

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя**

**СІНЧУК АЛЕСЯ МИХАЙЛІВНА**

УДК [519.876.5:530.182]:553.98

**МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З  
УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ТРІЩИН ГІДРОРОЗРИВУ ЧИСЕЛЬНИМИ  
МЕТОДАМИ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Тернопіль – 2015

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Рівненському державному гуманітарному університеті  
Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:** доктор технічних наук, професор  
**Бомба Андрій Ярославович**,  
Рівненський державний гуманітарний  
університет,  
м. Рівне, завідувач кафедри інформатики та  
прикладної математики

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор  
**Бейко Іван Васильович**  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут», м. Київ,  
професор кафедри математичної фізики

доктор технічних наук, професор  
**Журавчак Любов Михайлівна**,  
Карпатське відділення Інституту геофізики  
ім. С.І. Субботіна НАН України, м. Львів,  
старший науковий співробітник відділу  
геоелектромагнітних методів

Захист відбудеться “ 30 ” червня 2015 р. об 11 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д **58.052.01** у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя (46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56).

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56).

Автореферат розіслано “    ” травня 2015 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 58.052.01



Шелестовський Б.Г.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** На сьогоднішній день зниження обсягів нафтовидобутку головним чином пов'язане із структурою порід-колекторів, більше половини з яких становлять важковидобувні, енергетично-виснажені та високообводнені поклади, висока неоднорідність яких, зокрема, призводить до нерівномірного вилучення нафти, зниження коефіцієнта нафтовіддачі та ін. Один із найпоширеніших та перспективних методів інтенсифікації процесу витіснення, зокрема, підвищення фільтраційно-ємнісних характеристик привибійної зони свердловин, є гідравлічний розрив пласта (ГРП). Дія тріщин, утворених внаслідок ГРП, направлена на окремі ділянки продуктивного пласта. Таким чином, в залежності від розміщення тріщин, змінюється напрям і швидкість фільтраційних потоків, встановлюється зв'язок із іншими зонами підвищеної проникності.

Більшість вчених, зокрема такі як Каневская Р. Д., Хайруллин М. Х., Economides M.J., Perkins T.S. і Kern L.R. та інші, що досліджували процес фільтрації у нафтогазових пластах з урахуванням впливу існуючих тріщин гідророзриву, визначали їх вплив на значення фільтраційно-ємнісних характеристик середовища та процесу. Однак і до тепер залишились відкритими питання оцінки ефективності впливу тріщин ГРП, зокрема, на залишок флюїду (нафти або газу) у пласті, часу повного його заводнення тощо. В зв'язку з чим виникає потреба комплексного вивчення гідродинаміки вибраної ділянки родовища з урахуванням фільтраційних властивостей пласта, розстановки свердловин, їх взаємодії та впливу розміщення і параметрів тріщин ГРП на фільтраційний потік. Таким чином, розв'язання цих проблем є актуальним для подальших досліджень, що зумовлює розвиток методів математичного моделювання гідродинамічних процесів розробки родовищ із застосуванням процедури ГРП. При цьому, на відміну від традиційних числових методів наближеного розв'язання крайових задач для нелінійних систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, виникає потреба розвитку методології математичного моделювання процесів розробки родовищ, що ґрунтується на розвитку числових методів комплексного аналізу (теорії квазіконформних відображень). Такий підхід має забезпечувати можливість одночасно враховувати різноманітні аспекти протікання досліджуваного процесу в одній розрахунковій процедурі, з встановленням оптимізаційних випадків за умов взаємовпливу характеристик середовища і процесу, без додаткового перерахунку фільтраційних характеристик (поля швидкостей, фільтраційних витрат тощо) та використання інтерполяційних і градієнтних методів для побудови еквіпотенціалей, ліній та трубок течії.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконувалась у відповідності з планами науково-дослідних робіт Рівненського державного гуманітарного університету (РДГУ) “Системне математичне моделювання нелінійних збурень процесів типу “фільтрація-конвекція-дифузія” з післядією при неповних даних” номер державної реєстрації

0109U001065), «Розробка методів та графічного формату прогресуючого стиснення кольорових зображень без втрат» (номер державної реєстрації – 0113U001203), “Просторові аналоги крайових задач на квазіконформні відображення і проблеми моделювання нелінійних процесів у пористих середовищах” (номер державної реєстрації – 0112U001014).

**Метою роботи** є математичне моделювання процесів витіснення флюїдів у нафтогазових пластах з урахуванням впливу тріщин гідророзриву та розвиток числових методів комплексного аналізу розв’язання відповідних крайових задач одно- та багатофазної фільтрації.

Для досягнення поставленої мети визначені такі **завдання дослідження**:

- ✓ удосконалити математичні моделі процесу витіснення флюїдів у нафтових пластах за наявності тріщин ГРП, розвинути числові методи комплексного аналізу та розробити алгоритми розв’язування відповідних крайових задач, на основі чого провести числові розрахунки та аналіз отриманих результатів;
- ✓ розвинути, в рамках теорії Баклея-Леверетта, методику математичного моделювання нелінійних процесів витіснення в умовах площового заводнення на випадок урахування впливу тріщин ГРП, розробити алгоритм розв’язування відповідних крайових задач та здійснити його комп’ютерну реалізацію;
- ✓ розвинути методологію розв’язання задач багатофазної фільтрації в елементах площового заводнення на випадок витіснення теплоносієм з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву;
- ✓ удосконалити числові методи комплексного аналізу стосовно моделювання процесу витіснення у важкопроникних (типу сланцевих) породах з урахуванням впливу тріщин гідророзриву.

**Об’єктом дослідження** є фільтраційні процеси витіснення у нафтогазових пластах з урахуванням впливу тріщин гідророзриву.

**Предметом дослідження** є математичні моделі процесів фільтрації у горизонтальних нафтогазових пластах з урахуванням впливу тріщин ГРП, числові методи комплексного аналізу розв’язування відповідних крайових задач.

**Методи дослідження.** У процесі розв’язання поставлених завдань використано числові методи комплексного аналізу та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, інші числові методи (методи скінчених різниць, блочних ітерацій, послідовних наближень в різного роду модифікаціях), методи побудови консервативних різницевих схем.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

1. Розвинуто методику математичного моделювання процесів витіснення флюїдів у нафтогазових пластах з метою урахування впливу тріщин гідравлічного розриву та вирв (утворених внаслідок дії вибуху зарядів) на присверловинну ділянку.

2. Вперше, з використанням квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, розроблено методику моделювання витіснення однієї рідини іншою у горизонтальних однорідних та зонально-неоднорідних пластах за умов урахування впливу тріщин ГРП та побудовано числові алгоритми розв’язування відповідних крайових задач, які,

зокрема, адаптовано на випадок визначення усередненого коефіцієнта фільтрації привибійної зони свердловин за відомим дебітом експлуатаційної свердловини.

3. У рамках теорії Баклея-Лeverетта (закону збереження мас), модифіковано метод комплексного аналізу моделювання багатозфазної фільтрації на випадок інтенсифікації процесу витіснення тріщинами гідравлічного розриву в елементах площового заводнення, що, зокрема, забезпечує можливість оптимізації перетоків, з метою уникнення формування так званих «застійних» зон;

4. На основі розвинутої методології моделювання ізотермічної багатозфазної фільтрації, вперше одержано числовий розв'язок крайових задач неізотермічного процесу витіснення в елементах площового заводнення шляхом збурення фільтраційної течії тріщинами ГРП.

5. Вперше розроблено методику розв'язання крайових задач на випадок інтенсифікації процесу витіснення із важкопроникних (типу сланцевих) осадових порід з урахуванням суміжних деформаційних процесів у присвердловинній ділянці пласта, коли за умов квазістаціонарності фільтраційної течії досліджуваній процес описується спеціальним чином модифікованим законом Дарсі (відносно критичного значення градієнта тиску).

6. На основі методів квазіконформних відображень, удосконалено методику прогнозування розміру вивів, які утворені шляхом вибуху, що є підґрунтям можливого утворення тріщин розриву.

7. Вперше узагальнено методологію розв'язання двовимірних крайових задач однофазної фільтрації у важкопроникних осадових породах на випадок просторово-викривлених пластів із урахуванням тріщин гідророзриву.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає в удосконаленні та розвиненні числові методи комплексного аналізу для моделювання нелінійних процесів витіснення в нафтових пластах з урахуванням впливу тріщин гідророзриву, що дозволяють визначати, зокрема, момент часу прориву витісняючої рідини до експлуатаційної свердловини та повного її обводнення, координати критичних точок типу «призупинки» та значень квазіпотенціалу у них, а також визначення положення границі розділу рідин у різні моменти часу. На основі цих методів, розроблено числові алгоритми для розв'язування відповідних крайових задач на побудову відповідної гідродинамічної сітки, розрахунку загальної фільтраційної витрати на експлуатаційній свердловині, встановлення залежності частки у ній нафти, об'єму витісненого флюїду у пласті на протязі визначеного часу та відповідного об'єму, що залишається у пласті в довільний момент часу, зокрема, після припинення процесу витіснення, та створено програмний комплекс, що їх реалізує. Проведені у роботі дослідження дають можливість аналізувати процеси витіснення за умов врахування розмірів та розміщення тріщин гідророзриву, зокрема, залежно від розподілу нафтонасиченості і пластового тиску на площі родовища, проектувати буріння нагнітальних свердловин у зонах пониженого пластового тиску та експлуатаційних - у зонах з підвищеним пластовим тиском, а також відшукування місцезнаходження значних по своїй площі застійних зон (з метою надання пропозицій «проектувальникам» стосовно подальшої розробки родовищ).

Результати роботи впроваджено Дочірнім підприємством «Науководослідний інститут нафтогазової промисловості» Національної акціонерної компанії «Нафтогаз України» при проектуванні розстановки свердловин, параметрів та розміщення тріщин ГРП на них, з метою уникнення формування так званих «застійних» зон та збільшення відбору нафти з врахуванням її залишку у пласті.

Викладені в дисертаційній роботі матеріали використовуються у навчальному процесі РДГУ та НУВГП при читанні дисциплін: “Методи комплексного аналізу”, “Проблеми оптимізації і керування процесами і системами”, “Сучасні проблеми прикладної математики” та “Чисельні методи конформних і квазіконформних відображень”, а також є основою для написання курсових та дипломних робіт по кафедрі інформатики та прикладної математики для студентів РДГУ та НУВГП за спеціальністю “Прикладна математика”. Більшість результатів, отриманих в роботі, подано у вигляді алгоритмів, ілюстрацій та графіків, які можуть бути включені у посібники та довідники і використані в інженерній практиці.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали дисертаційної роботи обговорювалися на: XVII Всеукраїнській науковій конференції “Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” (м. Львів, 2011 р.); V Міжнародній науковій конференції “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (м. Кам’янець-Подільський, 2012 р.); II Всеукраїнській школи-семінарі молодих вчених і студентів «Сучасні комп’ютерні інформаційні технології» (м. Тернопіль, 2012 р.); Міжнародній науковій конференції «Обчислювальна та прикладна математика» (м. Київ, 2012 р.); VIII International Conference POROUS MATERIALS. Theory and Experiment (м. Львів, 2012 р.); II Науково-технічній конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» (м. Львів, 2012 р.); Всеукраїнській науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (м. Рівне, 2013 р.); 9 Міжнародній науково-практичній конференції “Нафта і газ України – 2013” (м. Яремче); Усеукраїнській науковій конференції «Математичне моделювання та математична фізика» (м. Кременчук, 2013 р.); III Международній конференції «Комп’ютерне моделювання в наукоємких технологіях» (м. Харків, 2014 р.); Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (м. Рівне, 2015 р.), на звітних науково-практичних конференціях професорсько-викладацького складу, аспірантів та студентів Рівненського державного гуманітарного університету (2011–2015 рр.).

У повному обсязі дисертація обговорювалася на розширеному науковому семінарі при кафедрі інформатики і прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету 31 жовтня 2014 р. (керівник – д.т.н. А. П. Власюк); на засіданні секції розробки родовищ нафти та газу і буріння свердловин Вченої ради Дочірнього підприємства «Науководослідного інституту нафтогазової промисловості» Національної акціонерної компанії «Нафтогаз України» 20 лютого 2014р. (керівник – к.т.н. В. П. Гришаненка); на засіданні

секції розширеного наукового семінару Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України 7 жовтня 2014р. (керівник – д.т.н. Я. Д. П'янило); на засіданні розширеного наукового семінару кафедри розробки родовищ корисних копалин, гірничих машин та комплексів Національного університету водного господарства та природокористування 23 жовтня 2014р (керівник – д.т.н. З. Р. Маланчук).

**Публікації.** За основними матеріалами роботи опубліковано 23 наукових праці: 13 статей, з яких 9 у фахових наукових виданнях з технічних наук (зокрема, 1 опублікована без співавторів), у тому числі 5 в журналах, що індексуються та реферуються у таких міжнародних наукометричних базах даних: Index Copernicus International, Directory of Open Access Journals (DOAJ) [1], Cambridge Scientific Abstracts, Computer and Information Systems Abstracts, INIS Collection [2], ВІНІТІ РАН [1,2], Science Index РІНЦ [1-3, 6]; Ulrich's Periodicals Directory [4]; 10 публікацій у матеріалах Міжнародних та Всеукраїнських конференцій.

**Особистий внесок здобувача** полягає в безпосередній участі в проведенні розрахунково-теоретичних досліджень, оформленні проміжних результатів роботи у вигляді публікацій і доповідей. Науковому керівнику належить постановки задач, визначення схеми досліджень та участь в обговоренні одержаних результатів. Всі результати, що складають основний зміст дисертаційної роботи, отримані автором самостійно.

У публікаціях, написаних у співавторстві здобувачеві належить: у [1, 19, 23] - розробка підходу до розв'язання задач неізотермічної багатофазної фільтрації в елементах площового заводнення за умов урахування впливу тріщин гідророзриву, побудова числового алгоритму для розрахунку фільтраційно-ємкісних характеристик, обробка та аналіз отриманих результатів; у [2, 17, 22] - поширення методу комплексного аналізу на випадок дослідження процесу витіснення, в умовах двофазної фільтрації, з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву пласта; у статті [3] – розробка підходу до розв'язання задач однофазної фільтрації в просторово-викривлених важкопроникних нафтових пластах за умов збурення фільтраційної течії тріщинами гідравлічного розриву із використанням ідей методу квазіконформного відображення та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу; у [4, 10, 13, 18] - проведення системного аналізу процесів витіснення за умов двофазної фільтрації у випадку площового заводнення з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву, виконання числових розрахунків, обробка та аналіз отриманих результатів; у [6, 20, 21] - моделювання інтенсифікації відтоку газу з сланцевих осадових порід, коли за умов квазістаціонарності фільтраційної течії досліджуваний процес описується спеціальним чином модифікованим законом Дарсі, відносно критичного значення градієнта тиску; у [7, 9, 11, 14, 15] – модифікація методів комплексного моделювання фільтраційних процесів витіснення на випадок урахування впливу тріщин гідророзриву, розробка числових алгоритмів для розв'язування

відповідних крайових задач; у [8, 16] – розробка підходу до ідентифікації усередненого коефіцієнта фільтрації привибійної зони свердловини, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини шляхом корекції його відхилення від заданого значення; у [12] - розробка алгоритму числового розв'язання обернених нелінійних крайових задач теорії вибуху на квазіконформні відображення.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (202 бібліографічних найменувань) та 3 додатків. Загальний обсяг дисертаційної роботи – 157 сторінок, з них 128 сторінок основного тексту, в тому числі 38 рисунків.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету та основні завдання дослідження, визначено наукову новизну роботи та її зв'язок із науковими програмами, планами і темами, наведено дані про апробацію результатів роботи.

У **першому** розділі міститься огляд праць, що стосується сучасного стану досягнень у сфері математичного та комп'ютерного моделювання фільтраційних процесів витіснення у нафтогазових пластах з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву пласта, зокрема, проаналізовано основні моделі та методи розв'язання відповідних крайових задач, а також здійснено постановку завдань дослідження. Проведено структурний аналіз наукових досягнень в галузі розробки нафтогазових родовищ.

Желтов Ю. П., Маскет М., Христианович С. А., Geertsma J., Kern L. R., De Klerk F., Perkins T. S. створили перші теоретичні моделі дослідження фільтрації у горизонтальному пласті з урахуванням існуючої тріщини ГРП. Баренблатт Г. І., Баснієв К. С., Єнтов В. М., Зазовський А. Ф., Каневська Р. Д., Рижик В. М., Годуа Г. Т., Economides M. J., Nolte K. G., та ін. розробили відомі моделі фільтраційних задач. Щодо видобутку нафти з високим коефіцієнтом в'язкості (наприклад, природних бітумів), проводили математичне моделювання такі вчені як Аметов І. М., Ахмадишин Р. З., Габриєлов Л. В., Кондрат Р. М., Briggs P. J., Wright M. S. розробляли нові методи та технології підвищення коефіцієнта нафто вилучення у відповідних родовищах. Кондратом О. Р. було виявлено, що ефективною, для підтримки пластового тиску та покращення реологічних властивостей флюїдів, є технологія нагнітання в пласт різних робочих агентів, зокрема, теплоносіїв, при цьому за рахунок переносу течією тепла здійснюється розігрів зон пласта між свердловинами в зв'язку з чим знижується в'язкість нафти в цих зонах і, тим самим, забезпечується гідродинамічний зв'язок між ними.

Основні ідеї математичного моделювання процесу фільтрації та методів розв'язування відповідних крайових задач базуються на роботах Голуб'єва О. В., Грищенко О. Ю., Дейнека В. С., Журавчак Л. М., Лаврик В. І., Ляшко І. І.,



Ляшко С. І., Петрик М. Р., Півень В. Ф., Полубарінова-Кочіна П. Я., П'янило Я. Д., Сергієчко І. В., Толпаєв В. А., Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю.

Математичним апаратом даної роботи є числові методи квазіконформних відображень, основи та розвиток яких забезпечують такі вчені як Бомба А. Я., Булавацький В. М., Власюк А. П., Годунов О. К., Каштан С. С., Климюк Ю. Є., Лаврентьєв М. А., Пригодницький Д. О., Скопецький В. В., Шабат Б. В., Ярошак С. В. та інші.

На основі проведеного огляду праць сучасного стану та тенденцій розвитку математичного моделювання процесів витіснення в нафтогазових пластах за умов існування тріщин гідравлічного розриву, огляду існуючих моделей та методів математичного моделювання відповідних процесів, показано, що актуальними є науково-практичні задачі на побудову та удосконалення існуючих моделей та методів комплексного аналізу розв'язування відповідних крайових задач з урахуванням різного роду керуючих рішень які оптимізували б, згідно вибраних критеріїв, процеси розробки нафтогазових родовищ.

У **другому** розділі розвинуто методіку дослідження нелінійних процесів витіснення в горизонтальних нафтогазових пластах з урахуванням збурення фільтраційної течії тріщинами ГРП, розроблено алгоритми розв'язання відповідних задач, які реалізовані у вигляді пакетів програм та здійснено відповідні числові розрахунки.

У п. 2.1, на основі ідей методів квазіконформного відображення та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, розроблено методіку моделювання нелінійних процесів витіснення в горизонтальних нафтових пластах з урахуванням збурень фільтраційної течії включеннями скінченної проникності типу призупинених свердловин, тріщин гідравлічного розриву пласта, малопроникних зон. Розроблено числові алгоритми розв'язання відповідних крайових задач. На основі чого створено програмні засоби комп'ютерної їх реалізації, за допомогою яких визначено: моменти часу прориву витісняючої рідини до експлуатаційної свердловини та повного її обводнення, координати критичних точок типу «призупинки» та значення квазіпотенціалу у них, положення границі розділу рідин у різні моменти часу, значення загальної фільтраційної витрати на експлуатаційній свердловині, частки у ній витісненого флюїду, об'єму, що залишається у пласті в довільний момент часу, зокрема, після припинення процесу витіснення, а також відшукування місцезнаходження значних по своїй площі застійних зон. Зокрема, у п. 2.2 створено розрахункову процедуру визначення усередненого коефіцієнта проникності присвердловинної ділянки пласта, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини.

У п. 2.3 розроблено комплексний підхід до математичного моделювання поведінки системи «нагнітальна-експлуатаційна» свердловини при витісненні однієї рідини іншою за умов інтенсифікації притоку пластової рідини до свердловини за наявності тріщин ГРП скінченної проникності, який дозволяє врахувати взаємне розміщення свердловин на продуктивній площі, розміщення та параметри тріщин на експлуатаційній свердловині, розподіл неоднорідностей пласта тощо. Проведено числові розрахунки та проаналізовано ефективність

гідророзриву та вплив характеристичних параметрів тріщини на роботу експлуатаційної та нагнітальної свердловин.

У **третьому розділі** поширено методологію комплексного аналізу розв'язання задач багатофазної фільтрації на випадок математичного моделювання нелінійних процесів витіснення в нафтових пластах з урахуванням тріщин гідророзриву. Розроблено методику розв'язання задач неізотермічної багатофазної фільтрації, основні особливості якого продемонстровані на прикладі задач площового заводнення, побудовано числовий алгоритм для розрахунку гідродинамічної сітки, відшукування полів температури та насиченості, координат критичних точок, фільтраційних витрат, часу повного заводнення тощо.

У п 3.1 розроблено методику стосовно дослідження поведінки елементів системи «свердловина-тріщина-пласт», зокрема, врахування зміни насиченості при двофазній фільтрації в однорідному горизонтальному пласті, на випадок інтенсифікації притоку пластової рідини до свердловини шляхом збурення течії тріщинами гідравлічного розриву пласта скінченної проникності.

На основі теорії Баклея-Левретта, у п. 3.2. модифіковано метод комплексного аналізу на випадок двофазної фільтрації у багаторядних схемах розробки родовищ за умов інтенсифікації притоку пластової рідини до свердловини шляхом збурення течії тріщинами гідравлічного розриву пласта скінченної проникності (рис. 1).

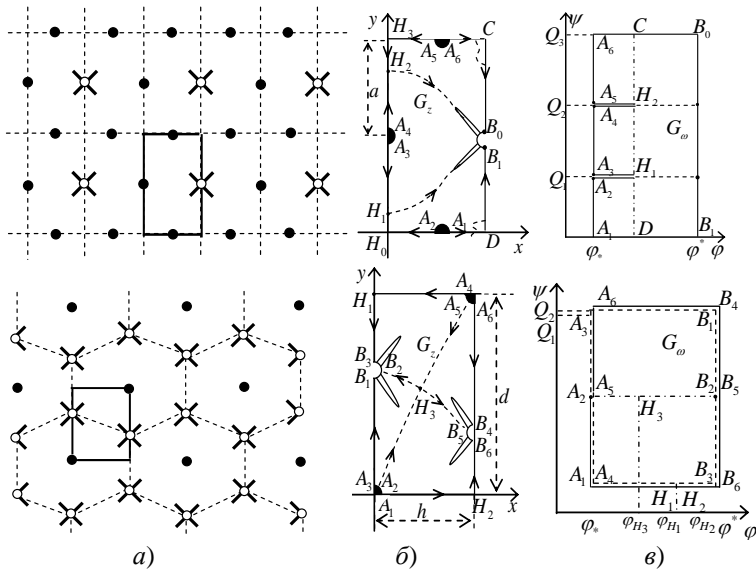


Рис. 1. Схематичне зображення семиточкової розробки пласта за наявності тріщин ГРП (а) з виділеним елементом симетрії (б) та відповідна область комплексного квазіпотенціалу (в)

Процес фільтрації описуємо за допомогою модифікованого закону Дарсі

$$\bar{v}_l = \frac{kk_l}{\mu_l} \text{grad} \varphi \text{ та рівняння нерозривності } \sigma \frac{\partial s_l}{\partial t} + \text{div} \bar{v}_l = 0 \quad (l = \overline{1, 2}, \quad s_1 + s_2 = 1),$$

звідси з урахуванням сумарної швидкості  $\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2$  фільтраційної течії, маємо:

$$\bar{v} = \bar{k}(s) \text{grad} \varphi, \quad \text{div} \bar{v} = 0, \quad \sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \bar{v} \text{grad} f(s) = 0, \quad \text{де } \bar{k}(s) = \frac{kk_1(s)}{\mu_1} + \frac{kk_2(s)}{\mu_2},$$

$$f(s) = \frac{\mu_1 k_2(s)}{\mu_2 k_1(s) + \mu_1 k_2(s)}, \quad \varphi - \text{квазіпотенціал швидкості фільтрації, } \mu_1, \quad s_l -$$

динамічна в'язкість та насиченість відповідної  $l$ -тої фази,

$$k(x, y) = \begin{cases} k_\lambda, & (x, y) \in G_z^\lambda, \quad \lambda=1,2,\dots \\ k_0, & (x, y) \in G_z \setminus \bigcup_\lambda G_z^\lambda, \end{cases} \quad - \text{коєфіцієнт проникності } \lambda\text{-ої тріщини } (G_z^\lambda)$$

та материнського пласта  $(G_z \setminus \bigcup_\lambda G_z^\lambda)$ ;  $k_1, k_2$  – відносні фазові проникності ( $\epsilon$

заданими функціями насиченості:  $k_1 = k_1(s), k_2 = k_2(s), s = s_2 = 1 - s_1$ );  $\sigma$  – пористість ґрунту.

Поставлену задачу зведено до задачі на квазіконформне відображення  $\omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ , ввівши функцію течії  $\psi = \psi(x, y)$ , комплексно спряжену до  $\varphi$ , та здійснивши умовні розрізи  $\Gamma$  області  $G_z$  (вздовж характерних ліній розділу течії), утвореної при цьому однозв'язної області  $G_z^0 = G_z \setminus \Gamma$  на відповідну прямокутну область комплексного квазіпотенціалу  $G_\omega$ .

Через геометричну складність області  $G_z^0$  та тривіальність відповідної їй області комплексного квазіпотенціалу  $G_\omega$  розглянуто замість прямої задачі на квазіконформне відображення  $G_z^0 \rightarrow G_\omega$  обернену до неї  $(G_\omega \rightarrow G_z^0)$ , яку записано у вигляді:

$$\bar{k}(s) \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \bar{k}(s) \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} [x(\varphi, \psi)] \Big|_{\partial G_z^0} &= 0, & \left[ \frac{k}{J} \sqrt{\left( \frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2} \cos(\bar{v}, \bar{n}) \right] \Big|_{\partial G_\omega^0} &= 0, \quad \text{де } \lambda = 1, 2, 3, \dots, \\ [y(\varphi, \psi)] \Big|_{\partial G_z^0} &= 0, & & \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left( \bar{k}(s) \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{\bar{k}(s)} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left( k \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{k} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (3)$$

за відповідних умов [2,4] на контурах області.

Невідома сумарна фільтраційна витрата  $g$ -ої нагнітальної свердловини визначено як  $Q_g - Q_{g-1} = \oint_{L_g} -v_y dx + v_x dy$  (при цьому сумарну витрату на

експлуатаційній свердловині одержано з формули:  $Q = \sum_{g=1}^{n_s} (Q_g - Q_{g-1}) = Q_{n_s}$ ), а

значення відбору нафти в довільний момент часу визначено як:  $Q^*(t) = \oint_{L^*} (1 - f(s)) \cdot (-v_y dx + v_x dy) \approx (1 - f(s)) \cdot \oint_{L^*} (-v_y dx + v_x dy) = (1 - f(\bar{s})) \cdot Q_{n_s}$ , де  $\bar{s} = \bar{s}(t)$  – деяке усереднене значення насиченості на контурі експлуатаційної свердловини.

Об'єм добутої нафти у процесі витіснення за час  $t_*$  в одному елементі симетрії всього досліджуваного пласта, визначено за формулою:

$V_{\text{вн}}(t_*) = \int_0^{t_*} Q^* dt$ . Таким чином, врахувавши об'єм нафти, що міститься у пласті

до початку відбору  $V_n$ , залишок нафти  $V_{\text{зл}}$  на момент часу  $t_*$  у відповідному елементі обчислено так:  $V_{\text{зл}}(t_*) = V_n - V_{\text{вн}}(t_*)$ .

Використавши відповідні формули переходу  $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \psi}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \psi}$ ,

$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varphi}$ , умови (1) та формули для обчислення компонент

швидкості:  $v_x = \frac{\bar{k}}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial y}{\partial \psi}$ ,  $v_y = -\frac{\bar{k}}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial x}{\partial \psi}$ , де  $J(\varphi, \psi) = x'_\varphi y'_\psi - x'_\psi y'_\varphi$ ,

задачу для насиченості записано у вигляді:  $\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{v^2}{\sigma k} \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \varphi}$ , де

$s(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi), 0) = \tilde{s}(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi))$ ,  $s(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi), t) = s_*$ ,  $0 \leq \psi \leq Q$ ,

$\varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*$ , де  $\varphi_*$ ,  $\varphi^*$  - квазіпотенціал на нагнітальних та експлуатаційних свердловинах відповідно.

Проведено повну дискретизацію задачі, де диференціальні рівняння еліптичного типу (3) апроксимовано з використання методу скінченних об'ємів, що забезпечує виконання різницевих аналогів законів збереження та консервативності відповідної різницевої схеми. Умови ортогональності ліній течії та еквіпотенціальних ліній до відповідних ділянок границі фізичної області апроксимовано спеціальними числово-аналітичними різницевими рівняннями:

$$\begin{aligned}
& (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + \\
& + (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j})(y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) = 0, \quad j = \overline{\tilde{m}_1, \tilde{m}_2}, \\
& (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - x_{n,j-1}) + \\
& + (3y_{n,j} + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, \quad j = \overline{0, m},
\end{aligned}$$

$$\text{де } \tilde{m}_1 = \sum_{l=0}^{g-1} m_l + g - 1, \quad \tilde{m}_2 = \sum_{l=0}^g m_l + g - 1, \quad m_0 = 0, \quad m = \sum_{l=1}^{n_*} m_l + n_* - 1, \quad m_l, n$$

параметри розбиття області  $G_\omega$  ( $m_l, n \in N$ ).

Побудовано алгоритм наближеного розв'язку відповідної різницевої задачі у вигляді наступної послідовності етапів: врахувавши геометрію області фільтрації, початкові та граничні умови, розраховано поле квазіпотенціалу швидкості фільтрації за поточним полем насиченості (розв'язано задачу на квазіконформне відображення: побудову гідродинамічної сітки, характерних ліній розділу течії, знаходження квазіпотенціалу, витрат та інших невідомих фільтраційних параметрів); перераховано поле насиченості (за знайденими фільтраційними характеристиками); перевірено умови зупинки роботи алгоритму, при невиконанні яких проводиться повторне уточнення відповідних величин алгоритму (зокрема, однією з таких умов зупинки, може бути умова перевищення допустимої частки витісняючої рідини в видобувній свердловині).

На основі числових розрахунків проаналізовано ефективність тріщин та вплив їх просторової орієнтації на значення фільтраційної витрати, моменти часу прориву «витісняючого» флюїду до експлуатаційної свердловини та повного її заводнення, зокрема, запропоновано варіанти знаходження оптимального значення відповідних характеристичних параметрів тріщин.

З метою вивчення такого класу задач проаналізовано та описано всі можливі випадки формування течії залежно від значень керуючого потенціалу і виділено «ключові» типи задач на знаходження тих його значень, які забезпечували б оптимізацію певних функціоналів (витрат, перетоків тощо). Введено спеціальну схематизацію на розташування свердловин у горизонтальних пластах, обмежених непроникним зовнішнім контуром і контурами почергово розміщених криволінійними рядами нагнітальних та експлуатаційних свердловин, без перетоків між рядами.

У п 3.3 розвинуто методи комплексного аналізу математичного моделювання ізотермічної багатофазної фільтрації на випадок витіснення нафти з горизонтального пласта теплоносієм, в умовах його гідравлічного розриву. Для опису процесу перерозподілу тепла між фазами та скелетом, прийнято однотемпературну модель, згідно з якою передбачається миттєва передача тепла від флюїду до скелету і в зворотньому напрямку.

Таким чином, для розрахунку теплового поля використано наступне

$$\text{рівняння: } \frac{\partial C(s) \cdot T}{\partial t} + \text{div}((c_1 \rho_1 \vec{v}_1 + c_2 \rho_2 \vec{v}_2) \cdot T) = 0, \quad \text{де } C(s) = \sigma \rho_1 c_1 (1-s) + \sigma \rho_2 c_2 s +$$

$+(1-\sigma)\rho_3c_3$  – об’ємна теплоємність пористого середовища,  $c_k$ ,  $\rho_k$  – питома теплоємність і густина для нафти, води і скелету пласта ( $\kappa = 1,3$ ). При цьому, на основі ідей методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу розроблено числовий алгоритм розв’язування відповідних задач на побудову гідродинамічної сітки, відшукування поля температури та насиченості, координат точок «призупинки», фільтраційних витрат, часу повного заводнення тощо.

На рисунку 2 представлено графік залежності сумарної фільтраційної витрати від часу у випадку неізотермічного (суцільною лінією) та ізотермічного (штрих-пунктирною лінією) процесу витіснення.

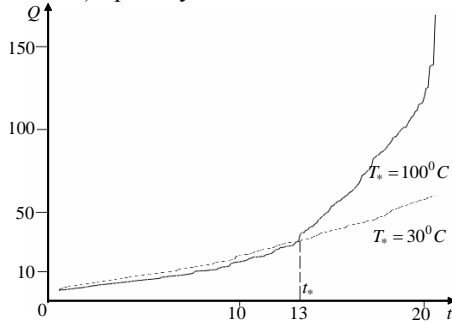


Рис. 2. Графік залежності сумарної фільтраційної витрати від часу при  $T_* = 100^0 C$  та  $T_* = 30^0 C$

В результаті проведених числових розрахунків, підтверджено факт значного збільшення дебіту експлуатаційної свердловини при витісненні нафти гарячою водою, так як при збільшенні температури в’язкість нафти зменшується і швидкість фільтрації зростає. При цьому відзначимо, що з початку моменту нагрівання до певного часу  $t_*$  (у нашому випадку  $t_* = 13$ ) інтенсивність відбору менша ніж у випадку ізотермічного процесу, це пояснюється тим, що енергія гарячої води затрачається на нагрівання середовища і нафти, що знаходиться в елементі симетрії.

У **четвертому розділі** встановлено особливості протікання процесу витіснення нафти із важкопроникних (типу сланцевих) пластів з використанням теорії вибуху та ідей методів комплексного аналізу на основі модифікованого закону Дарсі.

У п. 4.1 запропоновано методику та алгоритм числового розв’язання крайових задач теорії вибуху із застосуванням методології поетапної фіксації характеристик процесу і середовища та числового методу квазіконформних відображень. Розглянуті особливості застосування вибуху для утворення тріщин розриву пласта в присвердловинних ділянках, що з одного боку супроводжується швидким процесом руйнування пласта з подальшим процесом витіснення, з іншого – складним неекономічним і небезпечним комплексом робіт і побічних негативних наслідків, зокрема пов’язаних з ураженням обсадної

колони, з використанням фугасних торпед великої маси і ядерних зарядів.

На основі ідей методів комплексного аналізу, у п. 4.2 вперше розроблено комплексний підхід до розв'язання крайових задач на інтенсифікацію відтоку нафти (газу) з важкопроникних (типу сланцевих) осадових порід з урахуванням суміжних деформаційних процесів у присвердловинній зоні пласта, коли за умов квазістаціонарності фільтраційної течії досліджуваний процес описується спеціальним чином модифікованим законом Дарсі (відносно критичного

значення градієнта тиску):  $\vec{v} = -\frac{k\chi(I, I_{kr})}{\mu} \text{grad } p$ , де  $I = |\text{grad } p(x, y)| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$  – величина градієнта тиску  $p$ ;  $\rho = \rho(p)$ ,  $\mu$  – густина і в'язкість

газу,  $\chi(I, I_{kr}) = \begin{cases} 1 + F(I - I_{kr}), & \text{при } I > I_{kr}, \\ 1, & \text{при } I \leq I_{kr}, \end{cases}$  – коефіцієнт, що характеризує

залежність проникності осадової породи (при ускладнених геологічних умовах фільтрації, для яких  $k_0/\mu$  мала величина) від величини градієнта тиску ( $F$  – задана монотонно зростаюча функція,  $I_{kr}$  – критичне значення початкового градієнту).

Наближений розв'язок задачі побудовано завдяки введенню квазіпотенціалу швидкості у вигляді функції Лейбензона:  $\varphi(p) =$

$= \varphi_* + \frac{k}{\mu} \int_p^{p_*} \rho(\alpha) d\alpha$ , звідки закон фільтрації записано у вигляді:

$\text{div}(\chi(\tilde{I}, I_{kr}) \text{grad } \varphi) = 0$ ,  $\vec{v} = \frac{\chi(\tilde{I}, I_{kr})}{\tilde{\rho}(\varphi)} \text{grad } \varphi$ , де  $\varphi|_{L_*} = \varphi(p_*) = \varphi_*$ ,  $\varphi|_{L^*} = \varphi(p^*) =$

$= \varphi^*$  ( $\varphi_* < \varphi^*$ ),  $\tilde{\rho}(\varphi) = \rho(p(\varphi))$ ,  $\tilde{I} = \frac{\mu}{k\tilde{\rho}(\varphi)} \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ .

У п. 4.3 запропоновано методику математичного моделювання відповідних процесів нафтовидобутку перенесено на випадок просторово-викривлених схильних до деформації важкопроникних нафтогазових пластів обмеженої потужності, за умов збурення течії тріщинами ГРП скінченної проникності.

За умови можливості апроксимації тривимірної фільтраційної течії рухом по стаціонарних поверхнях струму, задано неперервно-диференційовані функції:  $x = X(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $y = Y(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $z = Z(\xi, \eta, \zeta)$ , що пов'язують криволінійну (ортогональну) систему координат  $(\xi, \eta, \zeta)$  із ортогональною (декартовою). У такому випадку вважаємо, що рух флюїду здійснюється по двовимірній поверхні  $G_Z = \xi + i\eta$  при  $\zeta = \text{const}$ . На основі міркувань, закладених у [6], спеціальним чином модифікований закон Дарсі (відносно критичного значення градієнту

тиску) та рівняння нерозривності течії ( $\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \chi(I, I_{kr}) \text{grad } p$ ,  $\text{div } \rho \vec{v} = 0$ ) за

відповідних перетворень мають вигляд: 
$$\vec{v} = \frac{\chi(\tilde{I}, I_{kr})}{\tilde{\rho}(\varphi)} \text{grad } \varphi,$$

$$\text{div}(\chi(\tilde{I}, I_{kr}) \text{grad } \varphi) = 0.$$

На основі чого побудовано алгоритм наближеного розв'язку відповідної різнищевої задачі на відшукання моментів часу прориву витісняючої рідини до експлуатаційної свердловини та повного її обводнення, координати критичних точок типу «призупинки» та значень квазіпотенціалу у них, а також визначення загальної фільтраційної витрати на експлуатаційній свердловині, встановлення залежності у ній частки нафти від часу, об'єму витісненого флюїду у пласті на протязі визначеного часу та відповідного об'єму, що залишається у пласті в довільний момент часу, зокрема, після припинення процесу витіснення, а також відшукання місцезнаходження значних по своїй площі застійних зон.

## **ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ**

Дисертаційна робота є завершеним дослідженням, у якій розв'язано важливе науково-технічне завдання математичного моделювання процесів витіснення в нафтогазових пластах за умов збурення фільтраційної течії тріщинами гідравлічного розриву та розвинуто числові методи комплексного аналізу розв'язання відповідних крайових задач, а також створено програмний комплекс, що реалізує розроблені в роботі алгоритми.

Найбільш важливі наукові та практичні результати полягають у наступному:

1. Методи квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу розвинуто на випадок математичного моделювання фільтраційних процесів витіснення у нафтогазових пластах з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву (ГРП) та вирв, утворених внаслідок вибуху зарядів, з метою інтенсифікації притоку пластової рідини до свердловин. На основі цього, розроблено числові алгоритми, що дозволяють враховувати ефективно взаємне розміщення свердловин на продуктивній площі, параметри та розміщення тріщин ГРП.

2. Вперше, з використанням числових методів комплексного аналізу, розроблено методику математичного моделювання процесу витіснення однієї рідини іншою у горизонтальному однорідному та зонально-неоднорідному пласті за умов урахування впливу тріщин гідророзриву та побудовано алгоритми числового розв'язування відповідних крайових задач, зокрема проаналізовано ефективність тріщин та вплив їх просторової орієнтації на значення фільтраційної витрати, моменти часу прориву «витісняючого» флюїду до експлуатаційної свердловини та повного її заводнення, зокрема, запропоновано варіанти знаходження оптимального значення відповідних їх характеристичних параметрів. Відповідний алгоритм адаптовано на випадок визначення усередненого коефіцієнта фільтрації привибійної зони свердловини, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини шляхом корекції його відхилення від заданого значення.



3. Вперше, в рамках теорії Баклея-Левретта, методику комплексного аналізу узагальнено для моделювання багатофазної фільтрації в елементах площового заводнення у випадку інтенсифікації притоку пластової рідини до свердловини шляхом збурення фільтраційної течії тріщинами гідравлічного розриву пласта, що дозволяє передбачити характеристики пластової системи (значення об'єму відбору нафти за час витіснення та її залишок, моментів часу прориву та повного заводнення експлуатаційних свердловин тощо) при різних умовах впливу на неї та вивчити особливості фільтрації в привибійних ділянках, зокрема, встановити положення точок «призупинки», в околі яких виникають зони малих швидкостей, з метою уникнення формування «застійних» областей.

4. На основі розвинутої методології моделювання ізотермічної багатофазної фільтрації, розроблено алгоритм числового розв'язання крайових задач неізотермічного процесу витіснення в елементах площового заводнення шляхом збурення фільтраційної течії тріщинами ГРП за умов терморежиму, побудовано числовий алгоритм для розрахунку гідродинамічної сітки, відшукування полів температури та насиченості, координат критичних точок, фільтраційних витрат, часу повного заводнення та інших фільтраційних параметрів.

5. Вперше розроблено методику розв'язання крайових задач фільтраційних процесів витіснення із важкопроникних (напр., сланцевих) осадових порід з урахуванням впливу тріщин гідравлічного розриву та суміжних деформаційних процесів у присвердловинній зоні пласта, коли за умов квазістаціонарності фільтраційної течії досліджуваний процес описується спеціальним чином модифікованим законом Дарсі відносно критичного значення градієнта тиску.

6. Узагальнено методологію розв'язання двовимірних крайових задач однофазної фільтрації у важкопроникних родовищах на випадок просторово-викривлених пластів із врахуванням тріщин гідророзриву.

7. Розроблені рекомендації й виконані дослідно-промислові роботи по впровадженню методики розрахунку та моделювання процесів багатофазної фільтрації за умов зворотнього впливу характеристик процесу на вихідні характеристики середовища, спільно з Дочірнім підприємством «Науково-дослідним інститутом нафтогазової промисловості» Національної акціонерної компанії «Нафтогаз України» встановлені експрес методики інтерпретації результатів індикаторних досліджень напрямків фільтраційних потоків при розробці родовищ нафти і газу. Створено програмний комплекс, що реалізує розроблені в роботі алгоритми, які є універсальними, зокрема, придатними для вирішення досить важливої технічної задачі сьогодення – розрахунку ефективності впливу гідравлічного розриву пласта на фільтраційні характеристики процесу витіснення.

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Бомба А. Я. Методи комплексного аналізу моделювання процесу витіснення нафти теплоносієм з урахуванням ефекту гідророзриву / А.Я. Бомба, А.М. Сінчук, С.В. Ярошак // Міжнародний науково-технічний журнал “Системні дослідження та інформаційні технології”. – 2015р. – №1 – С.130-140. – Журнал

індексується в Index Copernicus International; Directory of Open Access Journals; Science Index PИНЦ; ВІНІТІ РАН; Українському реферативному журналі "Джерело"; реферативній базі даних "Україніка наукова".

2. Бомба А. Я. Метод комплексного анализа исследования двухфазной фильтрации в горизонтальных пластах с учетом гидравлического разрыва / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Электронное моделирование. – 2013. – Т. 35, № 2. – С. 25–34. – Журнал індексується у ВІНІТІ РАН, Cambridge Scientific Abstracts, Computer and Information Systems Abstracts, INIS Collection; Science Index PИНЦ.

3. Бомба А. Я. Метод комплексного аналізу для моделювання процесів витіснення у просторово-маловикривлених пластах із врахуванням тріщин гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2014. - Вип. 20. – С. 36-49. – Журнал індексується в Science Index PИНЦ.

4. Бомба А. Я. Комплексний аналіз поведінки системи «свердловини-тріщини-пласт» в елементах площадного заводнення / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – 2013 – № 54(1027) – С. 4-15. – Журнал індексується в Ulrich's Periodicals Directory; Google Scholar.

5. Сінчук А. М. Комплексне математичне моделювання нелінійних процесів витіснення з урахуванням включень / А. М. Сінчук // Вісник ТНТУ. – 2012. – № 4(68). – С. 209-219. – Журнал індексується в INSPEC.

6. Бомба А. Я. Математичне моделювання впливу тріщин гідравлічного розриву на інтенсифікацію відтоку газу з сланцевих осадових порід / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Вісник ХНУ. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. АСУ». – 2013. – Вип.10, № 1089. – С. 31 – 38. – Журнал індексується в Science Index PИНЦ.

7. Бомба А. Я. Комплексне дослідження поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою у горизонтальному пласті / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: технічні науки. – 2012. – Вип.6. – С. 11 – 26.

8. Бомба А. Я. Один підхід до ідентифікації фільтраційно-ємкісних параметрів нафтогазового пласта / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Математичне моделювання. – 2013. – № 1(28). – С. 31–35.

9. Бомба А. Я. Метод квазіконформних відображень математичного моделювання нелінійних процесів витіснення за умов існування тріщин гідророзриву пласта / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2011. – № 3(40). – С. 32 – 36.

10. Бомба А. Я. Метод комплексного аналізу дослідження процесу багатозональної фільтрації у випадку площадного заводнення за умов гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 10 (19). – 2013. – С. 6 – 20.

11. Бомба А. Я. Математичне моделювання нелінійних процесів витіснення у зонально неоднорідному пласті з урахуванням тріщин гідророзриву /

- А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 9 (18). – 2012. – С. 22 – 33.
12. Бомба А. Я. Застосування квазіконформних відображень до математичного моделювання процесів вибуху / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 8 (17). – 2011. – С. 33 – 43.
13. Бомба А. Я. Математичне моделювання нелінійних процесів витіснення в нафтогазових пластах за умов гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Труды Международной научно-технической конференции «Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях» - Харків: ХНУ ім. Каразіна, 2014. – С. 37-40.
14. Бомба А. Я. Математичне моделювання нелінійних процесів витіснення в нафтогазових пластах за умов гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак // XVII Всеукраїнської наукової конференції “Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” – Львів, 2011. – С. 23.
15. Бомба А. Я. Комплексне дослідження поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою у горизонтальному пласті / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак // V Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації”. – Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2012. – С. 19-20.
16. Бомба А. Я. Автоматизація методу квазіконформних відображень математичного моделювання нелінійних процесів витіснення за умов існування тріщин ГРП / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // II Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп’ютерні інформаційні технології» - Тернопіль : ТНЕУ, 2012. – С. 15.
17. Бомба А. Я. Методи комплексного аналізу математичного моделювання нелінійних процесів двофазної фільтрації у випадку площадного заводнення з урахуванням тріщин гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак // Міжнародна наукова конференція "Обчислювальна та прикладна математика", (к 90-летию со дня рождения академика Ивана Ивановича Ляшко) – Київ, 2012 – С. 38.
18. Bomba A. Complex mathematical modeling of nonlinear processes of displacement considering inclusions / A. Bomba, A. Sinchuk, S. Yaroshchak // VIII International Conference POROUS MATERIALS. Theory and Experiment (INTERPOR'12) – L'viv, 2012. – С. 21-22.
19. Бомба А. Я. Комп’ютерне моделювання нелінійних процесів витіснення у нафтогазових пластах / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак // II Науково-технічна конференція «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» – Львів, 2012. – С. 10-11.
20. Бомба А. Я. Методи комплексного аналізу при дослідженні та оптимізації параметрів нелінійних процесів витіснення нафти та газу з осадових порід / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак // Всеукраїнська наукова конференція

«Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» – Рівне, 2013. – С. 36.

21. Бомба А. Я. Числові методи комплексного аналізу моделювання нелінійних процесів витіснення нафти та газу із складно структурованих осадових порід / А. Я. Бомба, О. М. Гладка, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // 9 Міжнародна науково-практична конференція “Нафта і газ України – 2013” – Яремче: Українська нафтогазова академія, 2013. – С. 74 – 75.

22. Бомба А. Я. Метод комплексного аналізу дослідження двофазної фільтрації в горизонтальному однорідному пласті за умов гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук // Усеукраїнської наукової конференції «Математичне моделювання та математична фізика» присвячена 90-річчю від дня народження Віктора Михайловича Глушкова – Кременчук: КНУ ім. М. Остроградського, 2013. – С. 42.

23. Бомба А.Я. Моделювання процесу неізотермічної фільтрації із урахуванням впливу тріщин гідророзриву / А.Я. Бомба, А.М. Сінчук // Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» – Рівне, 2015. – С. 35.

## АНОТАЦІЯ

**Сінчук А. М. Моделювання фільтраційних процесів з урахуванням впливу тріщин гідророзриву чисельними методами квазіконформних відображень.** – Рукопис.

*Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.* – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, 2015.

Дисертація присвячена математичному моделюванню процесів витіснення у нафтових пластах, обмежених еквіпотенціальними лініями та лініями течії, за наявності тріщин гідралічного розриву та розвитку числових методів комплексного аналізу розв’язання відповідних нелінійних крайових задач одно- та багатофазної фільтрації.

Розроблено нову методологію моделювання одно- та багатофазної фільтрації у пористих і важкопроникних нафтових пластах з урахуванням впливу тріщин гідророзриву та числові алгоритми розв’язання відповідних крайових задач. На основі чого створено нові програмні засоби комп’ютерної реалізації для розрахунку фільтраційно-ємкісних характеристик. Розроблено методіку моделювання неізотермічного процесу витіснення в елементах площового заводнення шляхом збурення фільтраційної течії тріщинами гідророзриву за умов терморезиму, побудовано відповідний числовий алгоритм, виконано числові розрахунки; здійснено обробку та аналіз отриманих результатів. Узагальнено методологію розв’язання двовимірних крайових задач однофазної фільтрації у важкопроникних родовищах на випадок просторово-викривлених пластів із врахуванням тріщин гідророзриву та суміжних деформаційних процесів у присвердловинній зоні пласта, коли за умов

квазістаціонарності фільтраційної течії досліджуваний процес описується спеціальним чином модифікованим законом Дарсі відносно критичного значення градієнта тиску.

**Ключові слова:** математичне моделювання, квазіконформне відображення, багатофазна фільтрація, тріщини гідророзриву.

## АННОТАЦІЯ

**Синчук А. М. Моделирование фильтрационных процессов с учетом влияния трещин гидроразрыва численными методами квазиконформных отображений.** – Рукопись.

*Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, Тернополь, 2015.*

Диссертация посвящена математическому моделированию процессов вытеснения в нефтяных пластах, ограниченных эквипотенциальными линиями и линиями тока, при наличии трещин гидравлического разрыва и развития численных методов комплексного анализа решения соответствующих нелинейных краевых задач одно- и многофазной фильтрации.

Разработана новая методология моделирования одно- и многофазной фильтрации в пористых и малопроницаемых трещиновато-пористых нефтяных пластах с учетом влияния трещин гидроразрыва и числовые алгоритмы решения соответствующих краевых задач. На основе чего созданы новые программные средства компьютерной реализации для расчета гидродинамических сеток координат критических точек типа «приостановки», в окрестности которых возникают зоны малых скоростей, и значений квазипотенциала в них, момент времени прорыва вытесняющей жидкости в эксплуатационной скважины и полного ее обводнения, определение положения границы раздела жидкостей в различные моменты времени, общей фильтрационной расходы и доли в ней вытесненного флюида (нефти), объема добытой нефти на протяжении определенного времени и соответствующего объема флюида, что остается в пласте в произвольный момент времени, в частности, после прекращения процесса вытеснения, а также отыскание местонахождения значительных по своей площади застойных зон. Разработана методика моделирования неизотермического процесса вытеснения в элементах площадного заводнения путем возмущения фильтрационного потока трещинами гидроразрыва в условиях терморезьма, построен соответствующий числовой алгоритм, выполнено числовые расчеты; осуществлена обработка и анализ полученных результатов. Обобщенно методологию решения двумерных краевых задач однофазной фильтрации в малопроницаемых месторождениях на случай пространственно-искривленных пластов с учетом трещин гидроразрыва и смежных деформационных процессов в прискважинной зоне пласта, когда в условиях квазистационарности фильтрационного течения исследуемый процесс

описывается специальным образом модифицированным законом Дарси относительно критического значения градиента давления.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, квазиконформное отображение, многофазная фильтрация, трещины гидроразрыва.

#### ABSTRACT

**Sinchuk. A. M. Modelling of filtration processes involving the impact cracks of hydraulic fracturing of numerical methods quasi-conformal mappings. – Manuscript.**

*Dissertation for a Technical Sciences Candidate degree on specialty 01.05.02 – mathematical modelling and computational methods. – Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ternopil, 2015.*

Dissertation is dedicated to the mathematical modelling of ousting processes in oil reservoirs limited by equipotential lines and flow lines involving cracks of hydraulic fracturing and also to the development of numerical methods of complex analysis for the solution of corresponding nonlinear marginal tasks of one- and multiphase filtration.

The new methodology of modelling of one- and multiphase filtration in porous and permeable difficult oil reservoirs including influence of cracks of hydraulic fracturing and numerical algorithms of solution of corresponding marginal tasks is developed. On the basis of which new programmatic tools of machine-assisted realization for computation of reservoir properties are created. Approach to the modelling of non-isothermal process of ousting in the elements of areal water-flooding by disturbance of filtration flow by the cracks of hydraulic fracturing in thermal mode is developed; it is built corresponding numerical algorithm, numerical computations are made, data analysis and results are calculated. It is generalized solution methodology of two-dimensional marginal tasks of monophasic filtration in permeable difficult in case of spatio-deviated deposits including cracks of hydraulic fracturing and contiguous deformation processes in nearfield zone of deposit, the investigated process is described under condition of quasistationarity of filtrational flow by specially modified Darcy's law in relation to the critical value of the pressure gradient.

**Keywords:** mathematical modelling, quasiconformal mappings, multiphase filtration, cracks of hydraulic fracturing .

Підписано до друку 28.04.2015 р.  
Формат 60×90 1/16. Ум. друк. арк. 0,9.  
Папір офс. Гарн. Times New Roman Суг.  
Замовлення № 728. Наклад 120 прим.

Редакційно-видавничий відділ  
Рівненського державного гуманітарного університету  
вул. С.Бандери, 12, м. Рівне, 33028.