкції без шкідливих наслідків поглинатиме динамічні навантаження інерційним моментом, що виникатиме.

4. Зниження динамічного навантаження інерційним моментом до незначної величини та забезпечення рівної кутової швидкості забезпечується застосуванням у приводах трансмісій двох одинарних асинхронних карданних шарнірів, які встановлюють на кінцях карданного вала. Тоді нерівномірність обертання, що створюється першим карданним шарніром, вирівнюється другим карданним шарніром, а ведений вал обертається рівномірно зі швидкістю ведучого вала – при умові розміщення карданних вилок в одній площині та при рівності кутів між карданним і сполучними валами.

Література

1. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин / С. Н. Кожевников. – М.: Машиностроение, 1974. – 580 с.
2. Малаховский Я. Е. Карданные передачи / Я. Е. Малаховский, А. А. Лапин, Н. К. Веденев – М.: Машгиз, 1962. – 155 с.

3. Автомобили: Конструкция и элементы расчета / В. К. Вахламов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 480 с.
4. Осепчугов В. В. Автомобиль. Анализ конструкций, элементы расчета: Учебник для студентов вузов / В.В. Осепчугов, А. К. Фрумкин. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.

Одержано 01.03.2010 р.