

**ІНФОРМАЦІЙНЕ
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
МОНІТОРИНГУ
ОБ'ЄКТІВ
ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКИ**



**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ТЕХНІЧНОЇ ТЕПЛОФІЗИКИ**

**Інформаційне
забезпечення моніторингу
ОБ'ЄКТІВ
ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКИ**

*За редакцією чл.-кор. НАН України,
В. П. Бабака*

Київ 2015

УДК 681.518.5:519.218
ББК 31.3
І741

Автори:

В.П. Бабак, С.В. Бабак, В.С. Берегун, І.В. Богачев,
О.В. Гармаш, В.С. Єременко, О.І. Красильніков,
Ю.В. Куц, Т.А. Полобюк, Л.М. Щербак

Рецензенти:

В.П. Малайчук, д-р техн. наук, проф.,
Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара;
М.В. Мислович, д-р техн. наук, проф.,
Інститут електродинаміки НАН України

*Рекомендовано до друку вченою радою Інституту технічної
теплофізики НАН України*

І741 Інформаційне забезпечення моніторингу об'єктів теплоенергетики:
Монографія / В.П. Бабак, С.В. Бабак, В.С. Берегун та ін.; за ред.
чл.-кор. НАН України В.П. Бабака / - К., 2015. – 512 с.
ISBN 978-966-02-7478-5

В монографії розглянуті питання експлуатаційної надійності та інформаційного забезпечення моніторингу об'єктів теплоенергетики. Проаналізовані математичні моделі шумових і ритмічних сигналів, які виникають при роботі теплоенергетичного обладнання, викладені основні результати дослідження їх характеристик, розглянуті методи і засоби моніторингу теплотрас та об'єктів теплоспоживання.

Для наукових співробітників, інженерів, а також викладачів, аспірантів і студентів вищих навчальних закладів що займаються проблемами моніторингу та діагностики технічних об'єктів.

УДК 681.518.5:519.218
ББК 31.3

© В.П. Бабак, С.В. Бабак, В.С. Берегун, І.В. Богачев,
О.В. Гармаш, В.С. Єременко, О.І. Красильніков,
ISBN 978-966-02-7478-5 Ю.В. Куц, Т.А. Полобюк, Л.М. Щербак, 2015

Зміст

Передмова	6
Розділ 1. Об'єкти теплоенергетики та задачі їх моніторингу	11
1.1. Загальна характеристика об'єктів теплоенергетики	12
1.2. Експлуатаційна надійність об'єктів теплоенергетики	21
1.3. Методи і засоби контролю та діагностики теплотехнічного обладнання	28
1.4. Задачі інформаційного забезпечення систем моніторингу в теплоенергетиці	42
Література	47
Розділ 2. Інформаційні сигнали в системах моніторингу	51
2.1. Основні поняття та визначення теорії випадкових процесів	52
2.2. Моделі і діагностичні характеристики шумових сигналів	63
2.3. Моделі і діагностичні характеристики ритмічних сигналів	76
2.4. Наближені методи знаходження щільності ймовірностей інформаційних сигналів	89
Література	107
Розділ 3. Методи та алгоритми статистичного оброблення інформаційних сигналів	111
3.1. Основні поняття та визначення математичної статистики	112
3.2. Оцінювання моментів і кумулянтів	121
3.3. Оцінювання щільності ймовірностей	130
3.4. Оцінювання кореляційних функцій	139
3.5. Оцінювання спектральних характеристик	145
3.6. Комп'ютерне моделювання інформаційних сигналів	151
Література	160
Розділ 4. Методи статистичного оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів	163
4.1. Методологія оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів	164
4.2. Визначення дискретних фазових характеристик ритмічних сигналів	170

4.3. Основи статистичного оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів	176
4.4. Приклади використання вибіркового кругових статистик в аналізі ритмічних сигналів	205
Література	217
Розділ 5. Компютерні та нейромережеві технології в системах моніторингу	219
5.1. Класифікатор стану об'єктів на основі штучних нейронних мереж	220
5.2. Імітаційне моделювання інформаційних сигналів в системах моніторингу	247
Література	271
Розділ 6. Сенсори систем моніторингу теплотехнічного обладнання на основі магнітострикційного ефекту ...	273
6.1. Магнітострикційний ефект та функціональні особливості сенсорів на його основі	274
6.2. Рівняння і параметри перетворення. Співвідношення взаємності	279
6.3. Сенсори на основі магнітострикційних ліній затримки	283
6.4. Малоапертурні ультразвукові сенсори	289
Література	316
Розділ 7. Оцінювання надійності апаратно-програмних засобів систем моніторингу	319
7.1. Пряма і обернена задачі теорії надійності на етапах життєвого циклу систем	320
7.2. Основні характеристики надійності систем	338
7.3. Джерела виникнення та класифікація відмов систем ...	359
7.4. Оцінювання характеристик надійності апаратних і програмних засобів систем	364
7.5. Прогнозування та забезпечення надійності систем	384
Література	401
Розділ 8. Моніторинг трубопроводів і теплових мереж	403
8.1. Методи виявлення витоків у трубопроводах теплотехнічного обладнання	404
8.2. Методи і засоби акустичного контактного виявлення витоків	411
8.3. Імовірнісні характеристики акустичного сигналу	

витоків рідини в трубопроводах	419
8.4. Структура комп'ютеризованої системи моніторингу	
витоків у трубопроводах теплових мереж	427
Література	439
Розділ 9. Моніторинг теплоспоживання	443
9.1. Шляхи підвищення ефективності систем	
теплоспоживання	444
9.2. Моделювання процесів у системах керування	
теплоспоживанням та їх реалізація	449
9.3. Блочні індивідуальні теплові пункти	
та підвищення їх ефективності за рахунок	
використання сонячної енергії	464
9.3. Побудова систем моніторингу теплоспоживання	482
Література	487
Додатки	490
Додаток А. Безмежно подільні закони розподілу	490
Додаток Б. Випадкові процеси с незалежними	
приростами	498
Додаток В. Використання класичних ортогональних	
поліномів для знаходження щільності ймовірностей	505

Передмова

Проблематика енергозбереження і ефективного використання енергоносіїв належить до кола пріоритетних питань національної безпеки України. Теплоенергетика є невід'ємною складовою її енергетичного сектору.

В даний час понад 80% теплоенергетичного обладнання в Україні виробило свій ресурс, у зв'язку з чим стає нагальною проблема створення систем контролю, діагностики та моніторингу такого обладнання. Використання таких систем, в теплоенергетиці дозволить вирішувати наступні задачі:

- підвищення ефективності роботи об'єктів теплоенергетики як в цілому, так і їх окремих ланок – генеруючих, теплових мереж, розподільчого обладнання, об'єктів теплоспоживання;

- мінімізації впливу роботи об'єктів теплоенергетики на довкілля;

- формування за даними моніторингу сигналів управління роботою цих об'єктів при вирішенні задач адаптації та оптимізації теплових процесів;

- обчислення поточних і прогнозованих характеристик і параметрів об'єктів теплоенергетики, в тому числі їх залишкового ресурсу;

- підвищення надійності і збільшення терміна роботи об'єктів теплоенергетики.

Сучасні технічні об'єкти, в тому числі і об'єкти теплоенергетики, є складними системами побудованими з різних вузлів – механічних, електричних, електронних і т.п., об'єднаних задачами контролю певного технологічного процесу. Відмінними особливостями функціонування об'єктів теплоенергетики є робота в умовах нерегулярних динамічних навантажень, прикладених практично до всіх елементів його конструкції. Ці навантаження можуть виникати як за рахунок внутрішніх чинників, так і в результаті впливу працюючого поруч іншого обладнання.

Важливим ресурсом розвитку систем моніторингу об'єктів теплотехніки є інформаційне забезпечення, зокрема його інноваційна складова без якої неможливе створення науково-технічного базису для розробки та удосконалення таких систем. Його роль особливо відповідальна на початкових етапах проектування сис-

тем моніторингу, коли розробляються фізичні і математичні моделі, системи, проводиться обґрунтування структури систем, моделей інформаційних сигналів, визначаються розрахункові характеристики, параметри системи при виконанні заданих функцій.

Під час проектування та розробки систем моніторингу, ядром яких є інформаційно-вимірвальні системи, одним з основних питань є обґрунтування множини діагностичних ознак. Аргументовано вибрати такі ознаки дозволяє побудова і аналіз математичних моделей об'єктів моніторингу та діагностики або фізичних процесів, що супроводжують роботу цих об'єктів. Такі моделі розробляються на основі апріорних даних доповнених певними припущеннями. Іншими словами, модель досліджуваного процесу є первинною категорією, а оброблення та аналіз результатів експериментальних даних – вторинною.

На даний час для моніторингу різних об'єктів використовуються як детерміновані, так і статистичні моделі і методи оброблення. При детермінованому підході математичні моделі, які описують функціонування об'єкта моніторингу, методи оцінки діагностичних параметрів, області допустимих значень цих параметрів, правила прийняття діагностичних рішень є детермінованими. Такий підхід не завжди можна вважати задовільним, оскільки реальні фізичні процеси, що супроводжують роботу об'єктів теплоенергетики, є випадковими по своїй природі. Тому використання статистичних методів (на відміну від детермінованих) дозволяє отримати більш точні і достовірні результати при проведенні моніторингу чи діагностики вузлів теплоенергетичного обладнання. Саме ці факти роблять більш прийнятним використання статистичного підходу при проведенні діагностики об'єктів теплоенергетики.

Моніторинг на основі аналізу випадкових процесів та полів, включаючи і шумову діагностику, базується, в першу чергу, на відповідним чином побудованих математичних моделях, які встановлюють зв'язок між фактичним технічним станом об'єкта і деякими характеристиками та параметрами, отриманими в результаті оброблення вимірвальної інформації. Ця математична модель є випадковим процесом або випадковим полем з деякого класу, якій притаманні певні властивості, що дозволяють оцінити

дану модель за допомогою статистичних чи інших методів на основі вимірювання та оброблення однієї або більше реалізацій процесу (поля). Саме модель обумовлює подальший вибір методів оброблення вимірювальної інформації та встановлення фактичного технічного стану об'єкта моніторингу чи діагностики.

При побудові імовірнісних математичних моделей фізичних процесів у вузлах теплоенергетичного обладнання найзручніше використовувати класи лінійних випадкових процесів. Такі моделі є конструктивними, тобто кожен їх параметр має конкретний фізичний зміст. Крім того, властивості лінійних випадкових процесів дозволяють отримувати аналітичні вирази для моментів розподілу досліджуваного процесу, будувати його скінченномірні функції розподілу або характеристичні функції. На основі аналізу таких моделей можна теоретично обґрунтувати діагностичні ознаки, визначати допустимі межі їх зміни (діагностичні простори), будувати ефективні вирішальні правила щодо виявлення та класифікації дефектів. Крім того такі моделі дозволяють скористатися методами імітаційного комп'ютерного моделювання. Такий підхід дозволяє скоротити витрати часу і коштів на проведення фізичного моделювання процесів моніторингу або експериментальних досліджень на реальному обладнанні.

Суттєвим моментом при проведенні діагностики різних вузлів теплоенергетичного обладнання, є вибір фізичних процесів, які породжують діагностичні сигнали. До числа таких фізичних процесів відносяться вібрації, процеси акустичної емісії, термодинаміки і т.д.

Одним із завдань моніторингу є визначення фактичного стану об'єкта діагностики. Це передбачає, як мінімум, виявлення дефекту за його наявності, а при необхідності також визначення його виду та місця розташування в досліджуваному об'єкті. Однією з переваг статистичного підходу в діагностиці порівняно з детермінованим, є те, що кожне рішення приймається з деякою відомою мірою достовірності. Іншими словами, завжди можна вказати, з якою ймовірністю конкретне рішення відповідає дійсному стану. За такого підходу важливим завданням є пошук таких методів отримання числових оцінок діагностичних параметрів, прийняття діагностичних рішень та класифікації дефектів, які

забезпечують необхідну достовірність рішень при мінімальній кількості вхідної інформації.

В монографії також розглянуто питання аналізу діагностичних сигналів, який передбачає постійне спостереження і реєстрацію параметрів цих сигналів в реальному масштабі часу, що необхідно для побудови різних структур діагностування вузлів теплоенергетичного обладнання. Перш за все, в припущенні експлуатації умовно справних вузлів теплоенергетичного обладнання, дані моніторингу дозволяють сформувати навчальні сукупності, які є необхідною основою для проведення діагностики та класифікації певних видів дефектів у вузлах теплоенергетичного обладнання. Сформовані навчальні сукупності є банком даних, за якими в певний момент часу проводять діагностику технічного стану вузлів теплоенергетичного обладнання.

Дані моніторингу параметрів діагностичних сигналів можуть також використовуватися для прогнозування відмов різних вузлів теплоенергетичного обладнання. Достовірність такого прогнозу залежить як від довжини часу спостереження діагностичного сигналу, так і від тривалості інтервалу, на якому прогноуються характеристики надійності вузлів теплоенергетичного обладнання. Суттєвим моментом, що впливає на достовірність прогнозу, є вибір того чи іншого математичного апарату для побудови прогнозу.

В роботі проаналізовані математичні моделі шумових і ритмічних сигналів, які виникають при роботі теплоенергетичного обладнання, викладені основні результати дослідження їх характеристик; розглянуті методи і засоби моніторингу об'єктів теплоенергетики.

Монографія складається з дев'яти розділів.

У розділі 1 наведена коротка характеристика об'єктів теплоенергетики, розглянуті питання експлуатаційної надійності і моніторингу теплоенергетичного обладнання.

У розділі 2 наведені необхідні терміни і визначення теорії випадкових величин, які використовуються для імовірнісного опису інформаційних сигналів. Систематизовані основні конструктивні моделі ритмічних та шумових сигналів, розглянуті їх основні імовірнісні характеристики. Систематизовані наближені

методи визначення щільності ймовірностей інформаційних сигналів.

У розділі 3 розглянуті основні методи статистичного оброблення інформаційних сигналів та викладені особливості їх комп'ютерного моделювання.

У розділі 4 викладені методи статистичного оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів. Наведені приклади використання вибіркового кругових статистик в аналізі ритмічних сигналів.

У розділі 5 розглянуті основні питання та принципи побудови комп'ютерних та нейромережових технологій в системах моніторингу.

У розділі 6 наведені фізичні основи магнітострикційного ефекту та питання побудови сенсорів на його основі для діагностики теплоенергетичного обладнання.

У розділі 7 викладені питання розрахунку надійності апаратно-програмних засобів систем моніторингу та прогнозування надійності систем.

У розділі 8 розглянуті методи виявлення витоків у трубопроводах теплоенергетичного обладнання та питання реалізації моніторингу трубопроводів і теплових мереж.

У розділі 9 розглянуті питання моніторингу теплоспоживання. Наведені приклади реалізації систем керування теплоспоживанням.

В додатках стисло викладені основні поняття та визначення безмежно подільних законів розподілу випадкових величин, розглянуті випадкові процеси з незалежними приростами, систематизовані ортогональні подання щільності ймовірностей випадкових процесів.

Автори висловлюють подяку рецензентам - д. т. н., проф. В.П. Малайчуку (Дніпропетровський національний університет) та д. т. н., проф. М.В. Мисловичу (Інститут електродинаміки НАН України) за зауваження, рекомендації та допомогу у формуванні рукопису.

Київ, зима 2015

Від авторів



ОБ'ЄКТИ ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКИ ТА ЗАДАЧІ ЇХ МОНІТОРИНГУ

1

- 1.1. Загальна характеристика об'єктів теплоенергетики
- 1.2. Експлуатаційна надійність об'єктів теплоенергетики
- 1.3. Методи і засоби контролю та діагностики теплотехнічного обладнання
- 1.4. Задачі інформаційного забезпечення систем моніторингу в теплоенергетиці

1.1. Загальна характеристика об'єктів теплоенергетики

Системи теплопостачання. *Теплоенергетика* – розділ енергетики, пов'язаний з одержанням, використанням і перетворенням тепла в різні види енергії (ГОСТ 19431–84). Розрізняють [19] два принципово різні напрями використання теплоти – енергетичне та технологічне.

При *енергетичному використанні* теплота перетворюється в механічну роботу, за допомогою якої в генераторах створюється електрична енергія, зручна для передачі на відстань.

При *технологічному (безпосередньому) використанні* теплота використовується для спрямованої зміни властивостей різних тіл (розплавлення, затвердіння, зміни структури, механічних, фізичних, хімічних властивостей).

Споживачами тепла є підприємства, організації, територіально відособлені цехи, будівельні майданчики, квартири [19, 33]. Споживання теплової енергії в Україні по галузях економіки наведено в табл. 1.1 [16].

Таблиця 1.1. Споживання теплової енергії в Україні (тис. Гкал)

Галузі	Роки		
	2000	2005	2010
Промисловість	76,3	96,8	128,2
Житлово-комунальний сектор	86,2	120,0	130,0
Інші галузі	29,9	21,4	24,0
Усього	198,9	238,2	282,2

Основою сучасної теплоенергетики є теплові електростанції [28, 36]. *Теплова електрична станція* (ТЕС) – це сукупність взаємозв'язаних установок, загальним технологічним призначенням яких є перетворення хімічної енергії палива в електричну енергію або в електричну енергію та тепло (ГОСТ 19431–84).

Основними елементами ТЕС є котельна установка, парова або газова турбіна та генератор електроенергії. У наш час переважають паротурбінні ТЕС.

Розрізняють два типи паротурбінних теплових станцій – *конденсаційні електричні станції* (КЕС), призначені для виробництва електричної енергії, і *теплофікаційні станції*, або *теплоелектроцентралі* (ТЕЦ), в яких здійснюється комбіноване виробництво електричної енергії та тепла.

Одержання теплоти можливо також на *атомних електростанціях* (АЕС), в яких енергія поділу ядер атомів перетворюється в електричну енергію або в електричну енергію та тепло. Пара на АЕС може бути отримана як у самому реакторі (одноконтурні АЕС), так і в парогенераторі (двоконтурні та триконтурні АЕС).

Забезпечення споживачів теплом здійснюється системою теплопостачання. Відповідно до ГОСТ 19431–84 *система теплопостачання* – це сукупність взаємозв'язаних енергоустановок, які здійснюють теплопостачання району, міста, підприємства.

Основними елементами системи теплопостачання є джерело теплової енергії, тепла мережа, абонентський ввід та місцеві системи споживачів тепла [8, 28, 33].

Залежно від потужності джерела теплової енергії системи теплопостачання розділяються на централізовані, помірно централізовані, децентралізовані та автономні системи (ДБН В.2.5–39:2008).

Основними джерелами теплової енергії є:

- у централізованих системах теплопостачання – ТЕЦ і районні котельні потужністю більше 20 МВт;
- у системах помірно централізованого теплопостачання – квартальні котельні потужністю не менше 3 МВт і не більше 20 МВт;
- у системах децентралізованого теплопостачання – місцеві або групові котельні потужністю не менше 1 МВт і не більше 3 МВт;
- у системах автономного теплопостачання – котельні потужністю менше 1 МВт.

Потужність ТЕЦ по тепловому навантаженню складає 1000...2000 МВт [36]. На великих ТЕЦ електрична потужність може досягати 1500 МВт, а тепла – до 6000 МВт (5000 Гкал/год).

Джерела тепла при централізованому теплопостачанні від великих котельних обладнані паровими, водогрійними або комбінованими котельними установками.

Теплова потужність міських і районних котельних складає від 116 (100) до 580...700 (500...600) МВт (Гкал/год), а квартальних і групових теплогенеруючих установок – від 23 (20) до 116 (100) МВт (Гкал/год) [8]. Потужність теплових джерел промислових підприємств складає від десятків до сотень МВт.

Централізоване теплопостачання від ТЕЦ називається *теплофікацією*. Завданням централізованого теплопостачання є виробництво теплової енергії та забезпечення нею споживачів, включаючи опалення, вентиляцію, гаряче водопостачання та технологічні потреби.

Централізоване теплопостачання забезпечує тепловою енергією низького (до 150 °С) і середнього (до 350 °С) потенціалу декількох споживачів від одного або декількох джерел. Теплова енергія відпускається споживачам житлово-комунального господарства у вигляді гарячої води, а для промислових підприємств разом з водою часто використовується водяна пара [8, 33]. У табл. 1.2 наведені усереднені дані по джерелах забезпечення теплом житлово-комунального господарства України в 2000 р. [16].

Таблиця 1.2. Джерела теплозабезпечення ЖКГ України в 2000 р.

Виробник	Показник, %
Великі ТЕЦ	17,5
Малі ТЕЦ	21,3
Малі котельні	61,2
Усього	100

Джерелами тепла в децентралізованих системах теплопостачання є будинкові котельні, котли поквартирного опалювання, котли-плити, печі та інші вогняні прилади. Будинкові і котеджні (квартирні) котельні потужністю до 3 МВт розміщуються безпосередньо в житловому будинку або в прибудовах до нього. В них, як правило, використовується газоподібне або рідке паливо, іноді електрообігрів. До таких систем відносяться також блоково-модульні і дахові котельні потужністю 1...1,5 МВт, що працюють на газоподібному або рідкому котельно-пічному паливі.

До джерел тепла також відносяться *когенераційні установки* [15], в яких здійснюється одночасне ефективне виробництво в єдиному технологічному процесі декількох видів енергії та енергетичних товарних продуктів – електричної та теплової енергії, промислового холоду, стиснених газів та ін., необхідних для потреб окремих підприємств, поселень, міст, регіонів.

Передача тепла від джерела до споживачів здійснюється за допомогою *теплових мереж*, призначених для передачі та розподілу тепла до споживачів (ГОСТ 19431–84).

Теплова мережа є системою трубопроводів (теплопроводів), насосних станцій і теплообмінних апаратів, які забезпечують безперервну подачу теплової енергії у вигляді гарячої води або пари споживачам та її повернення до джерела. Згідно ДБН В.2.5–39:2008 розрізняють магістральні і розподільні теплові мережі та мережі гарячого водопостачання.

Сполучною ланкою між місцевими системами теплового споживання та тепловими мережами систем централізованого теплопостачання є *абонентський ввід* – комплекс устаткування, за допомогою якого системи опалення, гарячого водопостачання та вентиляції, а також технологічні установки підприємств приєднуються до теплових мереж. Склад абонентської установки визначається схемами підключення систем опалення та гарячого водопостачання, параметрами теплоносія, режимами споживання тепла та ін.

Зупинимось детальніше на характеристиці основних теплоенергетичних установок.

Котельні установки. Основним джерелом одержання тепла є *котельна установка*, яка є пристроєм для одержання водяної пари або гарячої води [19, 33]. Котельна установка складається з одного або декількох котлів та допоміжного устаткування.

Котел - це конструктивно об'єднаний в одне ціле комплекс пристроїв для одержання пари або для нагрівання води під тиском за рахунок теплової енергії від спалювання палива, при протіканні технологічного процесу або перетворення електричної енергії в теплову енергію (ГОСТ 23172–78).

До основних елементів котла відносяться [19, 28] топка, теплообмінні поверхні, пароперегрівник, економайзер, повітропідігрівник. У водогрійному котлі теплообмінні поверхні, пароперегрівник і економайзер відсутні.

Основними елементами *допоміжного устаткування* котельних установок є система паливоподачі, тягодуттєві установки, водопідготовчі пристрої, живильні пристрої, живильні трубопроводи, паропроводи, арматури трубопроводів, пристрій для видалення шлаків і золи, золоуловлюючі пристрої, пристрої для теплового контролю, пристрої для автоматичного керування роботою котельної установки.

Стаціонарні котли, призначені для вироблення пари, яка ви-

користовується технологічними та побутовими споживачами, стандартизовані за параметрами і потужністю.

До основних параметрів котлів відносяться (ГОСТ 3619–89):

номінальна продуктивність;

номінальний тиск пари;

температура перегрітої пари;

номінальна температура живильної води;

коефіцієнт корисної дії (ККД) брутто.

За величиною номінального тиску пари розрізняють (ГОСТ 23172–78) котли:

низького тиску – до 1 МПа;

середнього тиску – від 1 до 10 МПа включно;

високого тиску – від 10 до 22,5 МПа включно.

У відповідності до ГОСТ 26269–89 розрізняють котли малої потужності з продуктивністю до 160 т/год і тиском пари до 3,9 МПа та котли великої потужності з продуктивністю від 160 до 3950 т/год і тиском пари від 9,8 до 25 МПа.

За призначенням стаціонарні котельні установки поділяються на такі групи:

енергетичні, пара яких використовується для вироблення електричної енергії на теплових електричних станціях;

промислові (виробничо-опалювальні), що виробляють пару для технологічних потреб виробництва;

змішаного призначення, пара яких використовується як для вироблення електричної енергії, так і для виробничо-опалювальних потреб;

опалювальні, що виробляють пару для опалювальних установок;

водогрійні, що виробляють гарячу воду для опалення та вентиляції будинків.

У котельних установках, призначених для одержання пари, здійснюються такі основні робочі процеси – подача палива та повітря, раціональне спалювання палива, передача теплоти від продуктів згоряння палива до робочого тіла, переміщення продуктів згоряння палива по газовому тракту, подача води під певним тиском, підігрівання води, перетворення її в пару.

Теплові двигуни. Теплові двигуни призначені для перетворення хімічної енергії палива в механічну енергію обертового ва-

ла [18, 28, 36].

Паротурбінна установка є частиною теплової або атомної електростанції. Вона призначена в першу чергу для економічного перетворення енергії пари в роботу, затрачувану на привод електричного генератора.

Сукупність механізмів, апаратів і комунікацій паротурбінної установки, по яких проходить її робоче тіло, називається пароводяним трактом. До його складу входить парова турбіна, конденсаційна установка, система регенеративного підігріву живильної води.

Деаераційно-живильна установка формально є загальностанційним вузлом ТЕС або АЕС. Однак на блокових електростанціях кожна деаераційна установка обслуговує лише одну паротурбінну установку та у технологічному відношенні є її невід'ємною частиною. До пароводяного тракту АЕС і ТЕЦ відноситься і система проміжного осушування (сепарації) і паро-парового перегріву.

При комбінованому виробництві електричної енергії та теплоти до пароводяного тракту паротурбінної установки відноситься устаткування та комунікації (у межах станції) для відпуску споживачам теплоти у вигляді гарячої води (теплофікаційна установка) і пари. До складу турбоустановки також входять системи змащення, регулювання та захисту.

Газотурбінна установка – це тепловий двигун, робоче тіло в якому залишається газоподібним у всіх точках теплового циклу; складається з турбін, компресорів, пристроїв підведення (камер згоряння) і відводу теплоти, об'єднаних загальною гідромеханічною системою.

Залежно від способу передачі частини теплоти холодному джерелу розрізняють газотурбінні установки відкритого та замкненого циклів. Робочим тілом газотурбінної установки відкритого циклу служить атмосферне повітря та продукти згоряння органічного палива, а в замкнених газотурбінних установках – повітря, гелій, азот, вуглекислий газ і т.п.

У газотурбінній установці відкритого циклу робоче тіло надходить із атмосфери, однократно проходить через усі елементи установки й викидається в атмосферу. У газотурбінній установці замкненого циклу робоче тіло безперервно циркулює по замкненому контуру, а відведення теплоти здійснюється в спеціальних

теплообмінниках.

Газопоршневий двигун є двигуном внутрішнього згорання, в якому використовується газоподібне паливо. Газопоршневий двигун складається з корпусу, основним елементом якого є циліндр, а також кривошипно-шатунного механізму, газорозподільного механізму, газоподавальної системи, системи впуску повітря й випуску відпрацьованих газів, системи змащення, системи охолодження двигуна, систем запалювання й пуску.

Когенераційні установки призначені для комбінованого виробництва електричної та теплової енергії. Основними вузлами базової схеми когенераційної установки є [15, 21] тепловий двигун, електричний генератор і теплоутилізатор.

Електрична енергія виробляється тепловим двигуном і електричним генератором, тепла – тепловим двигуном і теплоутилізатором. До складу когенераційної установки входить також допоміжне устаткування – тягодуттьові машини, трубопроводи та системи керування. До основних показників когенераційної установки відносяться тепла та електрична потужність установки, ККД при виробленні електроенергії, коефіцієнт використання палива, температура вихлопних газів та їх кількість при номінальній потужності [15, 16]. Зупинимось на короткій характеристиці основних вузлів когенераційної установки.

Теплові двигуни когенераційної установки перетворюють хімічну енергію палива в механічну енергію обертового вала. Скидні гази теплового двигуна використовуються для вироблення теплової енергії. Діапазон потужностей теплових двигунів когенераційної установки для комунального господарства знаходиться в межах 0,5...10 МВт, для промисловості 0,5...25 МВт [16].

При комбінованому виробництві енергії для промислових підприємств і житлово-комунального господарства застосовуються газопоршневі двигуни потужністю 0,5...5 МВт і газотурбінні установки потужністю 1,5...25 МВт.

Електрогенератори перетворюють механічну енергію обертового вала теплового двигуна в електроенергію. В когенераційних установках частіше за все використовуються синхронні генератори потужністю 0,5...25 МВт.

Теплоутилізатор служить для одержання теплової енергії за рахунок використання енергії відхідних гарячих газів теплового

двигуна.

Теплові мережі. Передача тепла від джерела до споживачів здійснюється за допомогою теплових мереж. Згідно ДБН В.2.5-39:2008 розрізняють наступні теплові мережі:

магістральна теплова мережа – комплекс трубопроводів (теплопроводів) і споруд, що забезпечують транспортування теплоносія від джерела теплової енергії до теплових пунктів та (або) розподільної теплової мережі;

розподільна теплова мережа – трубопроводи зі спорудами на них, які забезпечують транспортування теплоносія від центрального теплового пункту, або магістральної теплової мережі, або джерела теплової енергії до теплового вводу споживача;

мережа гарячого водопостачання – комплекс трубопроводів (теплопроводів), обладнання та споруд, що забезпечують подачу гарячої води від теплового пункту або від джерела теплової енергії до вводу гарячої води споживача.

Магістральні трубопровідні системи для випуску теплоти з крупних ТЕЦ мають діаметри труб 1400...2000 мм, довжина магістральних теплових мереж по радіусу може досягати десятків кілометрів, а загальна їх протяжність – сотні кілометрів [8].

Транспортування теплової енергії від джерел енергії до споживачів здійснюється по мережних трубопроводах, в яких теплоносієм є вода з температурою 95...150 °С. Діаметр труб лежить у межах від 50 до 800 мм [16].

Теплові мережі прокладені переважно в непрохідних залізобетонних каналах з підвісною ізоляцією з мінеральної вати. Основним типом антикорозійного покриття трубопроводів є ізол на ізоляційній мастиці [16].

У містах теплові мережі виконують за однією зі схем: тупиковою (радіальною), кільцем – за наявності декількох джерел тепла, і змішаною [8, 33].

Тупикова схема, як правило, виконується за наявності одного джерела і характеризується тим, що з віддаленням від нього поступово знижується теплове навантаження, що приводить до зменшення діаметру трубопроводів, спрощення конструкції, складу устаткування самої мережі.

Для запобігання аваріям і керування перемиканнями подачі тепла до споживачів, встановлюють перемички між суміжними магістралями, а також між тупиковими схемами або при теплопо-

стачанні від декількох джерел тепла: ТЕЦ, районних і квартальних котельних.

Кільцева схема характеризується тим, що за рахунок декількох джерел тепла підвищується надійність теплопостачання при меншій сумарній резервній потужності котельного устаткування.

Абонентські установки здійснюють сполучення теплових мереж систем централізованого теплопостачання з місцевими системами теплового споживання. В абонентських установках здійснюються наступні основні функції [8, 33]:

- перетворення виду теплоносія або його параметрів;
- контроль параметрів теплоносія і захист місцевих систем теплопостачання від аварійного перевищення їх значень;
- регулювання витрат і розподіл теплоносія по системах споживання теплоти;
- відключення систем споживання теплоти;
- заповнення та підживлення місцевих систем споживання теплоти;
- облік витрат теплоносія;
- водопідготовка для систем гарячого водопостачання.

Склад абонентської установки визначається схемами підключення систем опалення та гарячого водопостачання, параметрами теплоносія, режимами споживання тепла та ін.

Абонентські установки оснащені підігрівачами гарячого водопостачання, елеваторами, насосами, арматурою, контрольно-вимірювальними приладами для регулювання параметрів і витрат теплоносія по місцевих опалювальних і водорозбірних приладах, тому їх часто називають місцевим тепловим пунктом. Абонентський ввід, що споруджений для окремої технологічної установки, називають індивідуальним тепловим пунктом.

Приєднання споживачів тепла до джерела тепла може бути [8, 33] безпосереднє – одноступінчаті системи, або через центральні теплові пункти чи контрольно-розподільні пункти – багатоступінчаті системи. Одноступінчаті системи обмежені межею допустимого тиску в теплових мережах, оскільки високий тиск, що забезпечує транспортування теплоносія, небезпечний для радіаторів опалювання.

1.2. Експлуатаційна надійність об'єктів теплоенергетики

Основні експлуатаційні показники. Більшість теплоенергетичних установок потенційно небезпечні для обслуговуючого персоналу, навколишнього середовища й населення [6, 13, 23]. Це обумовлено використанням води й пари як теплоносіїв при високій температурі й високому тиску, пожежонебезпечних речовин (масла, твердого, рідкого або газоподібного палива та інше), а також небезпечної електричної напруги в системах керування, сигналізації та захисту.

При експлуатації теплоенергетичних установок і систем повинні бути забезпечені надійність, довговічність і безпека як системи в цілому, так і устаткування, що входить у систему.

Надійність – це властивість об'єкта зберігати в часі у встановлених межах значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах і умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання й транспортування (ГОСТ 27.002–89).

Надійність є комплексною властивістю, яка залежно від призначення об'єкта й умов його застосування може включати також безвідмовність, довговічність, якість, живучість, ремонтпридатність і безпеку.

Безвідмовність – властивість об'єкта безупинно зберігати працездатний стан протягом деякого часу чи напрацювання. Показником безвідмовності є напрацювання на відмову.

Довговічність – властивість об'єкта зберігати працездатний стан до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту. Основними показниками довговічності є технічний ресурс і термін служби. *Технічний ресурс* – сумарне напрацювання агрегату за період експлуатації. *Термін служби* – календарна тривалість експлуатації агрегату до руйнування або іншого граничного стану.

Якість – сукупність властивостей, що визначають ступінь придатності технічного пристрою для використання за призначенням.

Живучість – це здатність технічного пристрою протистояти великим збуренням, що виключає процес розвитку аварій і поломку устаткування.

Ремонтпридатність – властивість об'єкта, що полягає в пристосованості до підтримки й відновлення працездатного стану шляхом технічного обслуговування та ремонту.

Безпека – це властивість технічного об'єкта, яка передбачає виключення можливості виникнення ситуацій, небезпечних для людей і навколишнього середовища. Безпека не є складовою властивістю надійності, хоча деякою мірою залежить від неї.

Безпека повинна забезпечуватись не тільки при нормальній експлуатації, але й в аварійних ситуаціях, пов'язаних з відмовою устаткування, помилками персоналу, стихійними явищами та ін.

Надійність теплоенергетичного устаткування повинна бути забезпечена на всіх стадіях його існування [13] – проектування, виготовлення, експлуатації.

На стадії *проектування* показники надійності закладаються за наступними напрямками:

вибір і розрахунок теплової схеми;

застосування конструктивних рішень, що враховують якість палива й води, особливості компонування устаткування, а також сейсмічність району;

резервування устаткування, його вузлів та елементів;

вибір конструктивних матеріалів і способів контролю, відповідних до умов експлуатації;

виконання комплексу розрахунків (теплових, міцнісних, гідравлічних, аеродинамічних та ін.) для обґрунтування рішень щодо вибору конструкцій агрегатів, вузлів та їх окремих елементів;

відпрацьовування конструкторських рішень на технологічність, що забезпечує якісне й економічне виготовлення устаткування на основі прогресивних технологічних процесів.

На стадії *виготовлення* завдання забезпечення надійності вирішується за наступними напрямками:

підвищення ступеня заводської готовності шляхом організації випуску устаткування в блоковому виконанні;

широке застосування сучасних способів контролю якості на всіх стадіях виробничого процесу;

застосування прогресивного технологічного устаткування на визначальних операціях;

механізація й автоматизація процесів зварювання, розширення використання прогресивних зварювальних процесів.

На стадії *експлуатації* завдання забезпечення надійності теп-

лоенергетичного устаткування вирішується за наступними напрямками [13]:

- технічне обслуговування та ремонт устаткування;
- модернізація та реконструкція діючого устаткування;
- технічне переозброєння;
- оптимізація режимів роботи;
- вдосконалення рівня експлуатації.

Розрізняють технічну та експлуатаційну надійність [12]. *Технічна надійність* визначає тільки технічні можливості, обумовлені конструкторськими рішеннями та якістю виготовлення. Показники технічної надійності характеризують рівень розробки й дозволяють ухвалювати рішення щодо необхідності доведення або модернізації установок.

Під *експлуатаційною надійністю* елементів і вузлів розуміють їх властивість виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників у допустимих межах, відповідних до заданих режимів і умов експлуатації. Інакше кажучи, експлуатаційна надійність – це стійкість якості устаткування стосовно всіх можливих збурень, які можуть виникнути при його корисному функціонуванні.

Експлуатаційна надійність визначається реальними умовами використання установок з урахуванням впливу всіх факторів, які залежать від якості проектування, виготовлення й експлуатації.

На показники експлуатаційної надійності, довговічності й безпеки теплоенергетичного устаткування впливають дві групи факторів [13, 23] – технологічні й експлуатаційні.

Технологічні фактори виникають на стадії проектування, виготовлення й монтажу устаткування. До них відносяться:

- помилки проектування;
- недоліки конструкції устаткування;
- неточності в проектних розрахунках при виборі матеріалу;
- металургійні дефекти;
- дефекти виготовлення;
- дефекти складання й монтажу устаткування.

Експлуатаційні фактори являють собою:

невідповідність умов роботи устаткування проектним (розрахунковим) режимам;

коливання основних режимних параметрів при експлуатації устаткування в базових режимах;

спрацювання устаткування, старіння ізоляції;
дефекти при проведенні ремонтних робіт;
помилки чергового, ремонтного, керуючого персоналу і порушення виробничих інструкцій;
неточності інструкцій і регламентів.

Найнебезпечнішими експлуатаційними факторами, що впливають на довговічність елементів теплоенергетичного устаткування, є *температурні коливання* [20, 35]. Вони приводять до короточасних і тривалих перегрівів металу і є причиною зміни властивостей і структури, збільшення швидкості повзучості, зниження тривалої міцності й тривалої пластичності, прискорення корозійних процесів і, як наслідок, інтенсивного розвитку термічної втоми.

Колівання температур, особливо в області 450 °С і вище, дуже впливають на залишкову деформацію повзучості, яка збільшує діаметр трубопроводів, зменшує товщину стінки, в результаті чого відбуваються розтріскування й руйнування труб.

Поряд із циклічністю дії навантажень на передчасні експлуатаційні пошкодження металу теплоенергетичного устаткування, що характеризують крихкі руйнування, впливають:

наявність середовищ, що сприяють виникненню й розвитку корозійно-втомних процесів (води, конденсату, пари, продуктів згоряння);

високий рівень механічних напруг від внутрішнього тиску при підвищених температурах в умовах повзучості;

нелінійний напружений і деформований стан різних конструктивних елементів.

Водно-хімічні режими впливають на фізико-хімічні властивості внутрішньотрубних утворень, які є основними причинами перегріву труб котлів, що працюють на мазуті.

Розглянемо детальніше основні неполадки й пошкодження вузлів і елементів систем тепlopостачання.

Несправності котельних установок. Основними причинами несправностей котельних установок є пошкодження поверхонь нагрівання котлів, систем паливоподачі, допоміжного устаткування, автоматики та ін. [5, 32]. В табл. 1.3 наведений розподіл відмов обладнання енергоблоків потужністю 300 МВт [13, 23]

Таблиця 1.3. Розподіл відмов обладнання енергоблоків

Елементи	Частка відмов, %
Поверхні нагрівання	79,2
Допоміжне устаткування	3,5
Паливopодача, газопроводи	2,0
Регенеративні повітропідігрівники	0,1
Обмуровування	0,3
Арматура	4,9
Автоматика	7,4
Інші	2,6

До основних причин відмов *котлів* відносяться [5, 13, 23] неполадки пароперегрівника (стельового, ширмового, конвективно-го), екранних труб (випарні екрани), економайзера, труб, що не обігріваються, та інше. В табл. 1.4 наведений розподіл відмов елементів котлів електростанцій [13, 23].

Таблиця 1.4. Розподіл відмов елементів котлів електростанцій

Елементи	Частка відмов, %
Економайзер	30–35
Випарні екрани	14–30
Пароперегрівник	20–40
Труби, що не обігріваються	3–8
Інші елементи	5–6

Пошкодження *кип'ятильних і екранних труб* відбувається найчастіше через порушення водного режиму, викликані незадовільною роботою ділянки хімічної водопідготовки, потрапляння сиріої води з конденсатом і т.і. [5].

Основними причинами розривів труб є:

перевищення тиску;

порушення температурних умов роботи;

корозія або зношування труб;

удар факела в екранні панелі;

шлакування.

Пароперегрівник відноситься до числа найменш надійних елементів котельного агрегату. Основним пошкодженням у пароперегрівнику є перепалювання змійовиків через надмірне підвищення температури відносно розрахункової величини. Пошко-

дження сталевих змієвикових *водяних економайзерів* відбувається головним чином внаслідок внутрішньої й зовнішньої корозії труб і зношування їх летючою золою. Крім того, нерідко спостерігаються свищі й розриви в місцях зварювання змієвиків при незадовільній якості зварювальних робіт.

Пошкодження *живильних трубопроводів і паропроводів* спостерігаються набагато рідше, ніж розриви труб поверхонь нагрівання, однак за своїми наслідками ці пошкодження набагато небезпечніші. До основних причин, що приводять до руйнування живильних трубопроводів і паропроводів, відносяться:

- перевищення тиску робочого середовища;
- корозійні (внутрішні) процеси;
- ерозійне (внутрішнє) зношування в місцях установки регулюючої арматури;
- розвиток втомних тріщин;
- поява підвищених напруг при заземленнях трубопроводів або при різкій зміні температур, як робочого тіла, так і зовнішнього середовища;
- неякісність основного металу, металу в зоні зварених з'єднань і конструкцій у цілому;
- невідповідність матеріалу труб вимогам розрахунків.

До основних причин відмов *допоміжного устаткування* котельних установок відносяться [5, 13, 23] неполадки й несправності димососів, дугтьових вентиляторів, регенеративних повітропідігрівників та ін., розподіл яких наведений в табл. 1.5 [13, 23].

Таблиця 1.5. Розподіл відмов елементів допоміжного обладнання котельних установок

Елементи	Частка відмов, %
Димососи	35–40
Дугтьовий вентилятор	19–20
Регенеративний повітропідігрівники	18–20
Кульовий млин	10–12
Молотковий млин	4–5
Живильники вугілля, транспортери	3–14

У *топці й газоходах* можливі вибухи й стуки через скупчення значної кількості незгорілого палива. Причинами цього можуть бути осадження палива на підлогу або в холодну вирву, віднесення в газоходи внаслідок недосконалої організації горіння в топці.

У газоповітряному тракті при роботі тягодуттєвих машин можливі перегрів і пошкодження підшипників, вібрації та поломки роторів. *Перегрів і пошкодження підшипників* відбувається найчастіше внаслідок порушення режимів змащення, зниження рівня масла або через його відсутність у системі маслозабезпечення, погіршення або припинення охолодження підшипників, а також через погану якість ремонту й складання. Причинами *вібрації або поломки роторів* є їх неправильне початкове балансування, виникнення розбалансування ротора через зношування, відкладання золи (пилу) на лопатках, особливо при мокрому золовидаленні.

Несправності теплових мереж. Основна причина пошкоджень тепломереж і мереж гарячого водопостачання в ЖКГ в Україні [16] – електрохімічна корозія, яка обумовлена:

фізичним зношуванням трубопроводів внаслідок тривалої експлуатації, що може привести до пошкодження теплоізоляції, герметизації каналів, антикорозійного покриття, руйнування перекриття каналів;

періодичним підтопленням і замулюванням ґрунтовими, поверхневими водами та водами несправних інженерних комунікацій ділянок теплових мереж під час пошкоджень;

недостатньою надійністю та довговічністю теплової ізоляції та антикорозійного покриття трубопроводів;

незадовільним станом будівельних конструкцій (каналів, камер та ін.), внаслідок чого має місце потрапляння вологи в трубопроводи та інше устаткування;

наявністю кабельних мереж поблизу тепломережі.

Низька надійність теплотрас приводить до аварій і великих втрат тепла і, як наслідок, до істотних економічних втрат і значних обсягів ремонтних робіт. Статистика пошкоджень і тепловтрат у тепломережах «Київенерго» [16] наведена в табл. 1.6.

Найбільш ефективним способом підвищення надійності теплотрас є використання в транспортуючих системах трубопроводів на базі попередньо ізольованих труб з використанням пінополіуретану. Такі труби прокладаються швидко й надійно, мають в два рази кращі теплотехнічні показники ізоляції, тепловтрати в них становлять 3–5 %, термін служби – більше 30 років, не вимагають особливих профілактичних заходів [16].

Таблиця 1.6. Статистика пошкоджень і тепловтрат в тепломережах «Київенерго»

Роки	Кількість пошкоджень	Втрати тепла, %
2001	163	14,9
2002	188	15,1
2003	248	14,9
2004	232	14,7

В цілому для підвищення надійності теплоенергетичного устаткування необхідне нагромадження й систематизація даних тривалої експлуатації установок, що випускались раніше, і створення на цій основі установок, які найкраще пристосовані до відповідних умов експлуатації.

1.3. Методи і засоби контролю та діагностики теплотехнічного обладнання

Основні визначення технічної діагностики. Забезпечення експлуатаційної надійності, довговічності й безпеки теплоенергетичного устаткування – складне завдання, пов'язане з організацією достовірного контролю роботи енергоустановок і забезпеченням оптимальних умов їх експлуатації.

Для розв'язку цього завдання необхідна наявність спеціальних систем експлуатаційної діагностики, що дозволяють одержувати інформацію з основних конструктивних елементів енергоустаткування з урахуванням режимних параметрів (температури, тиску, швидкості набору й скидання навантаження і т.п.).

Технічна діагностика являє собою галузь знань, що охоплює теорію, методи й засоби визначення технічного стану об'єктів (ГОСТ 20911–89).

Технічний стан об'єкта характеризується у визначений момент часу й за визначених умов зовнішнього середовища значеннями параметрів, встановлених технічною документацією на об'єкт. Технічний стан складного об'єкта визначається технічним станом його складових частин – механізмів, вузлів, машин або конструкцій. Розрізняють наступні *види технічного стану* об'єкта (ГОСТ 27.002–89):

- справний;
- працездатний;

правильного функціонування;
граничний;
неправильного функціонування;
непрацездатний;
несправний.

Об'єкт перебуває в *справному технічному стані*, якщо він задовольняє всім вимогам нормативно-технічної документації.

Об'єкт *працездатний*, якщо він може виконувати всі задані йому функції зі збереженням значень заданих параметрів у необхідних межах.

Правильно функціонуючим є об'єкт, значення параметрів якого в поточний момент реального часу застосування об'єкта за призначенням перебувають у необхідних межах, тобто правильно виконує конкретну задану функцію.

Граничний стан – стан об'єкта, при якому його подальша експлуатація неприпустима або недоцільна, або відновлення його працездатного стану неможливе або недоцільне. Критерії граничного стану об'єкта встановлюються нормативно-технічною та (або) конструкторською (проектною) документацією.

Для складних об'єктів можливе розділення їх непрацездатних станів. При цьому з множини непрацездатних станів виділяють частково непрацездатні стани, при яких об'єкт здатний частково виконувати необхідні функції.

Порушення справності, працездатності або правильності функціонування об'єкта є наслідком появи в об'єкті або в його складових частинах дефектів, пошкоджень або відмов.

Дефект – кожна окрема невідповідність властивостей об'єкта заданим, необхідним або очікуваним його властивостям. *Пошкодження* – подія, що полягає в порушенні справного стану об'єкта при збереженні працездатного стану. *Відмова* – подія, що полягає в порушенні працездатного стану об'єкта.

Дефекти, пошкодження або відмови є наслідком конструктивних, виробничих, експлуатаційних і деградаційних причин [14, 23, 25, 31].

Експлуатаційні причини пов'язані з порушенням установлених правил і (або) умов експлуатації. *Деградаційні причини* обумовлені природними процесами старіння, зношування, корозії та втоми при дотриманні всіх установлених правил і (або) норм проектування, виготовлення й експлуатації.

Технічне діагностування – це визначення технічного стану будь-якого об'єкта (ГОСТ 20911–89). Діагностування здійснюється *засобами діагностування*, які являють собою відповідну апаратуру і програми. *Система діагностування* – це сукупність засобів діагностування, об'єкта й виконавців, необхідна для проведення діагностування за правилами, встановленими у технічній документації.

Завданнями технічного діагностування є контроль функціонування або технічного стану; пошук місця й визначення причин відмови (несправності); прогнозування технічного стану.

Контроль функціонування полягає в перевірці виконання об'єктом частини або всіх властивих йому функцій. *Контроль технічного стану* полягає в перевірці відповідності значень параметрів об'єкта вимогам технічної документації і визначення на цій основі одного із заданих видів технічного стану в цей момент часу. *Прогнозування технічного стану* – визначення технічного стану об'єкта із заданою ймовірністю на майбутній інтервал часу.

Розрізняють системи *тестового й функціонального (робочого) діагностування*. У системах тестового діагностування на об'єкт подаються спеціально організовані *тестові впливи*, а системи функціонального діагностування працюють у процесі застосування об'єкта за призначенням і на об'єкт подаються тільки *робочі впливи*, передбачені алгоритмом його функціонування.

Основними *показниками якості* систем діагностування є повнота діагностування, достовірність діагнозу й глибина пошуку місця відмови (несправності).

Про зміну технічного стану об'єкта судять за значеннями *діагностичних (контрольованих) параметрів*, що дозволяють визначити технічний стан об'єкта без його розбирання.

Технічний стан кожного об'єкта характеризується множиною діагностичних параметрів [14, 25, 37], серед яких розрізняють прямі й непрямі параметри. *Прямі параметри* безпосередньо характеризують технічний стан об'єкта, наприклад, зношування, зазор у спряженні та ін. *Непрямі параметри* (наприклад, тиск масла, вміст СО у відпрацьованих газах та ін.) побічно характеризують технічний стан об'єкта.

Стан технічного об'єкта можуть характеризувати різні фізичні величини – механічні, гідромеханічні, аеромеханічні, термодинамічні, електричні, електромагнітні, оптичні, акустичні та ін.

Основними критеріями при виборі тих чи інших фізичних величин як діагностичних параметрів є максимальна зміна фізичного параметра при зміні умов навантаження, експлуатації та ін.; використання тих фізичних полів і явищ, які максимально реагують на зміну стану матеріалу; можливість визначення фізичних параметрів без руйнування зразків.

Інформативність ознак, сформованих на обраних діагностичних параметрах, визначає склад вимірюваних фізичних величин, які використовуються надалі для визначення технічного стану об'єктів. Вимірювання обраних як діагностичні параметри фізичних величин є основою різних методів і засобів технічного діагностування.

Види та методи діагностування. Технічна діагностика об'єктів теплоенергетики повинна здійснюватися методами неруйнівного контролю, після застосування яких об'єкти можуть бути і далі використані за прямим призначенням.

Клас *фізичних методів неруйнівного контролю* складають методи, які ґрунтуються на дії фізичних полів або речовин на об'єкт або на реєстрації полів, що створюються самим об'єктом контролю.

Неруйнівний контроль в залежності від фізичних явищ, що покладені в його основу, поділяється на види (ДСТУ 2865–94):

- магнітний;
- електричний;
- вихрострумний;
- радіохвильовий;
- тепловий;
- оптичний;
- радіаційний;
- акустичний;
- проникними речовинами.

В рамках кожного виду неруйнівного контролю в даний час існує велике число різних методів, які класифікуються за наступними ознаками (ДСТУ 2865–94):

характером взаємодії фізичних полів або речовин з об'єктом контролю;

- первинним інформативним параметром;
- способом отримання первинної інформації.

Наведемо коротку характеристику видів неруйнівного контролю і методів, основаних на характері взаємодії фізичних полів з об'єктом контролю.

Магнітний неруйнівний контроль базується на аналізі взаємодії магнітного поля з об'єктом контролю. Методи цього виду за характером взаємодії поля з об'єктом не класифікують.

Магнітний вид зазвичай застосовують для контролю об'єктів з феромагнітних матеріалів. За допомогою магнітних методів можуть бути виявлені гартівні і шліфувальні тріщини, волосовини, втомні тріщини та інші поверхневі дефекти шириною розкриття декілька міліметрів.

Електричний неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі параметрів електричного поля, що взаємодіє з об'єктом контролю або поля, що виникає в об'єкті контролю в результаті зовнішньої дії. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

- електричний;
- трибоелектричний;
- термоелектричний.

Електричний вид застосовується для контролю виробів з електропровідних матеріалів, електротехнічного устаткування, відхилень форми об'єкту та ін.

Вихрострумний неруйнівний контроль базується на аналізі взаємодії зовнішнього електромагнітного поля з електромагнітним полем вихрових струмів, що наводяться в об'єкті контролю. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

- прониклого випромінювання;
- відбитого випромінювання.

Вихрострумний вид застосовується тільки для виробів з електропровідних матеріалів. Особливість вихрострумного контролю полягає в тому, що його можна проводити без контакту перетворювача та об'єкту, що дозволяє одержувати добрі результати контролю навіть при високих швидкостях руху об'єктів.

Радіохвильовий неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі змін параметрів електромагнітного поля радіодіапазону, що взаємодіє з об'єктом контролю. Зазвичай застосовують радіохвилі довжиною хвилі 1...100 мм. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

- прониклого випромінювання;

відбитого випромінювання;
розсіяного випромінювання;
резонансний.

Радіохвильовий вид застосовують для контролю виробів з матеріалів, в яких радіохвилі не сильно згасають, наприклад, діелектриків, феритів, тонкостінних металевих об'єктів.

Тепловий неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі змін теплових або температурних полів об'єктів контролю, що викликані дефектами. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

тепловий контактний;
конвективний;
власного випромінювання.

Тепловий вид застосовується для контролю різноманітних об'єктів з будь-яких матеріалів.

Оптичний неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі параметрів оптичного випромінювання, що взаємодіє з об'єктом контролю. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

проникного випромінювання;
відбитого випромінювання;
розсіяного випромінювання;
індукованого випромінювання.

Оптичні методи контролю мають невисоку чутливість, тому вони застосовуються виключно для виявлення великих поверхневих дефектів, слідів течі, залишкових деформацій, пошкодження конструкцій та ін.

Радіаційний неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі іонізуючого випромінювання після взаємодії з об'єктом контролю. Залежно від природи іонізуючого випромінювання радіаційний вид розділяється на підвиди, наприклад, рентгенівський, нейтронний і т.п. За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

випромінювання, що пройшло;
розсіяного випромінювання;
активаційного аналізу;
характеристичного випромінювання.

Радіаційний вид використовується для контролю об'єктів з різних матеріалів – великих литих деталей, товстостінних загото-

вок і зварних з'єднань.

Акустичний неруйнівний контроль базується на реєстрації та аналізі параметрів пружних хвиль, що збуджуються або виникають в об'єкті контролю. При використанні пружних хвиль ультразвукового діапазону (понад 20 кГц) замість терміну «акустичний» зазвичай застосовується термін «ультразвуковий». За характером взаємодії поля з об'єктом розрізняють методи:

- проходження;
- відбиття;
- резонансний;
- імпедансний;
- вільних коливань;
- акустико-емісійний.

Акустичні методи широко застосовуються при контролі зварних з'єднань, корпусів, посудин тиску, великих литих деталей, товстостінних заготовок і ін.

Неруйнівний контроль проникними речовинами базується на проникненні пробних речовин (рідини або газу) в порожнини дефектів об'єкту контролю. Методи цього виду розділяється на два підвиди – капілярні і течешукання.

Методи течешукання використовуються тільки для виявлення наскрізних дефектів, капілярні методи – для виявлення невидимих або слабо видимих незброєним оком поверхневих і наскрізних дефектів в об'єктах контролю.

Об'єкти та параметри діагностування. В теплоенергетиці основними об'єктами технічного діагностування є котельні установки, парові турбіни і теплотраси [1, 5, 6, 13, 23, 33].

У *котельних установках* елементами діагностування є:

- топка;
- кип'ятильні та екранні труби;
- пароперегрівники;
- економайзери;
- парові, живильні та допоміжні трубопроводи;
- арматури трубопроводів;
- газоходи;
- вентилятори;
- димососи.

У *парових турбінах* діагностуються такі елементи:

циліндри;
обойми та діафрагми;
ротори;
диски та робочі лопатки;
підшипники;
регулюючі й стопорні клапани, їх корпуси;
напівмуфти та ін.

Основними напрямками діагностування технічного стану *теплотрас* є:

визначення корозійної обстановки та місць наскрізних пошкоджень ізоляції;

виявлення корозійних пошкоджень, тріщин, ерозійного зношування та інших дефектів у металі труб;

виявлення місць витоків теплоносія в трубопроводах.

До основних параметрів теплоенергетичного устаткування, що діагностується, відносяться [37]:

загальні параметри – коефіцієнти економічності, пов'язані з факторами технологічного процесу;

характеристики властивостей металоконструкцій – твердість, повзучість, тріщиностійкість, наявність раковин, непроварів, утворення окалини поверхонь нагрівання;

геометричні параметри конструкцій – діаметр і товщина труб, відносні зміщення окремих вузлів;

параметри теплофізичних процесів – температура зон перегрівів поверхонь нагрівання й паропроводів;

параметри хімічних процесів – стан води охолоджуючих середовищ;

параметри шумових процесів – поява сигналів акустичної емісії, акустичних сигналів витоків, шуми закипаючої рідини, шуми в трубопроводах та ін.;

параметри вібраційних процесів – вібрації котла, трубопроводів, вентиляторів, димососів.

У процесі експлуатації теплоенергетичного устаткування основну роль відіграють системи функціонального діагностування, джерелом інформації в яких є шумові та ритмічні сигнали, що виникають у результаті природного функціонування об'єктів.

Шумові сигнали є наслідком аеродинамічних, гідродинамічних і трибомеханічних процесів, що супроводжують роботу вузлів теплоенергетичного обладнання, і проявляються у вигляді

акустичного, магнітного, електричного, теплового шуму або широкосмугових вібрацій.

Ритмічні сигнали є результатом взаємодії деталей у кінематичних парах газових турбін, газопоршневих двигунів, електричних машин, компресорів та ін., і проявляються, як правило, у вигляді вузькосмугових багаточастотних вібрацій.

В табл. 1.7 наведені джерела та види шумових і ритмічних інформаційних сигналів.

Таблиця 1.7. Джерела і види шумових та ритмічних сигналів

Джерела сигналів	Види сигналів
<ul style="list-style-type: none"> • Котли • Газові турбіни • Парові турбіни • Газопоршневі двигуни • Електричні генератори • Електричні двигуни • Трубопроводи котельних установок • Насоси, компресори • Вентилятори • Трубопроводи тепломереж • Високовольтне устаткування 	<ul style="list-style-type: none"> • Флуктуації температури • Аеродинамічні шуми та вібрації турбін, компресорів, електричних машин • Гідродинамічні шуми та вібрації в насосах, трубопроводах • Сигнали акустичної емісії • Акустичні сигнали витоку • Шуми тертя-ковзання • Контактні шуми в колекторно-щіткових вузлах електричних машин • Магнітні шуми електричних машин • Магнітні шуми Баркгаузена при перемагнічуванні • Магнітострикційні шуми в трансформаторах • Часткові розряди у високовольтному устаткуванні

Системи функціональної діагностики, що базуються на застосуванні шумових та ритмічних сигналів, широко використовуються для визначення технічного стану теплотехнічного обладнання [1, 2, 9–11, 22, 24, 30, 39].

Пасивні акустичні системи діагностування. Найбільш розповсюдженими системами діагностування, що використовують шумові сигнали є акустико-емісійні системи, а ритмічні сигнали – вібродіагностичні системи. Розглянемо ці системи докладніше.

Акустико-емісійні системи. У твердих тілах під дією механічних напружень, що створюються зовнішнім навантаженням, відбувається динамічна перебудова структури матеріалу на мікроскопічному або макроскопічному рівні, внаслідок чого виникає неперервна та дискретна акустична емісія [7, 11, 24–27, 42].

Неперервна акустична емісія з'являється при пластичній деформації тіл в результаті руху дислокацій, двійникування, бездифузійних фазових переходів. Дискретна акустична емісія виникає в результаті утворення мікротріщин, а у разі перевищення межі текучості матеріалу є наслідком динамічної перебудови структури матеріалу під дією високих внутрішніх напружень, викликаних скупченням дислокацій.

Поява дискретної емісії характеризує початковий етап руйнування і пов'язана з утворенням, розвитком і поширенням тріщин. Акустико-емісійні сигнали, що реєструються при пластичній деформації і зростанні тріщин, суттєво різняться.

При пластичній деформації різні метали та сплави випромінюють велику кількість експоненціальних імпульсів акустичної емісії малої амплітуди. Акустико-емісійні сигнали такого типу реєструється як неперервний процес, а його реалізації схожі з реалізаціями теплового шуму електронних приладів.

У разі утворення мікротріщин, виникнення й розвитку втомних тріщин проявляються як пластична деформація, так і зростання тріщин у результаті когерентних мікророзривів у суцільному матеріалі. Під час розвитку тріщини кожна стрибкоподібна зміна її розмірів породжує окремий експоненціальний імпульс дискретної акустичної емісії великої амплітуди.

Розвиток тріщини відбувається нерівномірно й приводить до формування дискретного акустико-емісійного сигналу у вигляді хаотичної послідовності коротких окремих або імпульсів, що частково перекриваються і мають високий енергетичний рівень. Реалізації сигналу дискретної акустичної емісії схожі з реалізаціями дробового шуму електронних приладів.

Розробкою та удосконаленням акустико-емісійних систем діагностики займається багато фірм і організацій, серед яких найбі-

льшими є Dunegan / Endevco, Trodyne, PAC, DWC (США); Brüel & Kjær (Данія); AVT (Великобританія); Setim (Франція); Vallen-Systeme GmbH (Німеччина); АТ «ИНТРОСКОП», ВНИИ НК (Молдова); ТОВ «НДТ Инжиниринг» (Білорусь); НПО «Дальстандарт», ЗАТ НПО «Алькор», ЗАТ «НПФ «Диатон», ЗАТ «Специальные диагностические системы», ТОВ «НПП «Промдиагностика»» (Росія); Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона (Україна).

Сучасні акустико-емісійні системи є цифровими, забезпечують реєстрацію сигналів акустичної емісії й вимірювання, як окремих параметрів сигналів акустичної емісії, так і їх імовірнісних характеристик – розподіл миттєвих значень, кореляційно-спектральні характеристики.

Аналіз сукупності параметрів послідовності акустико-емісійних сигналів дозволяє визначати місце розташування джерела, його тип і міру небезпеки. В табл. 1.8 наведені характеристики сучасних акустико-емісійних систем.

З табл. 1.8 видно, що базовий універсальний модуль акустико-емісійних систем діагностики повинен містити до 8 каналів, повний динамічний діапазон повинен бути не менше 60 дБ, нижня межа частотного діапазону лежить в діапазоні 20...50 кГц, верхня межа – в області 2...3 МГц.

Вібродіагностичні системи. Вібродіагностика – один з основних і найбільш перспективних методів технічної діагностики вузлів теплоенергетичного обладнання, зокрема газотурбінних і паротурбінних установок, електрогенераторів, електричних машин, трубопроводів [9, 14, 22, 25, 31, 37].

Цей метод базується на дослідженні характеристик віброакустичних сигналів та їх параметрів, які є найбільш чутливими до змін технічного стану об'єктів, появи й розвитку пошкоджень і можуть визначатися безпосередньо на працюючому об'єкті.

Первинними величинами, які характеризують вібрацію, є вібропереміщення, віброшвидкість та віброприскорення. Параметрами вібрації є частота періодичних вібрацій, амплітуда та період вібрацій, пікове значення й середнє квадратичне значення коливальної величини.

Таблиця 1.8. Порівняльні характеристики акустико-емісійних систем контролю та діагностики

Назва, виробник	Кількість каналів у блоці	Параметри АЦП	Частотний діапазон, кГц	Динамічний діапазон, дБ	Рівень власних шумів, мкВ	Присутність вхідної фільтрації	Кількість зареєстр. актів в секунду	Віддалене керування	Кількість параметрів, що реєстр.
ГАЛС-1, Асоціація «ОКО» (Україна)	1...100	16 біт, 2,5 МГц	10...800	95	5	так	52 000	так	11
АЕС-USB, Introscope (Молдова)	1...32	—	10...500	—	5	так	—	так	7
Aline-32D, ТОВ «ІНТЕРЮНІС» (Білорусь)	64	16 біт, 2 МГц	1...500	84	5	ні	15 000 подій/кан.	ні	7
Малахит 12 АС, НВФ «Діатон» (Росія)	1...112	14 біт, 5 МГц	10...300	80	3	так	5 000	так	6
Експерт 2014, ЗАТ НВО «АЛЬКОР» (Росія)	4...64	—	5...600	—	3	так	10 000	так	7
ЛОКУС-Д, ЗАТ «ЭЛТЕСТ» (Росія)	4...32 (до 80)	1 МГц	25...200	80	4	так	—	ні	8
AMSU-5, Vallensysteme (Німеччина)	36 (до 254)	16 біт, 10 МГц	10...2000	82	3	так	30 000	так	10
DiSP, Physical Acoustics Corporation / MISTRAS Holdings Company (США)	8...52	16 біт, 10 МГц	10...2100	82	3	так	10 000	так	10

Сучасні прилади та системи вібродіагностики базуються на імовірнісному аналізі віброакустичних сигналів, зокрема, на аналізі форми сигналу та його розподілу, спектральному, кореляційному, кепстральному аналізі, вейвлет-аналізі та ін.

Найпоширенішим є спектральний аналіз вібрацій, який дозволяє виявляти різноманітні дефекти в елементах тепломеханічного обладнання – дисбаланс ротора, робочого колеса; неспіввісність валів; нежорстке кріплення; дефекти електродвигунів, компресорів, насосів, вентиляторів, приводних муфт, зубчастих і пасових передач, підшипників кочення й ковзання.

Вібродіагностика здійснюється за допомогою спеціалізованого обладнання. Вимоги до вібродіагностичної апаратури регламентуються стандартами, які визначають вимоги до індикації параметрів вібрації (вібропереміщення, віброшвидкості, віброприскорення та ін.), вимоги до віброперетворювачів, вимоги до проведення вимірювань і стану обладнання та ін.

На сучасному ринку апаратури для вібродіагностики значне місце займають віброаналізатори – портативні прилади для вимірювання безпосередньо параметрів вібрації й здійснення обробки вібраційних сигналів.

На ринку України найбільш поширеними є віброаналізатори виробництва Росії та України (табл. 1.9) – НВП «КонТест», ІТЦ «Вібродіагностика» (Україна); ТОВ «ИНКОТЕС», НВП «Интерприбор», ТОВ ПФФ «Вібро-Центр», «ДИАМЕХ 2000», ТОВ «Ассоциация ВАСТ», Група «ОКТАВА - Электрондизайн», ТОВ «Глобал Тест», ТОВ «ГД «Технекон», ЗАТ «Алгоритмакустика» (Росія); а також Brüel & Kjaer (Данія); Emerson, Fluke Corporation (США).

Усі представлені в табл. 1.9 віброаналізатори здійснюють спектральний аналіз сигналів у діапазоні частот від одиниць Гц до десятків кГц за допомогою швидкого перетворення Фур'є, кількість ліній спектра якого становить від 50 до 51200.

Дисплеї віброаналізаторів виконані за технологіями електронних трубок (VGA), рідких кристалів (LCD, TFT) або світлодіодів (LED). Окремі прилади (ВД-1852, AP1013) використовують монітор комп'ютера. Усі віброаналізатори мають інтерфейс зв'язку з персональним комп'ютером, найпоширенішим серед яких є USB.

Таблиця 1.9. Порівняльні характеристики віброаналізаторів

Назва, виробник	Кількість каналів	Частотний діапазон ШПФ	Кількість ліній спектра	Дисплей, пікселі	Інтерфейс зв'язку	Маса, кг
795МС911, НВП «КонТест» (Україна)	2	2...10000	400...6400	РК, 160x160	USB	1,4
ВД-1852, ІПЦ «Вибродіагностика» (Україна)	2	0,3...40000	50...12800	ПК	Ethernet	0,8
АДП-3101, ТОВ «ИНКОТЕС» (Росія)	4	0,5...20000	200...16000	VGA, 320x240	USB	2
ВІБРАН-3, НВП «Інтерприбор» (Росія)	4	0,5...1000	200	–	USB	0,34
Діана-2М, ТОВ ПВФ «Вибро-Центр» (Росія)	2	3...10000	до 51200	РК, 320x240	USB	1,5
Кварц / Топаз-В, ТОВ «ДІАМЕХ 2000» (Росія)	1	0,3...40000	100...1600	РК, 240x128	RS-232	2,5
Ониск, ТОВ «ДІАМЕХ 2000» (Росія)	2	0,5...40000	–	WVGA, 800x480	USB, Ethernet	2,5
СД-21, ТОВ «Асоціація ВАСТ» (Росія)	2	0,5...25600	400...1600	320x240	RS-232	0,7
ЕКОФІЗИКА-110А, Група «ОКТАВА - Електрондізайн» (Росія)	1	25...48000	200	OLED, 320x240	USB	0,55
STD-3300, ТОВ «ГД «Технекон» (Росія)	2	0...32000	3200...25600	LCD, 320x240	USB	0,7
SVAN 958, ЗАТ «Алгоритм-Акустика» (Росія)	4	0,1...20000	400...1600	LCD, 128x64	RS-232, USB, IrDA, GPRS	0,5
ViAna-4, ТОВ ПВФ «Вибро-Центр» (Росія)	4	3...10000	до 51200	TFT, 640x480	USB 2.0, Ethernet	2
2260, Brüel & Kjær (Данія)	2	8...20000	>400	РК, 192x128	RS-232	1,2
CSI2140, Emerson (США)	4	0...80000	100...12800	TFT, 640x480	USB 2.0, Ethernet	1,79
Fluke 810, Fluke Corporation (США)	4	2...20000	800	1/4 VGA, 320x240	USB 2.0	1,9

1.4. Задачі інформаційного забезпечення систем моніторингу в теплоенергетиці

Моніторинг як процес досліджень. Вирішення науково-технічних проблем у різних предметних областях промислово-економічного комплексу країни привело на даному інформаційному етапі розвитку до необхідності широкого застосування таких понять як *інформація, інформаційне забезпечення, інформаційні технології, моніторинг*.

Останні інтегрально відображають загальний інформаційний підхід до методології процесів досліджень. Проте різноманітність і різноплановість досліджуваних процесів не дає можливості дати чітке визначення вказаним поняттям. Якщо говорити з точки зору філософії, то такі поняття відображають взаємодію як об'єктивних (природних), так і суб'єктивних (людських) реалій в часі і в просторі.

На практиці конкретні процеси мають певну фізичну природу, відповідні поняття та означення наповнюються чітким змістом при формулюванні кожної окремої проблеми, стають невід'ємними складовими при обґрунтуванні та визначенні:

- процесу досліджень у заданій предметній області;
- мети, об'єкта, предмета та задач досліджень;
- методів, способів, дій, операцій розв'язку задач;
- математичних моделей досліджуваних явищ, процесів, об'єктів;
- апостеріорного та апостеріорного інформаційних забезпечень;
- баз даних, результатів опрацювання даних, випробувань, експлуатації апаратних і програмних засобів, систем та комплексів;
- оцінки результатів та прийняття рішень стосовно досягнення мети досліджень.

Про актуальність проблеми моніторингу свідчить не тільки суттєве збільшення за останній період числа наукових публікацій і праць, але й результати практичної реалізації такого процесу досліджень, наприклад в галузі електроенергетики.

По суті, моніторинг розглядається як перспективний процес досліджень при використанні сучасних інформаційних технологій, потенціальні можливості застосування яких в наш час значно зросли. Тому виникає необхідність дати загальне визначення мо-

ніторингу як процесу досліджень і, в подальшому, більш конкретно адаптувати його до об'єктів теплоенергетики.

Потрібно відмітити, що такий підхід є подальшим узагальненням, яке інтегрально відображає ряд відомих понять обчислювальної математики, інформатики, вимірювань, діагностики, контролю, функціонування апаратно-програмних систем і інших сучасних напрямів досліджень [3, 4, 17, 38, 40, 41]. Це в повній мірі відноситься до результатів наукової праці [34], яка присвячена моніторингу в галузі електроенергетики. Більш відомі результати і відповідно більше результатів досліджень опубліковано з питання використання тріади «модель-алгоритм-програма» за напрямом досліджень математичного моделювання і проведення комп'ютерних обчислювальних експериментів [29].

Моніторинг у загальному випадку – це процес досліджень різних об'єктів у часі і просторі, їх взаємодії з оточуючим довкіллям при виконанні об'єктами заданих функцій для отримання поточних і прогнозованих характеристик, параметрів їх стану за даними спостережень, вимірювань, контролю, діагностики з метою подальшого використання цих характеристик для підвищення ефективності роботи об'єктів.

Процес моніторингу можна проілюструвати узагальненою структурною схемою, яка зображена на рис. 1.1.

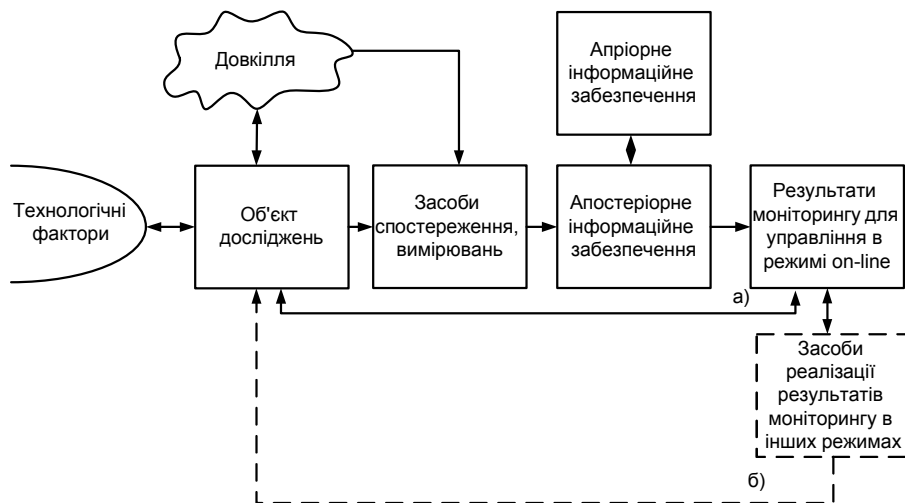


Рис. 1.1. Узагальнена структурна схема процесу моніторингу:
а) в режимі on-line; б) в іншому режимі

Для реалізації процесу моніторингу використовуються інформаційно-вимірювальні системи, апаратно-програмні системи різного призначення, засоби спостереження, інше обладнання, інформаційні технології, а також відповідне інформаційне забезпечення.

Інформаційне забезпечення. Термін *інформаційне забезпечення* також потребує певної інтерпретації та конкретизації, оскільки інформаційне забезпечення є інтегральним продуктом значної кількості компонент, складових так званого *м'якого обладнання* досліджуваних систем, об'єктів, комплексів. Наприклад, інформаційне забезпечення в інформаційних системах – це сукупність форм документів, нормативних баз даних та реалізованих рішень щодо обсягів, розміщення та форм існування інформації. До такого роду інформаційного забезпечення висуваються вимоги цілісності, повноти, вірогідності, захисту від несанкціонованого доступу, уніфікації, мінімізації об'єму під час передавання та збереження.

Якщо говорити про роботу сучасних апаратно-програмних систем, то з точки зору надійності апаратні засоби систем є *старіючими засобами*, тому що дія таких процесів як старіння, зміна характеристик, параметрів, елементів в часі тощо суттєво обмежують часовий інтервал їх роботи. Інформаційне забезпечення відносять до *нестаріючих засобів*, тому в процесі роботи таке забезпечення, в першу чергу програмне, зменшує кількість помилок і має значний часовий термін застосування. В свою чергу збільшення навантаження на інформаційне забезпечення при виконанні заданих функцій моніторингу дає можливість підвищити надійність систем моніторингу в цілому.

Загальновідомо, що з іншого боку потенціальні можливості сучасних засобів обчислювальної техніки можуть бути реалізовані різними варіантами програмного забезпечення, яке значною мірою може забезпечувати розв'язок різних задач досліджень без зміни апаратної частини обчислювальних систем і тим самим забезпечити економію коштів і часу на розробку нових і модернізацію існуючих систем. В загальному плані інформаційне забезпечення є важливим інформаційним ресурсом процесу розвитку різних об'єктів, систем, комплексів.

Інтегральний рівень інформаційного забезпечення технічних систем визначається на кожному етапі розвитку науки і техніки (десятки років), розвитку науково-методологічного базису, в першу чергу теоретичного, включаючи математичний апарат.

Нарівні з обслуговуванням існуючих систем моніторингу інформаційне забезпечення повинно слугувати підґрунтям для створення науково-технічного базису при розробці перспективних систем. Якщо намагатись вводити певну класифікацію інформаційного забезпечення технічних систем, за основу можна взяти різні класифікаційні ознаки. Так наступні ознаки класифікації характеризують як поточний, так і перспективний варіанти виконання заданих функцій системами моніторингу, наприклад:

функціонально-поточне інформаційне забезпечення, яке лишається, в основному, незмінним під час розробки, впровадження і експлуатації діючого зразка системи;

інноваційного інформаційного забезпечення, яке відображає як результати експлуатації існуючих систем моніторингу, так і нові напрацювання в різних галузях науки і техніки.

З урахуванням цього цілком обґрунтованою виглядає наступна класифікація:

априорне забезпечення на перших етапах життєвого циклу систем, а саме на етапах проектування, виготовлення, проведення випробувань, коли використовуються, в основному, розрахункові характеристики і параметри системи;

апостеріорне забезпечення в основному використовується на етапах експлуатації і частково випробувань системи і за змістом є скоректованим забезпеченням, застосування якого дає можливість розрахункові характеристики скоректувати і отримати реальні характеристики системи, в тому числі характеристики надійності, залишкового ресурсу за результатами статистичного оцінювання реальних даних вимірювань, контролю, діагностики та прогнозу.

Інші ознаки класифікації інформаційного забезпечення більш детально відображають процес моніторингу:

теоретичне, алгоритмічне та програмне забезпечення, або науково-технічне, на всіх етапах, особливо відповідна роль його використання на початкових етапах, коли розробляються фізичні і математичні моделі, системи, проводиться обґрунтування структури систем по результатах варіантів комп'ютерного моделю-

вання, визначаються розрахункові характеристики, параметри виконання системою заданих функцій;

виробничо-технологічне забезпечення на етапах підготовки виробництва, виготовлення дослідних і серійних зразків системи;

нормативно-технічне забезпечення використовується на всіх етапах, але основну роль відіграє при проведенні випробувань, сертифікації, передачі в експлуатацію і на етапі експлуатації, ремонту та модернізації системи.

Таке загальне представлення інформаційного забезпечення подано на рис.1.2.

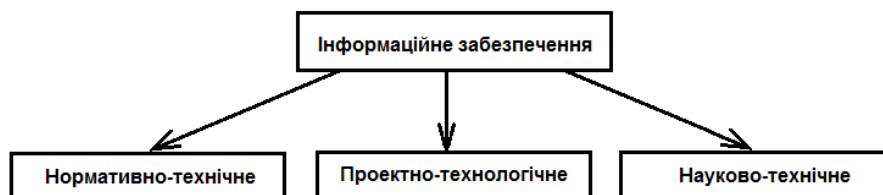


Рис. 1.2. Умовна загальна класифікація інформаційного забезпечення

Вага і значущість кожного з цих видів інформаційного забезпечення різна на різних етапах життєвого циклу систем моніторингу. Нормативно-технічне і проектно-технологічне інформаційне забезпечення складається із загальноприйнятої нормативної бази, стандартів, методичних рекомендацій, існуючих баз даних, санітарних норм. Їх основна функція полягає у інформаційній підтримці існуючих систем, які реалізують відомі, загальноприйняті принципи і методи моніторингу. В певному сенсі їх можна розглядати як рутинну складову інформаційного забезпечення.

Науково-технічне інформаційне забезпечення орієнтоване більшою мірою на використання в інноваційних розробках. Такі розробки в першу чергу стосуються:

удосконалення існуючих систем та розробки принципово нових систем моніторингу;

розширення області їх застосування та діапазону контролюваних характеристик та параметрів;

підвищення ефективності систем моніторингу на основі використання нових фізичних ефектів та явищ для побудови перетворювальних компонентів систем;

нових моделей інформаційних сигналів, їх характеристик та параметрів, які більш адекватно відображають об'єктивну реаль-

ність;

нових методів оброблення інформації, методів виявлення та виділення найбільш інформативних діагностичних ознак;

широкого застосування методів статистичного аналізу експериментальних даних;

включення до кола контрольованих нових інформаційних характеристик;

оцінювання надійності апаратно-програмних засобів систем моніторингу тощо;

прогнозування стану систем моніторингу.

Тому науково-технічне інформаційне забезпечення систем моніторингу об'єктів теплотехніки повинно ґрунтуватись на досягненнях фундаментальних і прикладних технічних наук, і в першу чергу математики, фізики, інформатики, математичної статистики, теорії надійності технічних систем, комп'ютерної інженерії тощо. Автори не ставили задачу охопити в цій роботі все коло питань, пов'язаних з інформаційним забезпеченням систем моніторингу. На нашу думку найбільш важливими для прискорення розвитку систем моніторингу є науково-технічна складова їх інформаційного забезпечення. Саме ці питання і розглядаються в даній монографії.

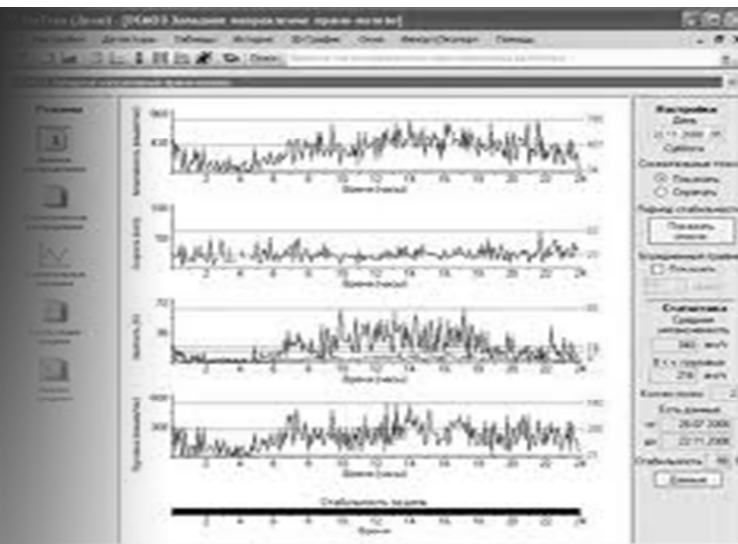
Література

1. *Акустическая* диагностика и контроль на предприятиях топливно-энергетического комплекса / В. М. Баранов, А. И. Гриценко, А. М. Карасевич и др. – М.: Наука, 1998. – 304 с.
2. *Акустическая* эмиссия и ее применение для неразрушающего контроля в ядерной энергетике / Артюхов В.И., Вакар К.Б., Макаров В.И. и др. / Под ред. К.Б. Вакара. – М.: Атомиздат, 1980. – 216 с.
3. *Теоретические* основы информационно-измерительных систем: Учебник / В. П. Бабак, С. В. Бабак, В. С. Еременко и др.; Под ред. чл.-кор. НАН Украины В. П. Бабака / – К.: ТОВ «Софія-А», 2014. – 832 с.
4. *Бабенко В. Р., Кузнецов Р. С., Орлов С. И., Чикулис В. П.* Система мониторинга и анализа режимов функционирования потребителей тепловой энергии // Информатизация и системы управления в промышленности. – 2005. – № 7. – С. 23–28.

5. *Баранов П. А.* Предупреждение аварий паровых котлов. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 272 с.
6. *Беляев С. А., Литвак В. В., Солод С. С.* Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС. – Томск: Изд-во НТЛ, 2008. – 218 с.
7. *Буйло С. И.* Физико–механические и статистические аспекты повышения достоверности результатов акустико–эмиссионного контроля и диагностики. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южн. федерального ун-та, 2008. – 192 с.
8. *Варфоломеев Ю. М., Кокорин О. Я.* Отопление и тепловые сети: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 480 с.
9. *Вибродиагностика: Монография / Г. Ш. Розенберг, Е. З. Мадорский, Е. С. Голуб и др.; Под ред. Г. Ш. Розенберга.* – СПб.: ПЭИПК, 2003. – 284 с.
10. *Дробот Ю. Б., Грешиников В. А., Бачегов В. Н.* Акустическое контактное течеискание. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с.
11. *Дробот Ю. Б., Лазарев А. М.* Неразрушающий контроль усталостных трещин акустико-эмиссионным методом. – М.: Изд-во стандартов. 1987. – 128 с.
12. *Дуров В. С., Рахмилевич А. З., Черняк Я. С.* Эксплуатация и ремонт компрессоров и насосов: Спр. пособие. – М.: Химия, 1980. – 272 с.
13. *Казаков А. В.* Надежность, диагностика элементов энергетического оборудования. – Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2010. – 224 с.
14. *Каневский И. Н., Сальникова Е. Н.* Неразрушающие методы контроля. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. – 243 с.
15. *Когенерационные системы с тепловыми двигателями: Справ. пособие: В 3 ч. / В. Н. Клименко, А. И. Мазур, П. П. Сабашук; Под ред. А. И. Мазура; Ин-т прикладных исслед. в энергетике.* – Ч. 1: Общие вопросы когенерационных технологий. – К.: ИПЦ АЛКОН НАН Украины, 2008. – 560 с.
16. *Комунальна теплоенергетика України: стан, проблеми, шляхи модернізації: Монографія: В 2 т. / За ред. А. А. Долінського.* – Т.1. – К.: Інститут технічної теплофізики НАН України, 2007. – 394 с.
17. *Кузнецов Р. С.* К анализу достоверности результатов измерений в задачах учета тепловой энергии // Датчики и системы. – 2008. – № 7. – С. 45–47.

18. Курбатов Ю. Л., Масс Н. С., Кравцов В. В. Нагнетатели и тепловые двигатели в теплотехнике. Учеб. пособие. – Донецк: НОРД-ПРЕСС, 2011 – 286 с.
19. Лариков Н. Н. Теплотехника: Учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1985. – 432 с.
20. Мадоян А. А., Канцдалов В. Г. Дистанционный контроль оборудования ТЭС и АЭС. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 200 с.
21. Манушин Э. А. Комбинированные энергетические установки с паровыми и газовыми турбинами // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Турбостроение. – 1990. – Т. 4. – 184 с.
22. Марченко Б. Г., Мыслович М. В. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. – К.: Наук. думка, 1992. – 196 с.
23. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС: Учеб. пособие для вузов / Г. П. Гладышев и др.; Под ред. А. И. Андрющенко. – М.: Высш. шк., 1991. – 301 с.
24. Назарчук З. Т., Скальский В. Р. Акустико-емісійне діагностування елементів конструкцій: Науково-технічний посібник: У 3 т. – Т.1. Теоретичні основи методу акустичної емісії. – К.: Наук. думка, 2009. – 287 с.
25. Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник / В. В. Клюев, Ф. Р. Соснин, А. В. Ковалев и др.; Под ред. В. В. Клюева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2003. – 656 с.
26. Неразрушающий контроль: В 5 кн. Кн. 2. Акустические методы контроля: Практ. пособие / И. Н. Ермолов, Н. П. Алешин, А. И. Потапов; Под. ред. В. В. Сухорукова. – М.: Высш. шк., 1991. – 283 с.
27. Неразрушающий контроль: Справочник: В 8 т. / Под общ. ред. В. В. Клюева. Т. 7: В 2 кн. Кн. 1: В. И. Иванов, И. Э. Власов. Метод акустической эмиссии. Кн. 2: Ф. Я. Балицкий, А. В. Барков, Н. А. Баркова и др. Вибродиагностика. – 2-е изд., испр. – М.: Машиностроение, 2006. – 829 с.
28. Промышленная теплоэнергетика и теплотехника: Справочник / Под общ. ред. В. А. Григорьева, В. М. Зорина. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 588 с. – (Теплоэнергетика и теплотехника; Кн. 4).
29. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2005. – 320 с.

30. *Сви П. М.* Контроль изоляции оборудования высокого напряжения. – М.: Энергия, 1980. – 112 с.
31. *Смирнов А. Н., Герике Б. Л., Муравьев В. В.* Диагностирование технических устройств опасных производственных объектов. – Новосибирск: Наука, 2003. – 244 с.
32. *Соколов Б. А.* Котельные установки и их эксплуатация: Учеб. для нач. проф. образования. – 2-е изд., испр. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 432 с.
33. *Соколов Е. Я.* Теплофикация и тепловые сети: Учеб. для вузов. – 7-е изд., стереот. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
34. *Стогній Б. С., Сопель М. Ф.* Основи моніторингу в електроенергетиці. Про поняття моніторингу // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 1. – С. 62–69.
35. *Судаков А. В., Трофимов А. С.* Пульсации температур и долговечность элементов энергооборудования. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1989. – 176 с.
36. *Тепловые и атомные электрические станции: Справочник / Под общ. ред. чл.-корр. АН СССР В. А. Григорьева, В. М. Зорина. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 608 с. – (Теплоэнергетика и теплотехника; Кн. 3).*
37. *Технические средства диагностирования: Справочник / В. В. Клюев, П. П. Пархоменко, В. Е. Абрамчук и др.; Под общ. ред. В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1989. – 672 с.*
38. *Основы имитационного и статистического моделирования / Ю. С. Харин, В. И. Малюгин, В. П. Кирлица и др. – Минск: «Дизайн ПРО», 1997. – 288 с.*
39. *Хаушильд В., Мош В.* Статистика для электротехников в приложении к технике высоких напряжений: Пер. с нем. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1989. – 312 с.
40. *Чипулис В. П.* Диагностирование метрологических дефектов в задачах учета тепловой энергии // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 11. – С. 166–178.
41. *Computer simulation in University teaching. – New-York Acad. Press, 1981. – 253 p.*
42. *William J. H., Delonga D. M., Lee S. S.* Correlation of acoustic emission with fracture mechanics parameters in structural bridge steel during fatigue // Materials Evaluation. – 1992. – Vol. 40, № 11. – P. 56–68.



ІНФОРМАЦІЙНІ СИГНАЛИ В СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ

2

- 2.1. Основні поняття і визначення теорії випадкових процесів
- 2.2. Моделі і діагностичні характеристики шумових сигналів
- 2.3. Моделі і діагностичні характеристики ритмічних сигналів
- 2.4. Наближені методи знаходження щільності ймовірностей інформаційних сигналів

2.1. Основні поняття і визначення теорії випадкових процесів

Визначення випадкового процесу. Інформаційні сигнали мають, як правило, випадковий характер, тому для їх опису необхідно використовувати математичний апарат теорії випадкових процесів [8–10, 41].

Випадковим процесом $\xi(t)$ називається функція $\xi(t) = \xi(\omega, t)$ з областю визначення $\Omega \times T$ та з областю значень \mathbf{R}^1 , де Ω – простір елементарних подій, T – деякий проміжок часу, \mathbf{R}^1 – множина дійсних чисел.

Множина T є деякою множиною дійсних чисел – інтервалом, піввіссю, віссю. Зокрема у випадку, коли T – множина раціональних чисел, $\xi(t)$ називається *випадковим процесом з дискретним часом*, або випадковою послідовністю. Відмітимо, що в загальному випадку множина T не обов'язково інтерпретується як час, і тоді функція $\xi(t) = \xi(\omega, t)$ називається *випадковою функцією*.

У відповідності до наведеного визначення випадковий процес $\xi(t)$ є функцією двох змінних – випадкової події $\omega \in \Omega$ та параметра (часу) $t \in T$. При кожній фіксованій $\omega \in \Omega$ функція $\xi(\omega, t) = x_k(t)$ є детермінованою і називається *реалізацією* чи *вибірковою функцією* випадкового процесу $\xi(t)$. Реалізацію процесу з дискретним часом називають *часовим рядом*. В довільний фіксований момент часу t_j миттєві значення випадкового процесу є випадковою величиною, тобто $\xi(\omega, t_j) = \xi_j(\omega) = \xi_j$.

При розгляді інформаційних сигналів як випадкових процесів однією з головних задач є спосіб їх задавання. Випадковий процес $\xi(t)$ задається за допомогою імовірнісних характеристик, що дозволяють виділити його з усієї множини випадкових процесів.

Розрізняють одновимірні імовірнісні характеристики випадкового процесу, що визначаються для одного фіксованого моменту часу t та його багатовимірні характеристики, що визначаються для моментів часу $t_1, \dots, t_n \in T$. Розглянемо основні методи задавання випадкових процесів.

Закони розподілу випадкових процесів. Найбільш повно випадковий процес $\xi(t)$ можна задати за допомогою багатовимірної функції розподілу $F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$, яка визначається наступним чином:

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \mathbf{P} \{ \xi(t_1) < x_1, \dots, \xi(t_n) < x_n \}$$

для довільних $n = 1, 2, 3, \dots$ та задовольняє умовам узгодженості та симетрії. Процеси, які можна задати багатовимірними функціями розподілу, називаються *сепарабельними*.

Якщо існує така функція $p(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$, що при довільних t_1, \dots, t_n має місце рівність

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \int_{-\infty}^{x_n} \dots \int_{-\infty}^{x_1} p(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) dx_1 \dots dx_n,$$

то ця функція, що називається *щільністю імовірностей*, також дає вичерпний опис випадкового процесу.

В цьому випадку миттєві значення випадкового процесу в довільні моменти часу t_1, \dots, t_n є неперервними випадковими величинами, його функція розподілу є неперервною по всіх аргументах $x_k, k = 1, n$, тому щільність імовірностей випадкового процесу дорівнює

$$p(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \frac{\partial^n F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)}{\partial x_1 \dots \partial x_n}.$$

Широкі можливості при дослідженні інформаційних сигналів дає задавання випадкового процесу за допомогою *характеристичної функції* $f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n)$, яка являє собою багатовимірне перетворення Фур'є – Стілтєса від функції розподілу та існує для всіх випадкових процесів.

Зокрема, якщо миттєві значення процесу $\xi(t)$ є неперервними випадковими величинами, то його характеристична функція визначається як багатовимірне перетворення Фур'є від щільності імовірностей, тобто

$$f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_n e^{i \sum_{k=1}^n u_k x_k} p(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) dx_1 \dots dx_n,$$

де $i = \sqrt{-1}$.

За відомою характеристичною функцією випадкового процесу завжди можна отримати його функцію розподілу або щільність імовірностей. Зокрема, якщо задана характеристична функція $f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n)$, то щільність імовірностей знаходиться за формулою обернення

$$p(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \frac{1}{(2\pi)^n} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_n e^{-i \sum_{k=1}^n u_k x_k} f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) du_1 \dots du_n.$$

Зазначимо два важливих для застосування класи випадкових процесів. Випадковий процес $\xi(t)$ називається *стаціонарним* (*стаціонарним у вузькому сенсі*), якщо його багатовимірні функції розподілу при довільних n не залежить від початку відліку часу, тобто при зсуві всіх точок спостереження $t_1, \dots, t_n \in T$ вздовж осі часу на будь-яку довільну величину $\tau > 0$ виконується рівність

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) = F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$$

для всіх $t_k + \tau \in T$, $k = \overline{1, n}$.

Випадковий процес $\xi(t)$ називається *періодичним* (*періодичним у вузькому сенсі*), якщо для деякого фіксованого $T_0 > 0$ його функція розподілу задовольняє умові

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1 + T_0, \dots, t_n + T_0) = F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n).$$

Число T_0 називається *періодом періодичного випадкового процесу*. Важливо відмітити, що для будь-якого моменту часу t_0 миттєві значення $\xi(t_k)$, $t_k = t_0 + kT_0$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, періодичного процесу $\xi(t)$ є стаціонарною у вузькому сенсі випадковою послідовністю.

Визначення стаціонарності і періодичності випадкового процесу відповідним чином формулюються в термінах щільності імовірностей і характеристичної функції.

Моментні функції випадкових процесів. Розглянуті вище характеристики дають вичерпний опис випадкового процесу. Однак при розв'язанні багатьох практичних задач часто використовуються менш повні, але більш прості імовірнісні характеристики випадкового процесу.

До таких характеристик відносяться багатовимірні початкові $\alpha_{s_1, \dots, s_n}(t_1, \dots, t_n)$ та центральні $\mu_{s_1, \dots, s_n}(t_1, \dots, t_n)$ моментні функції порядку $s = s_1 + \dots + s_n$, які визначаються наступним чином:

$$\alpha_{s_1, \dots, s_n}(t_1, \dots, t_n) = \mathbf{M}[\xi^{s_1}(t_1) \dots \xi^{s_n}(t_n)];$$

$$\mu_{s_1, \dots, s_n}(t_1, \dots, t_n) = \mathbf{M}\left\{\left[\overset{\circ}{\xi}(t_1)\right]^{s_1} \dots \left[\overset{\circ}{\xi}(t_n)\right]^{s_n}\right\},$$

де $\mathbf{M}[\]$ – оператор математичного сподівання, $s_i = 0, 1, 2, \dots$, $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - \mathbf{M}[\xi(t)]$ – центрований випадковий процес.

Зокрема, *одновимірні моментні функції* випадкового процесу дорівнюють

$$\alpha_s(t) = \mathbf{M}[\xi^s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s dF(x, t);$$

$$\mu_s(t) = \mathbf{M}\left\{\left[\overset{\circ}{\xi}(t)\right]^s\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{x - \mathbf{M}[\xi(t)]\}^s dF(x, t),$$

де s – порядок моментної функції.

Початкова моментна функція першого порядку $\alpha_1(t) = m(t)$ називається *математичним сподіванням* випадкового процесу $\xi(t)$, центральна моментна функція другого порядку $\mu_2(t) = \mathbf{D}[\xi(t)]$ – його *дисперсією* $D(t)$.

З фізичної точки зору математичне сподівання характеризує зміну середнього значення випадкового процесу $\xi(t)$ з часом, а

його дисперсія $D(t)$ – розкид миттєвих значень процесу відносно його математичного сподівання.

Зручною характеристикою розкиду значень процесу є середнє квадратичне відхилення $\sigma(t) = +\sqrt{D(t)}$, одиниці вимірювання якого співпадають з одиницями вимірювання процесу $\xi(t)$.

Одновимірні моментні функції можна знайти також, використовуючи характеристичну функцію $f(u, t)$. Зокрема,

$$\alpha_s(t) = \left. \frac{\partial^s f(u, t)}{i^s \partial u^s} \right|_{u=0}.$$

Одновимірні початкові і центральні моментні функції випадкового процесу зв'язані між собою взаємно однозначно співвідношеннями:

$$\alpha_s(t) = \sum_{k=0}^s C_s^k m^k(t) \mu_{s-k}(t);$$

$$\mu_s(t) = \sum_{k=0}^s C_s^k [-m(t)]^k \alpha_{s-k}(t),$$

де $\alpha_0(t) = 1$, $\mu_0(t) = 1$, $\mu_1(t) = 0$.

При дослідженні інформаційних сигналів окрім моментних функцій зручно використовувати кумулянтні функції [28], які визначаються наступним чином:

$$\kappa_s(t) = \left. \frac{\partial^s \ln f(u, t)}{i^s \partial u^s} \right|_{u=0}.$$

Кумулянтні функції зв'язані з моментними функціями взаємно однозначно. Зокрема,

$$\kappa_1(t) = m(t);$$

$$\kappa_2(t) = \mu_2(t);$$

$$\kappa_3(t) = \mu_3(t);$$

$$\kappa_4(t) = \mu_4(t) - 3\mu_2^2(t);$$

$$\kappa_5(t) = \mu_5(t) - 10\mu_3(t)\mu_2(t);$$

$$\kappa_6(t) = \mu_6(t) - 15\mu_4(t)\mu_2(t) - 10\mu_3^2(t) + 30\mu_2^3(t);$$

$$\begin{aligned}\kappa_7(t) &= \mu_7(t) - 21\mu_5(t)\mu_2(t) - 35\mu_4(t)\mu_3(t) + 210\mu_3(t)\mu_2^2(t); \\ \kappa_8(t) &= \mu_8(t) - 28\mu_6(t)\mu_2(t) - 56\mu_5(t)\mu_3(t) - 35\mu_4^2(t) + \\ &+ 420\mu_4(t)\mu_2^2(t) + 560\mu_3^2(t)\mu_2(t) - 630\mu_2^4(t).\end{aligned}$$

Відповідно центральні моментні функції зв'язані з кумулянтними функціями співвідношеннями:

$$\begin{aligned}\mu_2(t) &= \kappa_2(t); \\ \mu_3(t) &= \kappa_3(t); \\ \mu_4(t) &= \kappa_4(t) + 3\kappa_2^2(t); \\ \mu_5(t) &= \kappa_5(t) + 10\kappa_3(t)\kappa_2(t); \\ \mu_6(t) &= \kappa_6(t) + 15\kappa_4(t)\kappa_2(t) + 10\kappa_3^2(t) + 15\kappa_2^3(t); \\ \mu_7(t) &= \kappa_7(t) + 21\kappa_5(t)\kappa_2(t) + 35\kappa_4(t)\kappa_3(t) + 105\kappa_3(t)\kappa_2^2(t); \\ \mu_8(t) &= \kappa_8(t) + 28\kappa_6(t)\kappa_2(t) + 56\kappa_5(t)\kappa_3(t) + 35\kappa_4^2(t) + \\ &+ 210\kappa_4(t)\kappa_2^2(t) + 280\kappa_3^2(t)\kappa_2(t) + 105\kappa_2^4(t).\end{aligned}$$

Важливою властивістю кумулянтних функцій є їх адитивність, яка полягає в наступному.

Нехай $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$ – незалежні випадкові процеси, що мають кумулянтні функції $\kappa_s[\xi_1(t)]$ і $\kappa_s[\xi_2(t)]$. Тоді кумулянтні функції $\kappa_s(t)$ процесу $\xi(t) = \xi_1(t) + \xi_2(t)$ дорівнюють

$$\kappa_s(t) = \kappa_s[\xi_1(t)] + \kappa_s[\xi_2(t)].$$

При розв'язанні багатьох задач зручно використовувати *нормовані кумулянтні функції*, які визначаються наступним чином:

$$\gamma_s(t) = \frac{\kappa_s(t)}{[\kappa_2(t)]^{s/2}}.$$

Кореляційна функція випадкових процесів. При використанні багатовимірних моментних функцій в більшості випадків обмежуються моментними функціями другого порядку, що відповідає кореляційній теорії випадкових процесів [41].

Коваріаційною функцією випадкового процесу $\xi(t)$ називається двомірний початковий момент другого порядку

$$K(t_1, t_2) = \mathbf{M}[\xi(t_1)\xi(t_2)],$$

а його кореляційною функцією – двомірний центральний момент другого порядку

$$R(t_1, t_2) = \mathbf{M}[\overset{\circ}{\xi}(t_1)\overset{\circ}{\xi}(t_2)].$$

Очевидно, що $R(t, t) = D(t)$, а коваріаційна і кореляційна функції зв'язані між собою співвідношенням:

$$K(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) + m(t_1)m(t_2).$$

Якщо задана щільність імовірностей випадкового процесу $\xi(t)$, тоді його кореляційна функція обчислюється за формулою

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - m(t_1)][x_2 - m(t_2)] p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2.$$

Коваріаційну і кореляційну функції можна знайти також за відомою характеристичною функцією. Зокрема, формула для знаходження коваріаційної функції має вигляд:

$$K(t_1, t_2) = - \left. \frac{\partial^2 \ln f(u_1, u_2; t_1, t_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \right|_{u_1=u_2=0}.$$

При розв'язанні багатьох практичних задач зручно використовувати *нормовану кореляційну функцію*, яка визначається наступним чином:

$$r(t_1, t_2) = \frac{R(t_1, t_2)}{[D(t_1)D(t_2)]^{1/2}}.$$

Кореляційна функція характеризує степінь лінійного зв'язку між миттєвими значеннями випадкового процесу в моменти часу t_1 і t_2 . Кількісно величина цього зв'язку оцінюється за допомогою *інтервалу кореляції*, який є мінімальним відрізком часу між миттєвими значеннями $\xi(t_1)$ і $\xi(t_2)$ випадкового процесу, починаючи з якого значення нормованої кореляційної функції дорів-

нують нулю (точно або наближено). Всі миттєві значення випадкового процесу $\xi(t)$, віддалені на величину, що перевищує інтервал кореляції, є некорельованими.

Степінь лінійного зв'язку між миттєвими значеннями двох випадкових процесів $\xi(t_1)$ і $\xi(t_2)$ характеризує їх *взаємна кореляційна функція* $R_{12}(t_1, t_2)$, яка визначається наступним чином:

$$R_{12}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{\xi}_1(t_1) \overset{\circ}{\xi}_2(t_2) \right].$$

Два випадкових процеси називаються *некорельованими*, якщо для довільних t_1 і t_2 їх взаємна кореляційна функція дорівнює нулю.

На сьогоднішній день найбільш поширеними моделями реальних інформаційних сигналів в рамках кореляційної теорії є стаціонарні випадкові процеси.

Випадковий процес $\xi(t)$ називається *стаціонарним в широкому сенсі* при одночасному виконанні двох умов:

$$1) m(t) = m = \text{const};$$

$$2) R(t_1, t_2) = R(t_2 - t_1) = R(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1.$$

Відмітимо, що зі стаціонарності процесу $\xi(t)$ у вузькому сенсі випливає, що цей же процес є стаціонарним і в широкому сенсі, протилежне твердження в загальному випадку невірне.

Дисперсія стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ постійна, тобто $D(t) = R(t, t) = R(0) = \text{const}$, і з фізичної точки зору інтерпретується як його середня потужність.

Стаціонарні випадкові процеси $\xi(t_1)$ і $\xi(t_2)$ називаються *стаціонарно зв'язаними*, якщо виконується умова:

$$R_{12}(t_1, t_2) = R_{12}(t_2 - t_1) = R(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1.$$

Кореляційна функція характеризує поведінку процесу $\xi(t)$ в часовій області. Для характеристики стаціонарних випадкових процесів в частотній області частіше за все використовується

спектральна щільність $S(f)$, яка визначається наступним чином:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df. \quad (2.1)$$

З формули (2.1) видно, що кореляційна функція є перетворенням Фур'є від спектральної щільності, тому $S(f)$ можна знайти за відомою кореляційною функцією за допомогою формули обернення

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (2.2)$$

Вирази (2.1) і (2.2) в прикладній літературі часто називають *формулами Вінера – Хінчина*.

Нехай $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$ – стаціонарно зв'язані випадкові процеси з неперервним спектром і взаємною кореляційною функцією $R_{12}(\tau)$. *Взаємною спектральною щільністю* називається функція

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau.$$

Відповідно взаємну кореляційну функцію $R_{12}(\tau)$ можна знайти за відомою взаємною спектральною щільністю за допомогою формули обернення

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(f) e^{i2\pi f\tau} df.$$

Моделями багатьох реальних інформаційних сигналів є стаціонарні випадкові процеси з експоненціально-косинусними кореляційними функціями або, відповідно, дробово-раціональними спектральними щільностями.

Для опису нестаціонарних інформаційних сигналів, що мають ритмічний характер, в рамках кореляційної теорії використовується модель періодично корельованих випадкових процесів.

Випадковий процес $\xi(t)$ називається *періодично корельованим* (періодичним в широкому сенсі) з періодом $T_0 > 0$ випадковим процесом при одночасному виконанні умов:

$$1) m(t+T_0) = m(t); \quad 2) R(t_1+T_0, t_2+T_0) = R(t_1, t_2).$$

З другої умови випливає, що $D(t) = R(t, t) = D(t+T_0)$.

Зазначимо, що для довільного моменту часу t_0 миттєві значення $\xi(t_k)$, $t_k = t_0 + kT_0$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, періодично корельованого випадкового процесу $\xi(t)$ є стаціонарною в широкому сенсі випадковою послідовністю.

При розв'язанні багатьох теоретичних задач використовуються *комплексні випадкові процеси*, які визначаються наступним чином:

$$\xi(t) = \xi_1(t) + i\xi_2(t),$$

де $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$ – дійсна та уявна частина комплексного випадкового процесу відповідно, $i = \sqrt{-1}$.

Математичне сподівання і дисперсія комплексних випадкових процесів дорівнюють відповідно:

$$m_\xi(t) = m_1(t) + im_2(t);$$

$$\mathbf{D}[\xi(t)] = \mathbf{M}\left[\left|\dot{\xi}(t)\right|^2\right] = \mathbf{D}[\xi_1(t)] + \mathbf{D}[\xi_2(t)].$$

Комплексний випадковий процес $\xi(t)$ називається *гільбертовим*, якщо він має скінченну дисперсію, тобто $\mathbf{D}[\xi(t)] < \infty$.

Кореляційна функція комплексних випадкових процесів визначається за формулою

$$\begin{aligned} R_\xi(t_1, t_2) &= \mathbf{M}\left[\dot{\xi}(t_1)\overline{\dot{\xi}(t_2)}\right] = \\ &= \mathbf{M}\left[\left(\dot{\xi}_1(t_1) + i\dot{\xi}_2(t_1)\right)\left(\dot{\xi}_1(t_2) - i\dot{\xi}_2(t_2)\right)\right] = \\ &= R_1(t_1, t_2) + R_2(t_1, t_2) + i\left[R_{21}(t_1, t_2) - R_{12}(t_1, t_2)\right]. \end{aligned}$$

Якщо дійсна і уявна частини комплексного випадкового процесу $\xi(t)$ некорельовані, то його кореляційна функція є дійсною.

Однак з того, що $R_{\xi}(t_1, t_2)$ – дійсна функція, не випливає, що сам процес дійсний.

Комплексний випадковий процес $\xi(t)$ є стаціонарним, якщо його дійсна та уявна частини є стаціонарно зв'язаними випадковими процесами. Спектральна щільність $S_{\xi}(f)$ такого процесу дорівнює

$$S_{\xi}(f) = S_1(f) + S_2(f) + i[S_{21}(f) - S_{12}(f)].$$

Таким чином, в рамках кореляційної теорії випадковий процес повністю визначений вектором математичних сподівань $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_n)$ і кореляційною матрицею

$$\mathbf{R} = [R_{kj}] = \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & R_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} k = \overline{1, n}, \\ j = \overline{1, n}, \end{matrix}$$

де $m_k = m(t_k)$; $R_{kj} = R(t_k, t_j)$.

Кореляційно-спектральна теорія випадкових функцій знайшла на сьогоднішній день найбільше поширення [5, 14–16] і дозволила розв'язати багато задач, пов'язаних з перетворенням сигналів лінійними або нелінійними системами, оптимальною обробкою сигналів та ін. Важливо відмітити, що кореляційна теорія дає повний опис гауссівських процесів, які є найбільш розповсюдженою моделлю інформаційних сигналів.

Гауссівським називається випадковий процес, багатовимірна щільність ймовірностей якого визначається за формулою

$$p_n(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \frac{1}{\sigma(t_1) \dots \sigma(t_n) \sqrt{(2\pi)^n \det \mathbf{D}}} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2 \det \mathbf{D}} \sum_{k, l=1}^n D_{kl} \frac{[x_k - m(t_k)] [x_l - m(t_l)]}{\sigma(t_k) \sigma(t_l)} \right\},$$

де $m(t_k) = \mathbf{M}[\xi(t_k)]$; $\sigma^2(t_k) = \mathbf{M}[\xi(t_k) - m(t_k)]^2$; \mathbf{D} – матриця нормованих кореляційних функцій r_{kl}

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

де $r_{kl} = r(t_k, t_l) = \frac{\mathbf{M} \left[\overset{\circ}{\xi}(t_k) \overset{\circ}{\xi}(t_l) \right]}{\sigma(t_k) \sigma(t_l)}$, $k, l = \overline{1, n}$; D_{kl} – алгебраїчне доповнення елемента r_{kl} визначника $\det \mathbf{D}$.

Багатовимірна характеристична функція гауссівських випадкових процесів дорівнює

$$f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \exp \left[i \sum_{k=1}^n m(t_k) u_k - \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^n R(t_k, t_l) u_k u_l \right],$$

де $R(t_k, t_l) = \mathbf{M} \left[\overset{\circ}{\xi}(t_k) \overset{\circ}{\xi}(t_l) \right] = \sigma(t_k) \sigma(t_l) r(t_k, t_l)$ – кореляційна функція, $i = \sqrt{-1}$.

Відмітимо основні властивості гауссівського випадкового процесу.

1. Гауссівський випадковий процес повністю визначений вектором математичних сподівань і кореляційною матрицею.

2. Для гауссівського випадкового процесу поняття стаціонарності в широкому і вузькому сенсі співпадають.

3. При лінійних перетвореннях гауссівських процесів їх закон розподілу не змінюється, змінюється лише математичне сподівання і кореляційна функція.

2.2. Моделі і діагностичні характеристики шумових сигналів

Математичні моделі шумових сигналів повинні віддзеркалювати найбільш суттєві сторони фізичних процесів, що досліджуються. Крім того, для практичного застосування моделі необхідним є наявність відповідного математичного апарату, що дозволяє знаходити імовірнісні характеристики шумових сигналів. Розглянемо основні моделі шумових сигналів [19].

Білі шуми. Найпростішою моделлю, що відображає широко-смуговість шумових сигналів, є білий шум [25, 30, 36]. Розрізняють білий шум в широкому сенсі і білий шум у вузькому сенсі.

Білим шумом в широкому сенсі називається нестационарний випадковий процес $\xi(t)$ з некорельованими миттєвими значеннями, кореляційна функція якого визначається виразом

$$R(t_1, t_2) = \frac{D_0(t_1, t_2)}{2} \delta(t_2 - t_1), \quad (2.3)$$

де $D_0(t_1, t_2) > 0$ – деяка функція двох змінних, інтенсивність білого шуму; $\delta(t)$ – дельта-функція.

Стационарним білим шумом в широкому сенсі називається стационарний випадковий процес $\xi(t)$ з некорельованими миттєвими значеннями, у якого кореляційна функція дорівнює

$$R(\tau) = \frac{D_0}{2} \delta(\tau),$$

а спектральна щільність рівномірна в усьому частотному діапазоні, тобто

$$S(f) = \frac{D_0}{2}, \quad f \in (-\infty, \infty),$$

де $D_0 > 0$ – інтенсивність білого шуму.

Відмітимо, що назва моделі «білий шум» з'явилася у зв'язку з аналогією з білим світлом в оптиці, що має рівномірний суцільний спектр у видимій області.

Дисперсія білого шуму нескінченна, а інтервал кореляції дорівнює нулю, тому білий шум з неперервним часом не є таким, що фізично реалізується. На практиці модель білого шуму використовується для опису широкосмугових стационарних випадкових процесів зі скінченною дисперсією, в якого ширина спектру набагато більша за смугу пропускання системи, на яку впливає цей процес.

Використання моделі білого шуму в широкому сенсі обмежує можливість розв'язку задач дослідження шумових сигналів та їх функціональних перетворень рамками кореляційно-спектральної теорії.

Аналізувати більш повні імовірнісні характеристики шумових сигналів – їх закони розподілу, моментні функції високих порядків та ін., дозволяє застосування моделі білого шуму у вузькому сенсі [9, 30, 36].

Білим шумом у вузькому сенсі називається випадковий процес $\xi(t)$ з незалежними значеннями, у якого функція розподілу дорівнює

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \prod_{k=1}^n F(x_k, t_k). \quad (2.4)$$

Безпосереднє використання формули (2.4) дозволяє коректно визначити тільки білий шум у вузькому сенсі з дискретним часом $t_1, \dots, t_n \in T$, який є послідовністю незалежних однаково розподілених випадкових величин ξ_1, \dots, ξ_n з одновимірною функцією розподілу $F(x, t)$.

Білий шум у вузькому сенсі з неперервним часом не може бути визначений за формулою (2.4). В теорії випадкових процесів строге визначення білого шуму у вузькому сенсі базується на зв'язку між процесами з незалежними значеннями і процесами з незалежними приростами [9, 30, 36].

Білим шумом у вузькому сенсі називається узагальнена похідна $\eta'(t)$ від процесу з незалежними приростами $\eta(t)$

$$\eta'(t) = \frac{d\eta(t)}{dt}. \quad (2.5)$$

Відмітимо, що якщо в наведеному визначенні $\eta(t)$ – випадковий процес з некорельованими приростами, то формула (2.5) визначає білий шум в широкому сенсі.

Визначення (2.5) білих шумів не суперечить визначенням (2.3) і (2.4) та дозволяє в залежності від властивостей процесів з незалежними приростами (Додаток Б) розрізняти стаціонарні і нестаціонарні білі шуми, класифікувати їх за законами розподілів, аналізувати структуру їх реалізацій.

Зокрема, якщо в формулі (2.5) $\eta(t)$ – процес з незалежними гауссівськими приростами $w(t)$, то процес $w'(t)$ є гауссівським білим шумом, в загальному випадку нестаціонарним. Якщо у фо-

рмулі (2.5) $\eta(t)$ – узагальнений процес Пуассона $\pi(t)$, то процес $\pi'(t)$ є пуассонівським білим шумом

$$\pi'(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k \delta(t - t_k). \quad (2.6)$$

В Додатку Б зазначено, що довільний процес з незалежними приростами є сумою гауссівського процесу з незалежними приростами $w(t)$ та зліченною або незліченною сумою узагальнених процесів Пуассона $\pi(t)$. Тому білий шум у вузькому сенсі можна трактувати як потік дельта-імпульсів, які виникають у випадкові моменти часу t_k і мають випадкові амплітуди η_k .

Процеси Бунімовича – Райса. Вважається, що флуктуаційний сигнал $\xi(t)$ в момент часу t в точці прийому є результатом накладання деякої випадкової кількості $v(t)$ елементарних імпульсів:

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k h(t - t_k), \quad t > 0, \quad (2.7)$$

де випадкові моменти часу t_k є однорідним пуассонівським потоком подій з параметром λ , форма елементарних імпульсів однакова для всіх моментів часу t_k і описується невинуватковою функцією $h(t)$, а амплітуди імпульсів η_k є взаємно незалежними однаково розподіленими випадковими величинами, які не залежать від t_k .

Відмітимо, що якщо форма елементарних імпульсів описується дельта-функцією $\delta(\tau)$, то модель (2.7) є стаціонарним пуассонівським білим шумом (2.6).

Систематичне вивчення імовірнісних характеристик моделі (2.7) бере свій початок з фундаментальних робіт В. І. Бунімовича [6] і С. Райса [45] по вивченню дробового шуму в електронних лампах. В цих роботах отримані характеристичні функції процесу (2.7), його одновимірні кумулянти, кореляційно-спектральні характеристики, вирішений ряд задач аналізу лінійних і нелінійних перетворень процесу (2.7) і задача перетинів.

З результатів робіт [6, 45] випливає, що процес (2.7) є стаціонарним у вузькому сенсі випадковим процесом, а його одновимірні кумулянти κ_s , кореляційна функція $R_\xi(\tau)$ і спектральна щільність $S_\xi(f)$ дорівнюють:

$$\kappa_s = \lambda \alpha_s \int_{-\infty}^{\infty} h^s(t) dt;$$

$$R_\xi(\tau) = \lambda \alpha_2 \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t+\tau) dt;$$

$$S_\xi(f) = \lambda \alpha_2 |H(f)|^2,$$

де α_s – s -й початковий момент амплітуд η_k імпульсів;

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i2\pi ft} dt.$$

Одновимірна характеристична функція процесу (2.7) дорівнює

$$f_\xi(u) = \exp \left\{ \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(iux h(t)) - 1] dF_\eta(x) dt \right\}, \quad (2.8)$$

де $F_\eta(x)$ – функція розподілу амплітуд η_k імпульсів.

В роботі [17] доведено, що характеристична функція (2.8) процесів (2.7) безмежно подільна і може бути представлена в канонічній формі Колмогорова

$$f_\xi(u) = \exp \left\{ ium_\xi + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{iux} - 1 - iux) x^{-2} dK_\xi(x) \right\}. \quad (2.9)$$

Математичне сподівання m_ξ в представленні (2.9) дорівнює

$$m_\xi = \lambda m_\eta \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt,$$

де $m_\eta = \mathbf{M}[\eta_k]$, а пуассонівська спектральна функція $K_\xi(x)$ обчислюється за формулою

$$K_\xi(x) = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} K_h(x, y) dF_\eta(y),$$

де $K_h(x, y)$ – ядро перетворення, яке дорівнює

$$K_h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) E[x - yh(t)] dt.$$

При виконанні умови $\lambda\tau_0 \gg 1$, де τ_0 – тривалість (ефективна тривалість) елементарного імпульсу, розподіл процесів (2.7) можна вважати гауссівським.

Модель (2.7) знайшла широке використання в радіофізиці, статистичній радіотехніці, електроніці, в дослідженнях феромагнетизму, акустичної емісії, кавітаційного шуму, морської реверберації. Результати робіт [6, 45] явились основою для дослідження імовірнісних характеристик процесів (2.7) та їх різноманітних узагальнень.

Пуассонівські імпульсні процеси. Одним з узагальнень моделі (2.7) є пуассонівські імпульсні процеси [38, 40]:

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} h(t, t_k, \epsilon_k), \quad t > 0, \quad (2.10)$$

де $v(t)$ – неоднорідний процес Пуассона з математичним сподіванням $\Lambda(t)$, яке при $t > 0$ не спадає та неперервне, а при $t \leq 0$ дорівнює нулю; ϵ_k – послідовність незалежних n -мірних однаково розподілених випадкових величин, що не залежать від t_k ; форма імпульсів $h(t, t_k, \epsilon_k)$ – детермінована функція, що залежить від випадкових величин t_k і ϵ_k .

Математичне сподівання $m_\xi(t)$, кореляційна функція $R_\xi(t_1, t_2)$ і характеристична функція $f_\xi(u, t)$ процесів (2.10) визначаються наступними виразами [40]:

$$m_\xi(t) = \int_0^\infty \lambda(\tau) \mathbf{M}[h(t, \tau, \epsilon)] d\tau; \quad (2.11)$$

$$R_\xi(t_1, t_2) = \int_0^\infty \lambda(\tau) \mathbf{M}[h(t_1, \tau, \epsilon) h(t_2, \tau, \epsilon)] d\tau; \quad (2.12)$$

$$f_\xi(u, t) = \exp \left\{ \int_0^\infty \lambda(\tau) \left[\mathbf{M} \left\{ \exp[iu h(t, \tau, \epsilon)] \right\} - 1 \right] d\tau \right\}, \quad (2.13)$$

де $\lambda(\tau) \geq 0$ – інтенсивність процесу $v(t)$, $\lambda(\tau) = \Lambda'(\tau)$; ε – випадковий вектор, що має такий же розподіл, що і ε_k в формулі (2.10).

В роботі [18] доведено, що характеристична функція (2.13) процесів (2.10) безмежно подільна і допускає канонічне представлення в формі Колмогорова

$$f_{\xi}(u, t) = \exp \left\{ i u m_{\xi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{i u x} - 1 - i u x) x^{-2} dK_{\xi}(x, t) \right\}, \quad (2.14)$$

в якому $m_{\xi}(t)$ визначене за формулою (2.11), а пуассонівська спектральна функція $K_{\xi}(x, t)$ дорівнює

$$K_{\xi}(x, t) = \int_{\mathbf{R}^n} K_h(x, \mathbf{y}, t) dF_{\varepsilon}(\mathbf{y}),$$

де $F_{\varepsilon}(\mathbf{y})$ – функція розподілу випадкового вектору ε ; $K_h(x, \mathbf{y}, t)$ – ядро перетворення, яке дорівнює

$$K_h(x, \mathbf{y}, t) = \int_0^{\infty} h^2(t, \tau, \mathbf{y}) E[x - h(t, \tau, \mathbf{y})] \lambda(\tau) d\tau.$$

Пуассонівські імпульсні процеси (2.10) мають великі можливості для опису та дослідження флуктуаційних сигналів, однак реалізація цих можливостей при розв'язанні практичних задач наштовхується на непереборні обчислювальні труднощі навіть при знаходженні їх математичного сподівання (2.11). Тому зазвичай використовується спрощений варіант моделі (2.10):

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k h(t - t_k, \varepsilon_k), \quad t > 0, \quad (2.15)$$

де $v(t)$ – однорідний процес Пуассона з параметром λ ; η_k і ε_k – скалярні незалежні випадкові величини.

Очевидно, що модель (2.15) відрізняється від моделі (2.10) тільки присутністю випадкової величини ε_k . В даному випадку формули (2.11)–(2.13) суттєво спрощуються та приймають вигляд

$$m_{\xi}(t) = \lambda \alpha_1 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau, \mathbf{y}) dF_{\varepsilon}(\mathbf{y}) d\tau;$$

$$R_{\xi}(t_1, t_2) = \lambda \alpha_2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau, y) h(t_2 - \tau, y) dF_{\varepsilon}(y) d\tau;$$

$$f_{\xi}(u, t) = \exp \left\{ \lambda \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{i u x h(t-\tau, y)} - 1 \right] dF_{\eta}(x) dF_{\varepsilon}(y) d\tau \right\},$$

де α_s – s -й початковий момент амплітуд η_k імпульсів; $F_{\eta}(x)$ і $F_{\varepsilon}(y)$ – функції розподілу випадкових величин η_k і ε_k .

В загальному випадку процес (2.15) нестационарний, однак для $t \gg \tau_0$ його можна вважати стаціонарним [40]. В монографіях [14, 28] детально досліджені багатовимірні кумулянтні функції різних порядків процесу (2.15), його лінійних і нелінійних перетворень.

Результати робіт [42, 43, 46, 47] показали, що закон розподілу процесів (2.15) суттєво відрізняється від гауссівського, однак при виконанні умови $\lambda \tau_0 \gg 1$ його розподіл можна вважати гауссівським.

Модель (2.15) використовувалась в радіофізиці, статистичній радіотехніці, електрозв'язку, при аналізі магнітних шумів, морській реверберації та ін.

Лінійні випадкові процеси. Іншим узагальненням моделі Бунімовича – Райса (2.7) є лінійні випадкові процеси, які систематично досліджуються, починаючи з базових робіт Б. Г. Марченка [29, 31], і визначаються наступним чином:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) d\eta(\tau), \quad (2.16)$$

де $h(t, \tau)$ – не випадкова функція, яка називається ядром процесу (2.16), а $\eta(\tau)$ – стохастично неперервний однорідний випадковий процес з незалежними приростами, який називається породжуючим процесом.

Вираз (2.16) формально можна переписати в наступному вигляді:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) \eta'(\tau) d\tau, \quad (2.17)$$

де $\eta'(t)$ – білий шум у вузькому сенсі (2.5).

З виразу (2.17) випливає, що лінійний випадковий процес можна розглядати як результат фільтрації негауссівського білого шуму $\eta'(t)$ лінійною параметричною системою з імпульсною характеристикою $h(t, \tau)$.

Відмітимо окремі випадки моделі лінійних випадкових процесів (2.16).

1. Нехай у формулі (2.16) ядро є дельта-функцією, тобто $h(t, \tau) = \delta(t - \tau)$. В цьому випадку отримуємо, що лінійний випадковий процес є білим шумом у вузькому сенсі.

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \tau) \eta'(\tau) d\tau = \eta'(t).$$

2. Якщо у виразі (2.16) ядро є одиничною функцією, тобто $h(t, \tau) = E(t - \tau)$, то лінійний випадковий процес є процесом з незалежними приростами:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t - \tau) d\eta(\tau) = \int_{-\infty}^t d\eta(\tau) = \eta(t).$$

3. Якщо в процесі (2.16) породжуючим є однорідний узагальнений процес Пуассона, тобто

$$\pi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k E(t - t_k), \quad (2.18)$$

а ядро задовольняє умові $h(t, \tau) = h(t - \tau)$, то процес (2.16) співпадає з моделлю (2.7) Бунімовича – Райса.

Імовірнісні характеристики лінійних випадкових процесів на сьогоднішній день досліджені достатньо добре. В роботах [29, 31] отримані загальні формули для знаходження багатовимірних характеристичних функцій процесів (2.16), їх багатовимірних кумулянтних функцій; розроблено метод кореляційного аналізу нелінійних перетворень лінійних випадкових процесів.

В роботах [4, 29, 31] розглянуто задачі лінійних і нелінійних перетворень лінійних випадкових процесів; в роботах [20–23, 44] досліджено властивості їх одновимірної характеристичної функції.

Розглянемо основні імовірнісні характеристики лінійних випадкових процесів.

Характеристична функція. Найбільш повною імовірнісною характеристикою лінійних випадкових процесів є їх багатовимір-на характеристична функція, яка в формі Колмогорова визначається виразом [29, 31]:

$$f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \exp \left\{ i m_\eta \sum_{k=1}^n u_k \int_{-\infty}^{\infty} h(t_k, \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{ix \sum_{k=1}^n u_k h(t_k, \tau)} - 1 - ix \sum_{k=1}^n u_k h(t_k, \tau) \right] d\tau \frac{dK_\eta(x)}{x^2} \right\}, \quad (2.19)$$

де $m_\eta = \mathbf{M}[\eta(1)]$ – математичне сподівання породжуючого процесу $\eta(\tau)$ в точці $\tau=1$, $K_\eta(x)$ – його пуассонівська спектральна функція.

В більшості практичних задач можна обмежитись одновимірною характеристичною функцією

$$f(u, t) = \exp \left\{ i u m_\eta \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{i u x h(t, \tau)} - 1 - i u x h(t, \tau) \right] d\tau \frac{dK_\eta(x)}{x^2} \right\}. \quad (2.20)$$

Характеристичні функції (2.19) і (2.20) можна записати також в формах Леві чи Леві – Хінчина, використовуючи відомі співвідношення між відповідними параметрами канонічних представлень характеристичних функцій (Додаток А).

Характеристична функція (2.20) лінійних випадкових процесів (2.16) безмежно подільна [22] і може бути представлена в канонічній формі Колмогорова

$$f_\xi(u, t) = \exp \left\{ i u m_\xi(t) + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{i u x} - 1 - i u x) x^{-2} dK_\xi(x, t) \right\}, \quad (2.21)$$

де $m_\xi(t)$ – математичне сподівання процесу (2.16), яке дорівнює:

$$m_\xi(t) = m_\eta \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) d\tau, \quad (2.22)$$

а пуассонівські спектральні функції Колмогорова $K_\xi(x, t)$ лінійних випадкових процесів і $K_\eta(y)$ породжуючого процесу зв'язані формулою [22]:

$$K_\xi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_h(x, y, t) dK_\eta(y), \quad (2.23)$$

де $K_h(x, y, t)$ – ядро перетворення лінійних випадкових процесів, яке дорівнює:

$$K_h(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t, \tau) E[x - yh(t, \tau)] d\tau. \quad (2.24)$$

Відмітимо основні властивості лінійних випадкових процесів.

1. Якщо породжуючий процес $\eta(\tau)$ є однорідним гауссівським процесом з незалежними приростами, то лінійний випадковий процес також є гауссівським з одновимірною характеристичною функцією

$$f(u, t) = \exp \left\{ ium_\eta \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) d\tau - \frac{u^2 \sigma_\eta^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t, \tau) d\tau \right\},$$

де $\sigma_\eta^2 = \mathbf{D}[\eta(1)]$ – дисперсія породжуючого процесу $\eta(\tau)$ в точці $\tau = 1$.

2. Нехай на лінійну систему з імпульсною характеристикою $h_1(t, \tau)$ впливає лінійний випадковий процес $\xi_0(t)$. Тоді відгуком $\xi(t)$ системи є лінійний випадковий процес

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, s) d\eta(s)$$

з еквівалентним ядром $h(t, s)$, визначеним формулою

$$h(t, s) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t, \tau) h_0(\tau, s) d\tau. \quad (2.25)$$

Таким чином, лінійні випадкові процеси замкнуті відносно лінійних перетворень, що дозволяє застосовувати єдиний підхід,

як при аналізі самих лінійних випадкових процесів, так і їх лінійних перетворень.

3. Нехай ядро $h(t, \tau)$ задовольняє умові $h(t, \tau) = h(t - \tau)$. Тоді лінійний випадковий процес

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) d\eta(\tau) \quad (2.26)$$

є стаціонарним у вузькому сенсі, а формула (2.20) набуває вигляду

$$f(u, t) \equiv f_{\xi}(u) = \exp \left\{ ium_{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{iuxh(\tau)} - 1 - iuxh(\tau) \right] d\tau \frac{dK_{\eta}(x)}{x^2} \right\},$$

де ядро перетворення (2.24) дорівнює

$$K_h(x, y, t) = K_h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) E[x - yh(t)] dt.$$

З наведених результатів видно, що отримання характеристичної функції лінійних випадкових процесів та їх лінійних перетворень є розв'язаною задачею.

Однак точне знаходження функції розподілу (або щільності імовірностей) лінійних випадкових процесів (2.16) є суттєвою проблемою [25, 29, 36], яка є наслідком безмежної подільності їх характеристичної функції.

Відомо [26, 27], що в явному вигляді функції розподілу безмежно подільних розподілів записуються для обмеженої кількості розподілів, наприклад, гауссівського, Коші, гамма.

Тому для знаходження щільності імовірностей лінійних випадкових процесів в більшості випадків необхідно застосовувати відомі наближені методи.

Для точного знаходження і дослідження законів розподілу лінійних випадкових процесів є доцільним використовувати безпосередньо їх характеристичну функцію, зокрема, параметри $\{m_{\xi}(t), K_{\xi}(x, t)\}$ канонічного подання характеристичної функції (2.21), які повністю визначають розподіл процесів (2.16).

Кумулянтні функції. При вирішенні багатьох практичних задач можна обмежитись n -вимірними кумулянтними функціями, які для лінійних випадкових процесів (2.16) визначаються за формулою [29, 31]

$$\kappa_s [\xi(t_1), \dots, \xi(t_s)] = \kappa_s [\eta(1)] \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{k=1}^s h(t_k, \tau) d\tau, \quad (2.27)$$

де $\kappa_s [\eta(1)]$ – значення кумулянтної функції породжуючого процесу в точці $\tau = 1$.

Зокрема, одновимірні кумулянтні функції $\kappa_s [\xi(t)]$ та кореляційна функція $R_\xi(t_1, t_2)$ лінійних випадкових процесів (2.16) дорівнюють:

$$\kappa_s [\xi(t)] = \kappa_s [\eta(1)] \int_{-\infty}^{\infty} h^s(t, \tau) d\tau; \quad (2.28)$$

$$R_\xi(t_1, t_2) = \sigma_\eta^2 \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1, \tau) h(t_2, \tau) d\tau, \quad (2.29)$$

де $\sigma_\eta^2 = \mathbf{D}[\eta(1)]$ – дисперсія породжуючого процесу $\eta(\tau)$ в точці $\tau = 1$.

З виразів (2.28) і (2.29) легко отримати формули для знаходження кумулянтних функцій стаціонарного лінійного випадкового процесу (2.26):

$$\kappa_s [\xi(t)] = \kappa_s [\eta(1)] \int_{-\infty}^{\infty} h^s(t) dt; \quad (2.30)$$

$$\kappa_s [\xi(t_1), \dots, \xi(t_s)] = \kappa_s [\eta(1)] \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{k=1}^s h(t_k - \tau) d\tau. \quad (2.31)$$

Для стаціонарних лінійних випадкових процесів (2.26) математичне сподівання m_ξ , кореляційна функція $R_\xi(\tau)$ і спектральна щільність $S_\xi(f)$ дорівнюють:

$$m_\xi = m_\eta \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau; \quad R_\xi(\tau) = \sigma_\eta^2 \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t + \tau) dt;$$

$$S_\xi(f) = \sigma_\eta^2 |H(f)|^2, \quad H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i2\pi ft} dt.$$

Конкретні вирази для знаходження одновимірних кумулянтів, кореляційних функцій і спектральних щільностей деяких типових моделей наведені в табл. 2.1.

Наведені результати показують, що використання моделі лінійних випадкових процесів дозволяє досить повно досліджувати імовірнісні характеристики шумових сигналів, що мають негауссівський розподіл. Таким чином, як діагностичні параметри шумових сигналів, що описуються моделлю лінійних випадкових процесів (2.16), доцільно використовувати пуассонівську спектральну функцію, щільність імовірностей, одновимірні кумулянтні функції, кореляційні функції та спектральні щільності.

Модель лінійних випадкових процесів використовувалась при аналізі віброакустичних шумів підшипників, кавітаційного шуму, сигналів акустичної емісії, акустичних сигналів витoku рідини в трубопроводах, динаміки навантаження в енергосистемах, гідроакустичних шумів, відбитих радіолокаційних сигналів, біомедичних сигналів.

2.3. Моделі та діагностичні характеристики ритмічних сигналів

Кореляційно-спектральні моделі. Ритмічні сигнали є результатом взаємодії деталей у кінематичних парах працюючих машин і механізмів та проявляються, як правило, у вигляді вузькосмугових багаточастотних вібрацій. В задачах технічної діагностики ритмічні сигнали досліджуються, як правило, в рамках енергетичної теорії сигналів методами гармонічного аналізу, які базуються на спектральних поданнях цих сигналів у різних формах. Конкретні форми спектрального подання визначаються прийнятими математичними моделями ритмічних сигналів, які поділяються на детерміновані та стохастичні.

Детерміновані моделі. Основними детермінованими моделями ритмічних сигналів є періодичні та майже періодичні процеси [11, 25].

1. *Спектральні подання періодичного процесу.* Періодичний процес $x(t)$ із періодом $T_0 > 0$ можна розкласти в комплексний ряд Фур'є

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi k f_1 t}, \quad (2.32)$$

Таблиця 2.1. Діагностичні параметри типових моделей шумових сигналів

Форма імпульсу $h(t)$, $A > 0$, $\tau_0 > 0$, $\nu > 0$	Кумулянти $\kappa_s [\xi(t)]$	Кореляційна функція $R_\xi(\tau)$	Спектральна щільність $S_\xi(f)$
$AE(t)E(\tau_0 - t)$	$\kappa_s[\eta] A^s \tau_0$	$\begin{cases} \sigma_\eta^2 A^2 \tau_0 \left(1 - \frac{ \tau }{\tau_0}\right), & \tau \leq \tau_0; \\ 0, & \tau > \tau_0 \end{cases}$	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2}{(\pi f)^2} \sin^2(\pi f \tau_0)$
$Ae^{-\nu t} E(t)$	$\kappa_s[\eta] \frac{A^s}{s\nu}$	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2}{2\nu} e^{-\nu \tau }$	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2}{\nu^2 + (2\pi f)^2}$
$Ae^{-(\nu t)^2} E(t)$	$\kappa_s[\eta] \frac{A^s}{2\nu} \sqrt{\frac{\pi}{s}}$	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2}{\nu} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{(\nu\tau)^2}{2}}$	$\pi \frac{\sigma_\eta^2 A^2}{\nu^2} e^{-2\left(\frac{\pi f}{\nu}\right)^2}$
$A(\nu t)e^{-\nu t} E(t)$	$\frac{\kappa_s[\eta] A^s \Gamma(s+1)}{\nu s^{s+1}}$, $\Gamma(x)$ – гамма-функція	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2}{4\nu} (1 + \nu \tau) e^{-\nu \tau }$	$\frac{\sigma_\eta^2 A^2 \nu^2}{\left[\nu^2 + (2\pi f)^2\right]^2}$

де $f_1 = 1/T_0$ – частота першої (основної) гармоніки; коефіцієнти C_k – комплексні числа, які обчислюються на періоді й дорівнюють

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} x(t) e^{-i2\pi k f_1 t} dt. \quad (2.32)$$

Точка t_0 вибирається довільно, зазвичай $t_0 = 0$ або $t_0 = -T_0/2$.

Ряд (2.32) називається *спектральним поданням періодичного процесу в комплексній формі*. Коефіцієнти C_k , які відіграють роль амплітуд базисних функцій, зручно подати в такому вигляді $C_k = |C_k| e^{-i \arg C_k}$.

Оскільки розглядаються частоти з діапазону $f \in (-\infty; \infty)$, то набір коефіцієнтів C_k називається *математичним спектром періодичного процесу*, $|C_k|$ – його *амплітудним спектром*, $\arg C_k$ – *фазовим спектром*.

Для практичного використання ряд (2.32) зручно перетворити до вигляду

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(2\pi k f_1 t - \varphi_k). \quad (2.34)$$

Ряд (2.32) тотожній поданню (2.34), тому що коефіцієнти C_k та C_{-k} – комплексно спряжені пари, $C_k + C_{-k} = 2 \operatorname{Re}\{C_k\}$, і $C_k = A_k e^{-i\varphi_k} / 2$, $C_{-k} = A_{-k} e^{i\varphi_k} / 2$, $\varphi_{-k} = -\varphi_k$, $A_k = 2|C_k| E(f)$, $\varphi_k = \arg(C_k) E(f)$.

Ряд (2.34) називається *спектральним поданням періодичного процесу в дійсній формі* і дозволяє трактувати періодичний процес як суму постійної складової A_0 та нескінченної кількості гармонік з кратними частотами $f_k = k f_1$, кожна з яких має свою амплітуду A_k та початкову фазу φ_k .

Діагностичними параметрами періодичного процесу є період T_0 , набори коефіцієнтів A_k і φ_k , що називаються відповідно амплітудним і фазовим фізичними спектрами періодичного процесу.

Для подання (2.32) справедлива рівність Парсеваля

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |C_k|^2 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt = P_{cp}. \quad (2.35)$$

З фізичної точки зору рівність (2.35) показує, що середня на періоді потужність P_{cp} процесу дорівнює сумі квадратів амплітуд гармонічних складових.

2. *Спектральне подання майже періодичного процесу.* Подання (2.32) можна узагальнити, якщо кратні частоти $f_k = kf_1$ замінити на впорядковану за зростанням послідовність f_k . Тоді

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi f_k t}. \quad (2.36)$$

Процеси, що описуються виразом (2.36), відносяться до класу майже періодичних процесів, які в найпростішому випадку визначаються наступним чином [11].

Число τ називається ε -майже періодом (ε -зміщенням) процесу $x(t)$, якщо для всіх t виконується нерівність

$$|x(t + \tau) - x(t)| < \varepsilon.$$

В цьому випадку частоти f_k гармонік не визначають одного основного періоду і для знаходження коефіцієнтів C_k замість формули (2.33) використовується наступна формула:

$$C_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) e^{-i2\pi f_k t} dt.$$

Ряд (2.36) називається *спектральним поданням майже періодичного процесу в комплексній формі*. Для подання (2.36) рівність Парсеваля має вигляд

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |C_k|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt.$$

Діагностичними параметрами майже періодичних процесів є частоти f_k та коефіцієнти C_k .

Стохастичні моделі. В рамках енергетичної теорії основними стохастичними моделями ритмічних сигналів є гармонізовані випадкові процеси [26] та їх підмножини – стаціонарні і періодично корельовані випадкові процеси.

1. *Спектральне подання гармонізованих випадкових процесів.* Гільбертів комплексний випадковий процес $\xi(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$ називається *гармонізованим*, якщо його можна подати у вигляді стохастичного інтегралу

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi ft} d\gamma(f), \quad (2.37)$$

де $f \in (-\infty, \infty)$ – дійсна змінна, що має сенс частоти; $\gamma(f)$ – комплексна випадкова функція з нульовим математичним сподіванням і кореляційною функцією

$$G(f_1, f_2) = \mathbf{M} \left[\gamma(f_1) \overline{\gamma(f_2)} \right].$$

Кореляційна функція гармонізованого випадкового процесу $\xi(t)$ називається *гармонізованою* і визначається за формулою

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} d_{f_1} d_{f_2} G(f_1, f_2). \quad (2.38)$$

Функція $G(f_1, f_2)$ називається *спектральною функцією* процесу $\xi(t)$ і задовольняє умові

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| d_{f_1} d_{f_2} G(f_1, f_2) \right| < \infty \quad (2.39)$$

та характеризує кореляційний зв'язок між елементарними гармонічними коливаннями $e^{i2\pi f_1 t} d\gamma(f_1)$ і $e^{i2\pi f_2 t} d\gamma(f_2)$ із частотами f_1 та f_2 [13].

В загальному випадку гармонізовані процеси є нестационарними випадковими процесами. Важливими в прикладному плані підмножинами цих процесів є класи стаціонарних в широкому сенсі випадкових процесів і періодично корельованих випадкових процесів.

2. *Спектральне подання стаціонарних випадкових процесів.*
 Припустимо, що спектральна функція $G(f_1, f_2)$ гармонізованого процесу $\xi(t)$ відмінна від нуля тільки на діагоналі $f_1 = f_2$, де вона дійсна, додатна і дорівнює:

$$G(f) = \mathbf{M} \left[|\gamma(f)|^2 \right].$$

Тоді кореляційна функція процесу $\xi(t)$ залежить лише від різниці аргументів $\tau = t_2 - t_1$, і формула (2.38) прийме вигляд

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi f\tau} dG(f). \quad (2.40)$$

В цьому випадку $\xi(t)$ є стаціонарним в широкому сенсі процесом, в спектральному поданні (2.37) якого $\gamma(f)$ – випадкова функція з ортогональними приростами, що має наступні властивості:

- 1) $\mathbf{M}[\gamma(f)] = 0$;
- 2) $\mathbf{M} \left\{ [\gamma(f_2) - \gamma(f_1)] \overline{[\gamma(f_4) - \gamma(f_3)]} \right\} = 0$ для будь-яких $f_1 < f_2 < f_3 < f_4$;
- 3) $\mathbf{M} \left\{ |\gamma(f + \Delta f) - \gamma(f)|^2 \right\} = G(f + \Delta f) - G(f)$.

У цьому випадку елементарні гармонічні коливання $e^{i2\pi f_1 t} d\gamma(f_1)$ і $e^{i2\pi f_2 t} d\gamma(f_2)$ некорельовані між собою при будь-яких $f_1, f_2 \in (-\infty, \infty)$, а спектральна функція $G(f)$ характеризує розподіл середньої потужності стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ по частоті.

В загальному випадку функція $G(f)$ є неперервною зліва неспадною функцією, причому $G(-\infty) = 0$, $G(\infty) = R(0) = \mathbf{D}[\xi(t)]$, і може бути подана у вигляді суми трьох монотонно неспадних функцій – функції стрибків, абсолютно неперервної функції і сингулярної функції.

1. Нехай $G(f)$ – функція стрибків, тобто

$$G(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sigma_k^2 E(f - f_k),$$

де $E(t)$ – одинична функція.

Тоді стаціонарний випадковий процес $\xi(t)$ є процесом з *дискретним спектром* і може бути поданий в наступному вигляді:

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{i2\pi f_k t}, \quad (2.41)$$

де γ_k – незалежні однаково розподілені комплексні випадкові величини, у яких [9] $\mathbf{M}[\gamma_k] = 0$, $\mathbf{D}[\gamma_k] = \sigma_k^2$.

Формула (2.40) в цьому випадку матиме вигляд

$$R(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sigma_k^2 e^{i2\pi f_k \tau}. \quad (2.42)$$

З формули (2.42) випливає, що кореляційна функція процесів з дискретним спектром є майже періодичною функцією, для якої рівність Парсеваля має вигляд

$$\mathbf{D}[\xi(t)] = R(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sigma_k^2. \quad (2.43)$$

В окремому випадку, коли випадкові величини γ_k та γ_{-k} утворюють комплексно спряжені пари, а частоти $f_k = f_{-k}$, $f_0 = 0$, процес (2.41) є дійсним, а його кореляційна функція дорівнює

$$R(\tau) = \sigma_0^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k^2 \cos 2\pi f_k \tau.$$

Якщо додатково частоти f_k є кратними, тобто $f_k = kf_1$, то кореляційна функція є періодичною функцією з періодом $T_0 > 0$, тобто $R(\tau) = R(\tau + T_0)$ і

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R(\tau) e^{-i2\pi k f_1 \tau} d\tau.$$

2. Нехай спектральна функція $G(f)$ шумових сигналів є абсолютно неперервною. В цьому випадку існує функція

$S(f) = G'(f)$, яка називається спектральною щільністю стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$, представленого формулою (2.37).

Процес $\xi(t)$ в даному випадку називають процесом з *неперервним спектром*, а формула (2.40) набуває вигляду

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df .$$

Спектральна щільність $S(f)$ знаходиться за відомою кореляційною функцією за допомогою формули обернення

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau .$$

Таким чином, діагностичними параметрами стаціонарних випадкових процесів з дискретним спектром можуть бути частоти f_k і дисперсії σ_k^2 амплітуд γ_k .

3. *Спектральне подання періодично корельованих випадкових процесів.* Нехай $\xi(t)$ – періодично корельований випадковий процес з періодом $T_0 > 0$, тобто для нього

$$m(t + T_0) = m(t); \quad R(t_1 + T_0, t_2 + T_0) = R(t_1, t_2) .$$

Тоді його кореляційна функція може бути подана в наступному вигляді [13]:

$$R(t + \tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_k(\tau) e^{i2\pi kt/T_0} , \quad (2.44)$$

де $R_k(\tau)$ – кореляційні компоненти, які дорівнюють

$$R_k(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} R(t + \tau, t) e^{-i2\pi kt/T_0} dt . \quad (2.45)$$

Припустимо, що спектральна функція $G(f_1, f_2)$ періодично корельованого випадкового процесу $\xi(t)$ є абсолютно неперервною по обох аргументах f_1 і f_2 . Тоді існує функція

$$S(f_1, f_2) = \frac{\partial^2 G(f_1, f_2)}{\partial f_1 \partial f_2},$$

яка називається *двочастотною спектральною щільністю* періодично корельованого випадкового процесу і може бути подана наступним чином [13]:

$$S(f_1, f_2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_k(f_2) \delta\left(f_1 - f_2 - \frac{k}{T_0}\right), \quad (2.46)$$

де $\delta(f)$ – дельта-функція, а $S_k(f)$ – спектральні компоненти, які дорівнюють

$$S_k(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_k(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (2.47)$$

З наведених співвідношень (2.44) – (2.47) випливає, що у періодично корельованих випадкових процесів корельовані гармоніки, частоти яких задовольняють умові $f_2 = f_1 - k/T_0$. Тому для будь-якого моменту часу t_0 миттєві значення $\xi(t_k)$, $t_k = t_0 + kT_0$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, періодично корельованого випадкового процесу є стаціонарною в широкому сенсі випадковою послідовністю.

Таким чином, основними діагностичними характеристиками періодично корельованих випадкових процесів є період T_0 , кореляційні компоненти $R_k(\tau)$ та спектральні компоненти $S_k(f)$.

Моделі випадкових коливань. Використання теорії випадкових коливань при розрахунках механічних систем є необхідною умовою для створення обґрунтованих методів проектування надійних і оптимальних конструкцій.

Необхідно зазначити, що серед прикладних задач теорії випадкових процесів значне місце займають задачі, пов'язані з аналізом випадкових коливань. Це пояснюється тим [5, 39], що методи класичної механіки, що базуються на понятті детермінізму, недостатні для розуміння і пояснення окремих фізичних ефектів, зокрема пов'язаних з випадковими збуреннями.

Розглянемо моделі випадкових коливань, серед яких виділимо лінійні системи із зосередженими параметрами з n степенями свободи.

Рівняння системи з n степенями свободи [5] має вигляд

$$\mathbf{A}(t)\frac{d^2\xi(t)}{dt^2} + \mathbf{B}(t)\frac{d\xi(t)}{dt} + \mathbf{C}(t)\xi(t) = \boldsymbol{\eta}(t), \quad (2.48)$$

де $\xi(t)$ – матриця-стовпчик узагальнених зміщень (відгуків); $\boldsymbol{\eta}(t)$ – матриця-стовпчик узагальнених сил (впливів). Квадратні матриці розмірності $n \times n$ $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$ мають відповідно сенс інерційної, дисипативної і квазіпружної матриць.

Якщо всі елементи матриць $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$ не залежать від часу, то система є непараметричною.

При детермінованому впливі $\boldsymbol{\eta}(t)$ випадкові коливання виникають, якщо [39]:

- 1) хоча б один з елементів матриць $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$ є випадковою величиною чи випадковою функцією;
- 2) хоча б одна з початкових умов рівняння (2.48) є випадковою величиною.

Вважаємо матриці $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$ детермінованими, початкові умови – нульовими; вплив $\boldsymbol{\eta}(t)$ – випадковою функцією (не обов'язково часу).

В теорії випадкових коливань [5, 39] розглядаються наступні види впливів:

- 1) білий шум, зазвичай стаціонарний і гауссівський;
- 2) гауссівські випадкові процеси, найчастіше стаціонарні.

В роботі [5] відмічено, що стаціонарні гауссівські випадкові процеси з дробово-раціональними спектральними щільностями можна розглядати як відгук непараметричної лінійної системи на вплив гауссівського білого шуму.

Зазвичай при розв'язанні теоретичних і прикладних задач теорії випадкових коливань замість рівняння (2.48) розглядають [34, 36] два еквівалентних варіанта диференціальних рівнянь:

- 1) систему $2n$ рівнянь першого порядку;
- 2) одне рівняння $2n$ порядку.

Розглянемо ці варіанти докладніше.

1. Система $2n$ рівнянь першого порядку. Нехай є система з одним ступенем свободи, рівняння для якої має вигляд:

$$a(t)\frac{d^2\xi(t)}{dt^2} + b(t)\frac{d\xi(t)}{dt} + c(t)\xi(t) = \eta(t). \quad (2.49)$$

Рівнянню (2.49) еквівалентна [12] наступна система рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{d\gamma_1(t)}{dt} = f_{11}(t)\gamma_1(t) + f_{12}(t)\gamma_2(t) + g_1(t)\eta(t); \\ \frac{d\gamma_2(t)}{dt} = f_{21}(t)\gamma_1(t) + f_{22}(t)\gamma_2(t) + g_2(t)\eta(t); \end{cases} \quad (2.50)$$

$$\xi(t) = q_1(t)\gamma_1(t) + q_2(t)\gamma_2(t), \quad (2.51)$$

де невідповідні функції $f_{ij}(t)$, $g_k(t)$ і $q_k(t)$ однозначно виражаються [12] через функції $a(t)$, $b(t)$ і $c(t)$ рівняння (2.49).

Процеси $\gamma_1(t)$ і $\gamma_2(t)$ називаються [12] змінними станами системи, (2.50) – рівнянням стану системи, (2.51) – вихідним рівнянням системи.

Загальному рівнянню (2.48) системи з n степенями вільності відповідають [12, 36] $2n$ -мірні векторні рівняння в стандартній формі:

$$\frac{d\gamma(t)}{dt} = \mathbf{F}(t)\gamma(t) + \mathbf{G}(t)\eta(t); \quad (2.52)$$

$$\xi(t) = \mathbf{Q}(t)\gamma(t), \quad (2.53)$$

де $\gamma(t)$ – матриця змінних станів розмірності $2n \times 1$; $\mathbf{F}(t)$ – матриця розмірності $2n \times 2n$; $\mathbf{G}(t)$ – матриця розмірності $n \times 1$; $\mathbf{Q}(t)$ – матриця розмірності $1 \times 2n$; $\mathbf{Q}(t) = [1 \ 0 \ 0 \dots 0]$.

Методи отримання матриць, що входять в рівняння (2.52) і (2.53) докладно розглянуто в роботі [12].

2. *Одне рівняння порядку $N = 2n$.* Систему рівнянь (2.48) можна привести [34] до одного еквівалентного рівняння порядку $N = 2n$ відносно будь-якого з процесів (відгуків) $\xi_k(t)$, $k = \overline{1, n}$.

В загальному випадку таке рівняння має вигляд

$$v_N(t) \frac{d^N \xi(t)}{dt^N} + v_{N-1}(t) \frac{d^{N-1} \xi(t)}{dt^{N-1}} + \dots + v_0(t) \xi(t) = \zeta(t), \quad (2.54)$$

де $\xi(t) = \xi_k(t)$ – одна з компонент вектора відгуків $\xi(t)$; $v_j(t)$, $j = \overline{0, N}$, – детерміновані функції, які виражаються через елементи матриць $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$; $\zeta(t)$ – випадковий процес, який визначається впливами $\eta_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, і елементами матриць $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$.

На основі принципу суперпозиції в рівнянні (2.48) можна враховувати лише один вплив $\eta_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, вважаючи решту рівними нулю. У цьому випадку права частина рівняння (2.54) має вигляд [34]

$$\zeta(t) = w_M(t) \frac{d^M \eta(t)}{dt^M} + w_{M-1}(t) \frac{d^{M-1} \eta(t)}{dt^{M-1}} + \dots + w_0(t) \eta(t), \quad (2.55)$$

де $M \leq N$, $\eta(t) = \eta_i(t)$; $w_k(t)$ – детерміновані функції, які виражаються через елементи матриць $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$.

Для отримання перетворень рівняння (2.48) у рівняння (2.54), (2.55) можна використовувати [34] два методи:

- 1) метод вирівнюючих коефіцієнтів;
- 2) метод послідовного диференціювання.

3. *Розв'язок рівняння (2.48).* Загальний розв'язок при нульових початкових умовах має вигляд

$$\xi(t) = \mathbf{Q}(t) \int_{-\infty}^t \Phi(t, \tau) \mathbf{G}(\tau) \boldsymbol{\eta}(\tau) d\tau, \quad (2.56)$$

де $\mathbf{Q}(t)$, $\mathbf{G}(\tau)$ – матриці, що входять в рівняння (2.52) і (2.53), $\Phi(t, \tau)$ – детермінована матриця, яка називається [12] перехідною матрицею стану лінійної системи.

Вводячи позначення

$$\mathbf{h}(t, \tau) = \mathbf{Q}(t) \Phi(t, \tau) \mathbf{G}(\tau) E(t - \tau), \quad (2.57)$$

формулу (2.56) можна записати в наступному вигляді:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t, \tau) \boldsymbol{\eta}(\tau) d\tau. \quad (2.58)$$

Матрична функція $\mathbf{h}(t, \tau)$ в теорії систем [12] називається *матричною імпульсною характеристикою лінійної системи*, а в теорії коливань [5] – *функцією Гріна*.

Розглянуті моделі (2.48), (2.52), (2.54), (2.58) не накладають обмежень на вплив $\boldsymbol{\eta}(t)$. В теорії випадкових коливань [5, 39] виходячи з фізичних припущень часто вважають, що вплив – білий шум, зазвичай гауссівський.

Враховуючи загальне визначення білого шуму як узагальненої похідної від процесу з незалежними приростами, тобто

$$\boldsymbol{\eta}'(t) = \frac{d\boldsymbol{\eta}(t)}{dt},$$

формулу (2.58) можна переписати в наступному вигляді

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t, \tau) d\boldsymbol{\eta}(\tau). \quad (2.59)$$

Строгий перехід від рівняння (2.48) до рівняння (2.59) на основі моделей (2.52), (2.53) наведено в роботі [37].

Матричну функцію $\mathbf{h}(t, \tau)$ можна розглядати як імпульсну характеристику формуючого фільтра, який визначається властивостями досліджуваної коливальної системи.

З виразу (2.59) випливає, що випадкові коливання лінійних систем із зосередженими параметрами з n степенями вільності при входніх впливах у вигляді білого шуму в вузькому сенсі являють собою вектор лінійних випадкових процесів, які в загальному випадку є нестационарними і негауссівськими.

Таким чином для аналізу імовірнісних характеристик випадкових коливань лінійних систем в загальному випадку доцільно використовувати математичний апарат теорії лінійних випадкових процесів, що розглянутий в підрозділі 2.2.

Зазначимо, що такий підхід був використаний [30] для імовірнісного аналізу віброакустичних шумів підшипників в системах діагностики електроенергетичного обладнання.

2.4. Наближені методи знаходження щільності ймовірностей інформаційних сигналів

Загальна характеристика наближених методів. Інформаційні сигнали, як зазначалось вище, в загальному випадку мають негауссівський розподіл миттєвих значень і знаходження їх щільності ймовірностей в більшості випадків не має точних аналітичних розв'язків.

При впливі на лінійну систему гауссівських випадкових процесів процеси на виході системи також будуть гауссівськими [25, 36, 40], а при негауссівських впливах можуть відбуватися ефекти нормалізації та денормалізації [14, 28] вхідних процесів. Задача точного знаходження щільності ймовірностей процесів на виході лінійної системи при негауссівських вхідних процесах на сьогодні не вирішена.

При проходженні випадкових сигналів крізь нелінійні системи, наприклад типовий тракт виявлення [40], їх закон розподілу принципово змінюється. Задача знаходження щільності ймовірностей випадкових процесів на виході нелінійної системи може бути вирішена точно лише за умови, коли нелінійна система є безінерційною та має монотонну амплітудну характеристику.

Таким чином, як при знаходженні щільності ймовірностей самих інформаційних сигналів, так і при аналізі результатів їх функціональних перетворень в більшості випадків необхідно застосовувати наближені методи.

Найпоширенішими наближеними методами знаходження щільності ймовірностей стаціонарних випадкових процесів на сьогоднішній день є топографічні та апроксимаційні методи.

Топографічні методи [7] базуються на представленні невідомої щільності ймовірностей точкою на площині в системі координат, пов'язаній з моментами третього та четвертого порядку. Найбільш розповсюдженими є методи, що базуються на системах розподілів Пірсона та Джонсона, в яких невідомій щільності ймовірностей відповідає точка на площині в системі координат (β_1, β_2) , де $\beta_1 = \gamma_3^2$, $\beta_2 = \gamma_4 + 3$, γ_k – k -й кумулянтний коефіцієнт досліджуваного випадкового процесу. Топографічні методи не враховують моменти вище четвертого порядку, тому розв'язок задачі визначення невідомої щільності ймовірностей в багатьох випадках приводить до неоднозначних результатів.

Апроксимаційні методи [35] базуються на представленні досліджуваної функції $f(x)$ у вигляді функціонального ряду

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \varphi_k(x), \quad (2.60)$$

де $\varphi_k(x)$ – деяка система лінійно незалежних функцій, які називаються базисними; c_k – коефіцієнти розкладення функції $f(x)$ в базисі $\varphi_k(x)$.

Не порушуючи загальності, сформулюємо задачу знаходження щільності імовірностей випадкової величини з використанням представлення (2.60).

Нехай $p_n(x)$ – апроксимація неперервної щільності імовірностей $p(x)$ частковою сумою ряду (2.60), тобто

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \varphi_k(x), \quad (2.61)$$

де $\varphi_k(x)$ – задана система базисних функцій. Необхідно визначити коефіцієнти c_k так, щоб помилка апроксимації ε була мінімальною в рамках обраної метрики між функціями $p(x)$ і $p_n(x)$, та прямувала до нуля при $n \rightarrow \infty$.

При використанні апроксимації (2.61) основними задачами є вибір базисних функцій $\varphi_k(x)$, знаходження способів обчислення коефіцієнтів c_k , визначення умов однозначності розв'язку та збіжності ряду при $n \rightarrow \infty$.

Розглянемо детальніше основні наближені методи знаходження щільності імовірностей.

Система розподілів Пірсона. Розподілами Пірсона називаються неперервні унімодальні розподіли, щільності імовірностей $p_{\Pi}(x)$ яких задовольняють диференційному рівнянню [33]

$$\frac{dp_{\Pi}(x)}{dx} = \frac{a_0 + x}{b_0 + b_1x + b_2x^2} p_{\Pi}(x), \quad (2.62)$$

де a_0, b_0, b_1, b_2 – деякі дійсні числа.

Вперше рівняння (2.62) введено К. Пірсоном в 1894 р. для апроксимації емпіричних щільностей імовірностей теоретичними кривими методом моментів [33].

Коефіцієнти a_0, b_0, b_1, b_2 рівняння (2.62) неважко зв'язати з моментами розподілів Пірсона. Визначимо щільність імовірностей $\tilde{p}_\Pi(x)$ наступним чином:

$$\tilde{p}_\Pi(x) = p_\Pi(x + m),$$

де $m = \alpha_1$ – перший початковий момент розподілу.

Очевидно, що функція $\tilde{p}_\Pi(x)$ задовольняє диференційному рівнянню Пірсона (2.62), яке в даному випадку набуває вигляду

$$\frac{d\tilde{p}_\Pi(x)}{dx} = \frac{A_0 + x}{B_0 + B_1x + B_2x^2} \tilde{p}_\Pi(x), \quad (2.63)$$

а сталі рівняння (2.63) зв'язані зі сталими рівняння (2.62) співвідношеннями

$$A_0 = a_0 + m;$$

$$B_0 = b_0 + b_1m + b_2m^2;$$

$$B_1 = b_1 + 2b_2m;$$

$$B_2 = b_2.$$

Перепишемо рівняння (2.63) в наступному вигляді:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^s (B_0 + B_1x + B_2x^2) d\tilde{p}_\Pi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^s (A_0 + x) \tilde{p}_\Pi(x) dx. \quad (2.64)$$

Інтегруючи ліву частину рівняння (2.64) частинами, отримаємо:

$$sB_0\alpha_{s-1} + [(s+1)B_1 + A_0]\alpha_s + [(s+2)B_2 + 1]\alpha_{s+1} = 0, \quad (2.65)$$

де α_s – початкові моменти щільності імовірностей $\tilde{p}_\Pi(x)$,

$$\alpha_s = \int_{-\infty}^{\infty} x^s \tilde{p}_\Pi(x) dx. \quad (2.66)$$

Початкові і центральні моменти розподілу $\tilde{p}_\Pi(x)$ співпадають, тобто $\alpha_s = \mu_s$. Крім того, з виразу (2.65) випливає, що $\mu_0 = 1$, $\mu_{-1} = \mu_1 = 0$.

Враховуючи це та поклавши в формулі (2.65) послідовно $s = 0, 1, 2, 3$, отримаємо для невідомих коефіцієнтів A_0, B_0, B_1, B_2 систему з чотирьох рівнянь, розв'язок якої має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} A_0 &= \mu_3 (\mu_4 + 3\mu_2^2) / D; \\ B_0 &= -\mu_2 (4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2) / D; \\ B_1 &= -A_0; \\ B_2 &= -(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3) / D, \end{aligned} \quad (2.67)$$

де $D = 10\mu_4\mu_2 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2$.

Введемо позначення $\beta_1 = \gamma_3^2$, $\beta_2 = \gamma_4 + 3$, де γ_3 і γ_4 – коефіцієнти асиметрії та ексцесу

$$\gamma_3 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}; \quad \gamma_4 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3.$$

Тоді вираз (2.67) прийме вигляд

$$\begin{aligned} A_0 &= \pm \mu_2^{5/2} \sqrt{\beta_1} (\beta_2 + 3) / D_1; \\ B_0 &= -\mu_2 (4\beta_2 - 3\beta_1) / D_1; \\ B_1 &= -A_0; \\ B_2 &= -(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6) / D_1, \end{aligned} \quad (2.68)$$

де $D_1 = 10\beta_2 - 18 - 12\beta_1$.

Для параметру A_0 у виразі (2.68) права частина береться зі знаком «-» при $\mu_3 > 0$ та зі знаком «+» при $\mu_3 < 0$.

Таким чином, розподіли Пірсона повністю визначаються першими чотирма моментами.

Загальний розв'язок диференційного рівняння (2.63) має вигляд:

$$\tilde{p}_\Pi(x) = P_0 \exp[u(x)],$$

$$\text{де} \quad u(x) = \int \frac{A_0 + x}{B_0 + B_1x + B_2x^2} dx, \quad (2.69)$$

а $P_0 > 0$ – стала, що визначається з умови $\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}_\Pi(x) dx = 1$.

Розв'язання інтегралу (2.69) залежить від коренів x_1, x_2 рівняння

$$B_0 + B_1x + B_2x^2 = 0,$$

які дорівнюють

$$x_{1,2} = -B_1(2B_2)^{-1} \left(1 \mp \sqrt{1 - \kappa_{\Pi}^{-1}} \right),$$

де

$$\kappa_{\Pi} = B_1^2 / (4B_0B_2). \quad (2.70)$$

Величина κ_{Π} визначає характер коренів x_1, x_2 , від яких залежить тип розподілу та інтервал осі x , на якому заданий цей розподіл. Підставляючи в формулу (2.70) коефіцієнти B_0, B_1, B_2 , що визначені за формулою (2.68), отримуємо зв'язок κ_{Π} з коефіцієнтами β_1, β_2 :

$$\kappa_{\Pi} = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)}. \quad (2.71)$$

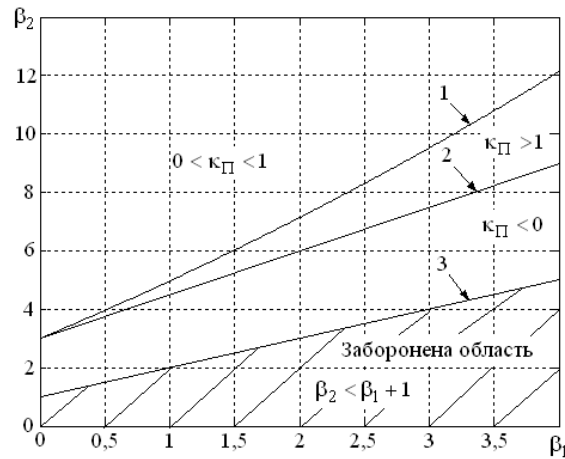
Таким чином, величина κ_{Π} , яку називають *каппою Пірсона*, є критерієм, за яким можна класифікувати розподіли Пірсона.

Зокрема, за класифікацією К. Пірсона [33] залежно від величини κ_{Π} всі розподіли, що визначені рівнянням (2.63) розбиваються на три основних типи розподілів:

- I типу, якщо $\kappa_{\Pi} < 0$;
- IV типу, якщо $0 < \kappa_{\Pi} < 1$;
- VI типу, якщо $\kappa_{\Pi} > 1$.

Значення κ_{Π} , які близькі за величиною до 0 або до 1, та при $\kappa_{\Pi} \rightarrow \pm\infty$ називаються *граничними*. Їм відповідають окремі випадки типів I, IV, VI, які мають самостійні значення та виділяються в окремі (перехідні) типи [33].

Кожній щільності імовірностей з розподілів Пірсона в залежності від значень каппи Пірсона κ_{Π} та коефіцієнтів β_1, β_2 відповідає точка на площині в системі координат (β_1, β_2) (рис. 2.1).

Рис. 2.1. Області коефіцієнтів β_1 , β_2 системи розподілів Пірсона

На рис 2.1 лінія 1 визначена рівнянням $\kappa_{\Pi} = 1$ в формулі (2.71) та є межею між розподілами IV та VI типів. Прямі 2 та 3 визначені відповідно рівняннями $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0$ та $\beta_2 = \beta_1 + 1$. Між цими прямими лежить область розподілів I типу.

Всього система кривих Пірсона містить 13 типів, таблиці яких найбільш повно представлені в роботі [32]. Серед окремих випадків розподілів Пірсона відзначимо наступні – нормальний розподіл ($\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 3$), бета-розподіл ($\kappa_{\Pi} < 0$), гамма-розподіл ($\kappa_{\Pi} = 1$) та показниковий розподіл ($\beta_1 = 4$, $\beta_2 = 9$).

В роботі [25] систему розподілів Пірсона запропоновано використовувати для наближеного знаходження щільності імовірностей інформаційних сигналів та їх лінійних перетворень.

Апроксимація сумішшю розподілів. Нехай $p_n(x)$ – апроксимація неперервної щільності імовірностей $p(x)$, тобто

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \varphi_k(x), \quad (2.72)$$

де $\varphi_k(x)$ – задана система базисних функцій.

Будемо вимагати, щоб в формулі (2.72) базисні функції $\varphi_k(x)$ задовольняли умовам:

$$1) \varphi_k(x) \geq 0; \quad 2) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_k(x) dx = 1. \quad (2.73)$$

Тоді функції $\varphi_k(x)$ є деякими щільностями імовірностей, а коефіцієнти c_k задовольняють умовам:

$$1) c_k \geq 0; \quad 2) \sum_{k=0}^n c_k = 1. \quad (2.74)$$

За виконання умов (2.73) і (2.74) формула (2.72) називається *скінченною дискретною сумішшю розподілів* [27]. В загальному випадку як вагові функції, що задовольняють умовам (2.73), можуть бути обрані довільні щільності імовірностей. Зазвичай в суміші розподілів усі функції $\varphi_k(x)$ приймаються одного типу.

Якщо відомі початкові моменти α_s , $s = \overline{1, n}$, досліджуваної випадкової величини ξ , то коефіцієнти c_k є розв'язком системи $n + 1$ рівнянь

$$\tilde{\alpha}_s = \sum_{k=0}^n c_k \tilde{\alpha}_{sk} = \alpha_s, \quad (2.75)$$

де $\tilde{\alpha}_s$ – моменти апроксимуючої щільності імовірностей $p_n(x)$, $s = \overline{0, n}$; $\tilde{\alpha}_0 = 1$,

$$\tilde{\alpha}_{sk} = \int_{-\infty}^{\infty} x^s \varphi_k(x) dx, \quad \tilde{\alpha}_{0k} = 1.$$

В загальному випадку система рівнянь (2.75) є нелінійною, і складність її розв'язку суттєво залежить від вибору базисних функцій $\varphi_k(x)$. Розглянемо окремі випадки суміші розподілів.

1. *Суміш рівномірних розподілів.* Припустимо, що інтервал практично можливих значень випадкової величини ξ становить $[x_{\min}, x_{\max}]$, тобто $\mathbf{P}\{x_{\min} \leq \xi < x_{\max}\} \approx 1$.

Розіб'ємо цей інтервал на n інтервалів шириною $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/n$ та введемо функцію

$$\varphi(x) = \begin{cases} (\Delta x)^{-1}, & x \in (-\Delta x/2; \Delta x/2]; \\ 0, & x \notin (-\Delta x/2; \Delta x/2]. \end{cases} \quad (2.76)$$

Визначимо базисні функції $\varphi_k(x)$ наступним чином:

$$\varphi_k(x) = \varphi(x - x_k),$$

де $x_k = x_{\min} + 0,5(2k - 1)\Delta x$, $k = \overline{1, n}$.

Тоді вираз (2.72) є сумішшю рівномірних розподілів (2.76)

$$p_n(x) = \sum_{k=1}^n p_k \varphi(x - x_k), \quad (2.77)$$

де p_k – імовірність потрапляння значень досліджуваної випадкової величини у відповідний інтервал Δx , яка на практиці знаходиться за наближеною формулою $p_k \approx \Delta x p(x_k)$, де $p(x_k)$ – значення щільності імовірностей в точці x_k .

Як приклад застосуємо суміш рівномірних розподілів (2.77) для апроксимації показникової щільності імовірностей

$$p(x) = \exp(-x)E(x).$$

Задамо діапазон $x \in [0; 5,5]$, значення $n = 11$ та розглянемо два випадки – постійний інтервал $\Delta x = 0,5$ і змінний інтервал Δx_k . В останньому випадку значення Δx_k вибираються як квантилі, що відповідають значенням функції розподілу 0,1; 0,2; ...; 0,9; 0,99 останній інтервал закінчується значенням 5,5.

Для визначення якості апроксимації використаємо максимальну r_{\max} та інтегральну r_{int} помилки, що визначаються наступним чином:

$$r_{\max} = \max_x |p(x) - p_n(x)|; \quad (2.78)$$

$$r_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |p(x) - p_n(x)| dx. \quad (2.79)$$

На рис. 2.2 наведені графіки показникової щільності імовірностей та суміші рівномірних розподілів (2.76), а в табл. 2.2 – значення помилок апроксимації.

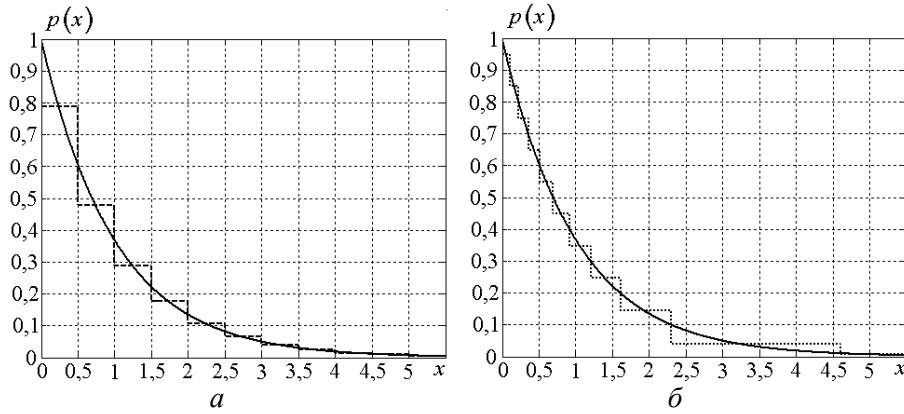


Рис. 2.2. Графіки показникової щільності імовірностей та суміші рівномірних розподілів: *a* – з постійним інтервалом Δx , *б* – зі змінним інтервалом Δx_k

Таблиця 2.2. Помилки апроксимації показникової щільності імовірностей

Вид апроксимації	r_{\max}	r_{int}
З постійним інтервалом	0,2130	0,0620
Зі змінним інтервалом	0,0609	0,0536

За даними рис. 2.2 і табл. 2.2 видно, що інтегральні помилки апроксимації в обох випадках приблизно однакові, а максимальна помилка у випадку постійного інтервалу Δx більше, ніж втричі, перевищує помилку у випадку змінного інтервалу Δx_k .

2. *Гауссівські суміші*. Нехай в формулі (2.72) базисні функції $\varphi_k(x)$ дорівнюють

$$\varphi_k(x) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - m_k)^2}{2\sigma_k^2} \right\}.$$

Тоді формула (2.72) описує гауссівські суміші розподілів [15], коефіцієнти c_k і параметри яких в загальному випадку знаходять чисельними методами.

Розглянемо докладніше наступну задачу. Нехай у випадкової величини ξ відомі початкові моменти α_s , $s = \overline{1, n}$, а $p(x)$ – невідома одновершинна симетрична щільність імовірностей.

Використаємо для апроксимації щільності $p(x)$ одновершинну симетричну двокомпонентну гауссівську суміш:

$$p_2(x) = \frac{c_1}{\sigma_1} \varphi\left(\frac{x - m_N}{\sigma_1}\right) + \frac{c_2}{\sigma_2} \varphi\left(\frac{x - m_N}{\sigma_2}\right). \quad (2.80)$$

Для вирішення задачі апроксимації щільності $p(x)$ сумішшю (2.80) необхідно знайти її невідомі параметри $\{c_1, c_2, m_N, \sigma_1, \sigma_2\}$. Для цього згідно (2.75) треба скласти систему з п'яти рівнянь, які в задачі, що розглядається, мають вигляд.

$$\alpha_s = \tilde{\alpha}_s = c_1 \alpha_{s1} + c_2 \alpha_{s2}, \quad (2.81)$$

$\tilde{\alpha}_s$ – початкові моменти апроксимуючої суміші (2.80), α_{s1} і α_{s2} – початкові моменти її складових.

Не порушуючи загальності, можна перейти до центрованої величини $\overset{\circ}{\xi} = \xi - m$. Тоді $m = m_N = \alpha_{11} = \alpha_{12} = 0$ і у випадкової величини $\overset{\circ}{\xi}$ та у суміші (2.80) початкові та центральні моменти співпадають. В цьому випадку моменти складових суміші дорівнюють [7]:

$$\alpha_{sj} = \mu_{sj} = \begin{cases} \frac{\sigma_j^s s!}{2^{\frac{s}{2}} \left(\frac{s}{2}\right)!}, & s - \text{парне}; \\ 0, & s - \text{непарне}, \end{cases} \quad j = 1, 2. \quad (2.82)$$

Підставляючи вираз (2.82) в систему (2.81) та здійснюючи необхідні перетворення, отримуємо скінченну систему рівнянь для знаходження невідомих параметрів суміші $\{c_1, c_2, m_N, \sigma_1, \sigma_2\}$:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 1; \\ m = m_N; \\ \mu_2 = \tilde{\mu}_2 = c_1 \sigma_1^2 + c_2 \sigma_2^2; \\ \mu_4 = \tilde{\mu}_4 = 3(c_1 \sigma_1^4 + c_2 \sigma_2^4); \\ \mu_6 = \tilde{\mu}_6 = 15(c_1 \sigma_1^6 + c_2 \sigma_2^6). \end{cases} \quad (2.83)$$

У роботі [24] отриманий точний розв'язок рівняння (2.83) для знаходження параметрів $\{c_1, c_2, m_N, \sigma_1, \sigma_2\}$ суміші (2.80). Зокрема встановлено, суміш (2.80) можна застосовувати для розподілів, у яких кумулянтні коефіцієнти γ_4 та γ_6 задовольняють умові

$$\gamma_6 > 5\gamma_4 \left(\frac{\gamma_4}{3} - 1 \right),$$

а параметри суміші обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} c_1 &= D(1+D)^{-1}; \quad c_2 = 1 - c_1; \\ m_N &= m; \quad \sigma_1^2 = d\sigma_2^2; \quad \sigma_2^2 = \mu_2(c_1d + c_2)^{-1}, \end{aligned} \quad (2.84)$$

де $D = B + \sqrt{B^2 - 1}$; $B = 1 + 3\gamma_6^2 (50\gamma_4^3)^{-1}$;

$$d = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \begin{cases} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_4}{3D}} \right) \left(1 + \sqrt{\frac{D\gamma_4}{3}} \right)^{-1}, & \gamma_6 > 0; \\ \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma_4}{3D}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{D\gamma_4}{3}} \right)^{-1}, & \gamma_6 < 0. \end{cases}$$

Проілюструємо використання наведених результатів на прикладі апроксимації щільності імовірностей розподілу Стюдента гауссівською сумішшю (2.80).

Щільність імовірностей розподілу Стюдента визначається за наступною формулою [7]:

$$p(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\nu} \right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad (2.85)$$

де $\Gamma(x)$ – гамма-функція; ν – параметр розподілу (кількість степенів свободи), ціле додатне число.

Параметри розподілу (2.85) обчислюються за формулами:

$$m = 0; \quad \sigma^2 = \frac{\nu}{\nu-2}; \quad \gamma_4 = \frac{6}{\nu-4}; \quad \gamma_6 = \frac{240}{(\nu-4)(\nu-6)}.$$

Як помилку апроксимації використаємо інтегральну метрику r_{int} (2.79). Для порівняння апроксимуємо розподіл Стюдента також нормальним розподілом з параметрами m та σ^2 .

На рис. 2.3 наведені графіки щільностей імовірностей розподілу Стюдента, суміші (2.80) і нормального розподілу.

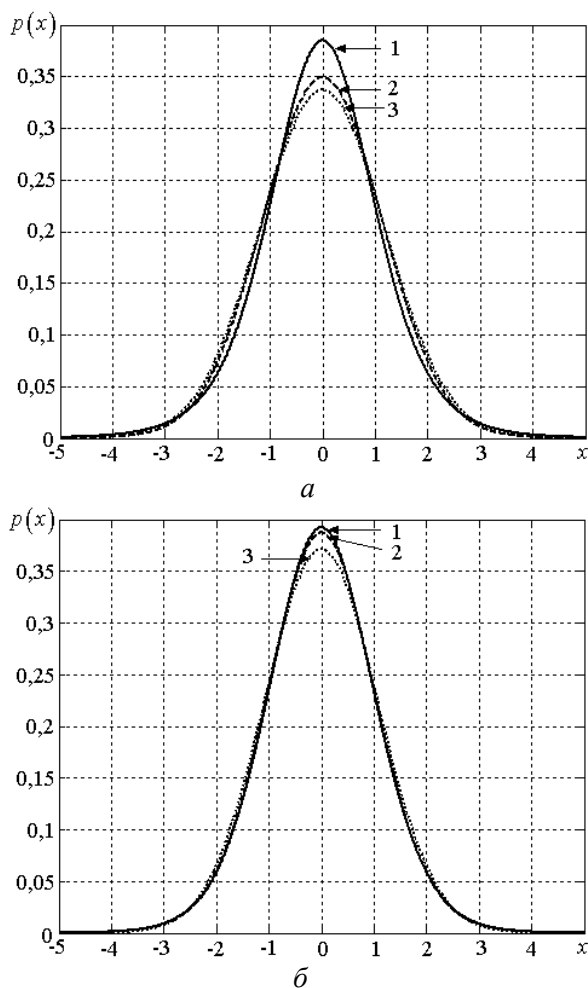


Рис. 2.3. Графіки щільностей імовірностей: 1 – розподілу Стюдента ($a - v = 7$, $b - v = 15$); 2 – суміші (2.80); 3 – нормального розподілу

У табл. 2.3 наведені розраховані значення параметрів розподілу Стюдента, параметрів суміші (2.80) і помилок апроксимації $r_{M_{\text{int}}}$ – сумішшю, $r_{N_{\text{int}}}$ – нормальним розподілом.

Таблиця 2.3. Параметри суміші і помилки апроксимації

ν	σ^2	γ_4	γ_6	d_1	d_2	σ_1^2	σ_2^2	$r_{M\text{int}}$	$r_{N\text{int}}$
7	1,4	2	80	0,990	0,010	1,285	12,72	0,043	0,058
15	1,154	0,546	2,424	0,861	0,139	0,956	2,377	0,006	0,025
50	1,042	0,130	0,119	0,700	0,300	0,899	1,373	$4 \cdot 10^{-4}$	0,007

З рис. 2.3 і табл. 2.3 випливає, що суміш розподілів (2.80) краще апроксимує розподіл Стюдента в порівнянні з нормальним розподілом.

Апроксимація відрізком ортогональних рядів. Нехай $p_n(x)$ – апроксимація неперервної щільності імовірностей $p(x)$,

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \varphi_k(x). \quad (2.86)$$

Припустимо, що щільність імовірностей $p(x)$, $x \in [a, b]$, задовольняє умові

$$\int_a^b p^2(x) \rho(x) dx < \infty,$$

де функція $\rho(x)$, яка називається *ваговою*, задовольняє умовам:

$$1) \rho(x) \geq 0; \quad 2) \int_a^b \rho(x) dx < \infty.$$

Припустимо, що базисні функції $\varphi_k(x)$ в формулі (2.86) ортогональні з вагою $\rho(x)$, тобто

$$\int_a^b \varphi_k(x) \varphi_l(x) \rho(x) dx = \begin{cases} 0, & k \neq l; \\ \int_a^b \varphi_k^2(x) \rho(x) dx = \|\varphi_k\|^2, & k = l, \end{cases}$$

де межі інтегрування можуть бути скінченними або нескінченними.

За сформульованих умов помилка апроксимації ε , яка визначена у вигляді

$$\varepsilon^2 = \int_a^b [p(x) - p_n(x)]^2 \rho(x) dx,$$

буде мінімальною, якщо коефіцієнти c_k апроксимації (2.86) дорівнюють

$$c_k = \|\varphi_k\|^{-2} \int_a^b \varphi_k(x) p(x) \rho(x) dx . \quad (2.87)$$

Коефіцієнти c_k , які визначаються за формулою (2.87), є коефіцієнтами ряду Фур'є

$$p(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \varphi_k(x), \quad (2.88)$$

а формула (2.86) – часткова сума цього ряду.

Практичне використання формул (2.86) і (2.87) обмежене, оскільки для знаходження коефіцієнтів c_k необхідно знати щільність імовірностей $p(x)$.

Цього можна уникнути, використовуючи замість ряду (2.88) ряд з ваговою функцією $\rho(x)$ [16, 25, 36]

$$p(x) = \rho(x) \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{c}_k \varphi_k(x), \quad (2.89)$$

в якому базисні функції $\varphi_k(x)$ є поліномами, тобто

$$\varphi_k(x) = \sum_{j=0}^k h_{kj} x^j,$$

де h_{kj} – дійсні числа, які однозначно визначаються ваговою функцією $\rho(x)$.

В цьому випадку коефіцієнти \tilde{c}_k подання (2.89) виражаються через початкові моменти α_s досліджуваної випадкової величини ξ

$$\tilde{c}_k = \|\varphi_k\|^{-2} \int_a^b \varphi_k(x) p(x) dx = \|\varphi_k\|^{-2} \sum_{j=0}^k h_{kj} \alpha_j$$

і ряд (2.89) можна представити в такому вигляді [1]

$$p(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j Q_j(x), \quad (2.90)$$

де $Q_j(x) = \rho(x) \sum_{k=j}^{\infty} \|\varphi_k\|^{-2} \varphi_k(x) h_{kj}$, $j = 0, 1, 2, \dots$

На практиці в формулі (2.89) використовується часткова сума зі скінченною кількістю складових до n -го порядку, тобто

$$p_n(x) = \rho(x) \sum_{k=0}^n \tilde{c}_k \varphi_k(x). \quad (2.91)$$

У формулі (2.91) як базисні функції найчастіше використовуються поліноми Ерміта, рідко – поліноми Лагерра, практично не використовуються поліноми Якобі. Докладніше використання ортогональних поліномів для знаходження щільності імовірностей розглянуте в Додатку В.

Конкретизуємо формулу (2.91), використовуючи поліноми Ерміта [16]. В цьому випадку

$$\varphi_k(x) = H_k(x) = (-1)^k e^{x^2/2} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x^2/2}),$$

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \quad x \in (-\infty; \infty).$$

Поліноми Ерміта використовуються в ряді Грама – Шарльє і його модифікації – ряді Еджворта [16].

Ряди Грама – Шарльє відрізняються між собою кількістю складових, які враховуються, ряди Еджворта – порядком врахування складових коефіцієнтів розкладення відносно n .

Наведемо декілька рядів за поліномами Ерміта [3].

1. Ряд Грама – Шарльє із врахуванням до четвертого члена:

$$p_1(x) = \rho(x) \left[1 + \frac{\gamma_3}{3!} H_3(x) + \frac{\gamma_4}{4!} H_4(x) \right];$$

2. Ряд Грама – Шарльє із врахуванням до п'ятого члена:

$$p_2(x) = p_1(x) + \rho(x) \left[\frac{\gamma_5}{5!} H_5(x) \right];$$

3. Ряд Грама – Шарльє із врахуванням до шостого члена:

$$p_3(x) = p_2(x) + \rho(x) \left[\frac{\gamma_6 + 10\gamma_3^2}{6!} H_6(x) \right];$$

4. Ряд Еджворта з врахуванням коефіцієнтів до порядку $1/n$:

$$p_4(x) = p_1(x) + \rho(x) \left[\frac{10\gamma_3^2}{6!} H_6(x) \right];$$

5. Ряд Еджворта з врахуванням коефіцієнтів до порядку $\frac{1}{n^{3/2}}$:

$$p_5(x) = p_4(x) + \rho(x) \left[\frac{\gamma_5}{5!} H_5(x) + \frac{35\gamma_3\gamma_4}{7!} H_7(x) + \frac{280\gamma_3^3}{9!} H_9(x) \right];$$

6. Ряд Еджворта з врахуванням коефіцієнтів до порядку $\frac{1}{n^2}$:

$$p_6(x) = p_5(x) + \rho(x) \left[\frac{\gamma_6}{6!} H_6(x) + \frac{35\gamma_4^2 + 56\gamma_3\gamma_5}{8!} H_8(x) + \frac{2100\gamma_3^2\gamma_4}{10!} H_{10}(x) + \frac{15400\gamma_3^4}{12!} H_{12}(x) \right].$$

У всіх наведених формулах γ_s – кумулянтні коефіцієнти, $\gamma_s = \kappa_s \kappa_2^{-s/2}$.

Проілюструємо використання рядів Грама – Шарльє та рядів Еджворта на прикладі апроксимації щільності імовірностей розподілу Стьюдента (2.85).

Оскільки щільність імовірностей розподілу Стьюдента – парна функція, то всі кумулянтні коефіцієнти γ_s непарного порядку із рядів Грама – Шарльє та Еджворта дорівнюють нулю, тому $p_1(y) = p_2(y) = p_4(y) = p_5(y)$.

Для визначення якості апроксимації використаємо інтегральну помилку

$$r_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |p(x) - p_k(x)| dx. \quad (2.92)$$

На рис. 2.4 наведені графіки щільності імовірностей розподілу Стьюдента та її апроксимації рядами $p_1(x) - p_6(x)$, а в табл. 2.4 – значення помилок апроксимації (2.92).

Із рис 2.4 видно, що при $\nu=7$ ряди $p_3(y)$ і $p_6(y)$ мають значні від'ємні значення і відповідно великі помилки апроксимації (див. табл. 2.4), тому не можуть використовуватися для ап-

роксимації. Це пояснюється великим значенням γ_6 , а головне тим, що всі парні кумулянтні коефіцієнти, починаючи з γ_8 , не існують. При зростанні ν помилки апроксимації (2.79) всіма рядами $p_1(x) - p_6(x)$ зменшуються, що пояснюється зменшенням кумулянтних коефіцієнтів. З табл. 2.4 видно, що при великих значеннях параметра ν найкращу апроксимацію забезпечує $p_6(x)$.

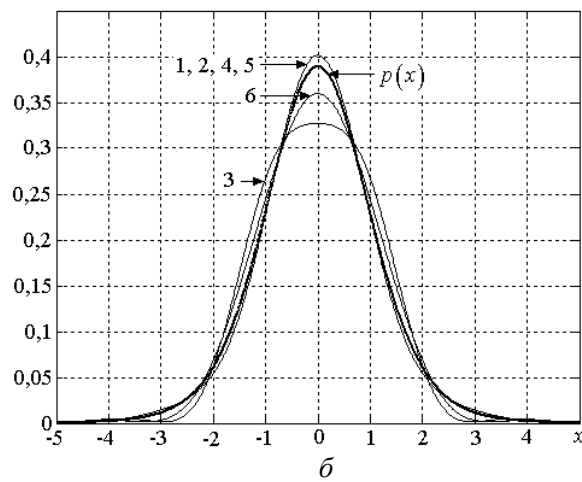
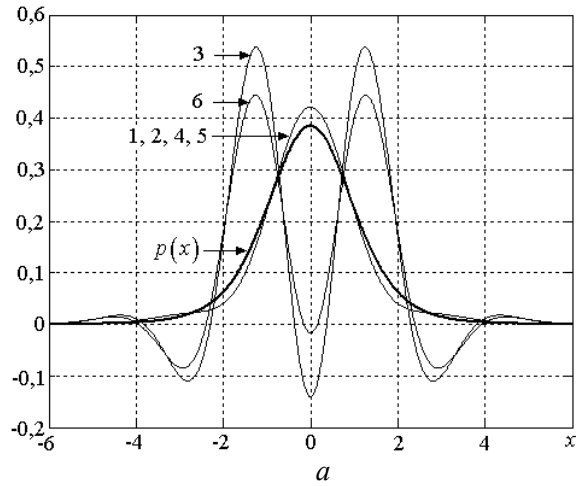


Рис. 2.4. Графіки щільностей імовірностей: $p(x)$ – розподілу Стьюдента ($a - \nu = 7$, $b - \nu = 10$); 1–6 – рядів $p_1(x) - p_6(x)$

Таблиця 2.4. Помилки апроксимації

ν	γ_4	γ_6	γ_8	$r_1 = r_2 = r_4 = r_5$	r_3	r_6
7	2	80	—	0,0605	0,7200	0,5765
10	1	10	490	0,0206	0,0803	0,0438
15	0,546	2,424	35,041	0,0074	0,0178	0,0066
20	0,375	1,071	9,141	0,0038	0,0075	0,0021
25	0,286	0,602	3,644	0,0023	0,0041	0,0010

При практичному використанні рядів з ваговою функцією (2.91) для знаходження щільності імовірностей необхідний розв'язок ряду проблем, найважливішими з яких є аналіз помилок апроксимації при обмеженні числа складових ортогонального ряду та визначення умов одержання невід'ємних значень подання.

У роботі [2] досліджені співвідношення між значеннями кумулянтних коефіцієнтів, при яких забезпечується невід'ємність відрізків ортогональних рядів по поліномах Ерміта та Лагерра.

Зокрема, для ряду Грама – Шарльє

$$p_1(x) = \rho(x) \left[1 + \frac{\gamma_3}{3!} H_3(x) + \frac{\gamma_4}{4!} H_4(x) \right]$$

ця область у системі координат $(\gamma_3; \gamma_4)$ наведена на рис. 2.5.

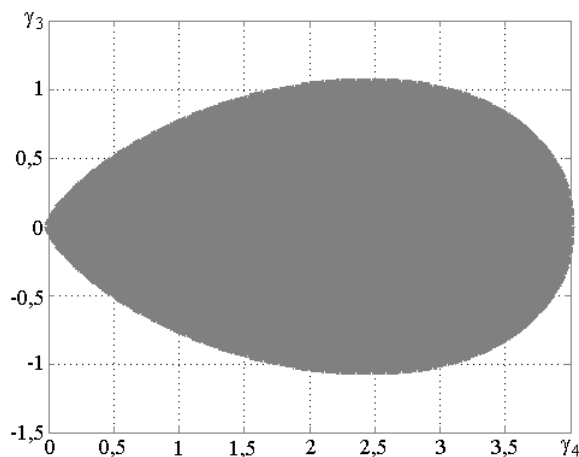


Рис. 2.5. Область невід'ємності для ряду Грама – Шарльє $p_1(x)$

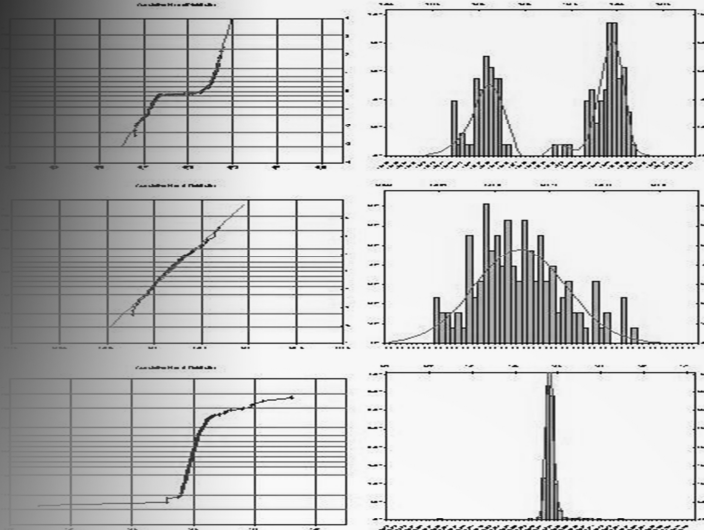
Література

1. *Берегун В. С., Красильников О. І.* Апроксимативні методи знаходження щільності імовірностей // *Електроника и связь.* – 2010. – № 4. – С. 51–55.
2. *Берегун В. С., Красильников О. І.* Дослідження областей невід’ємності ортогональних подань щільності ймовірностей // *Електроника и связь.* – 2010. – №3 (56). – С. 73–78.
3. *Берегун В. С., Красильников О. І.* Особливості використання поліномів Ерміта для ортогональних подань щільності імовірностей // *Електроника и связь.* – 2005. – № 27. – С. 34–42.
4. *Бойко И. Ф., Марченко Б. Г.* Анализ нелинейных преобразований сигналов в системах диагностики с использованием стохастических ортогональных разложений – К.: 1987. – 57 с. – (Препринт / АН УССР, Ин-т электродинамики; № 542).
5. *Болотин В. В.* Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
6. *Бунимович В. И.* Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах. – М.: Сов. радио, 1951. – 360 с.
7. *Вадзинский Р. Н.* Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.
8. *Волков И. К., Зуев С. М., Цветкова Г. М.* Случайные процессы: Учеб. для вузов / Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 448 с.
9. *Гихман И. И., Скороход А. В.* Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977. – 567 с.
10. *Городецкий А. Я.* Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во СПб ГПУ, 2003. – 326 с.
11. *Гутер Р. С., Кудрявцев Л. Д., Левитан Б. М.* Функции действительного переменного. Приближение функций. Почтипериодические функции. – М.: Физматгиз, 1963. – 244 с.
12. *Директор С., Рорер Р.* Введение в теорию систем: Пер. с англ. / Под ред. Н. П. Бусленко. – М.: Мир, 1974. – 464 с.
13. *Драган Я. П.* Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних досліджень екобіо-технічних систем, 1997. – 333 с.

14. *Зачепицкая Л. П.* Пуассоновские случайные процессы. Особенности простых и сложных процессов: Учеб. пособие. – Горький: Горьк. гос. ун-т, 1982. – 109 с.
15. *Королев В. Ю.* Смешанные гауссовские вероятностные модели реальных процессов. – М.: Макс Пресс, 2004. – 124 с.
16. *Кramer Г.* Математические методы статистики / Пер. с англ. А. С. Моница, А. А. Петрова; Под. ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
17. *Красильников А. И., Горовецкая Т. А.* Каноническое представление характеристической функции импульсного случайного процесса // Вестн. Киев. политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника. – 1984. – Вып.8. – С. 34–37.
18. *Красильников А. И.* Каноническое представление характеристической функции пуассоновских импульсных процессов // Электроника и связь. – 2005. – №25. – С. 33–37.
19. *Красильников А. И.* Модели шумовых сигналов в системах диагностики теплоэнергетического оборудования. – К.: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 2014. – 112 с.
20. *Красильников А. И.* Некоторые свойства пуассоновской спектральной функции Колмогорова линейных случайных процессов // Электроника и связь. – 2005. – № 26. – С. 23–28.
21. *Красильников А. И.* Особенности вычисления спектральной функции скачков линейных случайных процессов // Вестн. Киев. политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника. – 1987. – Вып. 11. – С. 29–32.
22. *Красильников А. И.* Представление одномерной характеристической функции линейных случайных процессов в форме А. Н. Колмогорова / Киев. политехн. ин-т. – К., 1985. – 15 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 15.10.85, № 2540 Ук-85 Деп.
23. *Красильников А. И.* Представление одномерной характеристической функции линейных случайных процессов в форме Леви // Электроника и связь. – 2001. – № 13. – С. 128–130.
24. *Красильников А. И., Пилипенко К. П.* Применение двухкомпонентной гауссовской смеси для идентификации одновершинных симметричных плотностей вероятностей // Электроника и связь. – 2008. – №5 (46). – С. 20–29.
25. *Левин Б. Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.

26. *Лозв М.* Теория вероятностей: Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1962. – 719 с.
27. *Лукач Е.* Характеристические функции: Пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 424 с.
28. *Малахов А. Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978. – 376 с.
29. *Марченко Б. Г.* Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. – К.: Наук. думка, 1973. – 192 с.
30. *Марченко Б. Г., Мыслович М. В.* Белые шумы в колебательных системах. – К., 1989. – 42 с. – (Препринт / АН УССР, Ин-т электродинамики; № 599).
31. *Марченко Б. Г., Щербак Л. Н.* Линейные случайные процессы и их приложения. – К.: Наук. думка, 1975. – 144 с.
32. *Марченко В. Б.* Ортогональные функции дискретного аргумента и их применение в геофизике / В. Б. Марченко. – К.: Наук. думка, 1992. – 210 с.
33. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. – 480 с.
34. *Михайлов Ф. А., Теряев Е. Д., Булеков В. П., Саликов Л. М., Диканова Л. С.* Динамика непрерывных линейных систем с детерминированными и случайными параметрами. – М.: Наука, 1971. – 562 с.
35. *Прикладной анализ случайных процессов / Под ред. С. А. Прохорова.* – Самара: СНЦ РАН, 2007. – 582 с.
36. *Пугачев В. С., Сеницын И. Н.* Стохастические дифференциальные системы. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
37. *Розанов Ю. А.* Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
38. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Часть I. Случайные процессы. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
39. *Светлицкий В. А.* Случайные колебания механических систем. – М.: Машиностроение, 1991. – 320 с.
40. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
41. *Яглом А. М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций. С примерами из метеорологии. – Л.: Гидрометеоздат, 1981. – 279 с.

42. *Bar-David I.* Statistics of Nonstationary Shot Processes and the Fluctuations of Detected Signals // Proc. IEEE. – 1968. – Vol. 56, № 12. – P. 2167–2168.
43. *Gilbert E., Pollak H.* Amplitude Distribution of Shot Noise // Bell Syst. Techn. Journ. – 1960. – Vol. 39, № 2. – P. 333–350.
44. *Lugannani R.* On a Class of Stochastic Processes which Are Closed under Linear Transformations // Inform. and Contr. – 1967. – № 10. – P. 1–21.
45. *Rice S. O.* Mathematical analysis of random noise // Bell Syst. Techn. Journ. – 1944. – 23(3). – P. 282–332; 1945 – 24(1). – P. 282–332.
46. *Souček B.* Distribution Function for Output of Certain Linear Filters for Random Input Events // Journal of Electronics and Controls. – 1964. – Vol. 16, № 1. – P. 81–90.
47. *Wolff S., Gastwirth J.* On Probability Distributions for Filtered White Noise // IEEE Trans. on Inform. Theory. – 1967. – Vol. IT-13, № 3. – P. 481–484.



МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ СТАТИСТИЧНОГО ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

3

- 3.1. Основні поняття та визначення математичної статистики
- 3.2. Оцінювання моментів і кумулянтів
- 3.3. Оцінювання щільності ймовірностей
- 3.4. Оцінювання кореляційних функцій
- 3.5. Оцінювання спектральних характеристик
- 3.6. Комп'ютерне моделювання інформаційних сигналів

3.1. Основні поняття та визначення математичної статистики

Важливим джерелом інформації про стан працюючих вузлів і елементів теплоенергетичного обладнання є шумові та ритмічні сигнали, а діагностичними параметрами – імовірнісні характеристики цих сигналів, до яких відносяться моментні і кумулянтні функції, спектральна щільність, щільність імовірностей та ін.

Визначення технічного стану будь-якого об'єкту здійснюється засобами технічного діагностування [26], які являють собою відповідну апаратуру та програми для обчислення і аналізу діагностичних параметрів.

Сучасні системи технічного діагностування [8, 15] базуються на методах математичної статистики, насамперед на методах статистичного оцінювання та статистичної перевірки гіпотез. Зупинимось на необхідних поняттях і визначеннях.

Статистичне оцінювання [1, 3, 9, 17]. Нехай досліджувана величина ξ – неперервна випадкова величина із щільністю імовірностей $p_\xi(x)$, а θ – інформативний параметр. Моделлю експерименту, проведеного N разів, є випадкова вибірка $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ об'ємом N із щільністю імовірностей $p_\xi(x_1, \dots, x_N)$. Зазвичай передбачається, що елементи вибірки ξ_k незалежні та мають однакові розподіли, що збігаються з розподілом величини ξ . Тоді щільність імовірностей $p_\xi(x_1, \dots, x_N)$ випадкової вибірки дорівнює

$$p_\xi(x_1, \dots, x_N) = \prod_{k=1}^N p_\xi(x_k).$$

Експериментальне отримання інформативного параметра θ здійснюється по випадковій вибірці $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ методами статистичного оцінювання, які розділяють на точкове та інтервальне оцінювання. Результатом точкового оцінювання є деяке число $\hat{\theta}$, яке приймається як значення параметра θ . Результатом інтервального оцінювання є числа $\hat{\theta}_1$ і $\hat{\theta}_2$, що визначають інтервал, в якому перебуває оцінюваний параметр θ . Наведемо основні означення статистичного оцінювання.

Точковою оцінкою $\hat{\theta}$ параметра θ називається деяка функція результатів спостережень $\hat{\theta} = \theta(\xi_1, \dots, \xi_N)$. Для знаходження точкових оцінок невідомих параметрів найчастіше використовується метод максимальної правдоподібності, метод моментів і метод найменших квадратів.

Оцінка $\hat{\theta}$ є функцією випадкових величин, тому також є випадковою величиною, яка як правило неперервна і має щільність імовірностей $p_{\hat{\theta}}(y)$, математичне сподівання $\mathbf{M}[\hat{\theta}]$ і дисперсію $\mathbf{D}[\hat{\theta}]$.

Для одного параметру θ можна одержати різні оцінки $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_L$, $k = \overline{1, L}$. В математичній статистиці критерії вибору тієї чи іншої оцінки базуються на перевірці основних властивостей оцінок – незміщеності, слушності та ефективності.

Оцінка $\hat{\theta}$ параметра θ називається *незміщеною*, якщо її математичне сподівання дорівнює θ незалежно від об'єму вибірки N , тобто

$$\mathbf{M}[\hat{\theta}] = \theta.$$

Якщо наведена умова не виконується, то оцінка $\hat{\theta}$ є *зміщеною*, а величина

$$b(\hat{\theta}) = \mathbf{M}[\hat{\theta}] - \theta$$

називається *зміщенням оцінки*. Якщо при збільшенні об'єму вибірки N зміщення прямує до нуля, то оцінка є *асимптотично незміщеною*.

Оцінка $\hat{\theta}$ називається *слушною*, якщо при збільшенні об'єму вибірки N вона прямує до параметра θ по імовірності, тобто

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{P} \left\{ \left| \hat{\theta} - \theta \right| \leq \varepsilon \right\} = 1.$$

Критерієм слушності є виконання умови

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{D}[\hat{\theta}] = 0.$$

Оцінка $\hat{\theta}$ називається *ефективною*, якщо при фіксованому об'ємі вибірки N вона має найменшу дисперсію серед всіх можливих оцінок $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_L$, тобто

$$\mathbf{D}[\hat{\theta}] = \min_k \mathbf{D}[\hat{\theta}_k].$$

Для аналізу помилок оцінювання в загальному випадку необхідно знати щільність імовірностей $p_{\hat{\theta}}(y)$ оцінки $\hat{\theta}$, а в найпростіших випадках можна обмежитися її математичним сподіванням і дисперсією.

Зокрема, для характеристики якості оцінки $\hat{\theta}$ в технічних задачах використовується середня квадратична помилка оцінювання [4]

$$\varepsilon = \left(\mathbf{M}[\hat{\theta} - \theta]^2 \right)^{1/2} = \left\{ \mathbf{D}[\hat{\theta}] + b^2(\hat{\theta}) \right\}^{1/2}, \quad (3.1)$$

де дисперсія $\mathbf{D}[\hat{\theta}]$ характеризує випадкову помилку оцінки, а зміщення $b(\hat{\theta})$ – її систематичну помилку. При $\theta \neq 0$ розглядається також відносна середня квадратична помилка оцінки

$$\delta = \varepsilon / \theta. \quad (3.2)$$

Інтервальною оцінкою параметра θ називається довірчий інтервал $[\hat{\theta}_1; \hat{\theta}_2]$, у якому оцінюваний параметр θ перебуває з довірчою імовірністю $\mathbf{P}\{\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2\} = p_\varepsilon$. Як правило імовірність p_ε приймається рівною 0,9; 0,95 або 0,99.

Довірчий інтервал випадковий як за своїм розташуванням, так і за своєю довжиною, тому мова йде про імовірність накрити деяку невідому, але не випадкову точку θ . Ширина довірчого інтервалу суттєво залежить від об'єму вибірки N (зменшується зі зростанням N) і від величини довірчої імовірності p_ε (збільшується з наближенням p_ε до одиниці).

Межі $\hat{\theta}_1$ і $\hat{\theta}_2$ довірчого інтервалу є деякими точковими оцінками $\hat{\theta}_1 = \theta_1(\xi_1, \dots, \xi_N)$ і $\hat{\theta}_2 = \theta_2(\xi_1, \dots, \xi_N)$. Часто ці межі можна прийняти симетричними і визначити на підставі точкової оцінки $\hat{\theta}$ наступним чином: $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta} - \varepsilon$, $\hat{\theta}_2 = \hat{\theta} + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. Тоді довірча імовірність p_ε визначається виразом

$$p_\varepsilon = \mathbf{P}\{\hat{\theta} - \varepsilon \leq \theta < \hat{\theta} + \varepsilon\} = \mathbf{P}\{\theta - \varepsilon \leq \hat{\theta} < \theta + \varepsilon\} = F_{\hat{\theta}}(\theta + \varepsilon) - F_{\hat{\theta}}(\theta - \varepsilon).$$

Таким чином, для знаходження помилок оцінювання необхідно знати щільність імовірностей $p_{\hat{\theta}}(y)$ оцінки $\hat{\theta}$, яку в загальному випадку можна знайти з формули

$$p_{\hat{\theta}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi}(y, x_2, \dots, x_N) |\mathbf{I}| dx_2 \dots dx_N, \quad (3.3)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{N-1}$

де $y = \theta^{-1}(x_1, \dots, x_N)$ – обернена функція; \mathbf{I} – якобіан перетворення.

Як правило, точне знаходження щільності імовірностей $p_{\hat{\theta}}(y)$ за формулою (3.3) не є можливим, однак у багатьох практичних задачах можна припускати, що оцінки $\hat{\theta}$ мають гауссівський розподіл з параметрами $\mathbf{M}[\hat{\theta}]$ і $\mathbf{D}[\hat{\theta}]$. Якщо таке припущення виявляється невірним, для одержання щільності імовірностей $p_{\hat{\theta}}(y)$ необхідно використовувати наближені методи.

Ергодичні випадкові процеси [4, 18, 29]. Розглянемо загальні принципи оцінки параметрів і характеристик випадкових процесів. Нехай досліджується випадковий процес $\xi(t)$, що має щільність імовірностей $p_{\xi}(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$, а $\theta(t)$ – інформативна характеристика. Експеримент полягає в одержанні на інтервалі $t \in [0; T]$ N реалізацій процесу $\xi(t)$, на основі яких оцінюється характеристика $\theta(t)$. Моделлю такого експерименту є векторний випадковий процес $\xi(t) = \{\xi_1(t), \dots, \xi_N(t)\}$, компоненти якого $\xi_k(t)$ незалежні і мають однакові розподіли, які збігаються з розподілом процесу $\xi(t)$.

Точковою оцінкою $\hat{\theta}(t)$ характеристики $\theta(t)$ є деяка випадкова функція

$$\hat{\theta}(t) = \theta\{\xi_1(t), \dots, \xi_N(t)\}.$$

Таким чином, в загальному випадку для одержання оцінок параметрів і характеристик випадкового процесу як вихідні дані

необхідно мати у своєму розпорядженні ансамбль його реалізацій.

Зокрема, оцінка математичного сподівання дорівнює

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_k(t).$$

Однак багато випадкових процесів, що зустрічаються в практичних задачах, є ергодичними, для яких оцінка характеристики по ансамблю реалізацій збігається з оцінкою, отриманою по одній реалізації.

Ергодичні процеси є підмножиною класу стаціонарних у вузькому сенсі випадкових процесів, а умови ергодичності різні для різних імовірнісних характеристик процесу і встановлюються на підставі властивостей точкових оцінок, які розглянуті вище.

Конкретизуємо умови ергодичності стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ відносно математичного сподівання. Оцінка математичного сподівання випадкового процесу по одній реалізації визначається за формулою [4, 29]

$$\hat{m} = \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt. \quad (3.4)$$

Процес $\xi(t)$ є ергодичним, якщо при необмеженому зростанні часу спостереження T оцінка (3.4) прямує до теоретичного значення m . Інакше кажучи, оцінка математичного сподівання ергодичного процесу повинна бути незміщеною та слушною. Математичне сподівання і дисперсія оцінки (3.4) дорівнюють

$$\mathbf{M}[\hat{m}] = \mathbf{M} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt \right] = m; \quad (3.5)$$

$$\mathbf{D}[\hat{m}] = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{\xi}(\tau) d\tau. \quad (3.6)$$

З формули (3.5) видно, що оцінка (3.4) є незміщеною, а з формули (3.6) випливає умова слушності оцінки (3.4), яка одночасно є необхідною і достатньою умовою ергодичності стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ відносно його математичного сподівання:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{\xi}(\tau) d\tau = 0. \quad (3.7)$$

В багатьох практичних задачах для перевірки ергодичності замість перевірки умови (3.7) можна використовувати більш прості достатні умови

$$R_{\xi}(\tau) \rightarrow 0 \text{ при } \tau \rightarrow \pm\infty; \quad \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T R_{\xi}(\tau) d\tau = 0. \quad (3.8)$$

Відзначимо, що більшість флуктуаційних сигналів задовольняють умовам (3.8).

При знаходженні оцінок інформативних характеристик і параметрів випадкових процесів на сьогоднішній день використовуються *цифрові методи*. Тому досліджуваний ергодичний процес $\xi(t)$, який спостерігається на інтервалі $[0; T]$, зазнає дискретизації з кроком T_d , в результаті чого отримуємо N відліків $\xi_k = \xi(t_k)$, де $t_k = kT_d$, $k = \overline{0, N-1}$.

Крок дискретизації T_d визначається верхньою частотою f_a процесу $\xi(t)$ і, як правило, знаходиться за формулою $T_d = 1/f_d$, де $f_d = 2f_a$. Таким чином, надалі будемо розглядати ергодичні випадкові процеси, для яких моделлю експерименту є випадкова вибірка $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$.

Статистична перевірка гіпотез [1, 3, 9, 17]. Нехай ξ – досліджувана неперервна випадкова величина із щільністю імовірностей $p_{\xi}(x)$, θ – невідомий інформативний параметр, $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ – випадкова вибірка об'єму N , $\hat{\theta}$ – оцінка параметра θ .

Статистичною перевіркою гіпотез називають перевірку будь-якого припущення щодо імовірнісних характеристик випадкових величин, які спостерігаються в експерименті. Припущення в статистиці називається гіпотезою, позначається H і може стосуватись вигляду розподілу випадкової величини, що спостерігається, її параметрів, числових характеристик – моментів, кумулянтів та ін.

Нульовою гіпотезою H_0 називається основна (висунена) гіпотеза, яка полягає в порівнянні параметра θ з деяким відомим значенням. Нульова гіпотеза зазвичай стверджує, що відмінність між порівнюваними величинами відсутня, а наявні відхилення обумовлені випадковим характером оцінки $\hat{\theta}$.

Альтернативною (конкуруючою) називається гіпотеза H_1 , яка приймається в тому випадку, коли нульова гіпотеза H_0 відхиляється. Альтернативних гіпотез може бути одна або більше, наприклад, $H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta = \theta_1$ або $\theta \neq \theta_0$. Вибір тієї чи іншої альтернативної гіпотези визначається конкретною постановкою задачі.

Гіпотеза називається *простою*, якщо вона припускає, що параметр θ приймає тільки одне значення, наприклад, $H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta = \theta_1$. Гіпотеза називається *складною*, якщо вона припускає, що параметр θ приймає скінченну чи зліченну кількість значень, наприклад, $H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta \neq \theta_0$ або $H_1: \theta > \theta_0$.

Параметричною називається гіпотеза, якщо закон розподілу випадкової величини ξ передбачається відомим і перевіряються припущення щодо значень його параметрів. *Непараметричною* називається гіпотеза, якщо закон розподілу випадкової величини ξ невідомий, а висновки, зроблені на основі непараметричної гіпотези, не залежать від невідомого теоретичного закону розподілу випадкової величини ξ або його параметрів.

Прийняття рішення на підставі статистичної перевірки гіпотез завжди супроводжується помилками двох видів. *Помилкою першого роду* називається помилка відхилення вірної нульової гіпотези. Імовірність помилки першого роду позначається $P(H_1|H_0) = \alpha$. *Помилкою другого роду* називається помилка неправильного прийняття нульової гіпотези. Імовірність помилки другого роду позначається $P(H_0|H_1) = \beta$. Імовірності α і β при фіксованому об'ємі вибірки N залежать від дійсного значення параметра θ , якщо ж об'єм вибірки необмежено збільшувати, то є принципова можливість одержання як завгодно малих імовірностей обох помилок α і β .

Статистичним критерієм називається правило, згідно з яким гіпотеза H_0 , що перевіряється, приймається або відхиляється. Статистичний критерій встановлює, при яких результатах випадкової вибірки гіпотеза, що перевіряється, приймається, а при яких – відхиляється. Для побудови статистичного критерію використовується *статистика критерію*, тобто деяка статистика $T(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$, за значеннями якої можна судити про прийняття або відхилення гіпотези H_0 . Зокрема, статистикою критерію є оцінка $\hat{\theta} = \theta(\xi_1, \dots, \xi_N)$ параметра θ . Часто статистика критерію має деякий відомий розподіл. Значення статистики критерію, при яких гіпотеза H_0 відхиляється, утворюють *критичну область* гіпотези, що перевіряється.

При побудові критерію бажано скоротити до мінімуму імовірності помилок першого і другого роду, однак зробити це неможливо. Характеристиками якості статистичного критерію перевірки гіпотез служать рівень значущості і потужність статистичного критерію.

Рівень значущості α – це імовірність відхилення вірної гіпотези H_0 , тобто імовірність помилки першого роду. Значення α зазвичай вибирається з ряду 0,005; 0,01; 0,05; 0,1; в технічних задачах, як правило, приймається $\alpha = 0,05$.

Потужністю критерію називається імовірність $M = 1 - \beta$ недопущення помилки другого роду. Із двох критеріїв, що характеризуються однією і тією ж імовірністю α , слід обирати той, який має більшу потужність M (меншу помилку β).

Для статистичної перевірки гіпотез необхідно виконати такі дії.

1. Сформулювати гіпотези H_0 і H_1 .
2. Визначити статистику критерію – оцінку $\hat{\theta} = \theta(\xi_1, \dots, \xi_N)$ параметру θ .
3. Задати рівень значущості статистичного критерію α і визначити критичну область для гіпотези H_0 , що перевіряється.
4. Одержати реалізацію випадкової вибірки $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$.
5. Підставити у функцію $\hat{\theta} = \theta(\xi_1, \dots, \xi_N)$ реалізацію випадкової вибірки.

6. Якщо значення оцінки $\hat{\theta}$ потрапляють у критичну область, то гіпотеза H_0 не відповідає експериментальним даним і повинна бути відхилена.

Загальна модель контролю і діагностики. В процесі експлуатації вузли і елементи працюючого теплоенергетичного обладнання перебувають в одному з семи можливих технічних станів (ГОСТ 27.002–89) – справному; працездатному; правильного функціонування; граничному; неправильного функціонування; непрацездатному; несправному.

Задача технічного діагностування, в загальному випадку, полягає в наступному. Позначимо через $\mathbf{S} = (S_0, S_1, \dots, S_m)$ – вектор можливих станів об'єкту. Нехай $\xi(t)$ – випадковий процес, який супроводжує роботу об'єкту і є джерелом інформації про його стан. Імовірнісні характеристики процесу $\xi(t)$ – набір діагностичних параметрів $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, значення яких дозволяють визначити конкретний технічний стан S_k .

Позначимо через Θ область усіх можливих значень діагностичних параметрів, а через $\Theta_0, \Theta_1, \dots, \Theta_m$ – не порожні області значень діагностичних параметрів, відповідні можливим станам об'єкту діагностування і які задовольняють умовам:

$$\Theta_k \cap \Theta_l = \emptyset, \quad \bigcup_{k=0}^m \Theta_k = \Theta.$$

Вектор \mathbf{S} можливих станів об'єкту відображається в область Θ значень діагностичних параметрів, причому для однозначного розв'язку задачі визначення технічного стану це відображення повинне бути взаємно однозначним.

Нехай $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ – невідомий діагностичний параметр, а $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ – випадкова вибірка. Необхідно аналізуючи оцінки $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}(\xi_1, \dots, \xi_N)$ прийняти рішення, якій саме множині Θ_k належить невідомий параметр $\boldsymbol{\theta}$. В цьому випадку маємо k гіпотез, які є припущеннями про те, що параметр $\boldsymbol{\theta}$ належить множині Θ_k , тобто $H_k: \boldsymbol{\theta} \in \Theta_k, k = \overline{0, m}$. Очевидно, що справедливою є тільки одна з k гіпотез, всі інші є помилковими.

Таким чином, загальна процедура прийняття рішення про технічний стан об'єкту діагностування полягає в наступному. Якщо значення вектору θ діагностичних параметрів потрапили в область Θ_k , то приймається рішення про те, що об'єкт перебуває в стані S_k .

Зокрема, задача контролю зводиться до перевірки нульової гіпотези H_0 , що полягає, наприклад, у тому, що обладнання, яке діагностується, перебуває в справному стані. Тоді $H_0: \theta \in \Theta_0$; $H_1: \theta \notin \Theta_0$. У випадку відхилення гіпотези H_0 приймається альтернативна гіпотеза H_1 – несправний стан обладнання.

Завдання діагностики полягає у визначенні одного з можливих станів S_k об'єкту діагностування. Таке завдання також може бути зведене до послідовної статистичної перевірки гіпотез, де нульова гіпотеза H_0 означає стан S_k . Тоді $H_0: \theta \in \Theta_k$; $H_1: \theta \notin \Theta_k, k = \overline{0, m}$.

3.2 Оцінювання моментів і кумулянтів

Одномірні моменти (початкові та центральні) і кумулянти шумових та ритмічних сигналів є найпростішими, але досить інформативними діагностичними параметрами, що характеризують стан вузлів теплоенергетичного обладнання.

Оцінки моментів. Якщо стаціонарний процес $\xi(t)$, який спостерігається на інтервалі $[0; T]$, має властивість ергодичності відносно математичного сподівання, то оцінку його математичного сподівання можна знайти за однією реалізацією (3.4), тобто

$$\hat{m} = \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt.$$

Якщо в ергодичного процесу $\xi(t)$ існують моменти α_s порядку s , $s = 1, 2, \dots$, то відповідні оцінки початкових $\hat{\alpha}_s$ і центральних $\hat{\mu}_s$ моментів визначаються формулами:

$$\hat{\alpha}_s = \frac{1}{T} \int_0^T \xi^s(t) dt; \quad \hat{\mu}_s = \frac{1}{T} \int_0^T [\xi(t) - \hat{m}]^s dt.$$

В процесі цифрової обробки, досліджуваний ергодичний процес $\xi(t)$ зазнає дискретизації з кроком T_d , в результаті чого отримуємо вибірку ξ_1, \dots, ξ_N об'ємом N , і формули для оцінок початкових $\hat{\alpha}_s$ і центральних $\hat{\mu}_s$ моментів порядку s мають вигляд:

$$\hat{\alpha}_s = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_k^s; \quad \hat{\mu}_s = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\xi_k - \hat{\alpha}_1)^s, \quad (3.9)$$

де $\hat{\alpha}_1 = \hat{m}$ – оцінка математичного сподівання.

Розглянемо властивості оцінок (3.9), вважаючи елементи вибірки ξ_1, \dots, ξ_N незалежними однаково розподіленими випадковими величинами.

Математичне сподівання і дисперсія оцінок $\hat{\alpha}_s$ і $\hat{\mu}_s$ відповідно дорівнюють [12]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[\hat{\alpha}_s] &= \alpha_s; \quad \mathbf{M}[\hat{\mu}_s] = \mu_s + O(N^{-1/2}); \quad \mathbf{D}[\hat{\alpha}_s] = \frac{\alpha_{2s} - \alpha_s^2}{N}; \\ \mathbf{D}[\hat{\mu}_s] &= \mu_2(\hat{\mu}_s) = \frac{\mu_{2s} - 2s\mu_{s-1}\mu_{s+1} - \mu_s^2 + s^2\mu_2\mu_{s-1}^2}{N} + O(N^{-2}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

де $O(N^{-2})$ – величина того ж порядку що і N^{-2} .

З формули (3.10) випливає, що оцінки початкових α_s і центральних μ_s моментів є асимптотично незміщеними і слухними. Середні квадратичні помилки оцінок моментів дорівнюють

$$\begin{aligned} \varepsilon(\hat{\alpha}_s) &= \sqrt{\frac{\alpha_{2s} - \alpha_s^2}{N}}; \\ \varepsilon(\hat{\mu}_s) &= \sqrt{\frac{\mu_{2s} - 2s\mu_{s-1}\mu_{s+1} - \mu_s^2 + s^2\mu_2\mu_{s-1}^2}{N}}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Відносні помилки оцінювання початкових і центральних моментів, що не дорівнюють нулю, з урахуванням (3.11) приймуть вигляд

$$\begin{aligned}\delta(\hat{\alpha}_s) &= \frac{1}{\alpha_s} \sqrt{\frac{\alpha_{2s} - \alpha_s^2}{N}}; \\ \delta(\hat{\mu}_s) &= \frac{1}{\mu_s} \sqrt{\frac{\mu_{2s} - 2s\mu_{s-1}\mu_{s+1} - \mu_s^2 + s^2\mu_2\mu_{s-1}^2}{N}}.\end{aligned}\quad (3.12)$$

З формул (3.12) визначимо мінімальні об'єми вибірок N_{\min} , при яких забезпечується задана відносна помилка оцінювання відповідного моменту s -го порядку

$$N_{\min}(\hat{\alpha}_s) = \frac{\alpha_{2s} - \alpha_s^2}{[\delta(\hat{\alpha}_s)\alpha_s]^2}; \quad N_{\min}(\hat{\mu}_s) = \frac{\mu_{2s} - 2s\mu_{s-1}\mu_{s+1} - \mu_s^2 + s^2\mu_2\mu_{s-1}^2}{[\delta(\hat{\mu}_s)\mu_s]^2}.$$

Оцінки кумулянтів. Згідно з роботою [12] кумулянти визначаються за наступною формулою:

$$\kappa_s = \left. \frac{d^s \ln f(u)}{i^s du^s} \right|_{u=0},$$

де $f(u)$ – характеристична функція, $i = \sqrt{-1}$.

Вирази для оцінок кумулянтів одержують на основі їх зв'язку з моментами [11], зокрема оцінки перших чотирьох кумулянтів мають вигляд

$$\begin{aligned}\hat{\kappa}_1 &= \hat{m}; & \hat{\kappa}_2 &= \hat{\mu}_2; \\ \hat{\kappa}_3 &= \hat{\mu}_3; & \hat{\kappa}_4 &= \hat{\mu}_4 - 3\hat{\mu}_2^2.\end{aligned}\quad (3.13)$$

Математичні сподівання оцінок кумулянтів дорівнюють [12]

$$\begin{aligned}\mathbf{M}[\hat{\kappa}_1] &= \kappa_1; \\ \mathbf{M}[\hat{\kappa}_2] &= \frac{N-1}{N} \kappa_2; \\ \mathbf{M}[\hat{\kappa}_3] &= \frac{(N-1)(N-2)}{N^2} \kappa_3; \\ \mathbf{M}[\hat{\kappa}_4] &= \frac{(N-1)(N^2-6N+6)}{N^3} \kappa_4 - 6 \frac{(N-1)}{N^2} \kappa_2^2.\end{aligned}\quad (3.14)$$

Дисперсії оцінок кумулянтів κ_s , $s = \overline{1, 3}$, на підставі виразів (3.13) дорівнюють дисперсіям оцінок відповідних моментів $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\mu}_2$, $\hat{\mu}_3$, визначених формулою (3.10), а дисперсія оцінки четвертого кумулянту дорівнює [5]

$$\mathbf{D}[\hat{\kappa}_4] = \frac{40\mu_2\mu_3^2 - 6\mu_2\mu_6 + 6\mu_2^2\mu_4 + 36\mu_2\mu_4 - 36\mu_2^3 + \mu_8 - 8\mu_3\mu_5 - \mu_4^2}{N}. \quad (3.15)$$

З формул (3.14) випливає, що оцінки кумулянтів є асимптотично незміщеними, а з формул (3.10), (3.15) – слушними.

Оцінки коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. В практичних задачах часто зручно оперувати безрозмірними кумулянтними коефіцієнтами γ_s , $\gamma_s = \kappa_s \kappa_2^{-s/2}$.

На сьогоднішній день з усіх кумулянтних коефіцієнтів найчастіше використовуються коефіцієнти асиметрії γ_3 та ексцесу γ_4 . Зокрема, ці коефіцієнти є простими і зручними числовими характеристиками, що показують ступінь відмінності досліджуваного розподілу від гауссівського, для якого $\gamma_s = 0$ при $s \geq 3$. На основі коефіцієнтів γ_3 і γ_4 проводиться вибір апроксимуючих щільностей імовірностей із систем розподілів Пірсона [22] і Джонсона [27].

Оцінки коефіцієнтів асиметрії γ_3 і ексцесу γ_4 знаходять за формулами

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\mu}_2^{3/2}}, \quad \hat{\gamma}_4 = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2} - 3, \quad (3.16)$$

де $\hat{\mu}_s$ – оцінки центральних моментів (3.9). Математичні сподівання і дисперсії оцінок (3.16) дорівнюють [12]:

$$\mathbf{M}[\hat{\gamma}_s] = \gamma_s, \quad \mathbf{D}[\hat{\gamma}_s] = \frac{c_s}{N}, \quad s = 3, 4,$$

де коефіцієнти c_3 , c_4 визначені виразами [5]

$$c_3 = M_6 - 3M_3M_5 - 6M_4 + \frac{9}{4}M_3^2M_4 + \frac{35}{4}M_3^2 + 9;$$

$$c_4 = M_8 - 4M_4M_6 - 8M_3M_5 + 4M_4^3 - M_4^2 + 16M_3^2M_4 + 16M_3^2,$$

$$M_s = \mu_s \mu_2^{-s/2}.$$

Оцінки коефіцієнтів γ_3 та γ_4 є незміщеними і слухними, а середні квадратичні (3.1) помилки оцінювання дорівнюють

$$\varepsilon(\hat{\gamma}_s) = \sqrt{\mathbf{D}[\hat{\gamma}_s]} = \sqrt{\frac{c_s}{N}}, \quad s = 3, 4, \quad (3.17)$$

і при фіксованому N залежать тільки від коефіцієнтів c_s .

Відносні помилки (3.2) оцінювання коефіцієнтів γ_3 та γ_4 , що не дорівнюють нулю, при фіксованому об'ємі вибірки N визначаються формулою

$$\delta(\hat{\gamma}_s) = \frac{\varepsilon(\hat{\gamma}_s)}{\gamma_s} = \frac{1}{\gamma_s} \sqrt{\mathbf{D}[\hat{\gamma}_s]} = \frac{1}{\gamma_s} \sqrt{\frac{c_s}{N}}, \quad s = 3, 4. \quad (3.18)$$

З формули (3.18) можна визначити мінімальний об'єм вибірки N_{\min} , при якому забезпечуються задані відносні помилки

$$\delta(\hat{\gamma}_s) = \delta$$

$$N_{\min} = c_s (\delta \gamma_s)^{-2}. \quad (3.19)$$

Аналіз середніх квадратичних помилок оцінювання кумулянтних коефіцієнтів п'ятого і шостого порядків детально проведений в роботі [6].

Аналіз типових розподілів. В табл. 3.1 наведені значення кумулянтних коефіцієнтів γ_3 та γ_4 деяких типових розподілів та середні квадратичні помилки їх оцінювання, що розраховані за формулою (3.17) для об'єму вибірки $N = 10^6$.

Таблиця 3.1. Кумулянтні коефіцієнти та помилки їх оцінок

Розподіл	γ_3	γ_4	c_3	c_4	$\varepsilon(\hat{\gamma}_3)$	$\varepsilon(\hat{\gamma}_4)$
Рівномірний, $a = 0, b = 10$	0	-1,2	2,06	1,32	0,001	0,001
Гауссівський, $m = 0, \sigma = 1$	0	0	6	24	0,002	0,005
Стюдента, $\nu = 13$	0	0,67	15,81	204,9	0,004	0,014
Стюдента, $\nu = 200$	0	0,03	6,28	26,3	0,003	0,005

Показниковий, $\lambda = 1$	2	6	72	8064	0,009	0,09
Гамма, $\alpha = 2, \lambda = 1$	1,41	3	31,5	1908	0,006	0,044

В табл. 3.2 наведені значення об'ємів вибірки N_{\min} , які забезпечують відносну помилку оцінювання $\delta = 0,01$ (1 %) коефіцієнту ексцесу розподілів, для яких $\gamma_4 \neq 0$.

Таблиця 3.2. Об'єм вибірки N_{\min} при $\delta = 0,01$

Розподіл	γ_3	γ_4	N_{\min}
Рівномірний, $a = 0, b = 10$	0	-1,2	$9,14 \cdot 10^3$
Стюдента, $\nu = 13$	0	0,67	$4,61 \cdot 10^6$
Стюдента, $\nu = 200$	0	0,03	$2,81 \cdot 10^8$
Показниковий, $\lambda = 1$	2	6	$2,24 \cdot 10^6$
Гамма, $\alpha = 2, \lambda = 1$	1,41	3	$2,12 \cdot 10^6$

З даних табл. 3.2 випливає, що для коефіцієнту ексцесу, значення якого близькі до нуля (розподіл Стюдента з числом степенів свободи $\nu = 200$), мінімальний об'єм вибірки значно збільшується в порівнянні з іншими (на два порядки).

Для перевірки наведених вище теоретичних формул одержані статистичні оцінки коефіцієнтів асиметрії і ексцесу типових розподілів та числові характеристики оцінок.

Комп'ютерним моделюванням з використанням пакета програм MatLab 6.5 [10] отримано набір з L реалізацій вибірок та масиви оцінок $\hat{\gamma}_3(j)$ і $\hat{\gamma}_4(j)$, $j = \overline{1, L}$ (рис. 3.1).

$\xi_1(1)$	$\xi_2(1)$...	$\xi_N(1)$	→	$\hat{\gamma}_3(1)$	$\hat{\gamma}_4(1)$
$\xi_1(2)$	$\xi_2(2)$...	$\xi_N(2)$	→	$\hat{\gamma}_3(2)$	$\hat{\gamma}_4(2)$
...
$\xi_1(L)$	$\xi_2(L)$...	$\xi_N(L)$	→	$\hat{\gamma}_3(L)$	$\hat{\gamma}_4(L)$

Рис. 3.1. Послідовність отримання масиву оцінок $\hat{\gamma}_3$ та $\hat{\gamma}_4$

Для випадкових величин з типовими розподілами (див.

табл. 3.1) змодельовані вибірки об'ємом $N = 10^6$ та отримані оцінки коефіцієнтів асиметрії та ексцесу за формулами (3.16). Це відповідає однократному вимірюванню кумулянтних коефіцієнтів.

Всього змодельовано $L = 10^3$ реалізацій вибірок, таким чином отримано масиви оцінок коефіцієнтів асиметрії і ексцесу об'ємом 10^3 значень кожний. За формулами

$$\hat{\mathbf{M}}[\hat{\gamma}_s] = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \hat{\gamma}_s(j), \quad \hat{\sigma}(\hat{\gamma}_s) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (\hat{\gamma}_s(j) - \hat{\mathbf{M}}[\hat{\gamma}_s])^2} \quad (3.20)$$

отримані оцінки математичного сподівання і середнього квадратичного відхилення оцінок $\hat{\gamma}_3$ та $\hat{\gamma}_4$, що відповідають багаторазовим вимірюванням кумулянтних коефіцієнтів γ_3 та γ_4 .

В табл. 3.3 наведені теоретичні значення коефіцієнтів γ_3 і γ_4 та оцінки математичного сподівання і середнього квадратичного відхилення їх оцінок, отриманих за формулами (3.20).

Таблиця 3.3. Числові характеристики оцінок кумулянтних коефіцієнтів

Розподіл	Теоретичні значення γ_s	$\hat{\mathbf{M}}[\hat{\gamma}_s]$	$\hat{\sigma}(\hat{\gamma}_s)$
Рівномірний, $a = 0, b = 10$	$\gamma_3 = 0$ $\gamma_4 = -1,2$	-0,0000 -1,2001	0,0014 0,0012
Гауссівський, $m = 0, \sigma = 1$	$\gamma_3 = 0$ $\gamma_4 = 0$	0,0000 -0,0002	0,0024 0,0047
Стюдента, $\nu = 13$	$\gamma_3 = 0$ $\gamma_4 = 0,67$	-0,0001 0,6667	0,0041 0,0142
Показниковий, $\lambda = 1$	$\gamma_3 = 2$ $\gamma_4 = 6$	2,0002 6,0016	0,0084 0,0879
Гамма, $\alpha = 2, \lambda = 1$	$\gamma_3 = 1,41$ $\gamma_4 = 3$	1,4140 2,9984	0,0056 0,0431

Аналіз результатів табл. 3.1 і 3.3 показує, що оцінки математичних сподівань $\hat{\mathbf{M}}[\hat{\gamma}_s]$ оцінок $\hat{\gamma}_3$ та $\hat{\gamma}_4$ близькі до теоретичних значень кумулянтних коефіцієнтів γ_3 та γ_4 , а оцінки середніх

квадратичних відхилень $\hat{\sigma}(\hat{\gamma}_s)$ оцінок $\hat{\gamma}_3$ та $\hat{\gamma}_4$ близькі до теоретичних значень середніх квадратичних помилок $\varepsilon(\hat{\gamma}_s)$.

Розрізнення шумових сигналів кумулянтним методом. Розглянемо дві моделі шумових сигналів, які відповідають можливим станам об'єкту діагностування, наприклад, справному та працездатному.

Нехай справному стану відповідає сигнал з гауссівським розподілом $p_n(x)$ ($m = 0$, $\sigma = 1$), а працездатному – розподіл Стьюдента $p_t(x)$ з числом степенів свободи $\nu = 200$.

Щільності імовірностей цих розподілів практично не розрізняються, оскільки

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |p_n(x) - p_t(x)| dx = 0,0016.$$

Тому виникає необхідність визначення числових характеристик, що дозволять розрізнити ці сигнали. Розглянемо доцільність використання як таких характеристик кумулянтних коефіцієнтів γ_3 та γ_4 сигналів.

Теоретичні кумулянтні коефіцієнти γ_3 і γ_4 дозволяють вирішити задачу, що розглядається, оскільки для гауссівського розподілу $\gamma_{3n} = \gamma_{4n} = 0$, а для розподілу Стьюдента $\gamma_{3t} = 0$, $\gamma_{4t} = 0,03$ (див. табл. 3.1).

Проаналізуємо можливість розрізнення цих розподілів на основі експериментальних даних, коли замість теоретичних значень кумулянтних коефіцієнтів γ_3 та γ_4 використовуються їх оцінки.

Для цього для гауссівського розподілу та розподілу Стьюдента побудуємо еліпси розсіювання оцінок коефіцієнтів асиметрії γ_3 та ексцесу γ_4 , центри яких лежать на лінії $\gamma_3 = 0$.

Розрахуємо значення мінімального об'єму вибірки N_{\min} , коли еліпси розсіювання не будуть перетинатися. Очевидно, що ця умова буде виконуватись, якщо на інтервалі $[0; \gamma_{4t}]$ укладається по три середніх квадратичних відхилення оцінок коефіцієнтів ексцесу кожного розподілу, тобто

$$\gamma_{4t} = 3(\varepsilon_{4n} + \varepsilon_{4t}),$$

де ε_{4n} , ε_{4t} – середні квадратичні відхилення оцінок коефіцієнтів екссесу гауссівського розподілу та розподілу Стьюдента відповідно.

Використовуючи вираз (3.17), отримаємо наступну формулу:

$$N_{\min} = \frac{9}{\gamma_{4t}^2} (c_{4n} + c_{4t} + 2\sqrt{c_{4n}c_{4t}}).$$

Підставляючи в отриману формулу числові значення з табл. 3.1, отримаємо мінімальний об'єм вибірки $N_{\min} = 9,667 \cdot 10^5$.

На рис. 3.2 наведені розраховані еліпси розсіювання кожного розподілу для об'єму вибірки $N_{\min} = 10^6$ та масиви отриманих моделюванням оцінок $\hat{\gamma}_3(j)$ і $\hat{\gamma}_4(j)$, $j = \overline{1, L}$, $L = 10^3$, гауссівського розподілу та розподілу Стьюдента.

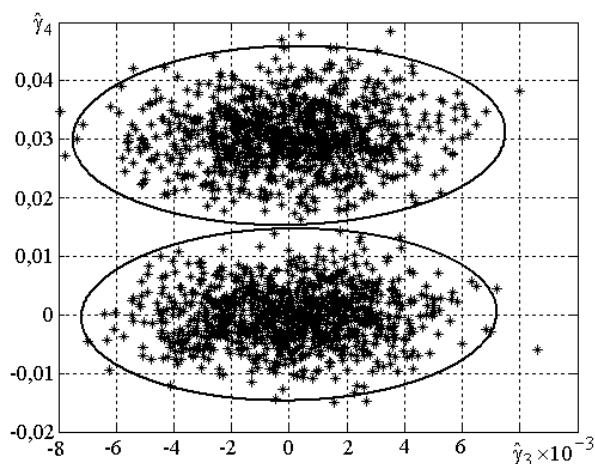


Рис. 3.2. Еліпси розсіювання для оцінок коефіцієнтів асиметрії та екссесу гауссівського розподілу і розподілу Стьюдента

З рис. 3.2 видно, що еліпси розсіювання $[\gamma_s \pm 3\varepsilon_s]$ не перетинаються, а практично всі отримані значення оцінок $\hat{\gamma}_3(j)$ і $\hat{\gamma}_4(j)$ лежать в областях, що обмежені відповідними еліпсами.

Таким чином, отримані результати показали можливість розрізняти два стани об'єкту, яким відповідають нормальний розподіл та розподіл Стьюдента сигналів, за сукупністю оцінок куму-

лянтних коефіцієнтів γ_3 і γ_4 .

Зазначимо, що коефіцієнти γ_3 та γ_4 використані в роботі [21] для класифікації дефектів підшипників кочення.

3.3 Оцінювання щільності ймовірностей

Простішою оцінкою щільності ймовірностей випадкових величин і процесів є гістограми [12], в загальному випадку – оцінки, що базуються на наближених методах знаходження щільності ймовірностей [12, 16, 28].

Гістограма є випадковою функцією, що визначається наступним чином:

$$\hat{p}_n(x) = \sum_{k=1}^n \hat{p}_k \varphi(x - x_k), \quad (3.21)$$

де n – кількість інтервалів гістограми; $x_k = x_{\min} + 0,5(2k-1)\Delta x$, $k = \overline{1, n}$; $\Delta x = (\xi_{\max} - \xi_{\min})/n$; \hat{p}_k – частоти потрапляння досліджуваної випадкової величини у відповідний інтервал Δx ; функції $\varphi(x)$ визначені наступним чином:

$$\varphi(x) = \begin{cases} (\Delta x)^{-1}, & x \in (-\Delta x/2; \Delta x/2]; \\ 0, & x \notin (-\Delta x/2; \Delta x/2]. \end{cases} \quad (3.22)$$

Оцінка (3.21) є зміщеною, тому що

$$\mathbf{M}[\hat{p}_n(x)] = \frac{\Delta F(x)}{\Delta x} \neq p(x),$$

де $\Delta F(x) = F(x + \Delta x) - F(x)$.

Зміщення можна наближено оцінити за формулою [4]

$$b(x) = \mathbf{M}[\hat{p}_n(x)] - p(x) = \frac{\Delta x}{2} p^{(1)}(x). \quad (3.23)$$

Дисперсія оцінки (3.21) щільності ймовірностей дорівнює

$$\mathbf{D}[\hat{p}_n(x)] = \frac{1}{N(\Delta x)^2} \Delta F(x)[1 - \Delta F(x)].$$

З останньої формули випливає, що дана оцінка є слухною.

Для наближеного знаходження дисперсії оцінки (3.21) використовується формула

$$\mathbf{D}[\hat{p}_n(x)] \approx \frac{p(x)}{N\Delta x}. \quad (3.24)$$

Нормована помилка оцінки (3.21) приблизно дорівнює [4]

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{\mathbf{D}[\hat{p}_n(x)] + b^2(x)}{p^2(x)}} \approx \sqrt{\frac{1}{N\Delta x p(x)} + \frac{\Delta x^2}{4} \left(\frac{p^{(1)}(x)}{p(x)}\right)^2}. \quad (3.25)$$

Зазначимо, що з формул (3.23)–(3.25) випливає, що нормована помилка оцінки щільності імовірностей суттєво залежить від інтервалу Δx . При зменшенні Δx зменшується зміщення (3.23) оцінки, але зростає її дисперсія (3.24). При збільшенні Δx навпаки зменшується дисперсія оцінки, а зміщення зростає. Тому зменшення Δx і відповідно збільшення кількості інтервалів гістограми n призводить тільки до збільшення помилок оцінки щільності імовірностей. Зазвичай кількість інтервалів гістограми рекомендують [28] обирати в залежності від об'єму вибірки N , зокрема за формулою $n \approx 1 + 3,32 \lg N$, в якій n приймається найближчим цілим в бік збільшення.

Для побудови гістограми необхідно виконати наступні дії.

1. Задати об'єм вибірки N та отримати вибірку $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$.
2. Визначити мінімальний ξ_{\min} і максимальний ξ_{\max} елементи вибірки.
3. Розрахувати кількість інтервалів n гістограми за формулою

$$n \approx 1 + 3,32 \lg N.$$

4. Розрахувати крок гістограми за формулою

$$\Delta x = (\xi_{\max} - \xi_{\min}) / n.$$

5. Розрахувати відносні частоти \hat{p}_k потрапляння відліків в інтервали гістограми

$$[\xi_{\min} + (k-1)\Delta x; \xi_{\min} + k\Delta x), \quad k = \overline{1, n}.$$

6. Розрахувати ординати щільності імовірностей за формулою

$$\hat{p}(x_k) = \frac{\hat{p}_k}{\Delta x}.$$

На рис. 3.3 наведена гістограма, що побудована для вибірки об'ємом $N = 10^4$ гауссівської випадкової величини з параметрами $m = 0$, $\sigma = 1$, та графік теоретичної щільності ймовірностей.

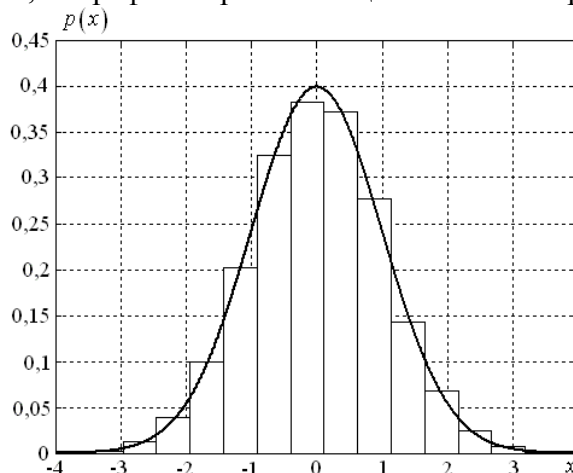


Рис. 3.3. Гістограма та щільність ймовірностей гауссівської випадкової величини з параметрами $m = 0$, $\sigma = 1$

З рис. 3.3 видно, що гістограма добре узгоджується з теоретичною щільністю імовірностей.

Двокомпонентні гауссівські суміші розподілів. Нехай невідома щільність імовірностей $p(x)$ є одновершинною та симетричною. Тоді для оцінювання щільності $p(x)$ можна використати одновершинну симетричну двокомпонентну гауссівську суміш (2.80), в якій замість коефіцієнтів c_k і параметрів суміші використовуються їх оцінки:

$$\hat{p}_2(x) = \frac{\hat{c}_1}{\hat{\sigma}_1} \varphi\left(\frac{x - \hat{m}_N}{\hat{\sigma}_1}\right) + \frac{\hat{c}_2}{\hat{\sigma}_2} \varphi\left(\frac{x - \hat{m}_N}{\hat{\sigma}_2}\right). \quad (3.26)$$

Сформулюємо методику оцінювання щільності імовірностей $p(x)$ за формулою (3.26).

1. Задати об'єм вибірки N та отримати вибірку $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$.
2. Знайти оцінку \hat{m}_N математичного сподівання суміші

$$\hat{m}_N = \hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_k.$$

3. Знайти оцінки $\hat{\mu}_s$, $s = 2, 4, 6$, центральних моментів за формулою (3.9).

4. Обчислити оцінки $\hat{\gamma}_4$ та $\hat{\gamma}_6$ кумулянтних коефіцієнтів за формулами

$$\hat{\gamma}_4 = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2} - 3; \quad \hat{\gamma}_6 = \frac{\hat{\mu}_6}{\hat{\mu}_2^3} - 15 \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2} + 30.$$

5. Перевірити виконання умови

$$\hat{\gamma}_6 > 5\hat{\gamma}_4 \left(\frac{\hat{\gamma}_4}{3} - 1 \right).$$

6. Обчислити оцінку \hat{D} параметра суміші

$$\hat{D} = \hat{B} + \sqrt{\hat{B}^2 - 1}, \quad \hat{B} = 1 + 3\hat{\gamma}_6^2 (50\hat{\gamma}_4^3)^{-1}.$$

7. Знайти оцінку \hat{d} параметра суміші

$$\hat{d} = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} = \begin{cases} \left(1 - \sqrt{\frac{\hat{\gamma}_4}{3\hat{D}}} \right) \left(1 + \sqrt{\frac{\hat{D}\hat{\gamma}_4}{3}} \right)^{-1}, & \hat{\gamma}_6 > 0; \\ \left(1 + \sqrt{\frac{\hat{\gamma}_4}{3\hat{D}}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{\hat{D}\hat{\gamma}_4}{3}} \right)^{-1}, & \hat{\gamma}_6 < 0. \end{cases}$$

8. Знайти оцінки \hat{c}_1 і \hat{c}_2 вагових коефіцієнтів суміші

$$\hat{c}_1 = \hat{D}(1 + \hat{D})^{-1}; \quad \hat{c}_2 = 1 - \hat{c}_1.$$

9. Знайти оцінки $\hat{\sigma}_2^2$ і $\hat{\sigma}_1^2$ дисперсій суміші

$$\hat{\sigma}_2^2 = \hat{\mu}_2 (\hat{c}_1 \hat{d} + \hat{c}_2)^{-1}; \quad \hat{\sigma}_1^2 = \hat{d} \hat{\sigma}_2^2.$$

11. За формулою (3.26) отримати оцінку щільності імовірностей.

Знаходження математичного сподівання і дисперсії оцінки щільності імовірностей з використанням двокомпонентної гауссівської суміші нашоується на непереборні труднощі.

Тому перевірка якості оцінювання щільності імовірностей проведена методами статистичного моделювання [14] для двох моделей сумішей (табл. 3.4). Імовірнісні характеристики оцінок знайдені по 1000 вибірках, кожна об'ємом $N = 10^5$.

Таблиця 3.4. Теоретичні значення та оцінки параметрів сумішей

Моделі Параметри	Суміш 1		Суміш 2	
	Теорія	Оцінка	Теорія	Оцінка
c_1	0,2	0,2006	0,5	0,4871
c_2	0,8	0,7994	0,5	0,5129
σ_1	4	3,9979	4	4,0238
σ_2	1	0,9975	1	1,0886
m	0	-0,0003	0	0,0001
σ^2	4	3,9992	8,5	8,4969
γ_3	0	-0,0014	0	-0,0001
γ_4	6,75	6,7458	2,3356	2,3358
γ_5	0	-0,0398	0	0,0007
γ_6	75,937	75,848	0	0,0004

З даних табл. 3.4 випливає, що значення оцінки параметрів сумішей мало відрізняються від їх теоретичних значень, що підтверджує можливість їх застосування для оцінки негауссівської одновершинної симетричної щільності імовірностей.

Відрізки ортогональних рядів. Для оцінки щільності імовірностей використаємо формулу (2.90) з обмеженою кількістю складових n , а замість початкових моментів використаємо їх оцінки $\hat{\alpha}_j$ [7], тобто

$$\hat{p}_n(x) = \sum_{j=0}^n \hat{\alpha}_j Q_{nj}(x), \quad (3.27)$$

де

$$Q_{nj}(x) = \rho(x) \sum_{k=j}^n \|\varphi_k\|^{-2} \varphi_k(x) h_{kj}, \quad j = \overline{0, n}. \quad (3.28)$$

В роботі [7] досліджені властивості оцінки (3.27). Математичне сподівання $\mathbf{M}[\hat{p}_n(x)]$ оцінки (3.27) дорівнює

$$\mathbf{M}[\hat{p}_n(x)] = \sum_{j=0}^n \alpha_j Q_{nj}(x) = p_n(x). \quad (3.29)$$

З виразу (3.29) видно, що оцінка (3.27) має зміщення

$$b_n(x) = p_n(x) - p(x),$$

яке обумовлене помилкою усікання ряду (2.90), і не пов'язане з об'ємом вибірки.

Дисперсія оцінки (3.39) дорівнює

$$\mathbf{D}[\hat{p}_n(x)] = \sum_{j=0}^n \sum_{r=0}^n R_{jr} Q_{nj}(x) Q_{nr}(x),$$

де $R_{jr} = (\alpha_{j+r} - \alpha_j \alpha_r) / n$, та задовольняє нерівності

$$\mathbf{D}[\hat{p}_n(x)] \leq \frac{\alpha_{2n}}{N} \left[\sum_{j=1}^n |Q_{nj}(x)| \right]^2. \quad (3.30)$$

З формули (3.30) випливає, що за умови існування моменту α_{2n} , оцінка (3.27) є слухною.

Сформулюємо методику оцінювання щільності імовірностей $p(x)$ за формулою (3.27).

1. На основі апріорної інформації про невідому щільність імовірностей обирати вагову функцію $\rho(x)$.

2. Задати кількість n складових у формулі (3.27).

3. За ваговою функцією конкретизувати поліноми $\varphi_k(x)$, обчислити їх норму $\|\varphi_k\|$ та коефіцієнти h_{kj} .

4. За формулою (3.28) знайти функції $Q_{nj}(x)$.

5. Задати об'єм вибірки N та отримати вибірку $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$.

6. Знайти оцінки початкових моментів $\hat{\alpha}_j, j = \overline{1, n}$, за формулою (3.9).

7. За формулою (3.27) отримати оцінку щільності імовірностей.

Як приклад оцінимо щільність імовірностей ергодичного гауссівського випадкового процесу з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією [7]. В цьому випадку щільність імовірностей одновершинна і визначена на інтервалі $x \in (-\infty; \infty)$, тому як вагову функцію приймаємо функцію

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, x \in (-\infty; \infty),$$

якій відповідають поліноми Ерміта, визначені за формулою [12, 25]

$$\varphi_k(x) = H_k(x) = (-1)^k e^{x^2/2} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x^2/2}).$$

Обмежимося в формулі (3.27) чотирма доданками і запишемо в явному вигляді функції $Q_{4j}(x)$, $j = 0, 4$:

$$Q_{40}(x) = \rho(x) \left[H_0(x) - \frac{H_2(x)}{2!} + \frac{3H_4(x)}{4!} \right];$$

$$Q_{41}(x) = \rho(x) \left[\frac{H_1(x)}{1!} - \frac{3H_3(x)}{3!} \right];$$

$$Q_{42}(x) = \rho(x) \left[\frac{H_2(x)}{2!} - \frac{6H_4(x)}{4!} \right];$$

$$Q_{43}(x) = \rho(x) \frac{H_3(x)}{3!};$$

$$Q_{44}(x) = \rho(x) \frac{H_4(x)}{4!},$$

де $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = x$, $H_2(x) = x^2 - 1$, $H_3(x) = x^3 - 3x$,
 $H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3$.

Помилки оцінювання щільності імовірностей визначимо наступним чином [4].

1. Середньоквадратична помилка оцінювання

$$\varepsilon(x) = \left(\mathbf{M} \left[\left(\hat{p}_n(x) - p(x) \right)^2 \right] \right)^{1/2} = \left(b^2(x) + \mathbf{D} \left[\hat{p}_n(x) \right] \right)^{1/2},$$

де $b(x) = p(x) - \mathbf{M} \left[\hat{p}_n(x) \right]$ – зміщення оцінки.

2. Інтегральна середньоквадратична помилка оцінювання

$$\varepsilon_{\text{int}} = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(x) dx.$$

Для різних об'ємів вибірки N в табл. 3.5 наведені теоретичні значення початкових моментів та їх оцінки, в табл. 3.6 наведені теоретичні та експериментальні значення інтегральної помилки.

Таблиця 3.5. Теоретичні значення та оцінки початкових моментів

Об'єм вибірки N	Моменти	α_1	α_2	α_3	α_4
	Теорія	0	1	0	3
500	Оцінки	-0,0314	0,9768	0,0405	3,1840
1000		0,0455	1,0645	0,1287	3,3917
5000		0,0145	0,9806	0,0640	2,8954
10000		-0,0001	1,0189	-0,0422	3,1860
50000		0,0052	1,0070	-0,0057	3,0416

Таблиця 3.6. Значення інтегральної помилки

Об'єм вибірки N	Теоретичні значення	Експериментальні значення
500	0,0662	0,1001
1000	0,0468	0,0685
5000	0,0209	0,0252
10000	0,0148	0,0199
50000	0,0066	0,0115

На рис. 3.4 зображені області $m_N(x) \pm 3\sigma_N(x)$, в яких з довірою ймовірністю $p_\beta = 0,997$ можуть знаходитись оцінки щільності ймовірностей.

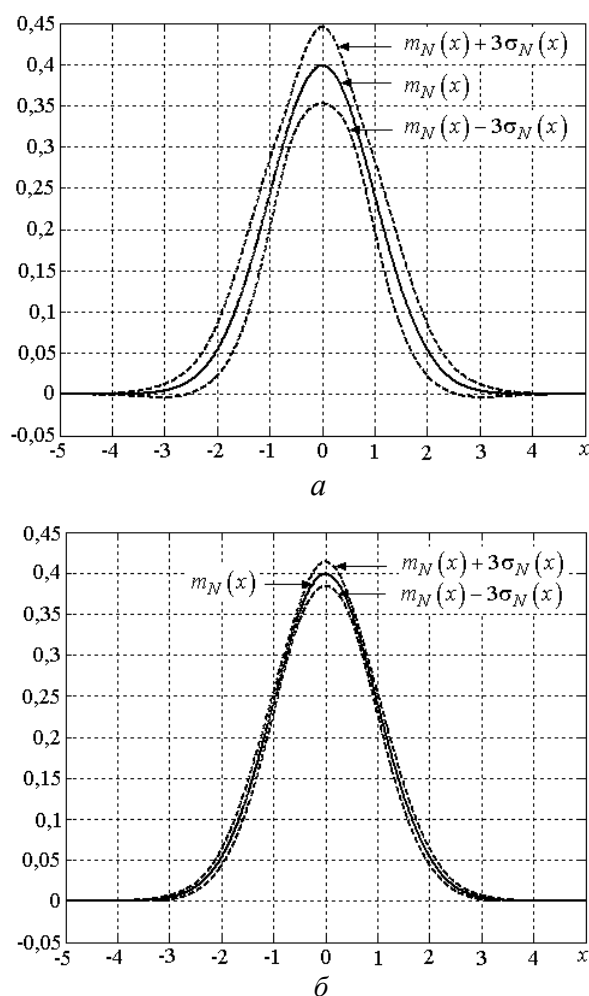


Рис. 3.4. Графіки теоретичних (суцільна лінія) і експериментальних (штрихові лінії) залежностей $m_N(x)$, $m_N(x) \pm 3\sigma_N(x)$ при різних об'ємах вибірки: $a - N=10^3$, $\bar{b} - N=10^4$

З наведених результатів видно, що оцінювання щільності імовірностей (3.27) дає прийнятні результати вже при об'ємі вибірки $N=10^4$. Відзначимо, що в багатьох практичних задачах довірна імовірність може бути зменшена, що приведе до звуження області можливих значень оцінюваної щільності імовірностей. Зокрема, при $p_\beta = 0,95$ відповідна область дорівнює $m_N(x) \pm 1,96\sigma_N(x)$.

3.4. Оцінювання кореляційних функцій

Для оцінки кореляційних функцій застосовуються наступні основні методи [4, 16, 29]:

- 1) прямиий метод;
- 2) метод на основі розкладення кореляційної функції в ряд;
- 3) метод на основі перетворення Фур'є оцінки спектральної щільності.

Розглянемо прямиий метод оцінки кореляційних функцій. Нехай $\xi(t)$ – стаціонарний випадковий процес, який має кореляційну функцію $R(\tau)$ і спостерігається на інтервалі $[0; T]$. Оскільки кореляційні функції дійсних стаціонарних випадкових процесів є парними функціями аргументу τ , то їх можна розглядати тільки для значень $\tau \geq 0$. Враховуючи це, запишемо формулу для оцінки кореляційної функції по одній реалізації [29]:

$$\hat{R}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t+\tau) dt, \quad 0 \leq \tau < T, \quad (3.31)$$

де $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - \mathbf{M}[\xi(t)]$.

Припустимо, що математичне сподівання процесу $\xi(t)$ відоме, тоді математичне сподівання оцінки кореляційної функції (3.31) дорівнює

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[\hat{R}(\tau)] &= \mathbf{M} \left[\frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t+\tau) dt \right] = \\ &= \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \mathbf{M} \left[\overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t+\tau) \right] dt = R(\tau), \end{aligned}$$

тому оцінка (3.31) є незміщеною.

Дисперсія оцінки (3.31) дорівнює

$$\mathbf{D}[\hat{R}(\tau)] = \frac{2}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \left(1 - \frac{z}{T-\tau}\right) R_{\eta}(z) dz, \quad (3.32)$$

де

$$\begin{aligned} R_{\eta}(z) &= \mathbf{M}[\eta(t)\eta(t+z)] - \{\mathbf{M}[\eta(t)]\}^2 = \\ &= \mathbf{M}[\xi(t)\xi(t-\tau)\xi(t+z)\xi(t+z+\tau)] - \{\mathbf{M}[\xi(t)\xi(t+\tau)]\}^2. \end{aligned}$$

З формули (3.32) випливає загальна умова слушності оцінки (3.31), і, отже, ергодичності процесу $\xi(t)$ відносно кореляційної функції

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} \left(1 - \frac{z}{T - \tau}\right) R_\eta(z) dz = 0. \quad (3.33)$$

Конкретизуємо задачу, яку розглядаємо. Нехай $\xi(t)$ – гаусівський стаціонарний випадковий процес. Тоді формула (3.32) приймає вигляд [4]

$$\mathbf{D}[\hat{R}(\tau)] = \frac{2\sigma^4}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} \left(1 - \frac{z}{T - \tau}\right) [r^2(z) + r(z + \tau)r(z - \tau)] dz, \quad (3.34)$$

де $r(\tau) = \frac{R(\tau)}{\sigma^2}$ – нормована кореляційна функція процесу $\xi(t)$.

Припустимо, що нормована кореляційна функція процесу $\xi(t)$ задовольняє умові: $r(\tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \pm\infty$. В цьому випадку умова ергодичності (3.33) процесу $\xi(t)$ відносно кореляційної функції матиме вигляд

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T r^2(\tau) d\tau = 0.$$

Розглянемо відносну помилку оцінки (3.31), використовуючи формулу (3.34)

$$\delta_R(\tau) = \frac{\mathbf{D}[\hat{R}(\tau)]}{R^2(\tau)}. \quad (3.35)$$

Нехай $T \gg \tau$. Тоді з (3.34) одержуємо наближену формулу

$$\mathbf{D}[\hat{R}(\tau)] = \begin{cases} \frac{4\sigma^4}{T} \int_0^\infty r^2(z) dz = \frac{4\sigma^4 \tau_2}{T}, & \tau = 0; \\ \frac{2\sigma^4}{T} \int_0^\infty r^2(z) dz = \frac{2\sigma^4 \tau_2}{T}, & \tau > 0, \end{cases}$$

де $\tau_2 = \int_0^\infty r^2(z) dz$.

Таким чином, помилка (3.35) оцінки (3.31) дорівнює:

$$\delta_R(\tau) = \frac{\mathbf{D}[\hat{R}(\tau)]}{R^2(\tau)} = \begin{cases} \frac{4\sigma^4\tau_2}{T\sigma^4r^2(0)} = \frac{4\tau_2}{T}, & \tau = 0; \\ \frac{2\sigma^4\tau_2}{T\sigma^4r^2(\tau)} = \frac{2\tau_2}{Tr(\tau)}, & \tau > 0. \end{cases} \quad (3.36)$$

З формули (3.36) видно, що при $\tau = 0$ значення відносної помилки прямує до нуля при $T \rightarrow \infty$. Однак при $\tau > 0$ нормована кореляційна функція $r(\tau) \rightarrow 0$, якщо $\tau \rightarrow \pm\infty$, тому при великих значеннях τ відносна помилка може необмежено зростати навіть при $T \rightarrow \infty$.

У зв'язку з цим виникає задача покращення оцінки (3.31) кореляційної функції. Ефективним методом розв'язання цієї задачі є застосування кореляційних вікон [19, 29] і використання оцінок наступного вигляду:

$$\hat{R}_w(\tau) = \hat{R}(\tau)w(\tau), \quad (3.37)$$

де $\hat{R}(\tau)$ – оцінка (3.31) кореляційної функції; $w(\tau)$ – кореляційне вікно, яке є деякою функцією, що має властивості нормованої кореляційної функції. В табл. 3.7 наведені приклади кореляційних вікон [19].

Оцінки (3.37) з вікнами завжди зміщені, тому що $\mathbf{M}[\hat{R}_w(\tau)] = w(\tau)R(\tau)$, але дисперсія цих оцінок менша за дисперсію оцінок без вікон.

Розглянемо оцінки кореляційної функції в дискретній формі. Нехай є послідовність $\xi(n), n = 0, N-1$, ергодичного випадкового процесу. Оцінка кореляційної функції є дискретним аналогом формули (3.31) і записується в наступному вигляді [4, 16]:

$$\hat{R}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=0}^{N-k-1} \xi(n)\xi(n+k). \quad (3.38)$$

Значення k в формулі (3.38) відповідають аргументам кореляційної функції $\tau = kT_d$ в формулі (3.31) і приймають додатні значення k , тому що $\hat{R}(-k) = \hat{R}(k)$.

Таблиця 3.7. Кореляційні вікна

Назва вікна	Аналітичний вираз $w(\tau)$
Бартлетта	$\begin{cases} 1 - \tau / \tau_M, & \tau < \tau_M; \\ 0, & \tau \geq \tau_M \end{cases}$
Хеннінга	$\begin{cases} 0,5 \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{\tau_M} \right), & \tau < \tau_M; \\ 0, & \tau \geq \tau_M \end{cases}$
Хеммінга	$\begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos \frac{\pi\tau}{\tau_M}, & \tau < \tau_M; \\ 0, & \tau \geq \tau_M \end{cases}$
Блекмана	$\begin{cases} 0,42 + 0,5 \cos \frac{\pi\tau}{\tau_M} + 0,08 \cos \frac{2\pi\tau}{\tau_M}, & \tau < \tau_M; \\ 0, & \tau \geq \tau_M \end{cases}$

Математичне сподівання оцінки (3.38) дорівнює $\mathbf{M}[\hat{R}(k)] = R(k)$, тобто оцінка є незміщеною.

Дисперсія оцінки (3.38) у випадку гауссівських процесів за умови $N > k$ дорівнює

$$\mathbf{D}[\hat{R}(k)] \approx \frac{N}{(N-k)^2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [R^2(l) + R(l+k)R(l-k)],$$

тому оцінка є слушною.

Розглянемо оцінки кореляційної функції двох тестових сигналів – гармоніки з випадковою початковою фазою і телеграфного сигналу.

Гармоніка з випадковою початковою фазою. Нехай у гармоніки

$$\xi(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$$

початкова фаза φ розподілена за рівномірним законом на інтервалі $[0; 2\pi]$. Кореляційна функція такого сигналу дорівнює

$$R(\tau) = 0,5 A^2 \cos(2\pi f_0 \tau).$$

Для перевірки якості оцінки цієї кореляційної функції змодельовано реалізацію гармоніки з випадковою початковою фазою. Прийmemo наступні параметри сигналу: амплітуда $A=5$ В; частота $f_0=100$ Гц; частота дискретизації $f_d=10$ кГц; період дискретизації $T_d=10^{-4}$ с; тривалість реалізації $T=20$ с. Отриманий в результаті моделювання графік оцінки кореляційної функції (рис. 3.5) не суперечить теоретичним значенням.

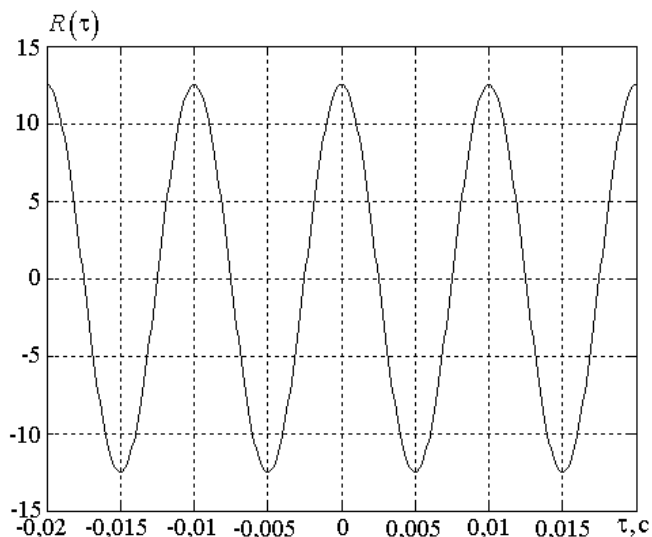


Рис. 3.5. Графік оцінки кореляційної функції гармоніки

Телеграфний сигнал є стаціонарним випадковим процесом, що змінює свої значення з $+1$ на -1 в випадкові моменти часу t_k , які є однорідним пуассонівським потоком подій з інтенсивністю λ [18].

Кореляційна функція та інтервал кореляції телеграфного сигналу дорівнюють

$$R(\tau) = \exp(-2\lambda|\tau|), \quad \tau_{corr} = (2\lambda)^{-1}.$$

Виберемо параметри модельного сигналу. Крок дискретизації повинен бути набагато меншим за інтервал кореляції $T_d \ll \tau_{corr}$, тому частота дискретизації $f_d \gg 2\lambda$. Задамо тривалість реалізації $T = 2,56 \cdot 10^5 T_d$ ($T \gg \tau_{corr}$).

На рис. 3.6 наведені графіки теоретичних кореляційних функцій телеграфного сигналу та їх оцінок для різних значень інтенсивності λ .

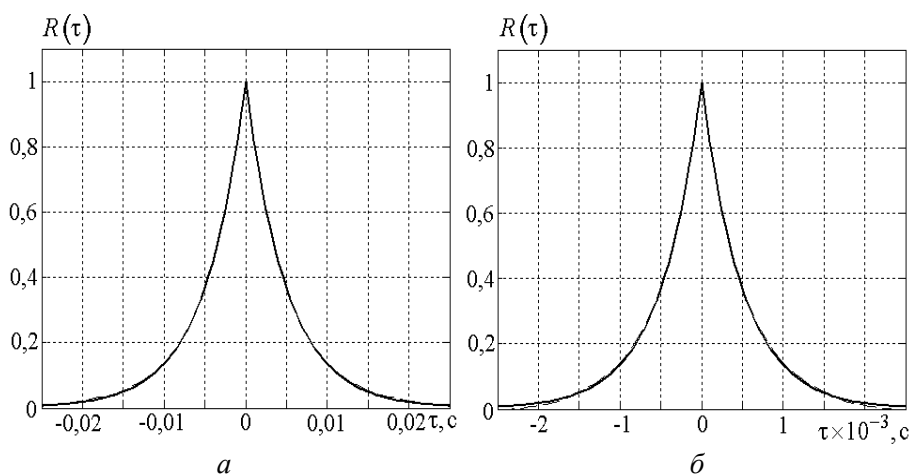


Рис. 3.6. Графіки теоретичних кореляційних функцій телеграфного сигналу (суцільна лінія) та їх оцінок (штрихова лінія):

$$a - \lambda = 100, \quad b - \lambda = 1000$$

В табл. 3.8 наведені помилки оцінювання кореляційних функцій $\max |R(\tau) - \hat{R}(\tau)| / R(0)$ телеграфного сигналу, отриманих за результатами моделювання для різних значень інтенсивності λ та інтервалів кореляції для діапазону $[-5\tau_{corr}; 5\tau_{corr}]$.

Таблиця 3.8. Значення помилки оцінювання кореляційних функцій

λ	τ_{corr}, c	$\max R(\tau) - \hat{R}(\tau) / R(0)$
100	0,005	0,016
1000	0,0005	0,021

З даних табл. 3.8 випливає, що помилки оцінювання кореляційних функцій не перевищують 3 %.

3.5. Оцінювання спектральних характеристик

Для оцінювання спектральних характеристик застосовують наступні основні методи [4, 16, 29]:

- 1) метод фільтрації;
- 2) метод на основі перетворення Фур'є оцінки кореляційної функції;
- 3) метод на основі перетворення Фур'є реалізації.

На сьогоднішній день для оцінювання спектральної щільності ергодичних випадкових процесів найбільше застосовується метод, що базується на перетворенні Фур'є реалізації. Це пояснюється тим, що, по-перше, цей метод еквівалентний методам 1) та 2), а по-друге, його досить просто реалізувати практично засобами цифрової обчислювальної техніки.

Суть методу, який базується на перетворенні Фур'є реалізації, полягає в наступному. Нехай $\xi(t)$ – стаціонарний випадковий процес, який має спектральну щільність $S(f)$ і спостерігається на інтервалі $[0; T]$. Оцінка, яка отримана перетворенням Фур'є усіченої реалізації, називається *періодограмною оцінкою* і визначається наступною формулою [4, 16, 19, 20, 24, 29]:

$$\hat{S}(f) = \frac{1}{T} |S_T(f)|^2, \quad (3.39)$$

де $S_T(f) = \int_0^T \xi(t) e^{-i2\pi ft} dt$ – поточний спектр процесу $\xi(t)$.

Періодограмна оцінка (3.39) є нестаціонарною випадковою функцією. Математичне сподівання оцінки (3.39) при $T \rightarrow \infty$ прямує до $S(f)$, тобто, є асимптотично незміщеною. Дисперсія оцінки (3.39) пропорційна квадрату спектральної щільності та при збільшенні тривалості реалізації T не зменшується, зокрема, при $T \rightarrow \infty$ відносна помилка оцінювання дорівнює

$$\sqrt{\mathbf{D}[\hat{S}(f)]} / S(f) \rightarrow 1.$$

Таким чином, оцінка (3.39) не є слушною, і її безпосереднє застосування приводить до помилкових результатів. Тому для отримання слушних оцінок спектральної щільності випадкового процесу $\xi(t)$ застосовується згладжування періодограми (3.39)

або спектральними вікнами, або усередненням [4]. Отримані таким чином оцінки називаються згладженими (модифікованими) періодограмами.

Згладжування періодограми усередненням може бути застосоване як для шумових, так і для ритмічних процесів, тому є найбільш поширеним методом отримання слухних оцінок спектральної щільності. На сьогоднішній день для отримання згладжених оцінок спектральної щільності використовуються цифрові методи, засновані на дискретному перетворенні Фур'є. Розглянемо ці методи докладніше.

Нехай досліджуваний ергодичний процес $\xi(t)$, який спостерігається на інтервалі $[0; T]$, дискретизується з кроком T_d , в результаті чого отримуємо випадкову вибірку $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ об'ємом N , $\xi_k = \xi(t_k)$, де $t_k = kT_d$, $k = \overline{0, N-1}$.

Незгладжена оцінка спектральної щільності (періодограма) є дискретним аналогом формули (3.39) та описується виразом [20]:

$$\begin{aligned} \hat{S}(f) &= \frac{1}{NT_d} \left| \hat{S}_T(f) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{NT_d} \left| T_d \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-i2\pi f k T_d} \right|^2 = \frac{1}{Nf_d} \left| \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-i2\pi f k T_d} \right|^2, \end{aligned} \quad (3.40)$$

де $x(k)$, $k = \overline{0, N-1}$, – реалізація випадкової вибірки; $f_d = 1/T_d$ – частота дискретизації.

Розглянемо два методи згладжування періодограми (3.40) усередненням – метод Бартлетта та метод Уелча, в результаті застосування яких отримуємо слухні оцінки спектральної щільності.

Згладжування періодограми за методом Бартлетта базується на створенні псевдоансамблю реалізацій періодограм та їх подальшого усереднення. Для цього реалізація випадкової вибірки $x(k)$, $k = \overline{0, N-1}$, розбивається на P сегментів, що не перекриваються, по D відліків в кожному ($DP \leq N$). Тоді кожний p -й сегмент складається з відліків $x^{(p)}(n) = x(pD + n)$, $0 \leq n \leq D-1$.

Суть методу Бартлетта полягає в обчисленні періодограм по кожному сегменту p , $0 \leq p \leq P-1$,

$$\hat{S}^{(p)}(f) = \frac{1}{Df_d} \left| \sum_{k=0}^{D-1} x^{(p)}(k) e^{-i2\pi f k T_d} \right|^2,$$

та їх подальшому усередненню

$$\hat{S}_B(f) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{S}^{(p)}(f).$$

Уелч модифікував основну схему методу сегментування та усереднення Бартлетта за рахунок застосування вікна даних (табл. 3.9) та використання сегментів, що перекриваються [19, 20].

Таблиця 3.9. Вікна даних

Назва вікна	Аналітичний вираз $w(n)$
Рівномірне	1
Бартлетта	$1 - 2 t[n] $
Ханна	$\cos^2(\pi t[n]) = 0,50 + 0,50 \cos(2\pi t[n])$
Хеммінга	$0,54 + 0,46 \cos(2\pi t[n])$
Усічене гауссівське	$\exp\{-0,5(5t[n])^2\}$

Наведені в табл. 3.9 вікна $w(n)$ визначені в діапазоні аргументів

$$0 \leq n \leq N-1, \quad t[n] = \frac{n - [N-1]/2}{N-1}.$$

Реалізація випадкової вибірки $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, розбивається на P сегментів по D відліків в кожному, сусідні сегменти зсунені на S відліків ($S \leq D$), тому максимальна кількість сегментів P дорівнює цілій частині числа $1 + (N - D) / S$.

Далі кожний p -й сегмент помножується на вікно даних, в результаті чого отримуємо зважений сегмент відліків $x^{(p)}(n) = w(n)x(pS + n)$, $0 \leq n \leq D-1$, де $w(n)$ – відліки вікна даних. По кожному зваженому сегменту $0 \leq p \leq P-1$ обчислю-

ються періодограми $\hat{S}^{(p)}(f)$ [20]

$$\hat{S}^{(p)}(f) = \left| \sum_{k=0}^{D-1} x^{(p)}(k) e^{-i2\pi f k T_d} \right|^2 \left[f_d \sum_{n=0}^{D-1} w^2(n) \right]^{-1},$$

які потім усереднюються:

$$\hat{S}_w(f) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{S}^{(p)}(f).$$

Розглянемо оцінки спектральних щільностей двох тестових сигналів – гармоніки з випадковою початковою фазою і телеграфного сигналу.

Гармоніка з випадковою початковою фазою. Нехай у гармоніки

$$\xi(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (3.41)$$

початкова фаза φ розподілена рівномірно на інтервалі $[0; 2\pi]$. Спектральні характеристики такого сигналу мають дискретний характер.

При оцінюванні спектральних характеристик по одній реалізації амплітудний спектр є лініями на частотах $-f_0$ і f_0 висотою $A/2$, а спектральна щільність при усередненні періодограм при рівномірному вікні даних дорівнює $(0,5A)^2 D T_d$, де D – кількість відліків одного сегменту (розмір вікна даних); T_d – період дискретизації.

Для перевірки цих даних змодельємо реалізацію гармоніки з випадковою початковою фазою.

Задамо параметри сигналу: амплітуда $A=5$ В; частота $f_0=100$ Гц; частота дискретизації $f_d=10$ кГц; період дискретизації $T_d=10^{-4}$ с; тривалість реалізації $T=20$ с; $D=4096$ (роздільна здатність по частоті 2,44 Гц). При таких значеннях параметрів спектральна щільність дорівнює 2,56 В.

На рис. 3.7 представлені графіки оцінок спектральних характеристик моделі (3.41), які не суперечать теоретичним значенням. Точні значення максимумів отриманої спектральної щільності

дорівнюють 2,5465 В на частотах – 100,098 Гц.

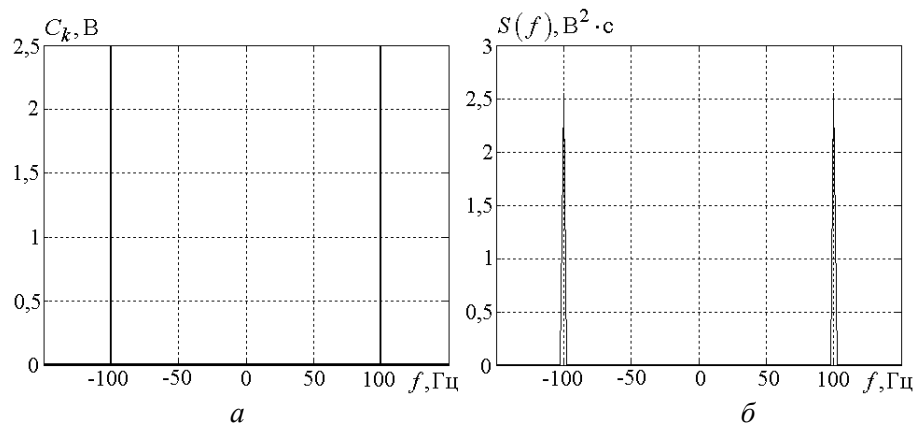


Рис. 3.7. Оцінки спектральних характеристик гармоніки: *a* – по одній реалізації; *б* – при усередненні періодограм

Телеграфний сигнал. Стаціонарний телеграфний сигнал має спектральну щільність

$$S(f) = \frac{1}{\lambda} \left[1 + \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right)^2 \right]^{-1}.$$

Виберемо параметри модельного сигналу. Крок дискретизації повинен бути набагато менший за інтервал кореляції $T_d \ll \tau_{corr}$, звідки частота дискретизації $f_d \gg 2\lambda$. З іншого боку будемо вимагати, щоб для крайніх частот оцінки спектральної щільності виконувалась умова $S(f_d/2) < 0,001S(0)$, звідки $(f_d/2) > (30\lambda/\pi)$, тобто $f_d > 60\lambda/\pi$. Приймаємо значення $f_d = 20\lambda$.

Задамо роздільну здатність Δf оцінки спектральної щільності в межах ширини спектру п'яти ліній, тобто $S(f_{0,5}) = S(5\Delta f) = 0,5S(0)$, де $f_{0,5} = \lambda/\pi$. Тоді отримуємо кількість ліній (розмір вікна даних) $D = \frac{f_d}{\Delta f} = \frac{20\lambda}{\lambda/5\pi} = 100\pi$. Приймаємо $D=512$.

Тривалість реалізацій T задамо виходячи з кількості усереднень періодограм за методом Уелча (використовуємо вікно Хем-

мінга, покриття складає 50 %) $K = \frac{N-D}{D/2} + 1$, рівного 10^3 .

Отримуємо $N = 2,56 \cdot 10^5$ відліків, звідки $T = NT_d = 2,56 \cdot 10^5 \cdot T_d$.

На рис. 3.8 наведені графіки теоретичних спектральних щільностей телеграфного сигналу та їх оцінок для різних значень інтенсивності λ .

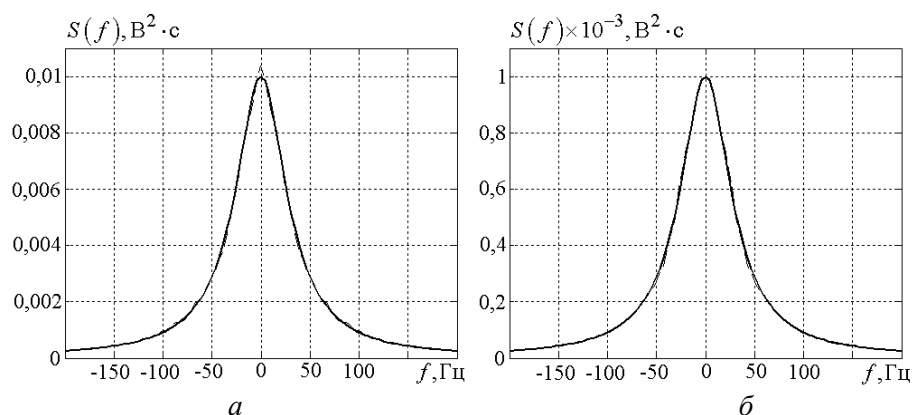


Рис. 3.8. Графіки теоретичних спектральних щільностей телеграфного сигналу (суцільна лінія) та їх оцінок (штрихова лінія):
 $a - \lambda = 100$, $b - \lambda = 1000$

З наведених графіків видно, що значення оцінок спектральної щільності близькі до теоретичних значень спектральної щільності, що підтверджує справедливність методів їх оцінювання.

В табл. 3.10 наведені отримані за результатами моделювання числові значення помилки $\max |S(f) - \hat{S}(f)| / S(0)$.

Таблиця 3.10. Значення помилки оцінювання спектральних щільностей

λ	Δf , Гц	$f_{0,5}$, Гц	$\max S(f) - \hat{S}(f) / S(0)$
100	3,9	31,8	0,12
1000	39	318	0,09

З даних табл. 3.10 випливає, що максимальна помилка оцінювання спектральної щільності складає 12 %, що є прийнятним при вирішенні багатьох практичних задач.

3.6. Комп'ютерне моделювання інформаційних сигналів

Отримання реальних інформаційних сигналів у результаті натурного експерименту зазвичай є дорогим або взагалі неможливим. У зв'язку з цим, доцільним є використання комп'ютерного моделювання для вирішення задач аналізу таких сигналів. Розглянемо методи та алгоритми моделювання шумових і ритмічних сигналів.

Моделювання шумових сигналів. Для моделювання шумових сигналів використаємо їх конструктивні моделі, що розглядались в підрозділі 2.2.

Діагностичні моделі. В підрозділі 2.2 показано, що базовою моделлю шумових сигналів є процеси Бунімовича – Райса

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k h(t-t_k). \quad (3.42)$$

Зміна стану об'єкту діагностування приводить до зміни параметрів процесу (3.42), зокрема, закону розподілу амплітуд η_k , форми імпульсів $h(t)$, інтенсивності появи імпульсів λ . Тому діагностичними ознаками є зміна імовірнісних характеристик шумових сигналів.

Конкретизуємо параметри моделі (3.42). Розглянемо деякі типові форми елементарних імпульсів (табл. 3.11).

Таблиця 3.11. Форма елементарних імпульсів

Номер	Форма імпульсів	Аналітичний вираз $h(t)$, $A > 0$, $\tau_0 > 0$
1	Прямокутна	$h(t) = AE(t)E(\tau_0 - t)$
2	Пилкоподібна	$h(t) = A(t/\tau_0)E(t)E(\tau_0 - t)$
3	Експоненціально-степенева	$h(t) = A(t/\tau_0)^b \exp(-t/\tau_0)E(t)$
4	Експоненціально-синусна	$h(t) = A \exp(-t/\tau_0) \sin(\omega_0 t) E(t)$

Оскільки амплітуди імпульсів додатні, задамо показниковий розподіл величин η_k :

$$p_\eta(y) = \beta \exp(-\beta y) E(y), \beta > 0.$$

В табл. 3.12 наведені розраховані в роботі [2] кумулянтні коефіцієнти $\gamma_s = \kappa_s \kappa_2^{-s/2}$, $s = \overline{3,6}$, типових моделей процесу (3.42) для значень $\lambda\tau_0 = 1$ та $\lambda\tau_0 = 5$.

Таблиця 3.12. Кумулянтні коефіцієнти типових моделей

Форма імпульсів	Параметр	Кумулянтні коефіцієнти			
	$\lambda\tau_0$	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
1	1	2,121	6	21,213	90
	5	0,949	1,2	1,897	3,6
2	1	2,756	10,8	55,114	347,14
	5	1,232	2,16	4,93	13,886
3, $b = 0$	1	2	6	24	120
	5	0,894	1,2	2,147	4,8
3, $b = 1$	1	1,257	2,25	5,213	14,815
	5	0,562	0,45	0,466	0,593
4	1	0,357	8,978	11,234	297,132
	5	0,16	1,796	1,005	11,885

За даними табл. 3.12 можна зробити висновок, що розподіл процесу (3.42) навіть при достатньо великому значенні $\lambda\tau_0 = 5$ суттєво відрізняється від гауссівського, для якого $\gamma_s = 0$, $s \geq 3$.

Алгоритм моделювання складається з наступних етапів [2].

1. Визначити крок дискретизації T_d модельованого сигналу на основі інтервалу кореляції сигналу ($T_d \ll \tau_{corr}$) або на основі верхньої частоти сигналу ($T_d = 1/f_d, f_d \gg f_b$).

2. Задати необхідну тривалість модельованих реалізацій та сформувати масив дискретних моментів часу t , для яких будуть змодельовані відліки сигналу. Проміжок часу між сусідніми елементами масиву дорівнює T_d .

3. Отримати масив випадкових моментів часу t_k появи елементарних імпульсів виходячи із заданої інтенсивності λ пуассонівського потоку подій, у якого інтервали між сусідніми моментами t_k розподілені за показниковим законом.

4. Сформувати масив випадкових амплітуд η_k імпульсів з потрібним законом розподілу.

5. Сформувати k -й елементарний імпульс. Для цього моделюється функція $h(t)$, зміщена на величину t_k та помножена на значення амплітуди η_k .

6. Змодельовати реалізації процесу (3.42) підсумовуючи отримані елементарні імпульси для всіх значень з масиву часу.

Результати моделювання. Змодельовано реалізації шумових сигналів на комп'ютері для конкретних значень параметрів діагностичних моделей.

Задамо значення параметрів: $A=1$, $\beta=1$, $\tau_0=1$ мкс. Оберемо частоту заповнення експоненціально-синусних імпульсів $f_0 = \omega_0/2\pi = 5$ МГц. Дослідження виконаємо для інтенсивності $\lambda = 5 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, що відповідає $\lambda\tau_0 = 5$.

Оберемо крок дискретизації $T_d=10$ нс (частота дискретизації складає 100 МГц), що менше за тривалість τ_0 елементарного імпульсу в 100 разів. Покладемо тривалість реалізацій рівну $T=0,5$ мс. Тоді об'єм вибірки для кожної реалізації складає $N = 5 \cdot 10^4$ відліків. Для забезпечення стаціонарності процесу, що моделюється, початок відліку часу перенесемо в точку $t_0 = 20\tau_0$.

На рис. 3.9 наведені змодельовані реалізації процесу (3.42) з формою імпульсів 3 ($b=0$) та формою 4.

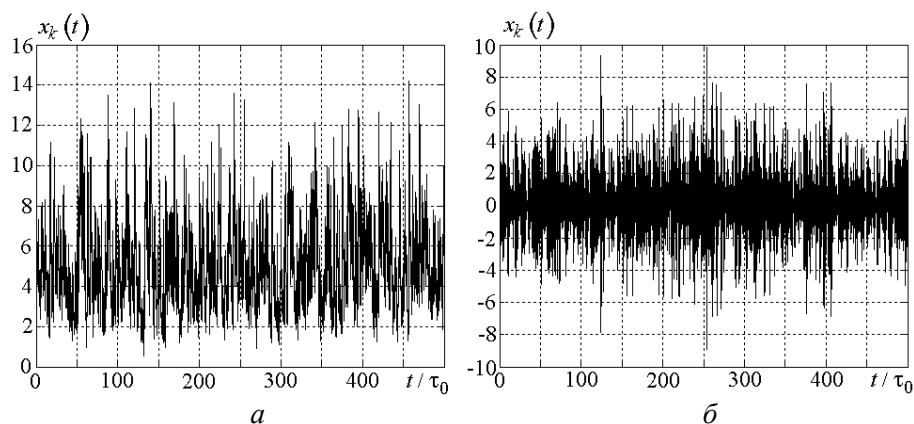


Рис. 3.9. Реалізації процесу Бунімовича – Райса:
 а – з експоненціальною формою імпульсів 3,
 б – з експоненціально-синусною формою імпульсів 4

Для перевірки ефективності алгоритму моделювання порівняємо значення теоретичних та експериментальних початкових моментів. Теоретичні моменти α_s процесу (3.42) знайдемо, використовуючи формули зв'язку початкових моментів з кумулянтами κ_s :

$$\alpha_1 = \kappa_1; \quad \alpha_2 = \kappa_2 + \kappa_1^2; \quad \alpha_3 = \kappa_3 + 3\kappa_1\kappa_2 + \kappa_1^3;$$

$$\alpha_4 = \kappa_4 + 4\kappa_1\kappa_3 + 3\kappa_2^2 + 6\kappa_2\kappa_1^2 + \kappa_1^4.$$

В табл. 3.13 наведені отримані в роботі [13] теоретичні значення початкових моментів моделей, що розглядаються, та їх оцінки $\hat{\alpha}_{s, \text{cp}}$, отримані усередненням за 30 реалізаціями.

Таблиця 3.13. Значення теоретичних та експериментальних моментів

Моменти	Форма імпульсів				
	1	2	3, $b=0$	3, $b=1$	4
α_1	5	2,5	5	5	0,159
$\hat{\alpha}_{1, \text{cp}}$	5,038	2,548	5,027	4,987	0,157
α_2	35	9,58	30	27,5	2,525
$\hat{\alpha}_{2, \text{cp}}$	35,28	9,87	30,19	27,34	2,505
α_3	305	48,13	210	164,7	1,827
$\hat{\alpha}_{3, \text{cp}}$	305,7	49,89	210,7	162,9	1,729
α_4	3145	296,4	1680	1066	30,73
$\hat{\alpha}_{4, \text{cp}}$	3118,3	308,2	1672,2	1044	30,45

За даними табл. 3.13 можна зробити висновок про добре узгодження теоретичних і експериментальних значень моментів процесу, оскільки відносна помилка для даного ансамблю реалізацій не перевищила 5,4% (у випадку моменту α_3 для форми імпульсів 4).

На рис. 3.10 наведені гістограми та графіки теоретичних щільностей імовірностей процесу (3.42) з формами імпульсів 3 ($b=0$) та 4, що побудовані за формулою (2.91) з використанням теоретичних початкових моментів, а не їх оцінок.

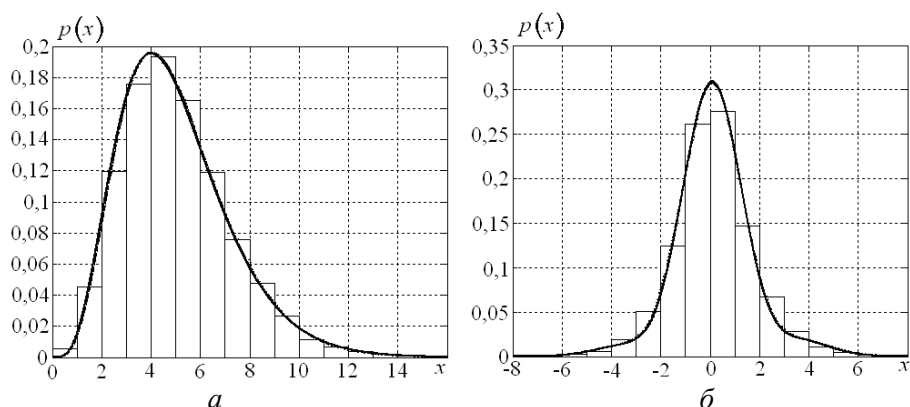


Рис.3.10.Теоретичні щільності імовірностей і гістограми процесу (3.42):
 а – з експоненціальною формою імпульсів 3,
 б – з експоненціально-синусною формою імпульсів 4

Графіки на рис. 3.10 показують узгодженість між теоретичними щільностями імовірностей та гістограмами.

Моделювання ритмічних сигналів. В підрозділі 2.3 показано, що найбільш узагальненими моделями ритмічних сигналів є:

- стаціонарні випадкові процеси з дискретним спектром;
- періодично корельовані випадкові процеси.

Дійсні стаціонарні випадкові процеси з дискретним спектром можуть бути представлені в наступному вигляді:

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{i2\pi f_k t}, \quad (3.43)$$

де γ_k – незалежні однаково розподілені комплексні випадкові величини, у яких $\mathbf{M}[\gamma_k] = 0$, $\mathbf{D}[\gamma_k] = \sigma_k^2$, причому γ_k і γ_{-k} утворюють комплексно спряжені пари, а частоти $f_k = f_{-k}$, $f_0 = 0$.

Кореляційна функція процесу (3.43) є майже періодичною функцією і дорівнює

$$R(\tau) = \sigma_0^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k^2 \cos 2\pi f_k \tau.$$

Відмітимо окремі випадки моделі (3.43).

1. Якщо частоти f_k є кратними, тобто $f_k = kf_1$, то кореляційна функція є періодичною функцією з періодом $T_0 > 0$, тобто $R(\tau) = R(\tau + T_0)$ та

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R(\tau) e^{-i2\pi k f_1 \tau} d\tau.$$

2. Нехай γ_k – вироджені випадкові величини, які дорівнюють C_k . Тоді моделлю ритмічних сигналів є детерміновані майже періодичні функції

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi f_k t}. \quad (3.44)$$

3. Якщо в формулі (3.44) частоти f_k кратні, тобто $f_k = k f_1$, а C_k є коефіцієнтами Фур'є, то процес $\xi(t)$ є детермінованою періодичною функцією з періодом $T_0 = 1/f_1$.

Таким чином, для моделювання будемо використовувати формулу (3.43), яку перепишемо в дійсній формі

$$\xi(t) = \gamma_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos(2\pi f_k t - \varphi_k). \quad (3.45)$$

При моделюванні кількість доданків в формулі (3.45) скінченна.

Алгоритм моделювання містить наступні етапи.

1. Задати кількість гармонік n .
2. Задати амплітуди гармонік γ_k .
3. Задати початкові фази φ_k .
4. Задати тривалість реалізації T .
5. Визначити крок дискретизації виходячи з частоти вищої гармоніки f_n : $T_d = 1/f_d$, $f_d \gg f_n$.
6. Змоделювати реалізацію процесу, підсумовуючи всі гармоніки.

Результати моделювання. Змоделюємо два процеси з дискретним спектром ($n = 10$):

а) з кратними частотами; $f_1 = 50$ Гц, $f_k = k f_1$, $k = \overline{1, 10}$;

б) з некратними частотами: $f_1 = 50$ Гц, $f_2 = 75$ Гц, $f_3 = 130$ Гц, $f_4 = 175$ Гц, $f_5 = 225$ Гц, $f_6 = 275$ Гц, $f_7 = 310$ Гц, $f_8 = 360$ Гц, $f_9 = 410$ Гц, $f_{10} = 470$ Гц.

Задамо для обох процесів наступні параметри моделювання: $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 0,9$, $\gamma_3 = 0,8$, $\gamma_4 = 0,7$, $\gamma_5 = 0,6$, $\gamma_6 = 0,5$,

$\gamma_7 = 0,4$, $\gamma_8 = 0,3$, $\gamma_9 = 0,2$, $\gamma_{10} = 0,1$; випадкова величина φ_k рівномірно розподілена на інтервалі $[0; 2\pi]$. Задамо тривалість реалізації 10 с, а частоту дискретизації 20 кГц.

На рис. 3.11 наведені реалізації змодельованих процесів з дискретним спектром для випадку кратних і некратних частот; на рис. 3.12 – оцінки їх кореляційних функцій, на рис. 3.13 – оцінки спектральних щільностей. Розмір вікна даних при спектральному аналізі складав 16384 відліків, що визначає роздільну здатність по частоті $20000/16384=1,22$ Гц.

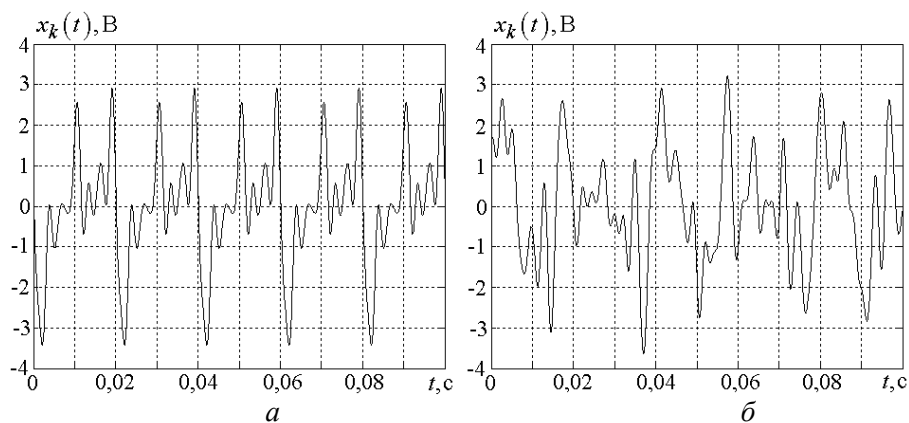


Рис. 3.11. Реалізації процесів з дискретним спектром:
 a – кратні частоти, b – некратні частоти

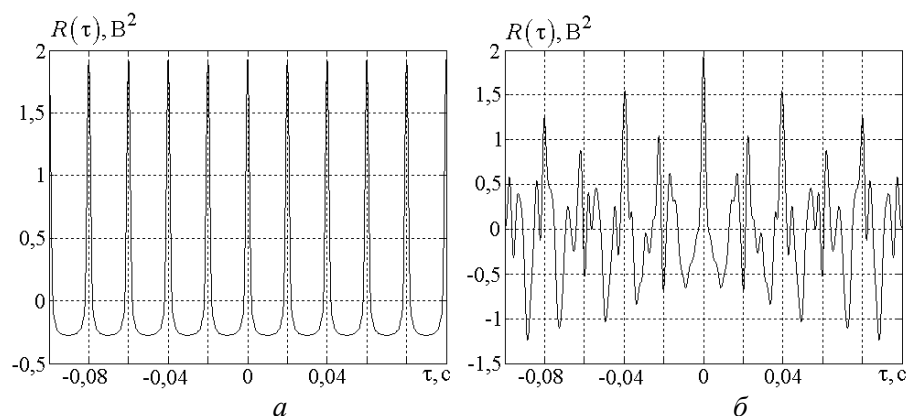


Рис. 3.12. Оцінки кореляційних функцій процесів з дискретним спектром: a – кратні частоти, b – некратні частоти

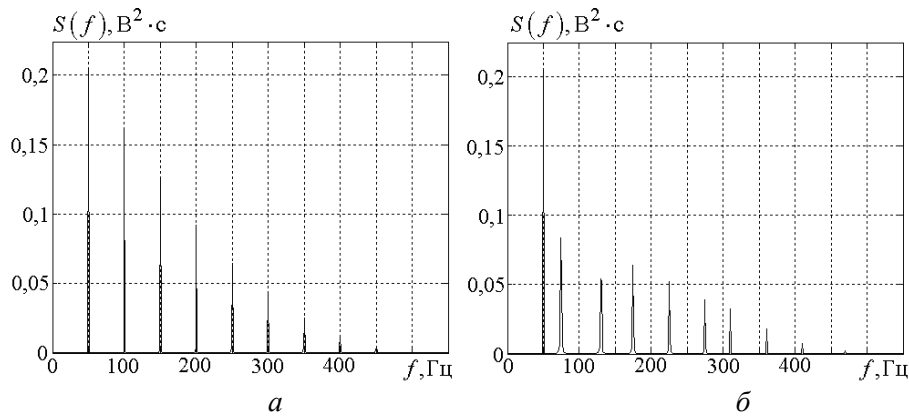


Рис. 3.13. Оцінки спектральних щільностей процесів з дискретним спектром: a – кратні частоти, b – некратні частоти

З наведених рисунків 3.11–3.13 видно, що у випадку кратних частот процес і його кореляційна функція є періодичними функціями, чого немає у випадку некратних частот, в обох випадках спектральні щільності мають дискретні складові на частотах f_k .

Періодично корельовані випадкові процеси з періодом $T_0 > 0$ є нестационарними процесами та задовольняють наступним умовам:

$$1) m(t + T_0) = m(t); \quad 2) R(t_1 + T_0, t_2 + T_0) = R(t_1, t_2).$$

Згідно з результатами роботи [23] періодично корельовані випадкові процеси можуть бути отримані періодичним повторенням відрізка T_0 стаціонарного процесу.

Використовуємо для моделювання гауссівський стаціонарний процес з незалежними значеннями з параметрами $m = 0$ і $\sigma = 1$.

Задано наступними параметрами моделювання: тривалість реалізації – 100 с, частота дискретизації – 20 кГц (об'єм вибірки $N = 2 \cdot 10^6$ відліків). Розмір вікна даних для спектрального аналізу – 8192, що визначає роздільну здатність по частоті $20000/8192 = 2,44$ Гц.

Виділимо з реалізації вихідного процесу відрізок тривалістю $T_0 = 0,02$ (400 відліків) і повторимо його 4999 разів. Отримана таким чином реалізація має тривалість 100 с (об'єм вибірки $N = 2 \cdot 10^6$ відліків). Зауважимо, що вибраному періоду повторень відповідає частота 50 Гц, яка є характерною для роботи роторно-

го обладнання.

На рис. 3.14 наведені реалізації змодельованих процесів – стаціонарного і періодично корельованого, на рис. 3.15 – оцінки їх кореляційних функцій, на рис. 3.16 – оцінки спектральних щільностей.

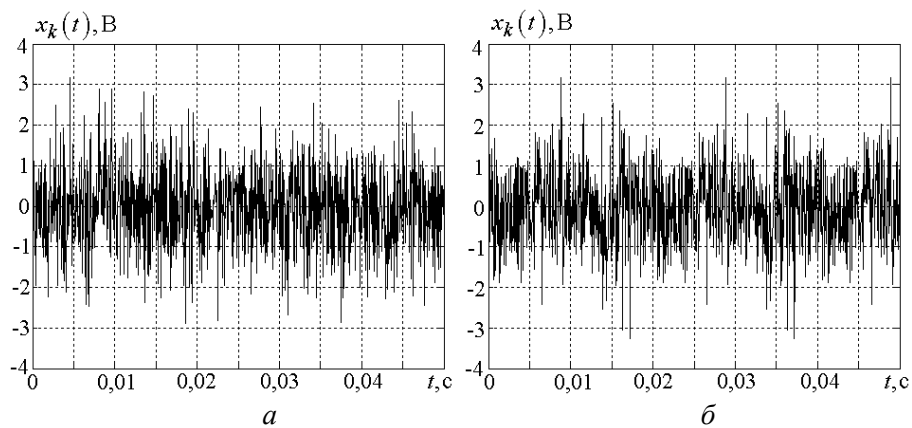


Рис. 3.14. Реалізації змодельованих процесів:
a – стаціонарного, *б* – періодично корельованого

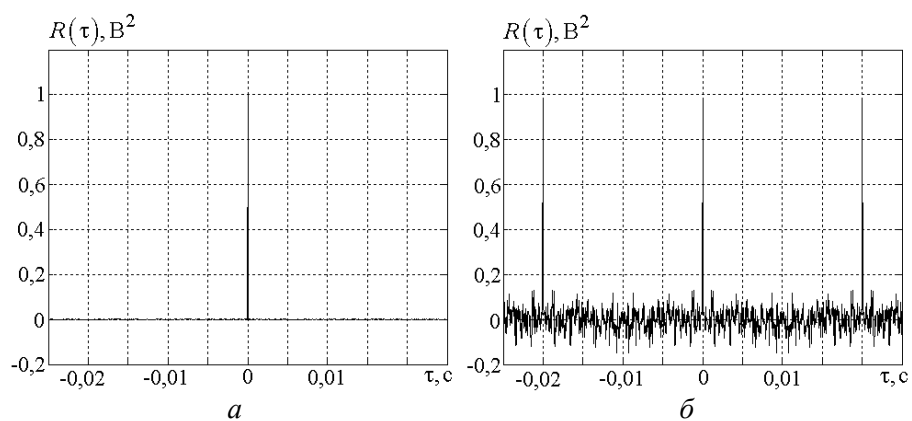


Рис. 3.15. Оцінки кореляційних функцій процесів:
a – стаціонарного, *б* – періодично корельованого

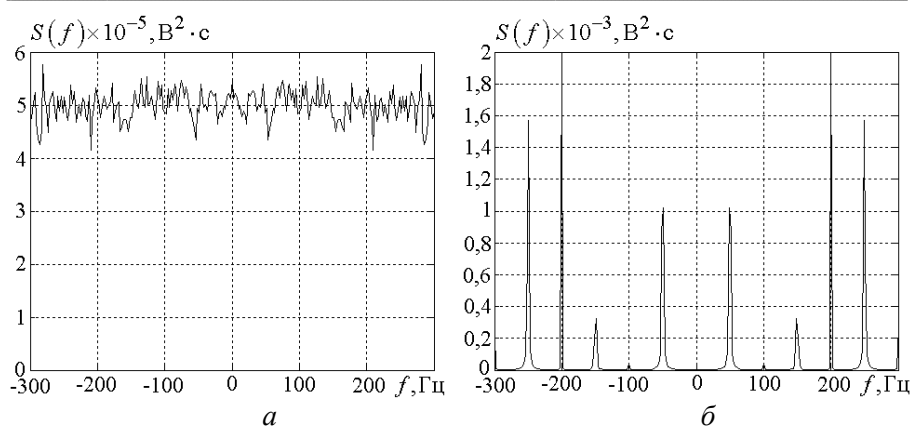


Рис. 3.16. Оцінки спектральних щільностей процесів:
 а – стаціонарного, б – періодично корельованого

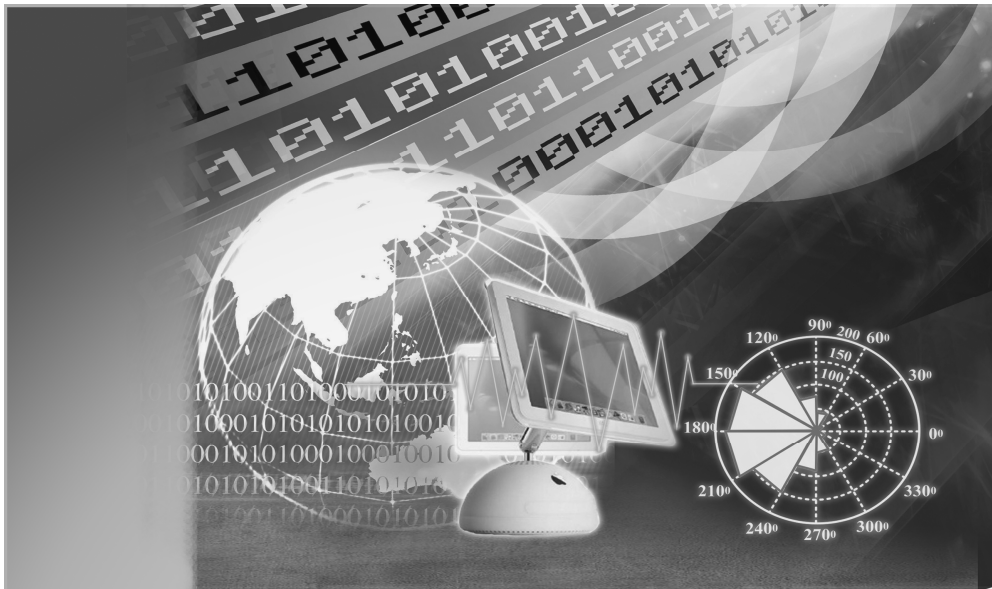
Із рис. 3.14–3.16 випливає, що реалізації обох сигналів схожі між собою, однак кореляційна функція періодично корельованого процесу є періодичною з інтервалом 0,02 с, а його спектральна щільність замість флуктуацій навколо середнього значення $5 \cdot 10^5 \text{В}^2 \cdot \text{с}$ має дискретні складові на частотах, кратних 50 Гц.

Література

1. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Бабак В. П., Березун В. С., Красильников А. И., Полобюк Т. А. Имитационное моделирование шумовых информационных сигналов, возникающих при работе теплоэнергетического оборудования // Научни известия на НТСМ. – год. XXI, бр. 2 (139) – юни 2013. – С. 124–128
3. Бабак В. П., Марченко Б. Г., Фриз М. С. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика: Підручник. – К.: Техніка, 2004. – 288 с.
4. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных / Пер с англ. В. Е. Привальского, А. И. Кочубинского; Под ред. И. Н. Коваленко. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

5. *Берегун В. С., Гармаш О. В., Красильников А. И.* Анализ среднеквадратической ошибки оценивания коэффициентов асимметрии и эксцесса типовых распределений // Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах (ВКДТС-2013): друга міжнар. наук. конф., 29–30 жовтня 2013 р.: збірник тез допов. – Вінниця: ПП «ТД «Едельвейс і К», 2013. – С. 61–63.
6. *Берегун В. С., Гармаш О. В., Красильников А. И.* Среднеквадратические ошибки оценок кумулянтных коэффициентов пятого и шестого порядков // Электронное моделирование. – 2014. – Т. 36, № 1. – С. 17–28.
7. *Берегун В. С., Красильников О. И.* Помилки експериментального визначення щільності імовірностей ергодичних випадкових процесів при її ортогональному поданні // Електроніка і зв'язь. – 2009. – №1 (48). – С. 5–14.
8. *Биргер И. А.* Техническая диагностика. – М.: Машиностроение, 1978. – 240 с.
9. *Ивченко Г. И., Медведев Ю. И.* Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1984. – 248 с.
10. *Иглин С. П.* Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2006. – 612 с.
11. *Кендалл М., Стьюарт А.* Теория распределений / Пер. с англ. В. В. Сазонова, А. Н. Ширяева; Под. ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Наука, 1966. – 588 с.
12. *Крамер Г.* Математические методы статистики / Пер. с англ. А. С. Моница, А. А. Петрова; Под. ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
13. *Красильников А. И., Берегун В. С.* Применение метода ортогональных представлений для нахождения плотностей вероятности типовых моделей флуктуационных сигналов // Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, № 11. – С. 13–21. – (Известия вузов).
14. *Красильников А. И., Пилипенко К. П.* Моделирование дискретных смесей распределений // Электроника и связь. – 2010. – №2 (55). – С. 57–61.
15. *Куликов Г. Б.* Основы технической диагностики: Учеб. пособие. – М.: МГУП имени Ивана Федорова, 2013. – 168 с.
16. *Куликов Е. И.* Методы измерения случайных процессов. – М.: Радио и связь, 1986. – 272 с.

17. *Лавренчик В. Н.* Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 274 с.
18. *Левин Б. Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
19. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2 т.; Пер. с франц. – М.: Мир, 1983. – Т. 2. 256 с.
20. *Марпл.-мл. С. Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
21. *Марченко Б. Г., Мыслович М. В.* Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. – К.: Наук. думка, 1992. – 196 с.
22. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 570 с.
23. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Часть I. Случайные процессы. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
24. *Сергиенко А. Б.* Цифровая обработка сигналов. – 3-е изд. перераб и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 758 с.
25. *Суетин П. К.* Классические ортогональные многочлены. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2005. – 480 с.
26. *Технические средства диагностирования: Справочник / В. В. Клюев, П. П. Пархоменко, В. Е. Абрамчук и др.; Под общ. ред. В. В. Клюева.* – М.: Машиностроение, 1989. – 672 с.
27. *Хан Г., Шатино С.* Статистические модели в инженерных задачах / Пер. с англ. под ред. В. В. Налимова. – М.: Мир, 1969. – 396 с.
28. *Шалыгин А. С., Палагин Ю. И.* Прикладные методы статистического моделирования. – Л.: Машиностроение, 1986. – 320 с.
29. *Яглом А. М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 280 с.



МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОГО ОБРОБЛЕННЯ ФАЗОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК РИТМІЧНИХ СИГНАЛІВ

4

- 4.1. Методологія оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів
- 4.2. Визначення дискретних фазових характеристик ритмічних сигналів
- 4.3. Основи статистичного оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів
- 4.4. Приклади використання вибірових кругових статистик в аналізі ритмічних сигналів

4.1. Методологія цифрового оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів

Ритм (від грецького *rhythmos*) у широкому розумінні – це чередування у певній послідовності елементів різної фізичної природи. Властивість ритмічності є вродженою особливістю природних процесів, що розвиваються в часі і просторі. У першому розділі було обґрунтовано використання породжених такими процесами ритмічних сигналів в теорії і практиці діагностики теплотехнічного та теплоенергетичного обладнання. Такі сигнали у значній кількості випадків адекватно представляються детермінованими моделями у вигляді періодичних чи майже періодичних процесів [1, 11], та найбільш вживаною на практиці є модель детермінованого гармонічного коливання (гармонічний сигнал) виду

$$u(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0), \quad t \in T_c, \quad (4.1)$$

де A_0, f_0, φ_0 – відповідно амплітуда, частота і початкова фаза гармонічного сигналу, t, T_c – відповідно поточний час та інтервал часу, на якому спостерігається сигнал. У більш загальному випадку сигнал (4.1) використовується для розв'язання задач отримання, передачі та оброблення вимірювальної інформації і має вид

$$u(t) = A(t) \cos\Phi(t), \quad t \in T_c, \quad (4.2)$$

де $A(t), \Phi(t)$ – відповідно амплітудна (обвідна) і фазова характеристики сигналу.

Аналізуючи вираз (4.2) маємо два випадки:

а) якщо задані функції $A(t), \Phi(t)$, то сигнал $u(t)$ визначається однозначно; такий випадок має місце під час моделювання процесів оброблення сигналів;

б) якщо задано сигнал $u(t)$, то функції $A(t), \Phi(t)$ однозначно не визначаються; такий випадок має місце під час оброблення реальних сигналів.

Проблему неоднозначності визначення функцій $A(t)$ і $\Phi(t)$ було вирішено у 1946 році видатним фізиком Деннісом Габором (1900 – 1979) шляхом введення так званого «аналітичного сигналу» [5] – комплекснозначного сигналу виду

$$\dot{z}(t) = u(t) + iu_H(t) = A(t) \exp[\Phi(t)], \quad (4.3)$$

де $u_H(t)$ – перетворення Гільберта сигналу $u(t)$.

За наявності аналітичного сигналу (4.3) функції $A(t)$ і $\Phi(t)$ визначаються однозначно, а саме

$$A(t) = \sqrt{u^2(t) + u_H^2(t)}, \quad (4.5)$$

$$\Phi(t) = \text{Arctg} \frac{u_H(t)}{u(t)} = 2\pi n(t) + \varphi(t), \quad (4.6)$$

де $n(t) \in Z$ – кількість цілих фазових циклів, $\varphi(t) \in [0, 2\pi)$ – дробова частина $\Phi(t)$. Безпосередньому визначенню за $u(t)$ та $u_H(t)$ через зворотні тригонометричні функції доступна тільки частина $\Phi(t)$ – функція $\varphi(t)$. Поточні значення $n(t)$ отримують за результатами аналізу циклічної стрибкоподібної зміни $\varphi(t)$ від значення 2π до нуля. Ця операція в технічній літературі дістала назву «розгортання фази» (англійською «phase unwrapping») і останнім часом широко застосовується в аналізі циклічних сигналів різної природи та у різних прикладних аспектах [7, 17, 20]. Термін «дробова частина фазової характеристики сигналу» вжитий авторами з урахуванням того, що $\varphi(t)$ відповідає частині фазового циклу сигналу і у випадку використання відносних одиниць для визначення цієї частини $\varphi(t)/2\pi \in [0, 1)$, тобто належить інтервалу $[0, 1)$.

Отже конструктивним способом аналізу ритмічних сигналів є визначення їх амплітудних, фазових та частотних характеристик. При такому підході діагностичними ознаками для процесів контролю теплотехнічного і теплоенергетичного обладнання можуть бути як параметри таких характеристик ритмічних сигналів, так і власне самі характеристики.

Методологія оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів ґрунтується на застосуванні до них перетворення Гільберта. Подальше статистичне оброблення фазових характеристик сигналів можна представити узагальненою схемою, зображеною на рис.4.1. На цьому рисунку позначено: ПГ – перетворення Гіль-

берта сигналів, ДЧФХС – дробова частина фазової характеристики сигналів, АХС – амплітудна характеристика сигналів, ФХС – фазова характеристика сигналів, ЛТ – лінійний тренд ФХС, ЧХС – частотна характеристика сигналів, С – суматор, КХС – кругові статистичні характеристики.

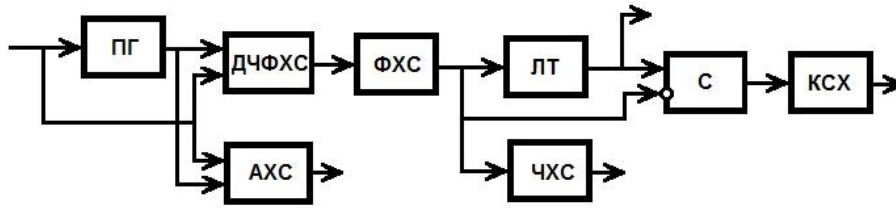


Рис. 4.1. Графічне представлення методології оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів

Досліджуваний сигнал надходить на вхід ПГ. Значення дробової частини фазової характеристики сигналу визначається в ДЧФХС, а розгортка фазової характеристики і отримання функції $\Phi(t)$ – в ФХС. Амплітудна характеристика сигналу, яка під час аналізу його фазової характеристики має допоміжний характер, визначається в АХС. За даними ФХС шляхом її диференціювання отримують ЧХС як значення поточної частоти сигналу. Середню частоту сигналу і відповідний лінійний тренд ФХС отримують в ЛТ.

В суматорі С відбувається стаціонаризація ФХС шляхом вилучення з ФХС лінійного тренду і отримання відповідної різниці. В разі необхідності в С може визначатись різниця фазових характеристик двох ритмічних сигналів з однаковими середніми частотами. Для подальшого аналізу визначеної різниці можна застосувати методи статистичного оброблення кутових величин і отримати кругові статистики (КСФ).

Розглянута методологія отримання і оброблення фазових характеристик сигналів може бути застосована і до реалізацій випадкових стаціонарних ритмічних процесів. «Випадковість» в таких процесах може бути обумовлена як природою самого джерела ритмічного сигналу (наприклад, вібросигналу), так і сторонніми адитивними шумами, які супроводжують процес отримання досліджуваної реалізації детермінованого сигналу виду (4.1).

Більш детально розглянемо перетворення Гільберта в детермінованій постановці.

Інтегральні зображення перетворення Гільберта та його основні властивості. Перетворенням Гільберта дійсної функції $f(x) \in L_p(-\infty, \infty)$, $p \in (1, 2)$ є невласний інтеграл виду [12]

$$f_H(x) = \mathbf{H}[f(x)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x+s) - f(x-s)}{s} ds, \quad (4.6)$$

де $\mathbf{H}(\cdot)$ – позначення оператора перетворення Гільберта.

Якщо $f(x) \in L_p(-\infty, \infty)$, $p \in (1, 2)$, то і $f_H(x) \in L_p(-\infty, \infty)$ і тоді має місце обернене перетворення Гільберта виду

$$f(x) = \mathbf{H}^{-1}[f_H(x)] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_H(x+s) - f_H(x-s)}{s} ds, \quad (4.7)$$

при цьому

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_H(s)|^2 ds \leq M_p \int_{-\infty}^{\infty} |f_H(s)|^p ds, \quad (4.8)$$

де константа M_p залежить тільки від p .

Формулам (4.1) і (4.2) еквівалентні наступні формули

$$f_H(x) = \mathbf{H}[f(x)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(s)}{s-x} ds, \quad (4.9)$$

$$f(x) = \mathbf{H}^{-1}[f_H(x)] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_H(s)}{s-x} ds, \quad (4.10)$$

в яких інтеграли розуміються в сенсі головного значення (головного значення по Коші).

Таким чином, породжені перетворенням Гільберта інтегральні оператори є обмеженими неперервними лінійними операторами у відповідних просторах L_p .

Наведемо основні властивості перетворення Гільберта [3] для функцій класу L_p , $p \in (1, 2)$.

1. *Лінійність.* Для функцій $f_1(x)$, та $f_2(x)$ при довільних числах α_1 , α_2 має місце

$$\mathbf{H}[\alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x)] = \alpha_1 \mathbf{H}[f_1(x)] + \alpha_2 \mathbf{H}[f_2(x)]. \quad (4.11)$$

2. *Властивість зсуву.* Для довільного дійсного значення $s \in R$ виконується рівність

$$\mathbf{H}[f(x-s)] = f_{\mathbf{n}}(x-s). \quad (4.12)$$

3. *Властивість ортогональності.* Для функції $f(x)$ і її гільберт-образу $f_{\mathbf{n}}(x)$ виконується умова ортогональності

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot f_{\mathbf{n}}(x) dx = 0, \quad (4.13)$$

4. *Подвійне перетворення Гільберта.* При подвійному застосуванні перетворення Гільберта до функції $f(x)$, має місце співвідношення

$$\mathbf{H}[\mathbf{H}[f(x)]] = -f(x). \quad (4.14)$$

5. *Властивість парності та непарності.* Якщо $f(x)$ парна функція змінної x , то $f_{\mathbf{n}}(x)$ – непарна, і навпаки: якщо $f(x)$ непарна, то $f_{\mathbf{n}}(x)$ є парною.

6. *Властивість інваріантності зміни масштабу.* Для довільного числа α , $\alpha > 0$ має місце співвідношення

$$\mathbf{H}[f(\alpha x)] = f_{\mathbf{n}}(\alpha x). \quad (4.15)$$

7. *Комутативність при використанні лінійних операторів.* Для обмеженого лінійного оператора $\mathbf{V}[\cdot]$ має місце

$$\mathbf{H}[\mathbf{V}[f(x)]] = \mathbf{V}[\mathbf{H}[f(x)]]. \quad (4.16)$$

8. *Перетворення Фур'є.* Нехай існує перетворення Фур'є функції $f(x) - \mathbf{F}[f(x)]$, де $\mathbf{F}[\cdot]$ – оператор перетворення Фур'є. З формули (4.4) випливає, що гільберт-образ $f_{\mathbf{n}}(x)$ функції $f(x)$ визначається як згортка цієї функції з ядром перетворення Гільберта: $\mathbf{H}[f(x)] = f(x) * \frac{1}{\pi x}$. Перетворення Фур'є функції $\frac{1}{\pi x}$ наступне

$$\mathbf{F}\left[\frac{1}{\pi x}\right] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x} e^{-i2\pi fx} dx = \dot{K}(f) = -i \mathbf{sign}(f) = \begin{cases} -i, & f > 0, \\ 0, & f = 0, \\ i, & f < 0, \end{cases} \quad (4.17)$$

де $i = \sqrt{-1}$, а знакова функція $\mathbf{sign}(f)$ визначається як

$$\mathbf{sign}(f) = \begin{cases} 1, & f > 0, \\ 0, & f = 0, \\ -1, & f < 0. \end{cases}$$

Отже перетворення Фур'є (спектр) гільберт-образу $f_n(x)$ зв'язаний зі спектром вхідної функції $f(x)$ співвідношенням

$$\mathbf{F}[f_n(x)] = -i\mathbf{sign}(f) \cdot \mathbf{F}[f(x)]. \quad (4.18)$$

Використання перетворення Гільберта до ритмічних сигналів $u(t) \in L_p(-\infty, \infty)$ дозволяє ввести для них більш загальні характеристики. Для цього заданому дійсному сигналу $u(t)$ ставиться у відповідність комплексний сигнал (4.3) де $u_n(t) = \mathbf{H}[u(t)]$. На основі подання (4.3) у виді

$$\dot{z}(t) = |\dot{z}(t)| \exp(i \arg \dot{z}(t)) = A(t) \exp(i\Phi(t)) \quad (4.19)$$

для неперервного дійсного сигналу $u(t)$ можна розглядати наступні дійсні неперервні і в загальному випадку змінні у часі характеристики:

а) амплітудну характеристику, що задається формулою (4.5);

б) фазову характеристику

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \text{Arg} \dot{z}(t) = \varphi(t) + 2\pi \mathbf{L}[u(t), u_n(t)] = \\ &= \arctg \frac{u_n(t)}{u(t)} + \frac{\pi}{2} \{2 - \text{sign} u_n(t)(1 + \text{sign} u(t))\} + 2\pi \mathbf{L}[u(t), u_n(t)], \end{aligned} \quad (4.20)$$

де $\mathbf{L}[u(t), u_n(t)]$ – оператор розгортання фазової характеристики сигналу, що усуває стрибки фази в точках $2\pi n$, $n \in Z$ (оператор розгортання фази сигналу), $\varphi(t)$ – дробова частина фазової характеристики сигналу.;

в) частотну характеристику

$$\mathbf{Ч}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt}. \quad (4.21)$$

За аналогією з поняттям "фазовий зсув" між двома гармонічними когерентними коливаннями [6, 8] для ритмічних сигналів введемо наступне поняття.

Різницею фазових характеристик двох заданих дійсних ритмічних сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$, кожному з яких ставиться у відповідність комплексний сигнал виду (4.3), називається неперервна дійсна функція

$$\Delta\Phi(t) = \Phi_2(t) - \Phi_1(t), \quad (4.22)$$

де відповідна фазова характеристика $\Phi_j(t)$ сигналу $u_j(t)$, $j = 1, 2$ визначається виразом (4.20).

Важливим параметром ритмічних сигналів для багатьох практичних застосувань є середня частота сигналу. Вона може бути визначена за лінійним трендом $\Phi_n(t)$ функції $\Phi(t)$ (4.20).

Інша можливість отримання нових діагностичних ознак полягає у отриманні кругових статистик для різниці $\Phi(t) - \Phi_n(t)$ – кругових середнього, дисперсії, асиметрії ексцесу та інших. Ці характеристики відомі в статистичному аналізі даних спостережень випадкових кутів [10,21]. Проте в аналізі ритмічних сигналів вони ще не знайшли широкого застосування.

4.2. Визначення дискретних фазових характеристик ритмічних сигналів

Широке використання цифрової обробки сигналів, її виняткове практичне значення обумовлює важливість узагальнення розглянутих вище характеристик для дискретного представлення ритмічних сигналів.

Для дискретної реалізації перетворенні Гільберта ритмічних сигналів винятково важливе значення мають такі його властивості:

а) властивість однорідності:

у часі – якщо $u(t)$ замінити на $u(t - t_0)$, $t_0 = \text{const}$, то для гільберт-образу $u_n(t)$ відповідно маємо $u_n(t - t_0)$;

за фазою – якщо в спектрі Фур'є $u(t)$ зсунути всі фази складових на кут $\theta_0 = \text{const}$, то отримаємо $u(t, \theta_0)$ замість $u(t)$ і $u_n(t, \theta_0)$ замість $u_n(t)$;

за частотою – якщо в спектрі Фур'є $u(t)$ зсунути всі частоти на величину $f_0 = \text{const}$, то отримаємо $u(t, f_0)$ замість $u(t)$ і

$u_n(t, f_0)$ замість $u_n(t)$;

б) зв'язок спектрів сигналів $u(t)$ та $u_n(t)$: якщо існує перетворення Фур'є сигналів $u(t)$ та $u_n(t)$, то їх спектри $S_u(f)$ і $S_{u_n}(f)$ пов'язані співвідношенням:

$$S_{u_n}(f) = \begin{cases} S_u(f), & f > 0, \\ S_u(0+), & \lim_{\delta \rightarrow 0} (0+\delta), \\ -S_u(0-), & \lim_{\delta \rightarrow 0} (0-\delta), \\ -S_u(f), & f < 0. \end{cases} \quad (4.23)$$

Для комплексного сигналу виду (4.3) співвідношення спектрів ще більше спрощується

$$S_z(f) = \begin{cases} 2S_u(f), & f > 0, \\ S_u(0), & f = 0, \\ 0, & f < 0. \end{cases} \quad (4.24)$$

Отже в області додатних частот спектри Фур'є сигналів $u(t)$ та $u_n(t)$, з урахуванням додаткового зсуву на $-0,5\pi$, додаються. У області від'ємних частот спектри Фур'є таких сигналів є протифазними і їх сума дорівнює нулю.

Рівняння (4.24) покладено в основу цифрової реалізації перетворення Гільберта [18, 22]. Його виконання згідно з (4.24) в частотній області на основі швидкого перетворення Фур'є дозволяє в сотні разів скоротити час необхідних обчислень у порівнянні з його реалізацію в часовій області безпосередньо за формулою (4.9).

Перетворення Гільберта на фінітних інтервалах часу. Основні теоретичні результати, які пов'язані з використанням перетворення Гільберта в аналізі сигналів, отримані для їх моделей, що задавались на нескінченних часових інтервалах. Для практичної реалізації перетворення Гільберта актуальним є використання перетворення на скінченному (фінітному) інтервалі часу.

У загальному плані перетворення Гільберта є фізично нереалізовним. Тому всі реальні вимірювання характеристик сигналів на його основі можна виконувати лише наближено. Дійсно, амплі-

тудна, фазова і частотна характеристики сигналу $u(t)$ мають інтегральний характер. Визначення цих характеристик потребує оброблення сигналу на всьому часовому інтервалі його існування. Для деяких випадків є можливість отримати наближені оцінки цих характеристик за результатами обмежених певним часовим вікном спостережень сигналу. Такі випадки можливі тоді, коли вагомий внесок в інтеграл (4.4) вносять відповідні фінітні області значень досліджуваних характеристик. Зокрема, така можливість існує для ритмічних сигналів. Вона дозволяє застосувати “ковзне” оброблення для визначення поточних оцінок характеристик досліджуваних сигналів. Зупинимось на цьому більш детально. Наведемо наступне означення [8]

Інтегральне перетворення функції $u(t)$ виду

$$u_{\text{нв}}(t) = \mathbf{H}_w[u(t)] = - \int_{t-T_b}^t \frac{u(\tau)}{\pi(t-\tau)} d\tau, \quad (4.25)$$

будемо називати ковзним перетворенням Гільберта, де $T_b > 0$ - тривалість часового вікна.

Термін "ковзне" означає, що часове вікно тривалістю T_b можна вибирати довільно на часовій вісі R . Спостереження ритмічних сигналів на обмеженому часовому інтервалі можна трактувати як обмеження останнього фінітним часовим вікном виду

$$B(t) = \begin{cases} 1, & t \in [t-T_b, t), \\ 0, & t \notin [t-T_b, t). \end{cases} \quad (4.26)$$

Як правило рекомендується вибирати часове вікно $T_b \gg T_0$, де T_0 – середній період сигналу $u(t)$. В цьому випадку ковзне перетворення Гільберта сигналу $u(t)$ визначається як

$$u_{\text{нв}}(t) = \mathbf{H}[B(t)u(t)] = B(t)\mathbf{H}[u(t)] = B(t)u_{\text{н}}(t). \quad (4.27)$$

У зв'язку з тим, що спектри Фур'є $B(t)$ та $u(t)$, як правило, перекриваються, то значення $u_{\text{нв}}(t)$ та $u_{\text{н}}(t)$ не співпадатимуть і відрізнятимуться на певну методичну похибку Δ_m , тобто $u_{\text{нв}}(t) = u_{\text{н}}(t) + \Delta_m$. Значення Δ_m зростає зі зменшенням часу спостережень. Цю обставину треба враховувати при виборі компромі-

су між часом спостереження і точністю отримуваних характеристик сигналів.

Дискретне перетворення Гільберта цифрових сигналів.

Вихідною є послідовність значень сигналу $u[j]$, $j = \overline{1, n}$, яку можна розглядати як деякий дискретний сигнал вкладений у неперервний сигнал $u(t)$, і який отримано з періодом дискретизації $T_d \ll T_0$.

З метою зменшення обчислювальної складності дискретне перетворення Гільберта виконують для дискретної комплексної послідовності виду

$$\dot{z}[j] = u[j] + i u_n[j], \quad j = \overline{1, n}. \quad (4.28)$$

Дану послідовність можна розглядати як деякий вкладений дискретний сигнал у неперервний сигнал виду (4.3), отриманий з періодом дискретизації T_d . Природно, що множина таких вкладених дискретних послідовностей у загальному випадку є зліченною (нескінченною). Цей факт обов'язково потрібно враховувати при порівняльному аналізі результатів неперервного і цифрового оброблення сигналів.

У комплексній послідовності (4.28) відомими є лише значення дійсної частини – $u[j]$, які визначається за результатами спостережень або вимірювань досліджуваного сигналу $u(t)$. Послідовність $u_n[j]$ знаходять як дискретний гільберт-образ дискретної послідовності $u[j]$. Отже для $\dot{z}[j]$ виконуються наступні умови:

$$\operatorname{Re} \dot{z}[j] = u[j]; \quad \operatorname{Im} \dot{z}[j] = u_n[j]; \quad \sum_{j=1}^n u[j] u_n[j] = 0. \quad (4.29)$$

Спектральний метод обчислення послідовності $\dot{z}[j]$, яка задана на скінченній множині $j = \overline{1, n}$, ґрунтується на співвідношення (4.24) і передбачає наступні етапи:

1) розрахунок n -точкового дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) $S_u(m)$ послідовності $u[j]$

$$S_u(m) = \sum_{j=1}^n u[j] \exp\left(-i \frac{2\pi}{n} jm\right); \quad (4.30)$$

значення $S_u(m)$ обчислюються для дискретних частот $f_m = m/n\Delta t$, $0 \leq m \leq n-1$;

2) розрахунок n -точкового ДПФ $S_z(m)$ послідовності $z[j]$ за наступним співвідношенням

$$S_z(m) = \begin{cases} S_u[0], & \text{для } m = 0, \\ 2S_u[m] & \text{для } 1 \leq m < n/2 - 1, \\ S_u[m] & \text{для } m = n/2, \\ 0 & \text{для } n/2 + 1 \leq m \leq n - 1. \end{cases} \quad (4.31)$$

Перетворення Фур'є комплексної послідовності $z[j]$ має односторонній спектр (тільки додатні частоти), причому її спектральні складові дорівнюють подвоєним значенням спектральних складових дійсної послідовності $u[j]$;

3) обчислення $z[j]$ за значеннями $S_z(m)$ через обернене ДПФ

$$z[j] = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} S_z[m] \exp\left(i \frac{2\pi}{n} jm\right). \quad (4.32)$$

Використання отриманої дискретної послідовності $z[j]$ (4.32) дозволяє узагальнити наведені в п.4.1 характеристики неперервних ритмічних сигналів на їх дискретні прототипи.

Дійсна дискретна послідовність $u[j]$, $j = \overline{1, n}$, для якої визначене дискретне перетворення Гільберта $u_n[j]$, має наступні дійсні характеристики:

а) дискретну амплітудну характеристику

$$A[j] = \sqrt{u^2[j] + u_n^2[j]}; \quad (4.33)$$

б) дискретну фазову характеристику

$$\begin{aligned} \Phi[j] = \text{Arg}z[j] = \arctg \frac{u_n[j]}{u[j]} + \\ + \frac{\pi}{2} \{2 - \text{sign } u_n[j](1 + \text{sign } u[j])\} + 2\pi L[u[j], u_n[j]] \end{aligned} \quad (4.34)$$

в) дискретну частотну характеристику

$$\Psi[j] = \frac{\Phi[j] - \Phi[j-1]}{2\pi T_d}. \quad (4.35)$$

Дискретний аналог (4.22) введемо наступним чином.

Різницею дискретних фазових характеристик двох заданих дискретних послідовностей $u_1[j]$ і $u_2[j]$, кожній з яких ставиться у відповідність комплексна послідовність виду (4.28), називається дискретна послідовність

$$\Delta\Phi[j] = \Phi_2[j] - \Phi_1[j]. \quad (4.36)$$

Лінійний тренд дискретної фазової характеристики (4.34) виду $\Phi_n[j] = kT_d j + b$ можна визначити застосувавши до $\Phi[j]$ один з методів визначення лінійної регресії, наприклад, метод Бартлетта-Кену [7]. В основі методу лежить упорядкування експериментальних даних за j (часом) і поділ корисної частини вибірки $\Phi[j]$, $j = \overline{1, n}$ на три приблизно рівні групи обсягом $M = [n/3]^+$, де $[\cdot]^+$ – позначення цілої частини числа. У кожній групі обраховують суми виду $\sum \Phi[j]$ та $T_d \sum j$. Позначимо їх відповідно Φ_1, Φ_2, Φ_3 і t_1, t_2, t_3 . Тоді коефіцієнти лінійної регресії оцінюються співвідношеннями:

$$k = \frac{\Phi_3 - \Phi_1}{t_3 - t_1}, \quad b = \bar{\Phi} - k\bar{t} \quad \text{або} \quad b = \frac{\Phi_2}{M} - k \frac{t_2}{M}, \quad (4.37)$$

де $\Phi = \frac{\sum \Phi[j]}{3M}$ та $\bar{t} = \frac{T_d \sum j}{3M}$.

До послідовності $\Delta\Phi[j] = \Phi[j] - \Phi_n[j]$ – різниці між дискретною фазовою характеристикою ритмічного сигналу та її лінійним трендом (, можна застосовувати методи аналізу даних кутових спостережень та визначати їх вибіркові кругові характеристики.

4.3. Основи статистичного оброблення фазових характеристик ритмічних сигналів

Одним з основних об'єктів теорії імовірності випадкових фазових зсувів є випадковий кут $\Psi(\omega)$ [8] визначений як випадкова величина, що задана на фіксованому ймовірнісному просторі (Ω, \mathcal{F}, P) , де Ω – простір елементарних подій $\omega \in \Omega$, \mathcal{F} – алгебра (σ -алгебра) підмножин Ω , а P – ймовірність випадкових подій \mathcal{F} . Розглянемо це об'єкт більш детально.

Дійсна випадкова величина

$$\psi(\omega) = \Psi(\omega) - \left[\frac{\Psi(\omega)}{2\pi} \right]^+ \cdot 2\pi, \quad \omega \in \Omega, \quad (4.38)$$

де $\left[\frac{\Psi(\omega)}{2\pi} \right]^+$ – ціла частина випадкового кута $\Psi(\omega) \in R$, називається *випадковим кутом (випадковим фазовим зсувом сигналів, випадковою різницею фазових характеристик сигналів)* $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$, якщо функція розподілу $\psi(\omega)$

$$G(x') = P\{\omega \in \Omega: 0 < \psi(\omega) \leq x'\}, \quad x' \in [0, 2\pi), \quad (4.39)$$

має наступні властивості:

1. $G(x')$ монотонно не спадна на інтервалі $x' \in [0, 2\pi)$ і неперервна справа;
2. $G(2\pi) = 1$ і є неперервною в точці $x' = 2\pi$;
3. $G(0) = 0$;
4. $G(x'_2) - G(x'_1) \geq 0$ при $x'_2 \geq x'_1$, $x'_1, x'_2 \in [0, 2\pi)$.

Аналіз виразу (4.39) показує на відмінність функції розподілу $G(x')$ від традиційної функції розподілу випадкової величини на числовій прямій R [2]: функція $G(x')$ задана на скінченному інтервалі аргументу $x' \in [0, 2\pi)$. Тому будемо називати функцію $G(x')$ *функцією розподілу ймовірностей випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$* . Ймовірнісний розгляд випадкових кутів в основному ґрунтується на використанні функції розподілу $G(x')$ на

$[0, 2\pi)$.

Для більш загального випадкового кута $\Psi(\omega) \in R$, $\omega \in \Omega$, має місце наступне означення

Дійсна випадкова величина $\Psi(\omega) > 2\pi$

$$\Psi(\omega) = \left[\frac{\Psi(\omega)}{2\pi} \right]^+ \cdot 2\pi + \psi(\omega), \quad \omega \in \Omega, \quad (4.40)$$

називається *випадковим кутом* $\Psi(\omega)$ на R , якщо $\psi(\omega)$ є випадковим кутом на $[0, 2\pi)$ з функцією розподілу $G(x')$ на $[0, 2\pi)$, а інтегральна ункція розподілів ймовірностей сімейства випадкових кутів $\Psi(\omega)$ на R для $\forall k \in Z$ визначається формулою

$$F(x) = G(x') + \left[\frac{x}{2\pi} \right]^+ + C, \quad x \in R, \quad x' \in [0, 2\pi), \quad (4.41)$$

де C – довільна константа.

Для складових виразу (4.41) виконуються наступні умови:

$$P \left\{ \omega \in \Omega : \left[\frac{\Psi(\omega)}{2\pi} \right]^+ = k, \quad k \in Z \right\} = 1, \quad (4.42)$$

$$P \{ \omega \in \Omega : \psi(\omega) \in [0, 2\pi) \} = 1. \quad (4.43)$$

Значення цілої частини $\left[\frac{x}{2\pi} \right]^+$ залежить від вибору початку

системи координат і по суті є «грубою» оцінкою значення випадкового кута $\Psi(\omega)$.

Графічне відображення результатів спостереження фазових характеристик сигналів. Відомий спосіб графічного відображення результатів кутових спостережень в межах інтервалу $[0, 2\pi)$ ґрунтується на відтворенні вимірних напрямків (кутів, фазових зсувів сигналів тощо) точками на одиничному колі (рис. 4.2,а), або векторами, які закінчуються в цих точках, а починаються в центрі кола (рис. 4.2,б).

Розбиття кола на клас-інтервали та групування даних за цими клас-інтервалами дозволяє застосувати кругові гістограми для відображення експериментальних даних кутових вимірювань

значного обсягу M (рис. 4.3,а).

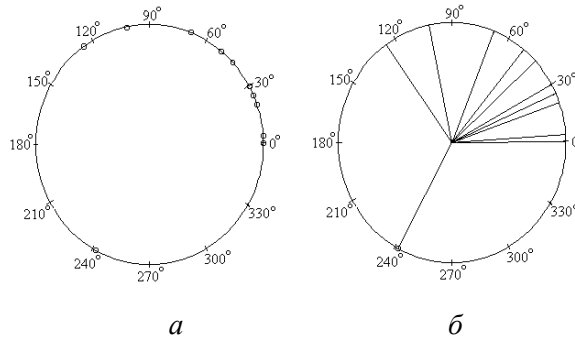


Рис. 4.2. Графічне зображення результату спостереження кутових величин точками на колі (а) та векторами (б)

Кругова гістограма уявляє коло поділене на m клас-секторів (найчастіше рівної величини). Для цих секторів підраховується кількість спостережених кутів M_j , $j = \overline{1, m}$, значення яких належать j -тому інтервалу. У випадку рівних клас-інтервалів на графіках у визначених секторах маємо прямокутники, висота яких дорівнює значенням M_j , або відносним частотам – M_j / M . На рис. 4.3,а наведено графік кутової гістограми спостережень кутів на колі для випадку $m=12$ та $M=1000$.

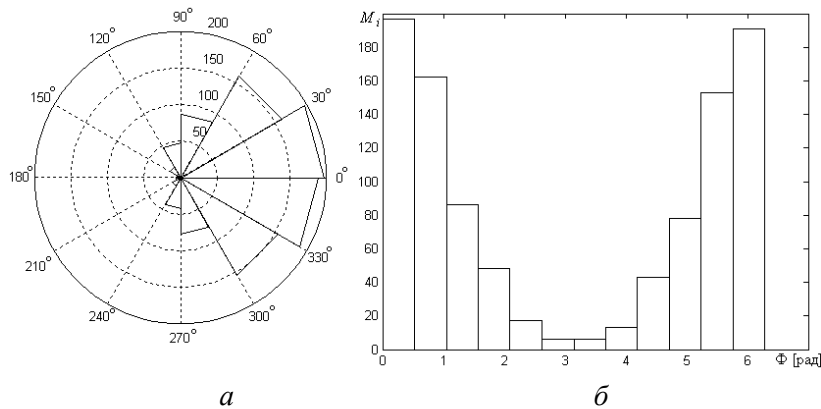


Рис. 4.3. Кругова (а) та лінійна (розгорнута кругова) (б) гістограми кутових спостережень

Іншим зручним способом графічного представлення гістограми кутових спостережень є графік лінійної гістограми (рис.4.3,б), що являє собою “розгорнуту ” на прямій на інтервалі

$[0, 2\pi)$ кутову гістограму.

В загальному випадку вимірювані кути можуть виходити за межі інтервалу $[0, 2\pi)$, тобто областю значень кута Φ є множина всіх дійсних чисел R . В цьому випадку зручною інтерпретацією кутів може бути гвинтова лінія [15]. Графічне зображення кутів для цього випадку представлено на рис. 4.4.

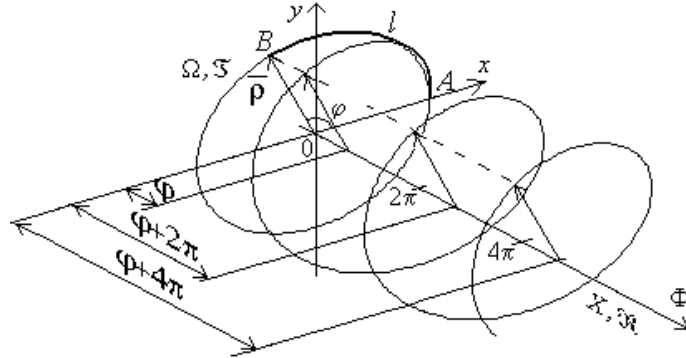


Рис. 4.4. Зображення кутів на гвинтовій лінії та на колі

Областю значень кута є множина X точок вісі $O\Phi$. На рис.4.4 цій множині відповідає вісь $O\Phi$. Відображення кут – число відбувається через гвинтову лінію, яка задається наступними рівняннями:

$$x = \cos \Phi, \quad y = \sin \Phi, \quad \Phi = 2\pi n + \phi, \quad n \in Z.$$

На рис. 4.4 напрямку вектора ρ в площині xOy відповідає дуга AB довжиною l . Цій дузі через гвинтову лінію ставиться у відповідність одне з чисел осі $O\Phi$ виду $\phi + 2\pi n$, $n \in Z$. Числове значення n задається початковими умовами або в інший спосіб, який визначається особливостями фізичної реалізації експерименту.

Конструктивна форма представлення різниці фазових характеристик $\Phi > 2\pi$ у виді

$$\Phi = \left[\frac{\Phi}{2\pi} \right]^+ \cdot 2\pi + \phi, \quad (4.44)$$

де $\left[\frac{\Phi}{2\pi} \right]^+ \in Z$ – ціла (кількість повних обертів), а

$\{\Phi\} = \varphi = \Phi \pmod{2\pi} \in [0, 2\pi)$ – дробова частина Φ , є основою формулою визначення довільної різниці фазових зсувів сигналів.

Функція розподілу ймовірностей випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$. Властивості такої функції розподілу $G(x')$, $x' \in [0, 2\pi)$ (4.39) повністю співпадають з відомими властивостями традиційної функції розподілу ймовірностей випадкової величини [2], за виключенням того факту, що функція $G(x')$ задана на скінченному інтервалі $x' \in [0, 2\pi)$, але згідно (4.42) на різних ділянках R . У випадку вимірювань різниць фазових характеристик сигналів $\Delta\Phi[j]$ часто обґрунтованою є ще одна статистична гіпотеза: для всіх різних значень k функція $G(x')$ є незмінною, тобто

$$G_k(x') \equiv G(x'), \quad \forall k \in Z,$$

де $G_k(x')$ – функція розподілу $\psi_k(\omega)$ на $[0, 2\pi)$ для довільного, але конкретного значення $k \in Z$.

Інтегральна функція розподілів ймовірностей сімейства випадкових кутів $\Psi(\omega)$ на R для $\forall k \in Z$ згідно (4.39) має наступний вид

$$F(x) = G(x') + \left[\frac{x}{2\pi} \right]^+ + C, \quad x \in R, \quad x' \in [0, 2\pi). \quad (4.45)$$

На перший погляд $F(x)$ не може мати властивостей традиційної функції розподілу ймовірностей. З цих позицій в порівнянні з терміном «функція розподілу», яка наведена у роботі [10], була змінена її назва, а саме *інтегральна функція розподілів ймовірностей сімейства випадкових кутів $\Psi(\omega)$ на R* , яка у більшій мірі відображає її властивості:

1. $F(x)$ монотонно не спадає;
2. $F(x)$ неперервна справа на $x \in R$;
3. $F(-\infty) = -\infty$;
4. $F(\infty) = \infty$;
5. $F(x') = F(x') - F(0_-)$, $x' \in [0, 2\pi)$;

6. $F(x) - \frac{x}{2\pi}$ є періодичною функцією з періодом 2π ;

7. $F(x+2\pi) - F(x) \equiv 1, x \in R$;

8. Для $0 \leq x_2 - x_1 \leq 2\pi$

$$(P\{\omega \in \Omega: x_1 < \Psi(\omega) \leq x_2\}) = \begin{cases} 0, & x_2 \leq x_1, \\ F(x_2) - F(x_1) & (x_1 < x_2 \leq x_1 + 2\pi), \\ 1, & x_2 > x_1 + 2\pi; \end{cases} \quad (4.46)$$

9. Для характерного випадку $0 < x_2 - x_1 \leq 2\pi$ маємо

$$\begin{cases} F(x_2) - F(x_1) = P\{x_1 < x' \leq x_2\} \text{ при } \left[\frac{x_2}{2\pi}\right]^+ = \left[\frac{x_1}{2\pi}\right]^+; \\ (F(x'_2) - F(0)) + (F(x'_1) - F(2\pi)) = \\ = P\{(0 \leq x' \leq x'_2) + P(x'_1 \leq x' \leq 2\pi)\} \text{ при } \left[\frac{x_2}{2\pi}\right]^+ = \left[\frac{x_1}{2\pi}\right]^+ + 1, \end{cases}$$

де $x'_1 = x_1 \pmod{2\pi}$, $x'_2 = x_2 \pmod{2\pi}$.

10. Зазвичай постійна $C=0$, але в залежності від постановки задачі кутових вимірювань може набувати інші числові значення.

Із наведених властивостей функції $F(x)$, $x \in R$ витікає, що монотонно не спадна функція $F(x)$ має однакові прирости

$$F(x+2\pi(k+1)) - F(x+2\pi k) = 1, \forall k \in Z,$$

що не суперечить властивостям нормованої ймовірнісної міри.

Таким чином, на кожному скінченному інтервалу $\{2\pi k\} \cup [0, 2\pi)$, $k \in Z$ числової прямої R розподіл ймовірностей довільного випадкового кута $\Psi(\omega)$ виду (4.39) для конкретного k має розподіл $G(x')$ випадкового кута на $[0, 2\pi)$. Це означає, що ймовірнісний аналіз різниці фазових характеристик сигналів зводиться до ймовірнісного аналізу її дробової частини.

На рис. 4.5 в якості ілюстрації наведені графіки: а) неперервної функції $G(x')$; б) дискретної функції $G_d(x')$.

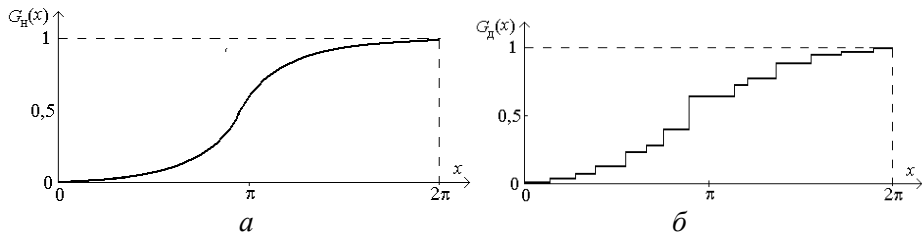


Рис. 4.5. Графіки функцій розподілу $G(x')$ (а) і $G_D(x')$ (б)

Загальний вид функції $F(x)$ потребує окремого розгляду та інтерпретації. Один із варіантів графіка функції для неперервного випадку наведений на рис. 4.6.

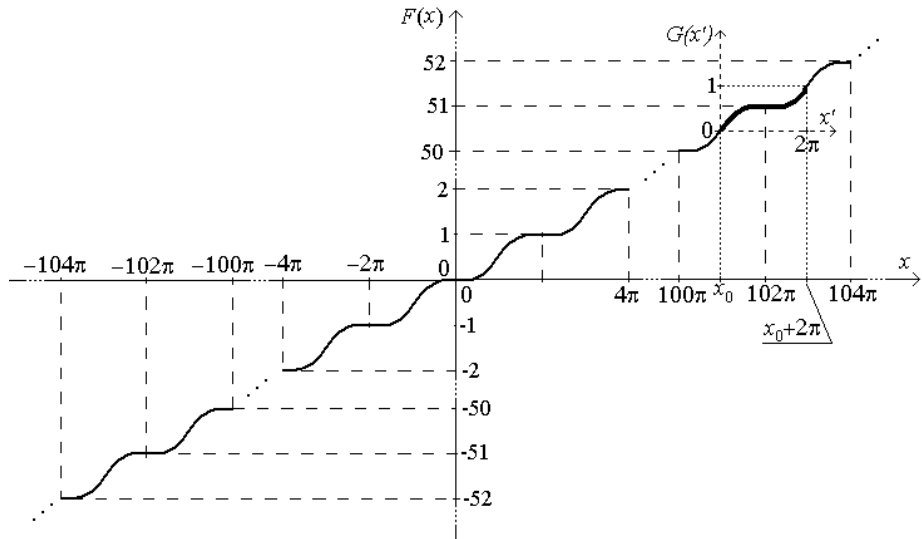


Рис. 4.6. Графік неперервної функції $F(x)$

Значна кількість кутових вимірювань, в тому числі і вимірювань через фазову характеристику сигналів, пов'язана з відсутністю фіксованої точки початку координат, тобто за нульовий напрямок може бути прийняте, у загальному випадку, довільне число x_0 з числової осі R . Тоді результати кутових вимірювань доцільно розглядати в інтервалі $[x_0, x_0 + 2\pi]$ або $[x_0 - \pi, x_0 + \pi]$, $x_0 \in R$.

Завдання функції $F(x)$ у виді (4.45) включає всі можливі як

теоретичні (ідеалізовані), коли $x_0 \rightarrow -\infty$ або $x_0 \rightarrow \infty$, так і практичні випадки (x_0 – скінченне число) постановки задач фазових вимірювань.

Щільність розподілу ймовірностей $p(x)$ випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$. Функція $p(x)$ для абсолютно неперервних законів розподілу на колі не тільки має деякі властивості, які співпадають з властивостями функції $p(x)$ на прямій, але й має ряд відмінних від них.

Для неперервних функцій $G(x')$ і $F(x)$ випадкових кутів маємо

$$\begin{aligned} G(x_2) - G(x_1) &= F(x_2 + 2\pi k) - F(x_1 + 2\pi k) = \\ &= \int_{x_1}^{x_2} p(y) dy, \quad x_1, x_2 \in [0, 2\pi), \quad k \in Z. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Функція $p(x)$ називається *щільністю розподілу ймовірностей випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$* і має наступні властивості:

1. $p(x + 2\pi) = p(x)$, тобто $p(x)$ є періодичною функцією з періодом 2π .
2. $p(x) \geq 0$, $x \in [0, 2\pi)$.
3. $\int_0^{2\pi} p(x) dx = \int_{2\pi k}^{2\pi(k+1)} p(x) dx = 1$, $k \in Z$.

Циклічний характер функції $p(x)$ обумовлює особливість визначення ймовірностей для розподілених на колі випадкових кутових величин. Ймовірності P_q подій ω_q з простору Ω , яка полягає в тому, що випадковий кут $\psi(\omega)$ набуде значення в інтервалі $[\theta_q \pmod{2\pi}, \theta_{q+1} \pmod{2\pi})$, $\theta_q, \theta_{q+1} \in R$ визначається наступним чином:

$$P_q = \begin{cases} P\{\theta_q \pmod{2\pi} \leq \psi(\omega) < \theta_{q+1} \pmod{2\pi}\}, \left[\frac{\theta_q}{2\pi}\right]^+ = \left[\frac{\theta_{q+1}}{2\pi}\right]^+; \\ P\{0 \leq \psi(\omega) < \theta_{q+1} \pmod{2\pi}\} + \\ + P\{\theta_q \pmod{2\pi} \leq \psi(\omega) < 2\pi\}, \left[\frac{\theta_q}{2\pi}\right]^+ = \left[\frac{\theta_{q+1}}{2\pi}\right]^+ + 1. \end{cases} \quad (4.48)$$

Використовуючи функцію $F(\theta)$ ймовірність (4.48) можна визначити як

$$P(\theta_q \leq \Psi(\omega) < \theta_{q+1}) = \begin{cases} 0, & \text{для } \theta_{q+1} < \theta_q; \\ F(\Psi_{q+1}) - F(\Psi_q), & \text{для } \theta_q \leq \theta_{q+1} < \theta_q + 2\pi; \\ 1, & \text{для } \theta_{q+1} > \theta_q + 2\pi. \end{cases}$$

Якщо відома щільністю розподілу ймовірності $p(x)$, то

$$F(\theta_{q+1}) - F(\theta_q) = \int_{\theta_q}^{\theta_{q+1}} p(x) dx.$$

Характеристична функція випадкових кутів. В загальному вигляді характеристична функція розподілу ймовірностей випадкового кута $\Psi(\omega)$ визначається як послідовність [10, 4.21]

$$f_n = \mathbf{M}\{\exp(in\Psi(\omega))\} = \int_0^{2\pi} e^{inx} dG(x) = \int_{2\pi k}^{2\pi(k+1)} e^{inx} dF(x), \quad k, n \in Z. \quad (4.49)$$

Для неперервних та дискретних випадкових кутів з (4.49) маємо відповідно такі вирази

$$f_n = \int_0^{2\pi} \exp(in\theta') p(\theta') d\theta', \quad (4.50)$$

$$f_n = \sum_{j=1}^m P_j \exp\left(in \frac{2\pi}{m}\right). \quad (4.51)$$

Для випадкових кутів характеристичну функцію можна подати у вигляді ряду комплексних чисел

$$f_n = \alpha_n + i\beta_n = \rho_n \exp(i\mu_n), \quad (4.52)$$

де

$$\alpha_n = \mathbf{M} \cos(n\psi) = \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) dF(\theta),$$

$$\beta_n = \mathbf{M} \sin(n\psi) = \int_0^{2\pi} \sin(n\theta) dF(\theta).$$

Оскільки для випадкового кута $\Psi(\omega)$ визначення (4.49) має сенс лише тоді, коли функція $\exp(in\Psi(\omega))$ є періодичною з періодом 2π , то n може бути тільки цілим числом: $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Тому у випадку розподіленого на колі випадкового кута характеристична функція – це послідовність тригонометричних моментів, обчислених відносно нульового напрямку.

Характеристична функція випадкових кутів має властивості:

1. Модуль характеристичної функції $|f_n| \leq 1$.
2. Для $n = 0$ маємо $f_0 = 1$.
3. Характеристична функція від'ємного аргументу дорівнює комплексно спряженій характеристичній функції: $f_{-n} = f_n^*$, оскільки $\alpha_{-n} = \alpha_n$, $\beta_{-n} = -\beta_n$.
4. Характеристична функція суми незалежних випадкових кутів $\psi_1(\omega), \dots, \psi_m(\omega)$ дорівнює добутку характеристичних функцій компонент:

$$f_n = \prod_{j=1}^m f_n^{(j)}, \quad (4.53)$$

де $f_n^{(j)}$ – характеристична функція n -го порядку j -тої компоненти.

5. Характеристична функція кута $[\psi(\omega) + v] \bmod 2\pi$, де $v = \text{const}$ – довільний дійсний кут, дорівнює

$$M e^{in(\psi+v)} = e^{inv} f_n, \quad (4.54)$$

тобто зміна початку відліку не приводить до зміни тригонометричного моменту.

6. Щільність розподілу ймовірності випадкових кутів однозначно визначається її характеристичною функцією

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{-in\theta}. \quad (4.55)$$

Формула (4.55) являє собою розклад $p(\theta)$ в ряд Фур'є. Її використання в ряді випадків дозволяє суттєво спростити вирази для щільності розподілу ймовірності випадкових кутів.

Характеристичну функцію можна обчислити і відносно довільного початкового напрямку v . В цьому разі маємо

$$f_n(v) = \mathbf{M}e^{in(\psi-v)} = \alpha_n(v) + i\beta_n(v) = \rho_n(v)e^{i\mu_n(v)}. \quad (4.56)$$

Використовуючи приведені вище властивості характеристичної функції випадкових кутів можна довести наступні співвідношення:

$$\rho_n(v) = \rho_n, \quad \mu_n(n) \equiv (\mu_n - nv) \pmod{2\pi}. \quad (4.57)$$

Закони розподілу випадкових кутів на колі. Однією з характерних ознак кола як області відображення кутових даних є виконання на колі операції додавання за модулем 2π . Це обумовлює властивість періодичності законів щільності розподілу ймовірності випадкового кута, чим вони суттєво відрізняються від розподілів ймовірності випадкових величин [16], і потребує врахування цієї особливості у статистичній обробці. На рис. 4.7 зображено загальний вигляд щільності розподілу ймовірності випадкового кута $p(\theta)$, $\theta \in (-\infty, \infty)$.

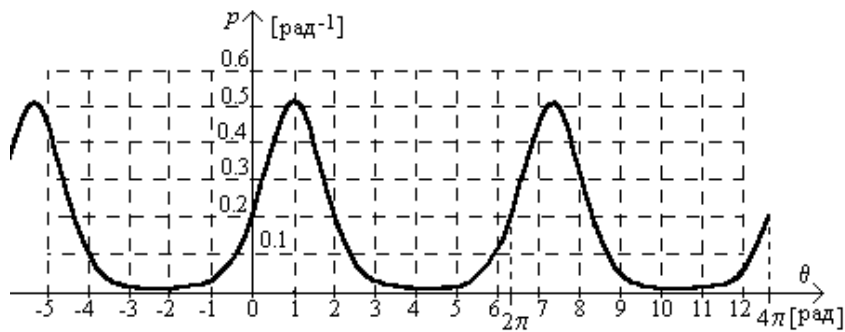


Рис. 4.7. Загальний вигляд щільності розподілу ймовірності випадкового кута

Графік на рис. 4.7 побудований за умов апріорної невизначеності розташування інтервалу вимірювання $[\theta_n, \theta_n + 2\pi)$, де θ_n - початок інтервалу, і для якого виконується умова нормування:

$$\int_{\theta_n}^{\theta_n+2\pi} p(\theta) d\theta = 1.$$

Щільність розподілу ймовірності $p(\theta)$ на рис. 4.7. періодична з періодом 2π . В теорії статистичної кутометрії такі розподіли називають одночастотними [10]. Багаточастотні розподіли мають період менше за 2π в певне ціле число разів, тобто період $2\pi/j$, $j = 2, 3, \dots$. Під час опрацювання фазових характеристик ри-

тмічних сигналів, як правило, мають справу з одночастотними розподілами. Тому далі розглянемо найбільш характерні одночастотні розподіли ймовірності випадкових кутових величин.

Намотаний гауссівський розподіл. Цей розподіл відіграє винятково важливу роль в статистиці випадкових кутів. Він належить до сім'ї намотаних розподілів, яка утворюється під час нелінійного перетворення випадкової величини $\xi(\omega)$ у випадковий кут $\psi(\omega)$ виду

$$\psi(\omega) = [K\xi(\omega)] \bmod 2\pi, \quad (4.58)$$

де K – масштабний коефіцієнт. Перетворення (4.49) випадкової величини $\xi(\omega)$ у випадковий кут $\psi(\omega)$ приводить до трансформації законів розподілу на прямій в намотані закони розподілу (тобто в розподіли, що “намотані” на одиничне коло). Якщо на прямій задано розподіл $F(x)$ випадкової величини $\xi(\omega)$, то намотаний на одиничне коло розподіл $F(x)$ визначатиме відповідний намотаний закон розподілу $F_{2\pi}(\theta)$ випадкового кута $\psi(\omega)$ в інтервалі $[0, 2\pi)$. У загальному випадку

$$F_{2\pi}(\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} [F(\theta + 2\pi j) - F(2\pi j)], \quad \theta \in [0, 2\pi), j \in Z. \quad (4.59)$$

Якщо в $\xi(\omega)$ має щільність розподілу ймовірності $p(x)$, то неперервний випадковий кут $\psi(\omega)$ також має неперервний розподіл, що описується щільністю

$$p_{2\pi}(\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} p(\theta + 2\pi j), \quad j \in Z. \quad (4.60)$$

У загальному випадку функція $p_{2\pi}(\theta)$ несиметрична відносно середини інтервалу $[0, 2\pi)$, а на його кінцях набуває однакових значень: $p_v(0) = \lim_{\theta \rightarrow 2\pi} p_v(\theta)$. У багатьох випадках значення j в сумі можна обмежити величиною $\pm 1 \dots \pm 5$, оскільки щільності $p(x)$ мають скінченні дисперсії.

Оскільки для випадкової величини $\xi(\omega)$ часто обґрунтовується гауссівський розподіл ймовірності, слід очікувати, що і в

статистичному аналізі фазових характеристик сигналів часто буде мати місце намотаний гауссівський розподіл, щільність якого на інтервалі $[0, 2\pi)$ задається виразом

$$p_{2\pi}(\theta/\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{[(\theta-\mu)(\bmod 2\pi) + 2\pi j]^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.61)$$

де μ – математичне сподівання; σ – середньоквадратичне відхилення випадкової величини $\xi(\omega)$. Чим менше σ , тим більше намотаний гауссівський розподіл концентрується в околі математичного сподівання. Даний закон має важливу властивість: сума незалежних кутів $\sum_{i=1}^n \theta_i$, кожний з яких має розподіл (4.61), теж має такий самий розподіл, але з іншими характеристиками.

Приклад трансформації гауссівської щільності розподілу ймовірності для нелінійного перетворення виду (4.58) і $K=1$ показано на рис. 4.8.

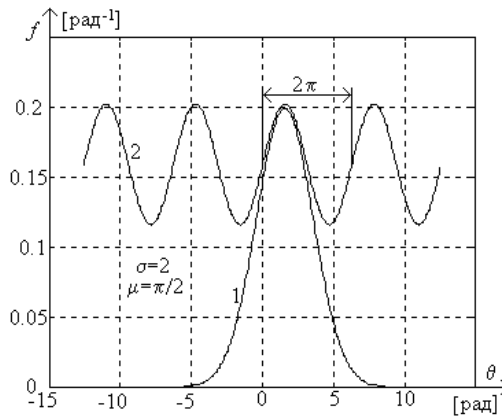


Рис. 4.8. Графіки щільності ймовірності гауссівського (1) і намотаного гауссівського (2) розподілів з параметрами $\sigma = 2$, $\mu = 0,5\pi$

Характеристична функція намотаного гауссівського розподілу $f_{2\pi}(n) = f_n$ ймовірності має вигляд

$$f_n = \alpha_n = \exp\left(-\frac{n^2\sigma^2}{2}\right), \quad \beta_n = 0, \quad n \in Z. \quad (4.62)$$

Доцільність застосування намотаного гауссівського розподілу обґрунтовується центральною граничною теоремою на колі

[10]. Ця теорема доводить, що для незалежних випадкових кутів $\psi_1(\omega), \dots, \psi_n(\omega)$, які мають однакову функцію розподілу ймовірності $F(\theta)$, розподіл ймовірності нормованої суми кутів

$$\psi_\Sigma(\omega) = \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^n \psi_j(\omega) \right] \bmod 2\pi \text{ при } n \rightarrow \infty \text{ наближається до намотаного гауссівського розподілу.}$$

Оскільки у аналізі фазових характеристик діагностичних сигналів маємо справу з обробкою реалізацій різниць таких характеристик, ймовірності яких розподілені за однаковими законами, це дає підстави вважати практично важливими для цих задач намотаний гауссівський розподіл.

Приклади щільностей ймовірності намотаного гауссівського розподілу для різних значень параметрів показано на рис. 4.9 *а, б*. З цих графіків видно, що намотаний гауссівський розподіл одновіршинний і симетричний відносно значення $\theta = \mu \pmod{2\pi}$.

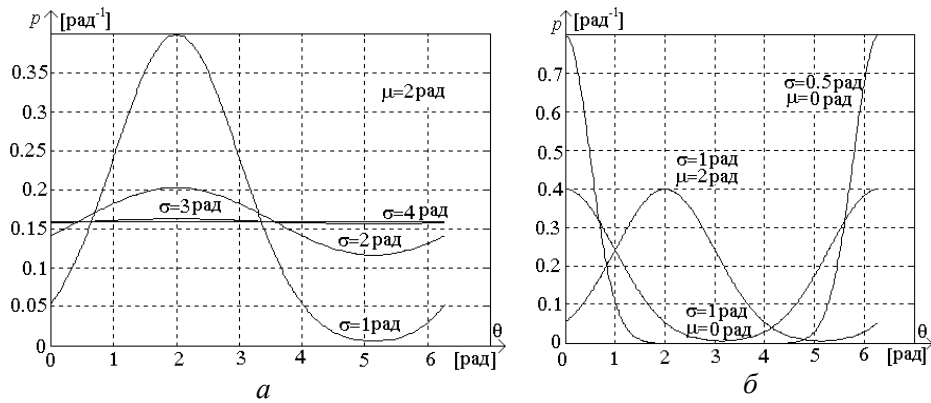


Рис. 4.9. Щільність намотаного гауссівського розподілу ймовірностей випадкових кутів з параметрами: *а* – $\mu = 2$ рад і $\sigma = (1; 2; 3; 4)$ рад;

б – $\mu = 0; 2$ рад і $\sigma = (0,5; 1)$ рад

На інтервалі $[0, 2\pi)$ відношення максимального до мінімального значень щільності розподілу ймовірностей (тобто значення щільності розподілу для кутів μ і $(\mu + \pi) \pmod{2\pi}$) не залежить від μ , тому його доцільно визначати для $\mu = 0$:

$$\frac{\sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(2\pi j)^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(2\pi j + \pi)^2}{2\sigma^2}\right)} = 1 - \left[2 \sum_{j=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{(2\pi j)^2}{2\sigma^2}\right) \right]^{-1}. \quad (4.63)$$

Якщо $\sigma \rightarrow \infty$ граничний розподіл перетворюється на рівномірний зі щільністю $1/2\pi$ (на рис. 4.9,а графіки зі значеннями параметра $\sigma = 3$ рад та $\sigma = 4$ рад майже не розрізняються), а збільшення μ приводить до зміщення максимуму функції в бік більших значень кутів. На інтервалі $[0, 2\pi)$ розподіл (4.61) має дві точки перегину.

Розподіл Мізеса. Щільність розподілу ймовірності Мізеса випадкового кута $\psi(\omega)$ визначається формулою

$$p_M(\theta | \mu, k) = \frac{1}{2\pi I_0(k)} \exp\{k \cos(\theta - \mu)\}, \quad |\mu| < \infty, \quad k > 0, \quad (4.64)$$

де μ – круговий середній напрямок випадкового кута; $I_0(k)$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку, k – параметр концентрації випадкового кута в околі μ . Графіки функцій $p_M(\theta)$ для різних параметрів μ і k наведено на рис. 4.10.

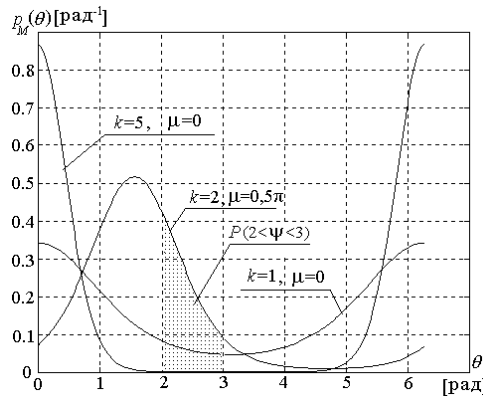


Рис. 4.10. Графіки щільності ймовірності Мізеса для різних значень параметрів k і μ

Зі збільшенням параметра k розподіл Мізеса концентрується навколо μ (якщо $k=2$ і $\mu = 0,5\pi$, розподіл майже повністю зосере-

джений на дузі від 0 до 3 рад, а якщо $k \rightarrow 0$, то перетворюється на рівномірний).

Розподіл Мізеса одновершинний та симетричний відносно значення μ , яке є математичним сподіванням цього розподілу. У інтервалі $[\mu - \pi, \mu + \pi]$ щільність (4.64) має дві точки перегину -

$$\mu \pm \arccos \frac{\sqrt{1+4k^2}-1}{2k}.$$

Характеристична функція розподілу Мізеса:

$$f_n = \alpha_n = \frac{I_n(k)}{I_0(k)}. \quad (4.65)$$

Цей розподіл має важливу властивість: круговий середній напрямок є найбільш правдоподібною оцінкою параметра μ .

Відповідний вибір параметрів дозволяє апроксимувати намотаний гауссівський розподіл ймовірності розподілом Мізеса. На рис. 4.11. наведено приклади такої апроксимації. Графіки на рис. 4.11 свідчать про задовільну збіжність законів, причому зі зменшенням значення k розбіжність між законами зменшується.

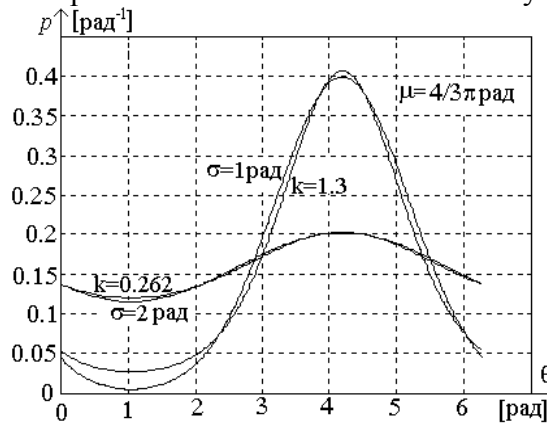


Рис. 4.11. Графіки щільностей ймовірності намотаного гауссівського та розподілу Мізеса з параметрами: $\mu = 4\pi/3$ рад, $\sigma = 1$ рад і $k = 1,3$ та $\sigma = 2$ рад і $k = 0,262$

Найкраща збіжність розподілів (4.61) і (4.64) досягається при

$$\sigma = \sqrt{-2 \ln \frac{I_1(k)}{I_0(k)}}. \quad (4.66)$$

Зазначені розподіли ймовірності мають відмінні властивості, які використовуються для статистичного аналізу випадкових кутів. Оскільки закони задовільно апроксимують один одного, їх подібність дозволяє сподіватись, що тією чи тією мірою ці властивості властиві притаманні обом розподілам.

Розподіл (4.64), порівняно з намотаним гауссівським розподілом (4.61), має математичний запис, який приводить до простіших оцінок параметрів розподілу.

Інші статистичні розподіли на колі. Інші відомі розподіли на колі [10] наведено у табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Розподіли ймовірності випадкових кутів

Назва	Щільність розподілу ймовірності $p(\theta)$	Характеристична функція f_n
Рівномірний	$\frac{1}{2\pi}$	$\frac{e^{2\pi ni} - 1}{2\pi ni} = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$
Кардіоїдний	$(2\pi)^{-1} [1 + 2\rho \cos(\theta - \mu)],$ $ \mu < \infty, \rho < 0,5.$	-
Трикутний	$\frac{1}{8\pi} [4 - \pi^2 \rho + 2\pi \rho \pi - \theta],$ $\rho \leq \frac{4}{\pi^2}$	$\alpha_{2n-1} = \frac{\rho}{(2n-1)^2},$ $\alpha_{2n} = 0, \beta_n = 0.$
Намотаний Коші *)	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1 - \rho^2}{1 - \cos 2\rho + \rho^2},$ $\rho = e^{-a} \in [0, 1].$	$\rho^{ n }$

Примітка. Розподіл Коші на прямій має щільність ймовірності

$$p(x, a) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{a}{a^2 + x^2}, \quad x \in R, \quad a > 0.$$

Намотані розподіли ймовірності Коші і Гаусса мають властивість безмежно подільних законів розподілу.

Дискретний розподіл ймовірностей випадкових кутів, для якого визначено ймовірності

$$P \left[\psi \equiv \left(\nu + \frac{2\pi q}{l} \right) \bmod 2\pi \right] = P_q, \quad q = \overline{0, l-1}, \quad (4.67)$$

дістав назву *гратчастого розподілу*, а величина $2\pi/l$ – кроку гратки. Для ймовірностей (4.67) виконується умова нормування: $\sum_q P_q = 1$. Цей розподіл можна вважати зосередженим у вершинах вписаного в одиничне коло правильного l -кутника. Якщо має місце $P_q = l^{-1}$, то розподіл ймовірностей перетворюється у рівномірний дискретний.

Характеристична функція гратчастого розподілу у випадку $v \equiv 0 \pmod{2\pi}$ дорівнює

$$f_n = \sum P_q \exp(2\pi q n i / l). \quad (4.68)$$

Для рівномірного дискретного розподілу маємо

$$f_n = \begin{cases} 1, & n \equiv 0 \pmod{2\pi}, \\ 0, & n \neq 0 \pmod{2\pi}. \end{cases} \quad (4.69)$$

Числові характеристики випадкових кутових величин. Більша частина характеристик положення і розсіювання випадкового кута впливають з його характеристичної функції. Їх зміст та визначення наведені у таб.4.2 у порівнянні з відповідними характеристиками випадкової величини.

Таблиця 4.2 Означення та основні ймовірнісні характеристики випадкових величин і випадкових кутів

Хар-ка	Випадкова величина	Випадковий кут
1	2	3
Випадкові величина, кут	Дійсною випадковою величиною називається функція $\xi(\omega)$ з областю визначення $\Omega = \{\omega\}$ та областю значень $X \subset R$ така, що для довільного $x \in X$ множина тих $\omega \in \Omega$, для яких $\xi(\omega) < x$ є подією A з множини випадкових подій \mathfrak{F} , яка задана на фіксованому ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$.	Дійсним випадковим кутом є функція $\Psi(\omega)$ з областю визначення $\Omega = \{\omega\}$ та областю значень $\Theta \subset R$ така, що для довільного $\theta \in \Theta$ дробова частина кута $\psi(\omega) = \Psi(\omega) - \left[\frac{\Psi(\omega)}{2\pi} \right]^+ 2\pi =$ $= \Psi(\omega) \pmod{2\pi}$ є випадковою величиною.

1	2	3
Функція розподілу ймовірностей	<p>Функція розподілу ймовірностей $F(x)$, $x \in R$, випадкової величини $\xi(\omega)$ визначається виразом</p> $F(x) = P\{\omega \in \Omega: \xi(\omega) < x\},$ $-\infty < x < \infty.$ <p>Властивості $F(x)$:</p> <p>1) монотонність (якщо $x_1 < x_2$, то $F(x_1) \leq F(x_2)$);</p> <p>2) неперервність зліва ($\lim_{x \uparrow x_0} F(x) = F(x_0)$);</p> $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0;$ $F(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1.$	<p>Функція розподілу ймовірностей $F(\theta)$ випадкового кута $\Psi(\omega)$ визначається як</p> $F(\theta) = G(\theta') + \left[\frac{\theta}{2\pi} \right]^+ + C,$ $-\infty < \theta < \infty, 0 \leq \theta' < 2\pi,$ <p>де $G(\theta')$ – функція розподілу випадкової величини $\psi(\omega)$, θ' – дробова частина θ, C – довільна постійна.</p> <p>Властивості $F(\theta)$:</p> <p>1) монотонність (якщо $\theta_1 < \theta_2$), то $F(\theta_1) \leq F(\theta_2)$;</p> <p>2) $G(\theta')$ неперервна справа ($\lim_{\theta' \downarrow \theta'_0} G(\theta') = G(\theta'_0)$), тому $G(2\pi) = 1$;</p> <p>3) $F(\theta + 2\pi n) - F(\theta) = n$; $n = 0, 1, 2, \dots$;</p> $F(-\infty) = \lim_{\theta \rightarrow -\infty} F(\theta) = 0;$ $F(\infty) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} F(\theta) \rightarrow \infty.$
Характеристична функція	<p>Характеристичною функцією випадкової величини $\xi(\omega)$ називається математичне сподівання випадкової функції $\exp(iu\xi)$, тобто</p> $f(u) = \mathbf{M}e^{iu\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iux) dF(x),$ $u \in (-\infty, \infty).$	<p>Характеристичною функцією випадкового кута $\Psi(\omega)$ (послідовність тригонометричних моментів відносно нульового напрямку) називається математичне сподівання функції $\exp(j\rho\Psi)$:</p> $f_n = \mathbf{M}e^{in\rho} = \int_0^{2\pi} \exp(in\theta') dG(\theta') =$ $= \rho_n \exp(i\mu_n),$ <p>де k – довільне ціле число; $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$</p>

Методи статистичного оброблення
фазових характеристик ритмічних сигналів

1	2	3
Щільність розподілу ймовірностей	<p>Якщо існує така функція $p(x)$, що за будь-яких $x \in R$ виконується співвідношення</p> $F(x) = \int_{-\infty}^x p(y) dy,$ <p>то $p(x)$ називається щільністю розподілу ймовірностей.</p> <p>Властивості $p(x)$:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $p(x) \geq 0$; 2) $\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$; 3) за будь-яких a і b $P\{a \leq \xi < b\} =$ $= F(b) - F(a) = \int_a^b p(x) dx$	<p>Якщо існує така функція $p(\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi)$, що за будь-яких θ виконується співвідношення</p> $F(\theta_2) - F(\theta_1) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p(\theta) d\theta,$ <p>$(\theta_2 - \theta_1) \in [0, 2\pi)$</p> <p>то $p(\theta)$ є щільністю розподілу ймовірностей на колі.</p> <p>Властивості $p(\theta)$:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $p(\theta) \geq 0$; 2) $p(\theta + 2\pi) \equiv p(\theta)$; 3) $\int_{\theta_1}^{\theta_1 + 2\pi} p(\theta) d\theta = 1$; 4) для будь-яких θ_1, θ_2 $P(\theta_1 < \Psi \leq \theta_2) = \begin{cases} 0, & \theta_2 \leq \theta_1, \\ F(\theta_2) - F(\theta_1), & \theta_1 < \theta_2 \leq \theta_1 + 2\pi, \\ 1, & \theta_2 > \theta_1 + 2\pi. \end{cases}$ <p>5) $p(\theta)$ періодична функція на R з періодом 2π.</p>
Квантілі законів розподілу	<p>Розв'язок рівняння $F(\alpha_\gamma) = \gamma$, де γ – задана ймовірність ($0 < \gamma < 1$) відносно $\alpha_\gamma \in (-\infty, \infty)$ називається квантилем розподілу $F(x)$ рівня γ, де</p> $\gamma = \int_{-\infty}^{\alpha_\gamma} p(x) dx.$	<p>Розв'язок рівняння $G(\theta'_\gamma) = \gamma$, де γ – задана ймовірність ($0 < \gamma < 1$) відносно $\theta'_\gamma \in [0, 2\pi)$ називається квантилем розподілу $F(\theta)$ рівня γ, де</p> $\gamma = \int_0^{\theta'_\gamma} p(\theta) d\theta$
Модуль тригон. моменту	-	<p>Результуючою довжиною вектора, який є математичним сподіванням випадкового вектора $(\cos \Psi, \sin \Psi)$, є величина $\rho = f_1$.</p>

1	2	3
Перший початковий	Математичним сподіванням випадкової величини $\xi(\omega)$ з функцією розподілу $F(x)$ називається число, визначене інтегралом Стільтєса $\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x).$	Круговим середнім значенням випадкового кута $\Psi(\omega)$ з функцією розподілу $G(\theta')$, для якого $f_1 = \mathbf{M}e^{i\Psi} \neq 0$, називається кут $\mu_1 = \text{Arg}f_1$.
Розкид значень випадкової величини і ви-	Дисперсією $\xi(\omega)$ з функцією розподілу $F(x)$ називається математичне сподівання квадрата відхилення значень $\xi(\omega)$ від її математичного сподівання $\mathbf{M}\xi$: $\mathbf{D}\xi = \mathbf{M}(\xi - \mathbf{M}\xi)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathbf{M}\xi)^2 dF(x).$	Круговою дисперсією випадкового кута $\Psi(\omega)$ з функцією розподілу $G(\theta')$, називається величина $\nu = 1 - \rho = 1 - f_1 ,$ яка характеризує відхилення значення випадкового кута від його середнього значення
Нерівність Чебишева	$P\left\{ \xi - \mathbf{M}\xi \geq g\sqrt{\mathbf{D}\xi}\right\} \leq \frac{1}{g^2}$	$P\left\{\left \sin \frac{\Psi - \mu_1}{2}\right > \varepsilon\right\} < \frac{\nu}{2\varepsilon^2},$ $0 < \varepsilon < 1, \quad 0 < \frac{\nu}{2\varepsilon^2} < 1.$
Медіана	Медіаною неперервного розподілу $F(x)$ випадкової величини $\xi(\omega)$ називається таке значення $x = Me$, для якого однаково ймовірно, чи виявиться випадкова величина більшою чи меншою Me , тобто $P(\xi < Me) = P(\xi > Me)$.	Круговою медіаною неперервного розподілу на колі $G(\theta')$ випадкового кута $\psi(\omega)$ називається значення кута μ_m , яке є одним з рішень рівняння $Q(\mu_m) = F(\mu_m + \pi) - F(\mu_m) - 0,5 = \int_{\mu_m}^{\mu_m + \pi} p(\theta) d\theta - 0,5 = 0$, і $Q(\mu_m - 0,5\pi)$ максимально
Мода	Модою називається значення Mod випадкової величини $\xi(\omega)$, для якого щільність розподілу $p(x = \text{Mod})$ має максимальне значення	Модою називається значення Mod випадкового кута $\psi(\omega)$, для якого щільність $p(\theta' = \text{Mod})$ має максимальне значення

Нижче розглянуті інші важливі характеристики випадкових кутових величин.

Центральні тригонометричні моменти. Такі моменти визначаються як тригонометричні моменти при $\rho_1 > 0$ відносно напрямку з полярним кутом μ_1

$$\begin{aligned} f_n(\mu_1) &= f_n(0)e^{-in\mu_1(0)}, \\ a_n(\mu_1) &= \rho_n(0)\cos(\mu_n(0) - n\mu_1(0)) \\ b_n(\mu_1) &= \rho_n(0)\sin(\mu_n(0) - n\mu_1(0)). \end{aligned} \quad (4.70)$$

Для $n=1$ маємо $a_1(\mu_1) = \rho_1(0)$, $b_1(\mu_1) = 0$.

Кругове середнє відхилення. Кругове середнє відхилення $\delta(\nu)$ випадкового кута $\psi(\omega)$ відносно фіксованого кута ν визначається як математичне сподівання випадкового кута

$$\min\{\psi'(\omega), 2\pi - \psi'(\omega)\}, \quad (4.71)$$

де $\psi'(\omega) \equiv (\psi(\omega) - \nu)(\text{mod } 2\pi)$, тобто $\delta(\nu)$ як величина

$$\delta(\nu) = \int_0^\pi \theta dF(\theta + \nu) + \int_\pi^{2\pi} (2\pi - \theta) dF(\theta + \nu). \quad (4.72)$$

Кругова дисперсія, визначення якої наведено в табл. 4.2, потребує додаткового пояснення її змісту. Отже круговою дисперсією випадкового кута $\Psi(\omega)$ визначена величина

$\nu = 1 - \rho_1(0) = 1 - |f_1(0)|$. В загальному випадку вона розглядається як характеристика відхилення випадкового кута $\psi(\omega) \equiv \Psi(\omega)(\text{mod } 2\pi)$ від фіксованого кута $\varphi' \in [0, 2\pi)$

$$\nu(\varphi') = \mathbf{M}\{1 - \cos(\psi(\omega) - \varphi')\} = 1 - \text{Re}\mathbf{M}\{\exp i[\psi(\omega) - \varphi']\}. \quad (4.73)$$

У випадку $\rho_1(0) > 0$ маємо

$$\begin{aligned} \nu(\varphi') &= 1 - \rho_1(0)\cos(\varphi' - \mu_1(0)) = \\ &= 1 - \rho_1(0) + 2\rho_1(0)\left(\sin \frac{\varphi' - \mu_1(0)}{2}\right)^2. \end{aligned} \quad (4.74)$$

Останній вираз приймає мінімальне значення, коли $\varphi' = \mu_1(0)$. Таким чином, кругова дисперсія випадкового кута $\psi(\omega) \equiv \Psi(\omega)(\text{mod } 2\pi)$ приймає мінімальне значення яке дорів-

нює величині $\nu(\alpha) = 1 - \rho_1(0)$ для $\varphi' = \mu_1(0)$, тобто коли за напрямком φ' прийнято круговий середній напрямок випадкового кута $\psi(\omega)$. Множина значень кругової дисперсії належить інтервалу $[0, 1)$.

Стотовно *кругової медіани* варто підкреслити наступні її властивості. Для одновершинних розподілів медіана завжди визначається однозначно. Одновершинні неперервні розподіли на колі відрізняються тим, що в інтервалі $[0, 2\pi)$ існують такі кути φ_1 і φ_2 , що під час руху точки по одиничному колу від φ_2 до φ_1 в обох напрямках функція $p(x') = \frac{dF(x')}{dx}$ монотонно не спадає.

Інша важлива властивість медіани випадкового кута стосується його кругового середнього відхилення: у випадку одновершинного розподілу кругове середнє відхилення досягає мінімуму в точці μ_m .

Асиметрія. Для оцінки асиметрії закону розподілу ймовірності випадкового кута вводиться *коефіцієнт γ_c асиметрії*

$$\gamma_c = \frac{\beta_2(\mu_1)}{\nu^{3/2}}. \quad (4.75)$$

Коефіцієнт γ_c характеризує асиметрію закон розподілу ймовірності випадкового кута відносно напрямку $\theta = \mu_1$ і дорівнює нулеві для симетричних розподілів ймовірності.

Екцес. Згладжуваність кривих розподілу ймовірності випадкових кутів в околі їх моди характеризує *коефіцієнт екцесу*

$$\gamma_e = \frac{\alpha_2(\mu_1) - (1 - \nu)^4}{\nu^2}. \quad (4.76)$$

Коефіцієнт γ_e порівнює криві всіх законів розподілів ймовірності випадкових кутів з намотаним гауссівським розподілом, для якого цей коефіцієнт дорівнює нулю (коефіцієнт екцесу близький до нуля і для розподілу Мізеса).

Кругове стандартне відхилення. Характеристична функція дозволяє встановити зв'язок між дисперсією σ гауссівської випадкової величини і круговою дисперсією випадкового фазового

зсуву ν для намотаного гауссівського розподілу. Дійсно, для $n = 1$ маємо $\exp(-0,5\sigma^2) = \rho_1 = 1 - \nu$, звідки отримуємо

$$\sigma = \sqrt{-2 \ln(1 - \nu)}, \quad \sigma \in [0, \infty). \quad (4.77)$$

Значення σ також можна використати як міру розсіювання випадкових кутів (в певному сенсі вона нагадує середньоквадратичне відхилення і, як правило виражається в радіанах, а не у відносних одиницях довжини вектора, що має місце для ν).

Вибіркові числові характеристики випадкових кутових величин. За результатами спостережень і попередньої обробки даних вимірювань отримують вибірку різниці дискретних фазових характеристик ритмічних сигналів $(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M)$, $\varphi_j \in [0, 2\pi)$ обсягу M . Ця вибірка розглядається як реалізація різниці фазових характеристик випадкових ритмічних сигналів що має певну неперервну щільність розподілу ймовірностей $p(x)$. За значеннями $(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M)$ вибіркова характеристичну функція і інші вибіркові числові характеристики різниці ФХС визначаються наступним чином.

Вибірковий тригонометричний момент порядку n відносно заданого напрямку $\alpha \in [0, 2\pi)$ визначається за формулою:

$$\hat{f}_n(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M e^{iu(\varphi_j - \alpha)} = \hat{a}_n(\alpha) + i\hat{b}_n(\alpha) = \hat{r}_n(\alpha) e^{i\hat{m}_n(\alpha)}, \quad (4.78)$$

де вибіркові косинус- та синус-моменти порядку n обраховуються за формулами:

$$\hat{a}_n(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos[n(\varphi_j - \alpha)], \quad \hat{b}_n(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin[n(\varphi_j - \alpha)]. \quad (4.79)$$

Вибіркова характеристична функція різниці дискретних фазових характеристик ритмічних сигналів – це комплекснозначна послідовність $(\hat{f}_n(0), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$, всі вибіркові тригонометричні моменти якої визначені відносно нульового напрямку $\alpha = 0$.

Вибіркове кругове середнє. Ця характеристика є найбільш часто вживаною і потребує детального розгляду.

Результат окремого фазового вимірювання φ_j можна зобразити відповідним плоским кутом φ_j , якому відповідає на колі одиничного радіуса $r = 1$ дуга довжиною l_j між додатною напіввіссю абсцис та вектором $\overline{OP_j}$ (рис. 4.12,а). Вектор $\overline{OP_j}$ має декартові $[\cos \varphi_j, \sin \varphi_j]$ і полярні $(1, \varphi_j)$ координати.

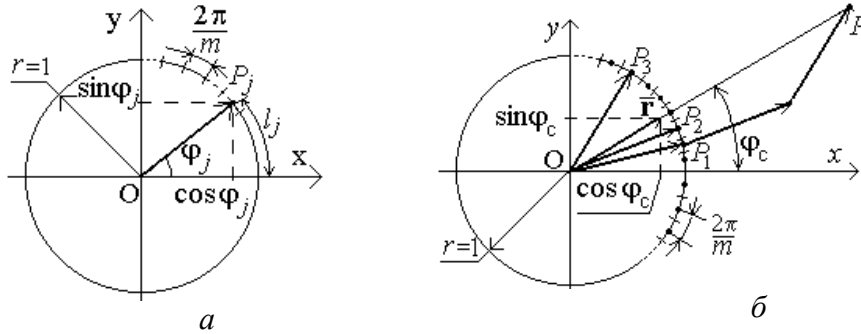


Рис. 4.12. Графічне зображення на колі результату одного вимірювання (а) та усереднення вибірки фазових зсувів об'єму $M = 3$ (б)

Вимірювання виконуються з певним кроком $2\pi/m$. Дискретному характеру результатів фазових вимірювань відповідає розбиття кола на m клас-інтервалів. Тому точки P_j – це середини клас-інтервалів.

Будь-яка конструктивна характеристика L кругового середнього, за якою обробляються результати фазових вимірювань, повинна задовольняти умову адитивності

$$\{L(\varphi_1 - \nu, \dots, \varphi_M - \nu)\} \pmod{2\pi} \equiv \{L(\varphi_1, \dots, \varphi_M) - \nu\} \pmod{2\pi}, \quad (4.80),$$

тобто для довільного кута $\nu \in [0, 2\pi)$ дробові частини (за модулем 2π) чисел $\{L(\varphi_1, \dots, \varphi_M) - \nu\}$ та $L(\varphi_1 - \nu, \dots, \varphi_M - \nu)$ мають збігатися. Інакше кажучи, фазовий зсув сигналів, що задається характеристикою $L(\varphi_1, \dots, \varphi_M)$, повинен адитивно залежати від початкового кута ν . Цій вимозі задовольняє оцінка у вигляді *вибіркового кругового середнього фазового зсуву*, що визначається як напрямок суми всіх одиничних векторів $\overline{OP_1}, \dots, \overline{OP_M}$. На рис. 4.12, б

розглянуто випадок $M = 3$. Сумарний вектор $\overline{OP} = \sum_{j=1}^3 \overline{OP}_j$ має декартові координати $\left(\sum_{j=1}^3 \cos\varphi_j, \sum_{j=1}^3 \sin\varphi_j \right)$ і характеризується вибірковою круговим середнім фазовим зсувом φ_c . Фізичний зміст φ_c з точки зору механіки можна пояснити наступним чином. Усі одиничні вектори закінчуються точками P_j одиничного кола. Якщо всім цим точкам приписати однакову “ масу ” $1/M$, то координати “центра мас” цієї системи визначатимуться як

$$C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos\varphi_j, \quad S = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin\varphi_j. \quad (4.81)$$

Перерахунок координат вектора \mathbf{r} з декартової системи в полярну виконується відповідно до формул

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{C^2 + S^2}, \quad (4.82)$$

$$C = r \cos\varphi_c, \quad S = r \sin\varphi_c. \quad (4.83)$$

Величину r називають *вибірковою результуючою довжиною* (ВРД) вектора \mathbf{r} .

Вектори \mathbf{r} та \overline{OP} розташовані у просторі під однаковим кутом φ_c до осі Ox . Значення φ_c обчислюють за формулою

$$\varphi_c = L[S, C] = \operatorname{arctg} \frac{S}{C} + \frac{\pi}{2} \{2 - (\operatorname{sign} S)(1 + \operatorname{sign} C)\}. \quad (4.84)$$

Якщо $r = 0$, значення $\varphi_c \in [0, 2\pi)$ однозначно не визначається.

Для $r > 0$ вибіркоче кругове середнє (ВКС) значення кута φ_c задовольняє вимогу (4.80), а r не залежить від початку відліку кутів. Дійсно, якщо кожний з векторів \overline{OP}_j (рис. 4.8, 12б) повернути у просторі на кут $\nu \in [0, 2\pi)$, то приведе лише до повороту вектора \mathbf{r} у просторі на такий же кут ν , але значення r не зміниться. Після повороту вектора \mathbf{r} нові координати кінця вектора будуть визначатись наступним чином:

$$\overline{C} = r \cos(\varphi_c - \nu), \quad \overline{S} = r \sin(\varphi_c - \nu). \quad (4.85)$$

Неважко пересвідчитись, що

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos(\varphi_j - \nu) = r \cos(\varphi_c - \nu), \\ \bar{S} &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin(\varphi_j - \nu) = r \sin(\varphi_c - \nu)\end{aligned}\quad (4.86)$$

тобто

$$\begin{aligned}\varphi_c(\varphi_1 - \nu, \dots, \varphi_M - \nu) &\equiv \{\varphi_c(\varphi_1, \dots, \varphi_M) - \nu\} \pmod{2\pi}, \\ r(\varphi_1 - \nu, \dots, \varphi_M - \nu) &= r(\varphi_1, \dots, \varphi_M),\end{aligned}$$

що і доводить властивість адитивності ВКС фазових зсувів.

Якщо покласти $\nu = \varphi_c$, то з урахуванням (4.86) маємо

$$\sum_{j=1}^M \sin(\varphi_j - \varphi_c) = 0, \quad (4.87)$$

Рівняння (4.87) використовують для перевірки правильності визначення φ_c .

Вибіркова кругова дисперсія. Визначимо відхилення в просторі напрямку вектора \overline{OP}_j від довільного напрямку ν як

$$\Delta\varphi_j = \min\left\{(\varphi_j - \nu)', 2\pi - (\varphi_j - \nu)'\right\} = \pi - \left|\pi - (\varphi_j - \nu)'\right|, \quad \Delta\varphi_j \geq 0, \quad (4.88)$$

де $(\varphi_j - \nu)'$ – залишок визначеного за модулем 2π кута $(\varphi_j - \nu)$,

$$(\varphi_j - \nu)' = (\varphi_j - \nu) - \left[\frac{\varphi_j - \nu}{2\pi} \right]^+ 2\pi. \quad (4.89)$$

Зручною формою подання міри розсіювання є функція виду $f(\Delta\varphi) = 1 - \cos\Delta\varphi = 2\sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$ кута відхилення $\Delta\varphi$, оскільки вона є додатною і монотонною на відріжку $[0, \pi)$. Тому величину

$$V(\nu) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[1 - \cos(\varphi_j - \nu) \right] = \frac{2}{M} \sum_{j=1}^M \sin^2 \frac{\varphi_j - \nu}{2} \quad (4.90)$$

прийнято за вибіркиму характеристику розсіювання вибірки фазових зсувів сигналів $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M\}$ відносно напрямку ν . З виразу (4.90) з урахуванням (4.87) випливає, що вибіркима характеристика розсіювання відносно ВКС φ_c дорівнює

$$V(\varphi_c) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ 1 - \cos(\varphi_j - \varphi_c) \right\} = 1 - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos(\varphi_j - \varphi_c) = 1 - r. \quad (4.91)$$

Величину $V(\varphi_c) \in [0, 1]$ називають *вибірковою круговою дисперсією (ВКД) вибірки (статистики) фазових зсувів* $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M\}$ сигналів. Ця характеристика інваріантна відносно початку відліку кутів.

Із виразу (4.90) випливає, що вибір $\nu = \varphi_c$ мінімізує характеристику кругового розсіювання. Дійсно з (4.91) маємо:

$$V(\nu) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \{1 - \cos(\varphi_j - \nu)\} = V(\varphi) + 2r \sin^2 \frac{\varphi_c - \nu}{2},$$

що і доводить це твердження.

У загальному випадку при обчисленні ВРД r (отже, і значення V) за групованими в клас-інтервали даними, отримуємо зміщену в напрямі менших значень оцінку r . З метою зменшення цієї методичної похибки при обчисленні r застосовують поправку типу *поправки Шеннарда* [10]: $r_g = r c_g$, де $c_g = \pi / m \sin \frac{\pi}{m}$. Цією поправкою можна знехтувати при $m > 40$ оскільки $c_g(40) \approx 1.001$.

Розглянуті вибіркові оцінки характеристик випадкових фазових зсувів сигналів зведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3. Статистичні оцінки характеристик випадкових фазових зсувів сигналів для статистики об'єму M

Найменування статистичної характеристики	Зміст формули визначення
1	2
Вибіркове кругове середнє статистики фазових зсувів сигналів	$\varphi_c = \{\arctg \frac{S}{D} + \frac{\pi}{2} \{2 - (\text{sign} S) \times [1 + \text{sign} C]\} \text{ mod } 2\pi;$ $C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos \varphi_j; S = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin \varphi_j$
Вибіркова довжина результуючого вектора	$r = M^{-1} \sqrt{C^2 + S^2}$
Вибіркова кругова дисперсія статистики фазових зсувів сигналів	$V = 1 - r$

1	2
Кругове стандартне відхилення статистики фазових зсувів сигналів	$\sigma = \sqrt{-2 \ln(1-V)} = \sqrt{-2 \ln r};$ $V = 1 - \exp(-0,5\sigma^2)$
Вибіркова кругова медіана статистики фазових зсувів сигналів	Куту відповідає точка кола P , діаметр PQ ділить значення статистики навпіл, в околі P маємо максимальну концентрацію значень
Вибіркова мода статистики фазових зсувів сигналів	Куту відповідає точка кола, в околі якої спостерігається максимальна концентрація значень статистики
Вибірковий круговий розмах статистики фазових зсувів сигналів	Довжина найменшої дуги статистики, що визначається з варіаційного ряду $T_j = \varphi_{j+1} - \varphi_j, j = 1, \dots, M-1;$ $T_M = 2\pi - \varphi_M + \varphi;$ $W = 2\pi - \max\{T_1, \dots, T_M\}$
Вибірковий тригонометричний момент порядку u відносно напрямку α (u - ціле число)	$T_u(\alpha) = M^{-1} \sum_{j=1}^M e^{iu(\theta_j - \alpha)} = a_u(\alpha) +$ $+ ib_u(\alpha) = r_u(\alpha) e^{im_u(\alpha)}; u = 0, 1, 2, \dots$ $a_u(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos[u(\varphi_j - \alpha)] =$ $= a_u(0) \cos(u\alpha) + b_u(0) \sin(u\alpha);$ $b_u(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin[u(\varphi_j - \alpha)] =$ $= -a_u(0) \sin(u\alpha) + b_u(0) \cos(u\alpha);$ $r_u(\alpha) = \sqrt{a_u^2(\alpha) + b_u^2(\alpha)} =$ $= \sqrt{a_u^2(0) + b_u^2(0)} = r_u(0);$ $m_u(\alpha) = m_u(0) - u\alpha$
Вибіркова характеристика асиметрії статистики фазових зсувів сигналів	$g_1 = \frac{b_2(m)}{V^{3/2}} = \frac{r_2 \sin[m_2(0) - 2m]}{V^{3/2}}.$
Вибіркова характеристика ексцесу статистики фазових зсувів сигналів	$g_2 = \frac{a_2(m) - (1-V)^4}{V^2} = \frac{r_2 \cos m_2(0) - 2n - (1-V)^4}{V^2}$

4.4. Приклади використання вибірових кругових статистик в аналізі фазових характеристик ритмічних сигналів

1. *Оцінювання відношення сигнал/шум.* В роботі [9] запропоновано використання вибіркової характеристичної функції вибірки фазових зсувів сигналів для визначення цього відношення в суміші гармонічного сигналу (4.1) з гауссівським шумом з нульовим математичним сподіванням та дисперсією σ^2 .

Для розв'язку цієї задачі був виконаний комп'ютерний вимірювальний експеримент для сигналів (4.1) з параметрами: $f_0 = 100$ Гц, $A_0 = 5$ В, $T_d = 10^{-3}$ с, $M = 5 \cdot 10^3$. Дискретна фазова характеристика сигналу визначалась через його перетворення Гільберта, а досліджувана вибірка $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M\}$ отримана як різниця фазової характеристики сигналу та її лінійного тренду (див. п.4.2). Для вибірки $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_M\}$ розраховувались вибіркові тригонометричні моменти порядку u і їх модулі як функції $R = f(u)$ для різних відношень сигнал/шум U_0/σ . Графік сім'ї функцій $R = f(u)$ представлено на рис.4.13.

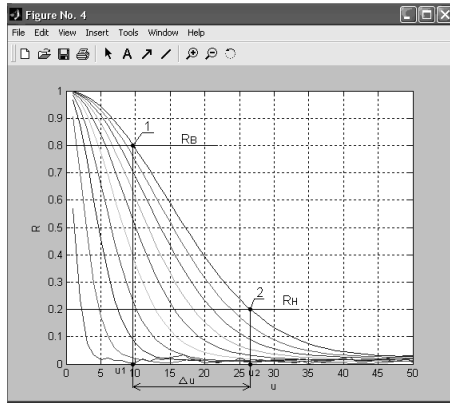


Рис. 4.13. Визначення різниці модулів тригонометричних моментів для побудови залежності $\Delta u = f(U_0/\sigma)$

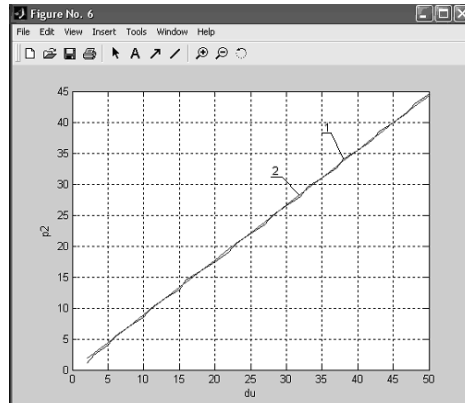


Рис. 4.14. Залежність $U_0/\sigma = f(\Delta u)$:
 1 – експериментальна крива,
 2 – лінійна апроксимація.

З рис. 4.13 видно, що наближені до лінійних ділянки функцій $R = f(u)$ знаходяться у межах інтервалу її значень (0.2, 0.8). На цьому рисунку, як приклад, показано визначення відповідних цим значенням порядків тригонометричних моментів u_1 та u_2 для одного відношення сигнал/шум. Різниця тригонометричних моментів визначається за формулою: $\Delta u = u_2 - u_1$. Отримана в такий спосіб залежність $U_0/\sigma = f(\Delta u)$ наведена на рис. 4.14. Ця залежність наближається до лінійної, яка описується рівнянням

$$U_0/\sigma = 1.1278 \cdot \Delta u + 1.5, \quad (4.92)$$

за якою власне виконується оцінювання відношення сигнал/шум.

2. *Виявлення сигналів ультразвукової луна-імпульсної товщинометрії на фоні адитивної завади.* Під час контролю виробів з матеріалів зі значним загасанням ультразвукових коливань чи контролю товщини стінок тепломагістралей через шар захисного покриття зі значним загасанням виникає задача виявлення ультразвукових імпульсних сигналів з гармонічною несучою на фоні значних шумів. Ця задача має ефективне розв'язання через визначення дискретних фазових характеристик таких сигналів та подальший аналіз їх кругових статистик. Такий спосіб запропоновано і досліджено в роботах [4, 13]

Луна-імпульсний метод ультразвукової товщинометрії (УЗТ) ґрунтується на визначенні затримки τ_3 , яка необхідна на поширення ультразвукового зонду чого імпульсного сигналу через об'єкт контролю. За відомої швидкості c повздовжньої ультразвукової хвилі у двох напрямка між поверхнею і дном об'єкт задержка τ_3 однозначно визначає його товщину: $h = 0.5c\tau_3$.

За звичай значення τ_3 оцінюють за інтервалом часу між обвідними зондуючого та донного або двох донних ультразвукових сигналів. Такий спосіб дуже чутливий до наявності шумів.

Використання статистичних методів обробки фазових характеристик модельованих сигналів дозволяє вирішувати задачу виявлення корисних сигналів УЗТ при відношенні С/Ш близькому до одиниці і менше та використовувати їх для вимірювання часу поширення ультразвукових сигналів в конструкційних матеріалах зі значним загасанням ультразвукових хвиль.

Сутність запропонованого способу ультразвукової товщинометрії полягає в тому, що формують ультразвуковий зондую-

чий імпульсний сигнал, вводять його в об'єкт контролю, приймають сигнал після його поширення в об'єкті, визначають фазову характеристику відбитих сигналів, обчислюють різницю фаз донних сигналів і несучого коливання зондуємого сигналу, проводять її ковзну віконну обробку, вираховують поточні значення вибіркової довжини вектора r , а час поширення сигналу знаходять за його максимумами. Товщину об'єкта обчислюють за формулою

$$h = \frac{\tau_{1,k} c}{2(k-1)}, \quad (4.93)$$

де $\tau_{1,k}$ - інтервал часу між першим і k -тим донними сигналами.

Цей спосіб дозволяє визначити послідовності загасаючих донних імпульсів в присутності значного за рівнем шуму, виділити затримку в часі $\tau_{1,k}$ між першим і k -тим донними сигналами і за рахунок цього зменшити середньоквадратичне значення похибки квантування часового інтервалу $\tau_3 = \frac{\tau_{1,k}}{k-1}$ в $\sqrt{k-1}$ разів.

Методологія запропонованого способу ґрунтується на визначенні поточних значень вибіркової довжини вектора r . Порядок отримання і статистичного оброблення результаті фазових вимірювань наведено на рис. 4.15.

Експериментальне дослідження даного способу відбувалось наступним чином: в зразок з відомою товщиною або часом поширення ультразвукового сигналу, випромінювався зондуєчий радіоімпульс. Аналізу підлягав сигнал, який являв собою адитивну суміш корисного сигналу у вигляді періодичної (період повтору T_{Π}) послідовності відбитих (донних) імпульсів і реалізації гауссівського шуму $\xi(t)$. Його дискретизований прототип має вигляд

$$u_d[j] = \sum_{i=1}^d k_{EAT,i} \cdot u_3(j - \tau - (i-1)T_{\Pi}) + \xi[j],$$

де $k_{EAT,i}$ - коефіцієнти електроакустичного тракту для i -того донного імпульсу, $i = \overline{1, d}$, τ - затримка першого донного імпульсу відносно зондуємого, $j = \overline{1, N}$, N - обсяг вибірки, значення

якої отримані в дискретні моменти часу jT_d , T_d – період дискретизації.

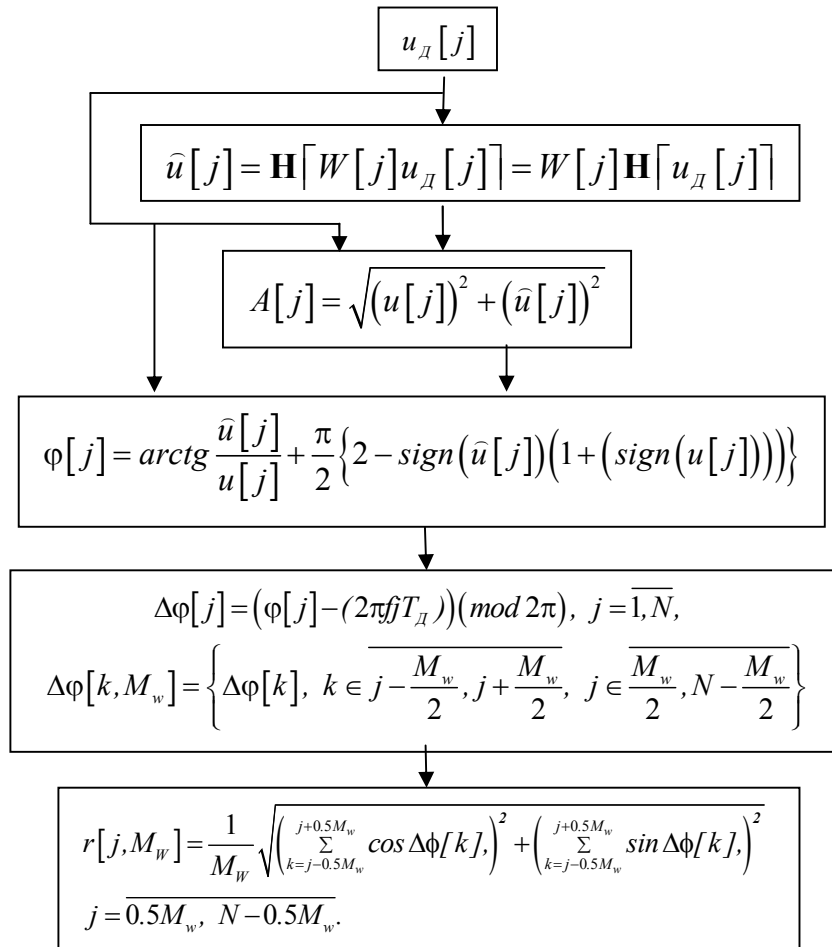
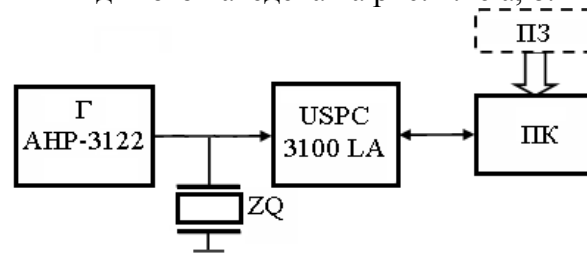


Рис. 4.15. Графічне представлення методики визначення поточних значень статистики r в запропонованому способі ультразвукової луна-імпульсної товщинометрії

Відношення сигнал/шум визначалось величиною $U_{\max,i}/\sigma_u$, де $U_{\max,i}$ – максимальне значення обвідної i -того донного сигналу, σ_u – середньоквадратичне значення шуму.

Для проведення експериментальних досліджень запропонованого способу УЗТ складено вимірювальний стенд, структурна схема і загальний вид якого наведена на рис. 4.16 а, б.



а)



б)

Рис. 4.16. Структура вимірювального стенду (а) (Г – генератор сигналів, ZQ – п’єзоелектричний перетворювач, USPC – дефектоскоп, ПК – персональний комп’ютер, ПЗ – програмне забезпечення), загальний вид стенду (б)

Для формування сигналу використовувався генератор сигналів заданої форми АНР-3122, який має функцією генерації сигналів різної форми і такі основні параметри:

- смуга частот 0,02 Гц – 10 МГц;
- розрядність цифро-аналогового перетворювача – 12 біт;
- максимальна кількість точок на канал – 128 К;
- максимальна частота дискретизації сигналу 80 МГц;
- тривалість фронту прямокутного сигналу – 20 нс;

Використовувались два типи перетворювачів суміщеного типу Panametrics С308 з робочою частотою 5 МГц та Panametrics С305 з частотою 2,25 МГц.

В якості пристрою попередньої обробки сигналів УЗТ використовувався дефектоскоп USPC 3100 LA виробництва компанії

«Socomate» (Франція), виконаний конструктивно у вигляді РСІ – плати для ПК. Дефектоскоп здійснює підсилення, фільтрацію та аналого-цифрове перетворення сигналу, попередню цифрову обробку експериментальних даних та зберігання результату в оперативному запам'ятовуючому пристрої для подальшої передачі пакетами в ПК. Основні технічні параметри дефектоскопу USPC 3100 LA:

- смуга частот приймача 0,35-30 МГц;
- динамічний діапазон амплітуди сингалу – до 105 дБ;
- частота дискретизації АЦП – 100 МГц;
- розрядність АЦП – 10 біт.

Дослідження виконувалось на чотирьох зразках, акустичні властивості матеріалів зразків наведені в табл. 4.4.

Таблиця. 4.4 Акустичні властивості матеріалів зразків

Матеріал	Товщина зразка h , мм	Густина $\times 10^3$ кг/м ³	Швидкість по- вздожньої хви- лі, 10^3 м/с	Модуль Юнга, ГПа	Коефіцієнт Пуа- ссона	Коефіцієнт зага- санья на 2,5 МГц, Нп/м	Хвильовий опір Z , 10^6 Па·с/м
Сталь вуглецева (марка сталі 10 - сталь конструкційна вуглецева якісна) СО-2А	56	7,856	5,925	210 (при 20°C)	0,28	1,7	46,5
Нержавіюча сталь (12Х18Н10Т - сталь нержавіюча конструкційна криогенна: 0,12% - вуглець, 18% -хром, 10% -нікель)	17,8	7,920	5,742	198 (при 20°C)	0,30	2,2	45,4
Плексиглас СО1 (згідно ГОСТ 14782-86)	25,4	1,19	2,674	3,1	0,35	30	3,2
Фарфор-кераміка (Скло-видна фаза)	10,9	2,27	3,942	59	0,17	0,3	8,9

Зразок №1 – стандартний сталевий СО-2А товщиною $h=56$ мм і часом поширення ультразвукового сигналу $\tau = 18,9$ мкс.

Зразок №2 – нержавіюча сталь товщиною $h=17,8$ мм і часом поширення ультразвукового сигналу $\tau = 6,2$ мкс;

Зразок №3 – плексиглас СО-1 товщиною $h=25,4$ мм і часом поширення ультразвукового сигналу $\tau = 19,3$ мкс;

Зразок №4 – кераміка товщиною $h=10,9$ мм і часом поши-

рення ультразвукового сигналу $\tau = 5,5$ мкс.

Результати досліджень даних зразків подано нижче. У всіх дослідах $f_d = 100$ МГц. Для прозвучування ОК застосовувався імпульсний сигнал з прямокутною обвідною і тривалістю 4 періоди сигналу заповнення.

Зразок №1. Частота сигналу заповнення 2,3 МГц. Отримані в ході експерименту дані представлені на рис. 4.17.

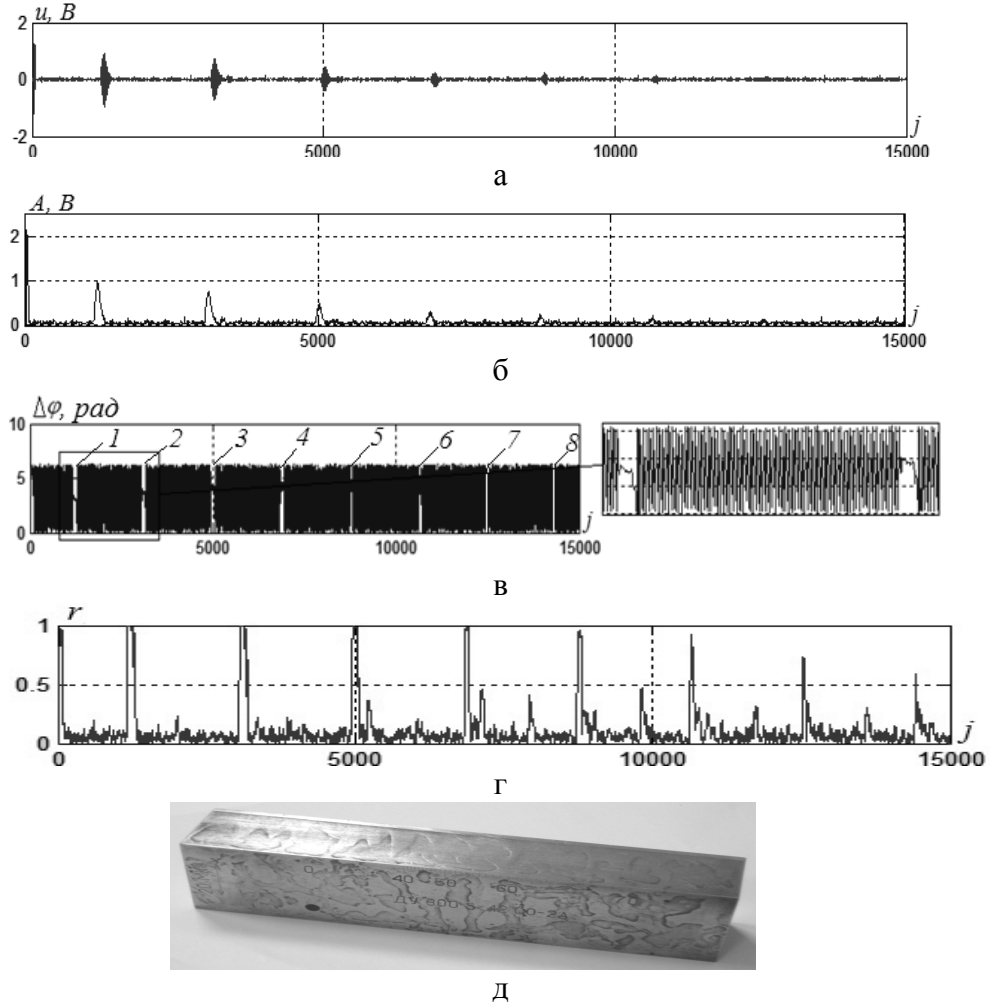


Рис. 4.17. Експериментальні дані для зразка №1

На рис. 4.16 зображено: а) графік сигналу УЗГ; б) обвідна сигналу; в) фрагмент графіка різниці дискретної фазової характе-

ристики сигналу УЗТ і дискретних значень фази гармонічного сигналу; г) графік значень статистики $r[j, M_w]$ для ковзного вікна з апертурою $M_w = 110$; д) фото зразка СО-2А.

З рис. 4.17 а,б видно, що аналізований сигнал являє собою послідовність донних радіоімпульсів в суміші з гауссівським шумом, які загасають за експоненціальним законом.

Графік на рис. 4.3 в являє собою пилкоподібну функцію з областю значень в інтервалі $[0, 2\pi)$. На інтервалах, в межах яких донні імпульси присутні, графік набуває виду кривої, яка змінюється в інтервалі значно меншим за інтервал $[0, 2\pi)$ (на рис. 4.3, в це ділянки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Співставний аналіз обвідної (рис.4.3, б) і статистики $r[j, M_w]$ (рис. 4.3, г) дозволяє зробити висновок, що запропонований і досліджений метод фазової обробки сигналів УЗТ є більш ефективним порівняно з амплітудним методом, оскільки забезпечує виявлення більшої кількості донних імпульсів тобто можливість їх виявлення за більш низького відношення С/Ш. Дійсно, обвідна донних імпульсів починаючи з $i=5$ практично не вирізняються на фоні шуму. Натомість графік статистики $r[j, M_w]$ свідчить, що в даному експерименті впевнено виявляються вісім донних імпульсів ($d=8$). Для восьмого імпульсу $U_{max,8}/\sigma_{ш} \approx 1,8$.

З метою визначення середньоквадратичного відхилення (СКВ) оцінки часового інтервалу τ виконувалась серія $S = 20$ експериментів з подальшим усередненням отриманих оцінок.

Середнє значення $\bar{\tau}_{kS}$ для k -го інтервалу для S експериментів визначається за формулою $\bar{\tau}_{kS} = S^{-1} \sum_{s=1}^S \tau_{ks}$, де τ_{ks} - значення затримки між k і $k+1$ імпульсами в s -тому експерименті, $k = \overline{1, K}$; $s = \overline{1, S}$. СКВ для $\bar{\tau}_{kS}$ визначалось як

$$\sigma_{kS} = \sqrt{\frac{1}{S-1} \sum_{n=1}^S (\tau_{ks} - \bar{\tau}_{kS})^2}.$$

Для об'єднання результатів серії окремих і незалежних вимірювань однієї і тієї самої величини необхідно використати середнє зважене значення цих вимірювань для отримання найкращої оцінки [14]

$$\bar{\tau}_H = \frac{\sum_{k=1}^K \bar{\tau}_{kS}}{\sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{kS}^2}}. \quad (4.94)$$

СКВ цієї оцінки визначається як

$$\sigma_{\bar{\tau}_H} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{kS}^2}}}. \quad (4.5)$$

На рис. 4.18 зображено значення $\bar{\tau}_{kS}$ і границі СКВ для $\bar{\tau}_{kS}$ і $\bar{\tau}_N$, отриманих за статистикою r (а) та обвідною сигналу (б).

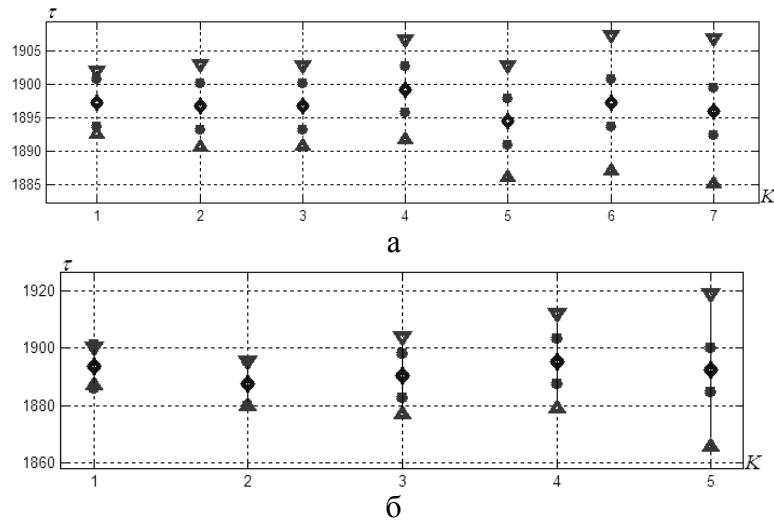


Рис. 4.18. Графіки середнього значення часу поширення сигналу $\bar{\tau}_{kS}$ і границі СКВ $\bar{\tau}_{kS}$ та $\bar{\tau}$, отриманих за статистикою r (а) та за обвідною сигналу

На графіках рис. 4.4 позначено: ромбами – значення $\bar{\tau}_{kS}$; трикутниками – границі СКВ для $\bar{\tau}_{kS}$; колами – границі СКВ для $\bar{\tau}$. З їх аналізу можна зробити висновок, що для відношень $C/\text{Ш} \gg 1$ вищу точність вимірювання часових інтервалів забезпечує амплітудний метод. Зі зменшенням відношення $C/\text{Ш}$ фазовий спосіб вимірювання стає більш ефективним, а для значень $C/\text{Ш} < 2$

амплітудний метод взагалі втрачає здатність визначення часових інтервалів (6-, 7-, 8-й донні сигнали зовсім не виявляються за обвідною сигналу).

Зразок №2. Частота сигналу заповнення 2,23 МГц. Дані отримані під час експерименту для зразку з нержавіючої сталі представлені на рис. 4.19.

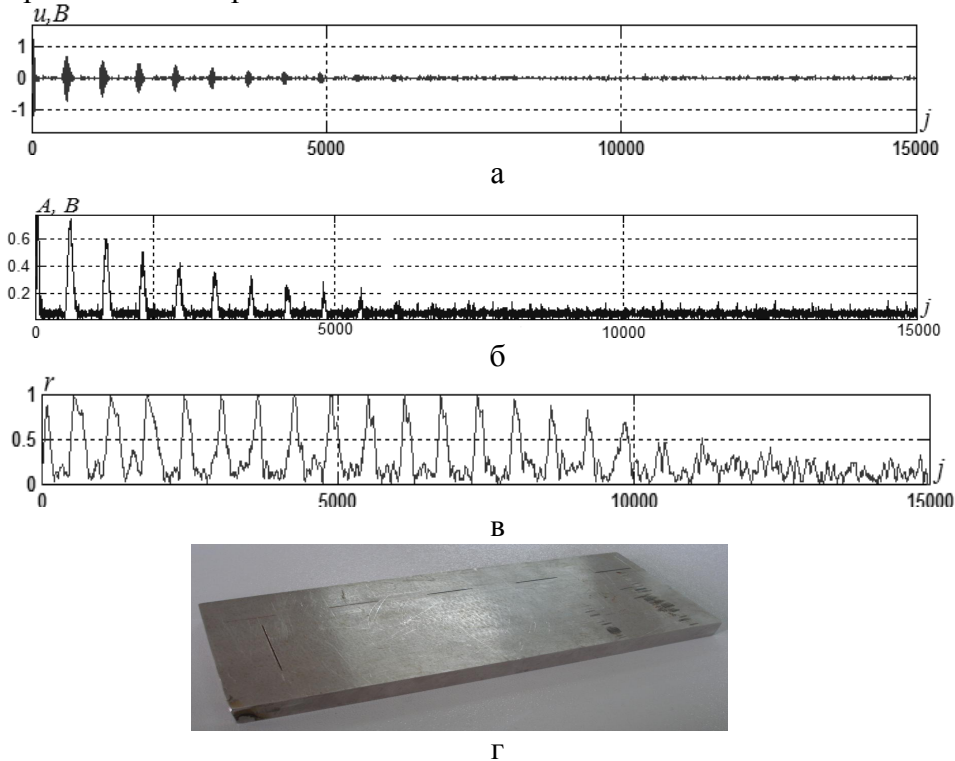


Рис. 4.19. Експериментальні данні для зразка №2: а – графік сигналу $u_d[j]$; б) графік обвідної сигналу $A[j]$; в) графік статистики $r[j, M_w]$; г) зразок з нержавіючої сталі

Обвідна донних імпульсів починаючи з $i=10$ практично не дозволяє вирізнити донні імпульси на фоні шуму. Натомість графік статистики $r[j, M_w]$ свідчить про те, що в даному експерименті впевнено виявляються $d=18$ донних імпульсів. Для імпульсу з номером $i=8$ відношення С/Ш становить ~ 1 .

Зразок №3. Частота сигналу заповнення 2,3 МГц. На рис. 4.20 представлено отримані експериментальні данні.

Методи статистичного оброблення
фазових характеристик ритмічних сигналів

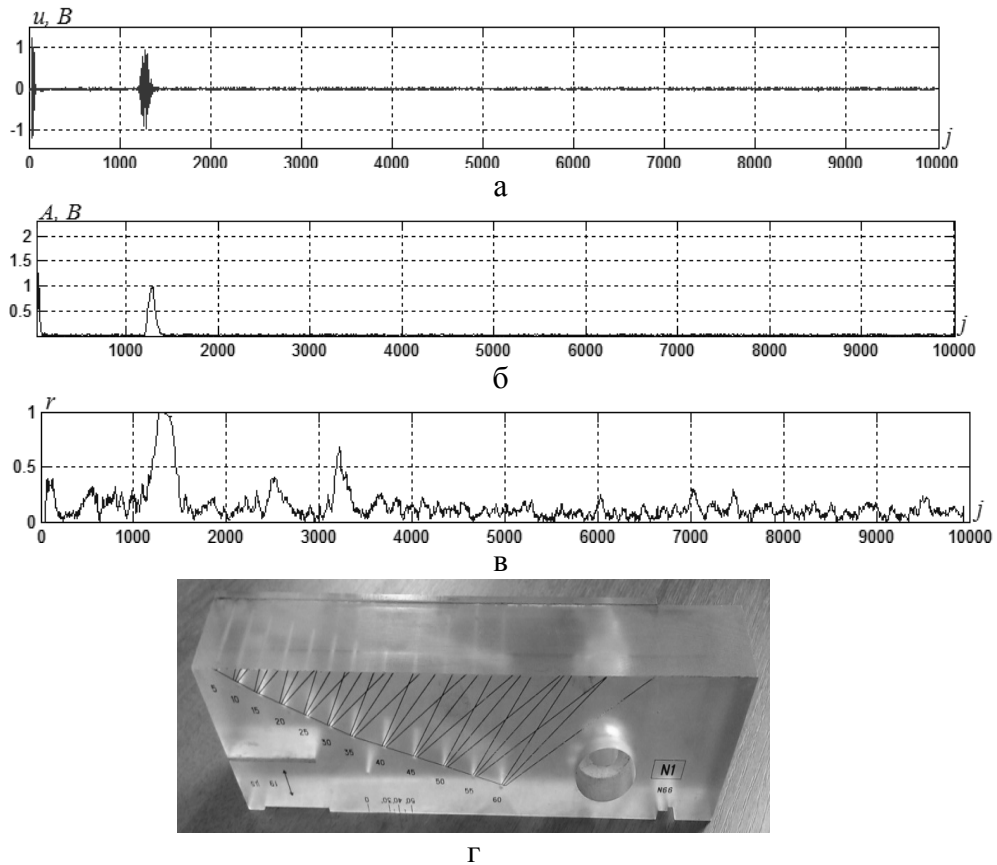


Рис. 4.20. Експериментальні дані для зразка №3: а) графік сигналу УЗТ;
б) графік обвідної сигналу; в) графік статистики $r[j, M_w]$;
г) фото зразка

З рис. 4.20 а, б видно, що за допомогою амплітудного методу визначається лише один донний імпульс, натомість графік статистики $r[j, M_w]$ свідчить про можливість виявлення двох донних імпульсів, при цьому відношення С/Ш для другого імпульсу становить $\sim 1,8$.

Зразок №4. Частота сигналу заповнення 2,3 МГц. На рис. 4.21 представлено експериментальні дані та фото зразка.

При порівнянні графіків обвідної сигналу і статистики $r[j, M_w]$ видно, що на в цьому випадку фазовим методом впевнено виділяються 6 донних імпульсів, в той час як амплітудним –

4-5. Відношення С/Ш для останнього з виявлених донних імпульсів становить 2,3.

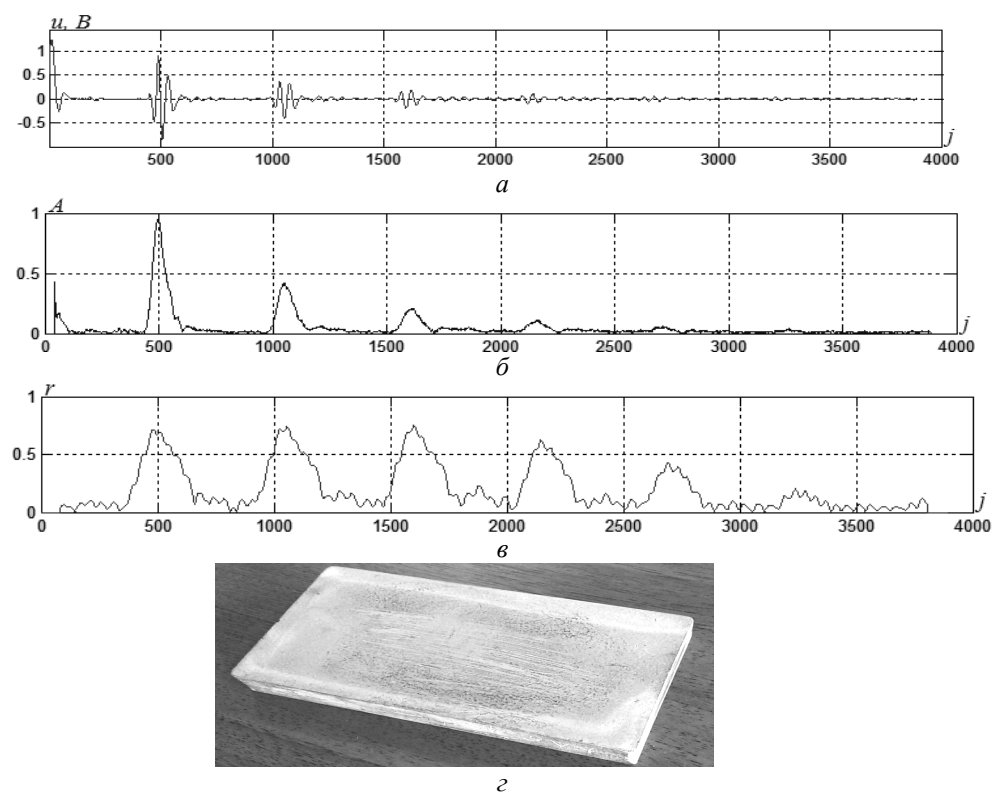


Рис. 4.21. Експериментальні данні для зразка №4: а) графік сигналу $u_d[j]$; б) графік обвідної сигналу $A[j]$; в) графік статистики $r[j, M_w]$; г) фото зразка №4;

В цілому фазовий метод дозволяє отримати у вимірювальному експерименті більший статистичний матеріал для подальшої обробки і покращення точностних характеристик результатів вимірювань, що доводить ефективність його застосування в ультразвуковій товщинометрії.

Література

1. Бабак В.П. Обробка сигналів: Підручник / В.П. Бабак, В.С. Хандецький, Е. Шрюфер. – К.: Либідь, 1999. – 496 с.
2. Бабак В.П. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика / В.П. Бабак, Б.Г. Марченко, М.Є. Фриз. – К.: Техніка, 2004. – 288 с.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
4. Близнюк Е.Д. Фазовый обнаружитель сигналов для ультразвукового неразрушающего контроля/ Е.Д. Близнюк, В.С. Еременко, И.Н.Быстрая, Ю.В. Куц, Е.В. Монченко, В.К. Цапенко // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2011. – №2. – С. 21-24.
5. Вайнштейн Л.А. Разделение частот в теории колебаний и волн / Л.А. Вайнштейн, Вакман Д.Е. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. – 288 с.
6. Галахова О.П. Основы фазометри / Галахова О.П., Колтик Е.Д. Кравченко С.А. – Л.: Энергия, 1976.– 256 с.
7. Єременко В.С. Статистичний аналіз даних вимірювань / В.С. Єременко, Ю.В. Куц, В.М. Мокійчук, О.В. Самойліченко // Навчальний посібник – К.: НАУ, 2013. – 230 с.
8. Куц Ю.В. Статистична фазометрія /Ю.В. Куц, Л.М. Щербак // Монографія. – Тернопіль: Тернопільський державний університет ім. І. Пулюя, 2009. – 383 с.
9. Куц Ю.В. Застосування методу тригонометричних моментів в аналізі даних фазових вимірювань / Ю.В. Куц, І.А. Купрійчук, А.А. Рижкова // Системи обробки інформації. – 2013. – №6 (113). – С. 98-102.
10. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений: Пер. с англ. – М.: Главная ред. физ.-мат. лит. изд-ва “Наука”, 1978. – 240 с.
11. Марченко Б.Г. Теретичні основи аналізу стохастичних сигналів і шумів / Б.Г. Марченко, М.В. Приймак, Л.М. Щербак // Навчальний посібник. – Тернопіль: ТДТУ імені Івана Пулюя, 2001.– 179 с.
12. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов. Т.1.– М.: Советская энциклопедия, 1980. – 1184 с.

13. Патент на корисну модель № 35057 України, G01B17/02. Спосіб ультразвукового вимірювання товщини виробів / Еременко В.С., Куц Ю.В., Монченко О.В., Лапіга І.М.; Укр. – u200805320; Заяв. 23.04.2008. Опубл. 26.08.2008, Бюл. №16.
14. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок: Пер с англ. – М.: Мир, 1985. – 272 с.
15. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.– М.: Наука. Т.2, 1969.-799 с.
16. Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.
17. Ashraf. K. Helmy. Phase unwrapping enhancement for radar interferometric satellite images relying on PCA / Ashraf. K. Helmy, G.S.El-Taweel. //ICGST-GVIP Jornal, Vol.8, No.1, 2008.– 41- 45 pp.
18. Babak V., Kuts U. Discret Hslbert Transform In Problems of the Measuring System Signal Analysis // Датчики и системы: Сборник докладов международной конф. Том III. СПб.: Изд-во СПбГПУ. – 2002. – С.32–36.
19. Fast and robust three-dimensional best path phase unwrapping algorithm / H. Abdul-Rahamn, M.A. Gdeisat, D.R. Burton, M.J Lalor, F. Lilley,C. Moore. – Applied Optics, Vol.46, No. 26, 2007.– 6623- 6635 pp.
20. J. Moran. Quantitative Testing of Probabilistic Phase Unwrapping Methods / J. Moran. – Waterloo, Ontario, 2001. –70 p.
21. N.I. Fisher. Statistical analysis of circular data. – Cambridge University Press, 2000. –277 p.
22. S. Lawrence Marple, Jr. Computing the Discrete-Time ”Analytic” Signal via FFT // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1999. – Vol. 47, №9. – P.2600–2603.

An abstract graphic showing a complex network of glowing white lines and nodes against a dark background, resembling a neural network or data flow visualization.

КОМП'ЮТЕРНІ ТА НЕЙРОМЕРЕЖЕВІ ТЕХНОЛОГІЇ В СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ

5

- 5.1. Класифікатор стану об'єктів на основі штучних нейронних мереж
- 5.2. Імітаційне моделювання інформаційних сигналів в системах моніторингу

5.1. Класифікатор стану об'єктів на основі штучних нейронних мереж

Можливості використання нейронних мереж в комп'ютеризованих системах діагностики. Сучасні методи та засоби моніторингу оперують з великою кількістю інформативних параметрів, що характеризують стан досліджуваного об'єкту. Отже, має місце велика розмірність простору діагностичних ознак, за якими будуються вирішальні правила. Тому виникає задача відбору параметрів, що будуть визначатися при проведенні моніторингу, і на основі яких будуть формуватися правила прийняття діагностичних рішень, а також задача розробки методів і алгоритмів, що дозволяють ефективно виконувати обробку даних в багатовимірному просторі ознак і не потребують значних апаратних ресурсів.

Використання статистичних методів призводить до суттєвого ускладнення алгоритмів обробки інформаційних сигналів, оскільки доводиться аналізувати багатовимірні функції розподілу ймовірності та формування громіздких вирішальних правил, що значно підвищує обчислювальні витрати на реалізацію відповідного алгоритму. Побудова вирішальних правил на основі відокремлюючих гіперплощин у випадку багатовимірних лінійно нероздільних просторів розподілу діагностичних ознак призводить до розв'язання системи складних нелінійних рівнянь з великою кількістю аргументів, функціонально пов'язаних з ознаками. Вирішення таких систем при побудові відокремлюючих гіперплощин є складною задачею (з обчислювальної точки зору) і знижує ефективність роботи класифікатора.

Тому при побудові систем моніторингу, необхідно застосовувати такі методи та алгоритми, які дозволяють ефективно виконувати обробку даних в багатовимірному просторі діагностичних ознак, накопичувати отриману інформацію про можливі стани виробу, визначати закономірності в зміні значень параметрів інформаційних сигналів в залежності від ступеня дефектності об'єкта, розширювати базу класів станів та уточнювати її в процесі роботи без повного переналаштування системи. Отже, дослідження, розробка та впровадження нових більш ефективних методів обробки сигналів і прийняття діагностичних рішень на сьогодні є актуальною задачею.

Виходом з даної ситуації є розробка спеціалізованих систем моніторингу, ядром яких є програмний комплекс, що дозволяє змінювати структуру бази знань, доповнювати її новими знаннями для вирішення задач діагностики технічного стану при мінімальній зовнішній участі людини. Використання сучасних засобів і методів обробки експериментальних даних з метою отримання більшої кількості інформативних параметрів, виконання діагностики об'єкту контролю за умови обмеженої кількості інформації, а також використання механізму, який дав змогу забезпечити високу завадостійкість неодмінно призводить до застосування в якості апарату обробки вхідних даних штучних нейронних мереж. В системах моніторингу використання нейромережевих технологій забезпечує проведення кластерного аналізу отриманих експериментальних даних, розпізнавання стану об'єктів за інформаційними сигналами, прогнозування розвитку дефектів в часі, а також розширення власної бази знань про номенклатуру можливих станів та дефектів об'єктів в процесі роботи [1, 3, 19]. Даний підхід дає можливість перейти до безеталонних методик контролю, а також виявляти і поширювати на нові діагностичні параметри причинно-наслідкові зв'язки між співвідношенням значень інформаційних параметрів об'єкту контролю і його технічним станом.

Програмне забезпечення діагностичних систем, що застосовує нейромережеві технології є найбільш раціональним з точки зору складності алгоритмів та об'єму використаного обчислювального ресурсу.

В задачах моніторингу навчена нейронна мережа не тільки вміє розпізнавати (класифікувати) отримані під час діагностики інформаційні сигнали і ставити відповідні діагнози, розширювати простір діагностичних ознак без суттєвого переналаштування, а й зберігає інформацію про закономірності та взаємозв'язки характеристик цих сигналів та стану об'єкта діагностики, а також може правильно класифікувати раніш невідомі інформаційні сигнали, що відповідають можливим станам об'єкта.

Вибір архітектури нейронної мережі для вирішення задачі діагностики виробів. Приступаючи до розробки нейромережевого класифікатора, як правило, виникає проблема вибору оптимальної архітектури нейронної мережі. Необхідно чітко знати,

який саме клас задач вирішуватиме дана діагностична система, оскільки різні архітектури нейронних мереж розроблені та призначені для вирішення конкретних груп задач. Застосування невірної архітектури може суттєво знизити ефективність класифікатора та призвести до неправильного розпізнавання стану об'єкта.

Оскільки області застосування найбільш відомих парадигм нейронних мереж перетинаються, то для вирішення конкретної задачі можна використовувати різні архітектури, при цьому результати можуть виявитися однаковими. Чи буде використання однієї або іншої мережі краще і практичніше, залежить в більшості випадків від умов вирішуваної задачі. Отже для вибору кращої архітектури необхідно проводити детальні дослідження.

Серед найбільш популярних і ефективних основних парадигм нейронних мереж, які застосовуються в задачах класифікації та кластерного аналізу можна виділити наступні мережі: багатошаровий перцептрон, радіально-базисні нейронні мережі, нейронні мережі і карти Кохонена, мережі адаптивної резонансної теорії.

Так само, для вирішення поставлених задач можуть застосовуватися гібридні нейронні мережі, що можуть поєднувати в собі різні концепції деяких базових парадигм (види нейронів, архітектуру мережі, методи навчання тощо) [20].

Типова класифікація нейронних поділяє їх на два класи: мережі прямого поширення та рекурентні мережі або мережі зі зворотними зв'язками.

В мережах прямого поширення нейрони розміщені шарами та мають однонаправлені зв'язки між ними, а самі мережі є статичними в тому розумінні, що у відповідь на вхідний сигнал вони виробляють одну сукупність вихідних значень, яка не залежить від попереднього стану мережі. Рекурентні мережі є динамічними, оскільки завдяки зворотнім зв'язкам в них модифікуються вхідні значення нейронів, що призводить до зміни стану нейронної мережі.

В табл. 5.1 представлені найбільш поширені архітектури нейронних мереж і пов'язані з ними алгоритми навчання (список не є вичерпним) [14]. В останній колонці перераховані задачі, для яких може бути застосована кожна архітектура. Мережа певної архітектури потребує відповідного алгоритму навчання і призначена для вирішення обмеженого класу задач. Окрім розглянутих алгоритмів навчання, поширеними також є

алгоритми: Adaline і Madaline [13], лінійний дискримінантний аналіз, проєкції Саммона, аналіз головних компонент [14] тощо.

Таблиця 5.1

Відомі архітектури та алгоритми навчання нейронних мереж

Парадигма	Правило навчання	Архітектура	Алгоритм навчання	Задача
Зі вчителем	Корекція помилки	Одношаровий та багатошаровий перцептрон	Алгоритми навчання перцептрона Зворотне поширення	Класифікація образів Апроксимація функцій Прогнозування
	Больцмана	Рекурентна	Алгоритм навчання Больцмана	Класифікація образів
	Хебба	Багатошарова прямого поширення	Лінійний дискримінантний аналіз	Аналіз даних Класифікація образів
Без учителя	Хебба	Прямого поширення	Аналіз головних компонентів	Аналіз даних Стиснення даних
		Мережа Хопфілда	Навчання асоціативної пам'яті	Асоціативна пам'ять
	Змагання	Мережа LVQ	Змагання, Векторне квантування	Категоризація Стиснення даних
		SOM Кохонена	SOM Кохонена	Категоризація Аналіз даних
		Мережі ART	ART-1, ART-2, Fuzzy-ART	Категоризація, Класифікація образів
Змішана	Корекція помилки та змагання	Мережа RBF	Алгоритм навчання RBF	Класифікація образів Апроксимація функцій Прогнозування

Для вибору архітектури нейронної мережі, яку можна використувати в задачах діагностики основними передумовами є: можливість навчатись без учителя, здатність вирішувати задачі категоризації даних (кластерний аналіз) та класифікації, а також складність будови мережі та можливість розширення множини діагностичних ознак без суттєвих змін в архітектурі.

З табл. 5.1 видно, що серед наведених архітектур основним вимогам задовольняють нейронні мережі Кохонена (кластерний аналіз), багатошаровий персептрон або мережа RBF (виявлення і класифікація дефектів), їх комбінації (гібридна нейронна мережа) та мережі сімейства ART, отже дані архітектури мережі можуть бути використані при вирішенні задачі діагностики виробів.

Алгоритм побудови класифікатора на основі нейронних мереж виглядає наступним чином:

1) Робота з даними:

підготувати вибірку навчальних прикладів, характерних для даної задачі;

розбити всю сукупність даних на навчальну, контрольну і тестову множини.

2) Попереднє оброблення даних:

вибрати систему ознак, характерних для даної задачі, і виконати перетворення даних відповідним чином для подачі на вхід мережі. В результаті бажано отримати лінійно роздільний простір множини даних;

вибрати систему кодування вихідних значень.

3) Конструювання, навчання і оцінка якості мережі:

вибрати топологію мережі - кількість шарів, число нейронів в шарах тощо;

вибрати функцію активації нейронів;

вибрати алгоритм навчання мережі;

оцінити якість роботи мережі на основі тестової множини або іншого критерію, оптимізувати архітектуру;

вибрати оптимальний варіант мережі й оцінити достовірність її роботи.

4) Застосування та діагностика

дослідити ступінь впливу різних чинників на прийняття рішення;

переконатися, що мережа забезпечує необхідну достовірність класифікації,

при необхідності повернутися на етап 2, змінивши спосіб представлення об'єктів або змінивши базу даних;

практично використовувати мережу для вирішення поставленої задачі.

Гібридна нейронна мережа. Дослідження показали, що окремо нейронні мережі Кохонена та багатошаровий персептрон повністю не вирішують задачі, які з'являються при діагностуванні виробів, оскільки для персептрона обов'язково необхідна початкова навчальна вибірка (апріорна інформація про об'єкт діагностування та можливу номенклатуру його станів чи дефектів), а мережа Кохонена не здатна виконати достовірну класифікацію дефектів у випадку існування лінійно нероздільних просторів діагностичних ознак [7, 16].

Саме тому, була розроблена спеціальна гібридна нейронна мережа, що складається з шару Кохонена та багатошарового персептрона [5, 8]. Для вирішення задачі діагностування виробів було розроблено новий алгоритм навчання даної мережі, алгоритм її функціонування та нові функціональні вузли. Архітектура даної гібридної нейронної мережі (рис. 5.1) дозволяє визначати та класифікувати стани (дефекти) об'єктів з високою достовірністю, будувати нелінійні розділяючі гіперплощини, проводити кластерний аналіз та розширювати власну базу знань в процесі функціонування.



Рис. 5.1. Структура гібридної нейронної мережі

Розроблений алгоритм навчання та роботи мережі полягає в наступному. Шар нейронів Кохонена групує близькі вхідні сигнали X в кластери, а необхідна функція $Y = G(X)$ будується на основі звичайної нейронної мережі прямого поширення (багатоша-

рового перцептрона або радіально-базисної мережі), що з'єднана з виходами нейронів Кохонена. Нейрони шару Кохонена навчаються без вчителя, на основі самоорганізації, а нейрони шарів, що використовуються для розпізнавання та класифікації, навчаються з вчителем ітераційними методами. При цьому навчальна вибірка для мереж прямого поширення формується шаром Кохонена. Запропонований алгоритм роботи нейронів Кохонена, полягає у визначенні власного центру та розміру класу, за який відповідає даний нейрон. Для відслідковування нових об'єктів та формування відповідних класів використано спеціальний блок спостереження, який у випадку появи нового об'єкта формує сигнал для виділення нового нейрона в мережі Кохонена та налаштування вагових коефіцієнтів багатошарового перцептрону. Для аналізу та прийняття відповідного рішення блок спостереження приймає паралельно на свої входи інформацію з виходів нейронів Кохонена та перцептрона.

Таким чином, у складі розробленої гібридної нейронної мережі, обидві її складові функціонують як дві незалежні мережі. Мережа Кохонена використовується для вирішення задачі кластерного аналізу (попереднього розбиття множини об'єктів на класи), формування навчальної вибірки для подальшого навчання багатошарового перцептрона і надає інформацію блоку спостереження для виявлення нового об'єкта. Багатошаровий перцептрон в свою чергу навчається на основі створеної мережею Кохонена навчальної вибірки. Він використовується для вирішення задачі класифікації, дозволяє будувати нелінійні розділяючі гіперплощини і надає інформацію блоку спостереження для виявлення нового об'єкта. Також, в якості навчальної для багатошарового перцептрона може використовуватись вибірка, що отримана із застосуванням математичних і статистичних методів обробки інформаційних сигналів.

Робота шару Кохонена у складі гібридної нейронної мережі. Шар Кохонена [16] складається з деякої кількості M адаптивних лінійних суматорів (рис. 5.2), що діють паралельно (лінійних формальних нейронів). Всі вони мають однакову кількість входів N і отримують на свої входи один і той же вектор вхідних сигналів $X = (x_1, \dots, x_N)$. На рис. 5.2 введено наступні позначення: x_i – вхідні сигнали, сукупність усіх вхідних сигналів нейрона утво-

рюють вектор X ; w_i – вагові коефіцієнти, сукупність вагових коефіцієнтів утворюють вектор W ; $F()$ – функція активації нейрона, NET – зважена сума вхідних сигналів, OUT – сигнал на виході нейрона.

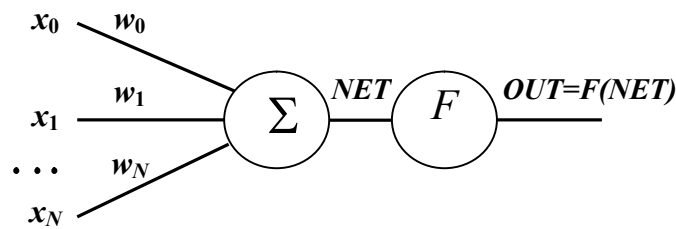


Рис. 5.2. Формальний нейрон

На виході j -го лінійного елементу формується сигнал

$$y_j = w_{j0} + \sum_{i=1}^N w_{ji} x_i, \quad (5.1)$$

де w_{ji} – ваговий коефіцієнт i -го входу j -го нейрона, w_{j0} – пороговий коефіцієнт.

Для налаштування параметрів шару Кохонена використовується алгоритм навчання без вчителя. Результатом роботи мережі Кохонена є побудова відображення набору вхідних векторів високої розмірності на карту кластерів меншої розмірності таким чином, що близьким кластерам на карті відповідають близькі один до одного вхідні вектори в початковому просторі.

В процесі самоорганізації на виході шару Кохонена формуються кластери (група активних нейронів певної розмірності, вихід яких відмінний від нуля), що характеризують певні категорії вхідних векторів.

Після проходження шару лінійних елементів сигнали посиляються на обробку за правилом «переможець забирає все» (WTA) [11]: серед вихідних сигналів y_j шукається максимальний, його номер $j_{\max} = \arg \max_j \{y_j\}$. Остаточо, на виході сигнал з номером j_{\max} дорівнює одиниці, а всі інші – нулю. Якщо максимум одночасно досягається для декількох j_{\max} , то приймають всі відповідні сигнали рівними одиниці або тільки перший в списку.

Дані, що подаються на входи шару Кохонена, представляються у вигляді вектора діагностичних ознак в N -вимірному евклідовому просторі, а також мають бути масштабовані для подальшої їх обробки. Вихідним результатом роботи шару Кохонена є множина класів можливих станів (дефектів) об'єкта. В подальшому, визначені класи та їх центри будуть використовуватись в якості навчальної вибірки для налаштування багатошарового перцептрона. На відміну від класичної реалізації мережі Кохонена або карт Кохонена, де у зв'язку з різними розмірами класів кожен клас описують декілька нейронів мережі, в розробленій нейронній мережі було реалізовано новий алгоритм роботи нейронів Кохонена. Його зміст полягає в наступному: кожен клас характеризується власним центром та розміром, що визначається дисперсією об'єктів в середині класу. Таким чином інформація про клас (центр класу та його розмір) міститься в одному нейроні шару Кохонена, де розмір класу – це додатковий параметр нейрона. Під час роботи шару Кохонена визначає відстань до центру класу, відстань до границі класу та відношення цих двох величин. Такий алгоритм роботи дає можливість однозначно класифікувати тип стану об'єкта і віднести його до відповідного класу. Навчання такої мережі відбувається за правилом WTA. Запропонований алгоритм роботи нейронів для характеристики розміру кожного класу спрощує архітектуру нейронної мережі, підвищує швидкодію програмного забезпечення, а також зменшує апаратні витрати на реалізацію системи діагностики. Це дає можливість нарощувати кількість діагностичних ознак, що характеризують клас до якого відноситься стан об'єкту дослідження, а отже і розмірність вхідного вектора даних, без збільшення кількості нейронів мережі та без її ускладнення. Але недоліком такої моделі є зосереджена пам'ять нейронної мережі, тобто інформація про клас зберігається в одному нейроні, і його пошкодження веде до втрати інформації про весь клас. Подібний недолік було виправлено шляхом резервного запису поточних параметрів мережі. Такий підхід потребує менших витрат фізичної пам'яті комп'ютера, ніж використання додаткових нейронів і, у разі пошкодження мережі, дає можливість повністю відновити її працездатність.

В розробленій мережі Кохонена вектори вхідних сигналів X обробляються поступово, для кожного з них знаходиться найбли-

жчий вектор W_l . Після цього вагові коефіцієнти вектора W_l , перераховуються за формулою:

$$W_l^{new} = W_l^{old} + \varepsilon \rho(X^p, W_l^{old}) X^p, \quad (5.2)$$

де $\varepsilon \in (0,1)$ – показник швидкості навчання нейронної мережі, що визначає за скільки ітерацій алгоритму навчання, параметри вагових коефіцієнтів мережі приймуть стійкі значення; W_l^{old} , W_l^{new} – вагові коефіцієнти нейрона-переможця, відповідно, до і після модифікації; $\rho(X^p, W_l^{old})$ – функція відстані між вхідним вектором та центром класу; X^p – вектор вхідних значень.

Алгоритм роботи та формування класів за допомогою розробленої мережі Кохонена можна представити наступним чином:

1) ініціалізація вагових коефіцієнтів випадковими значеннями. Задавання величини швидкості навчання ε та часу t_{max} навчання;

2) задавання векторів вхідних сигналів $X = (x_1, \dots, x_p)$;

3) визначення відстані до всіх нейронів мережі (відстані ρ_k від вхідного вектора X до кожного нейрона k в залежності від вибору функції відстані);

4) знаходження нейрона-переможця, тобто нейрона j , для якого є найменшими відстані до центру класу, його границі та відношення цих величин;

5) адаптування вагових коефіцієнтів нейрона-переможця за наступною формулою:

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + \varepsilon \rho(x_i, w_{ji}),$$

де $\rho(x_i, w_{ji})$ – одна з можливих функцій відстані [15], яка застосовується для визначення відстані між вектором вхідних даних та центром класу, що описується нейроном шару Кохонена;

6) адаптування розміру границі нейрона-переможця;

7) перевірка умови: якщо $(t < t_{max})$, то перейти до пункту 2, якщо інше – СТОП.

Застосування розробленого алгоритму роботи нейронів шару Кохонена дозволяє виявляти стани (дефекти) досліджуваного об'єкта, які раніше не були відомими нейронній мережі і не зустрічались в процесі навчання. Появу нового об'єкта відслідковує спе-

ціальний блок спостереження, який приймає до аналізу всю необхідну інформацію про вхідний сигнал (вектор). Таким чином, розроблена гібридна мережа буде розширювати власну базу знань про можливу номенклатуру станів в процесі функціонування. Однак, на виконання процесу перенавчання нейронної мережі необхідні додаткові витрати часу та зупинка процесу діагностування на період навчання.

Робота багат шарового персептрона у складі розробленої мережі. Простим класифікатором є персептрон, що перетворює вхідний вектор ознак в скалярну відповідь, яка залежить від лінійної комбінації вхідних змінних. Скалярний вихід такого нейрона можна використовувати як дискримінантну функцію. Даним терміном називається індикатор приналежності вхідного вектора до одного з заданих класів, а нейрон – лінійним дискримінатором. Проте, можливості лінійного дискримінатора суттєво обмежені. Для вирішення більш складних задач класифікації необхідно розширити мережу шляхом введення додаткових (прихованих) шарів нейронів, що проводять проміжну попередню обробку вхідних даних таким чином, щоб вихідний нейрон-класифікатор отримував на свої входи вже лінійно-роздільні множини. Саме тому для класифікації стану об'єктів в гібридній нейронній мережі, що розглядається використовується багат шаровий персептрон [6].

Багат шаровий персептрон – окремий випадок персептрона Розенблата [11], в якому один алгоритм зворотного поширення помилки навчає всі шари. Особливістю багат шарового персептрону є наявність більш ніж одного шару, що навчається (як правило два або три; застосування більшого числа призводить до втрати швидкості без отримання необхідної якості). Для класифікації стану об'єкту дослідження був реалізований трьох шаровий персептрон з різною кількістю нейронів у прихованих шарах і у вихідному шарі. Кількість нейронів у вихідному шарі залежить від кількості класів, а кількість нейронів в прихованих шарах вибирається на основі складності поверхонь гіперплощин, які розділяють простори діагностичних ознак, що характеризують різні стани об'єктів.

На рис.5.3 представлено архітектуру багат шарового персептрона, що використовується у складі гібридної нейронної мережі, із n та m нейронами в двох прихованих шарах і k нейронами у ви-

хідному шарі. Нейрони кожного шару з'єднуються з нейронами попереднього і подальшого шарів за принципом «кожен з кожним».

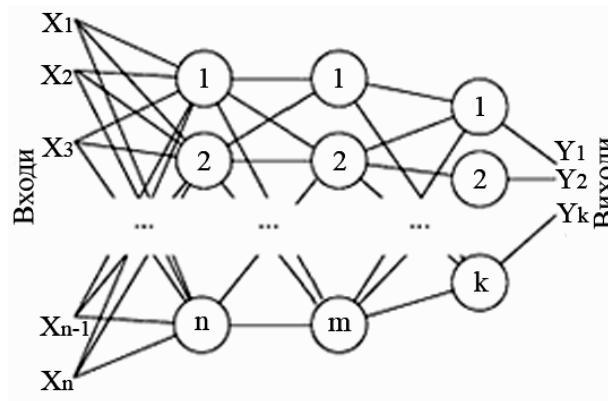


Рис. 5.3. Тришаровий перцептрон

Робота багатшарового перцептрона описується наступними виразами:

$$NET_{jl} = \sum_i w_{ijl} x_{ijl}, \quad OUT_{jl} = F(NET_{jl} - \theta_{jl}), \quad x_{ij(l+1)} = OUT_{jl}, \quad (5.3)$$

де i – номер входу; j – номер нейрона в шарі; l – номер шару; x_{ijl} – i -й вхідний сигнал j -го нейрона в шарі l ; w_{ijl} – ваговий коефіцієнт i -го входу j -го нейрона в шарі l ; NET_{jl} – сигнал NET j -го нейрона в шарі l ; OUT_{jl} – вихідний сигнал нейрона; θ_{jl} – пороговий рівень j -го нейрона в шарі l ; $F()$ – функція активації нейрона.

Кожен шар виконує нелінійне перетворення від лінійної комбінації вихідних сигналів попереднього шару [11]. Багатшарова мережа формує на виході довільну багатовимірну функцію при відповідному виборі кількості шарів, діапазону зміни діагностичних ознак і параметрів нейронів. Процес обробки вхідних даних такою нейронної мережі описується функціоналом:

$$f(x) = F \left(\sum_{i_N} w_{i_N, j_N, N} \dots \sum_{i_2} w_{i_2, j_2, 2} F \left(\sum_{i_1} w_{i_1, j_1, 1} x_{i_1, j_1, 1} - \theta_{j_1, 1} \right) - \theta_{j_2, 2} \dots \theta_{j_N, N} \right).$$

За рахунок почергового розрахунку лінійних комбінацій і нелінійних перетворень досягається апроксимація довільної багато-

вимірної функції при відповідному виборі параметрів мережі. Вихідні сигнали першого шару нейронів обмежують у попередньому наближенні простір розподілу значень діагностичних ознак і потрапляють на другий шар мережі. Нейрони другого шару додають ще одну площину, що розділяє інформаційний простір. Нормаль даної площини є лінійною комбінацією нормалей першого шару нейронів. Таким чином, кожен нейрон другого шару виділяє фрагмент інформаційного простору. Далі сигнали потрапляють на третій шар, де виконується ще більш детальне розділення простору діагностичних ознак. За такою схемою послідовно виконується фрагментація інформаційного простору. Вихідний нейрон здійснює об'єднання виділених на попередніх етапах фрагментів простору. Нейронна мережа в результаті утворює множину площин, що розділяють інформаційний простір, і здатна відокремлювати ділянки простору зі складною структурою, що залежить від взаємного розташування розділяючих площин та від послідовності накладення обмежень. Представлена мережа виконує нелінійне розділення та класифікацію об'єктів за набором діагностичних ознак, що дуже часто мають великі розмірності. Класифікатор на основі багатозарового перцептрона є універсальним засобом апроксимації функцій, що дозволяє використовувати її для вирішення задач класифікації різного ступеня складності.

Серед різноманіття функцій активації в розробленій мережі використовуються дві поширені функції:

$$\begin{aligned}
 & \text{– сигмоїдальна функція (рис. 5.4 а) – } OUT = \frac{1}{1 + e^{-NET}}; \\
 & \text{– гіперболічний тангенс (рис. 5.4 б) – } OUT = \frac{e^{NET} - e^{-NET}}{e^{NET} + e^{-NET}}.
 \end{aligned}$$

Для навчання багатозарового перцептрона в розробленій гібридній нейронній мережі використовуються градієнтні методи, що передбачають знаходження похідних функцій активації. Похідні зазначених функцій виражаються через самі функції, це і обумовило їх вибір для реалізації нейронної мережі:

$$\begin{aligned}
 \sigma'(NET) &= \sigma(NET) \cdot [1 - \sigma(NET)] \text{ – для сигмоїдальної функції;} \\
 \text{th}'(NET) &= 1 - [\text{th}(NET)]^2 \text{ – для гіперболічного тангенсу.}
 \end{aligned}$$

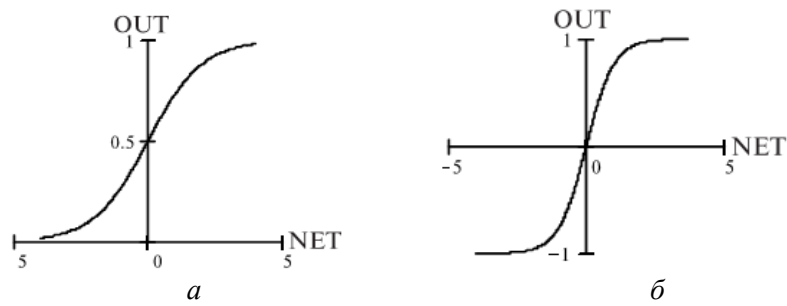


Рис. 3.4. Функції активації нейронів

В процесі навчання мережа змінює свої параметри і надає потрібне відображення $X \rightarrow Y$. За рахунок здібності до узагальнення, мережею можуть бути отримані правильні результати навіть у випадку, якщо подати на вхід вектор, який не зустрічався при навчанні.

Для оцінки якості навчання використовувалась сумарна квадратична помилка:

$$E = \frac{1}{2} \sum_s \sum_j (d_j^s - y_j^s)^2, \quad (5.4)$$

де y_j^s – фактичне значення виходу нейрону j ; d_j^s – еталонне (очікуване) значення виходу нейрону j .

Алгоритм навчання багатoshарового персептрона можна представити схематично (рис.5.5).

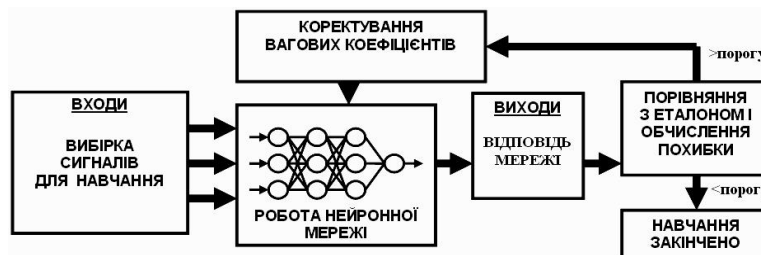


Рис. 5.5. Алгоритм навчання багатoshарового персептрона

При вирішенні більшості задач для навчання багатoshарового персептрона використовується метод зворотного поширення помилки (back propagation error) [18], згідно з яким наступний крок направлений в сторону антиградієнту функції помилки (рис. 5.6). Відповідно до цього методу, функція помилки E представляється

у вигляді складеної функції, і послідовно розраховуються частинні похідні за формулами для складеної функції.

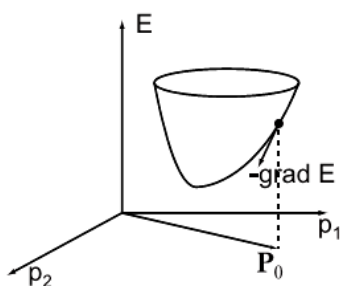


Рис. 5.6. Пошук антиградієнту функції помилки нейронної мережі

Розрахунок виконується від вихідного шару до вхідного по рекурентним формулам і потребує перерахунку вихідних значень нейронів. Для вагових коефіцієнтів мережі справедлива формула:

$$\Delta w_{ijl} = -\varepsilon \left(\frac{\partial E(W, \Theta)}{\partial w_{ijl}} \right) \Big|_{W, \Theta}. \quad (5.5)$$

Значення похідної розраховується для кожного значення параметрів W, Θ на поточному кроці навчання. Вагові коефіцієнти корегуються за формулою:

$$w'_{ijl} = w_{ijl} + \Delta w_{ijl}, \quad (5.6)$$

де w'_{ijl} – значення вагового коефіцієнта на наступному кроці навчання, w_{ijl} – на даному кроці.

Аналогічні корекції вводяться для порогових рівнів. Для вихідного шару можна записати компоненти градієнту за ваговими коефіцієнтами як похідну складеної функції:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ijl}} = \frac{\partial E}{\partial OUT_{jl}} \frac{\partial OUT_{jl}}{\partial NET_{jl}} \frac{\partial NET_{jl}}{\partial w_{ijl}}. \quad (5.7)$$

Аналогічно знаходиться похідна за пороговими значеннями:

$$\frac{\partial E}{\partial \theta_{jl}} = \frac{\partial E}{\partial OUT_{jl}} \frac{\partial OUT_{jl}}{\partial NET_{jl}} \frac{\partial NET_{jl}}{\partial \theta_{jl}}. \quad (5.8)$$

Для вихідного шару $y_j = OUT_{jl}$. Похідна функції помилки:

$$\frac{\partial E}{\partial OUT_{jl}} = \sum_s (y_j - d_j^s). \quad (5.9)$$

Похідна від зваженої суми за ваговими коефіцієнтами:

$$\frac{\partial NET_{jl}}{\partial w_{ijl}} = \frac{\partial \left(\sum_i w_{yl} x_{yl} - \theta_{jl} \right)}{\partial w_{ijl}} = x_{jl}. \quad (5.10)$$

Похідна від функції активації обчислюється за виразом:

$$\frac{\partial OUT_{jl}}{\partial NET_{jl}} = \frac{\partial F(NET_{jl})}{\partial NET_{jl}}. \quad (5.11)$$

Похідна за пороговим рівнем визначається як:

$$\frac{\partial NET_{jl}}{\partial \theta_{jl}} = -1. \quad (5.12)$$

Значення похідних $\frac{\partial E}{\partial w_{ijl}}$ і $\frac{\partial E}{\partial \theta_{jl}}$ дозволяють ввести корекції

Δw_{ijl} і $\Delta \theta_{jl}$ для нейронів останнього шару. Для останнього шару справедливим є:

$$\frac{\partial E}{\partial x_{ijl}} = \frac{\partial E}{\partial OUT_{jl}} \frac{\partial OUT_{jl}}{\partial NET_{jl}} \frac{\partial NET_{jl}}{\partial x_{ijl}}, \quad (5.13.)$$

де $\frac{\partial E}{\partial OUT_{jl}}$ і $\frac{\partial OUT_{jl}}{\partial NET_{jl}}$ вже розраховані;

$$\frac{\partial NET_{jl}}{\partial x_{ijl}} = \frac{\partial \left(\sum_i w_{yl} x_{yl} - \theta_{jl} \right)}{\partial x_{ijl}} = w_{jl}. \quad (5.14)$$

Похідна по вхідному значенню для останнього шару співпадає за змістом з похідною по відповідному виходу попереднього шару:

$$\frac{\partial E}{\partial x_{ijl}} = \frac{\partial E}{\partial OUT_{j(l-1)}}. \quad (5.15)$$

Цей вираз забезпечує рекурсивний перехід від попереднього шару до наступного і є аналогом для попередніх шарів.

В деяких задачах метод зворотного поширення помилки є не-ефективним, тому в розробленій нейронній мережі реалізовано ряд додаткових методів, що підвищують ефективність та швидкість навчання багатошарового перцептрона. Серед них було реалізовано чотири основні алгоритми [13]:

1) навчання з моментом. Ідея методу полягає в додаванні до величини корекції вагових коефіцієнтів значення пропорційні величині попередньої зміни цього ж вагового коефіцієнта:

$$\Delta w(t) = -\varepsilon \frac{\partial E}{\partial w} + \mu \Delta w(t-1), \quad (5.16)$$

де μ – коефіцієнт пропорційності, $\mu \in (0,1)$.

2) автономний градієнтний алгоритм (навчання з автоматичною зміною величини кроку ε).

3) RPROP (від resilient – еластичний), в якому кожен ваговий коефіцієнт має власну швидкість навчання, що адаптивно змінюється.

4) методи другого порядку, які використовують не тільки інформацію про градієнт функції помилки, але й інформацію про другі похідні.

Блок класифікації стану об'єктів діагностування на основі гібридної нейронної мережі. Структурну схему блока класифікації стану об'єктів на основі описаної гібридної нейронної мережі представлено на рис. 5.7.

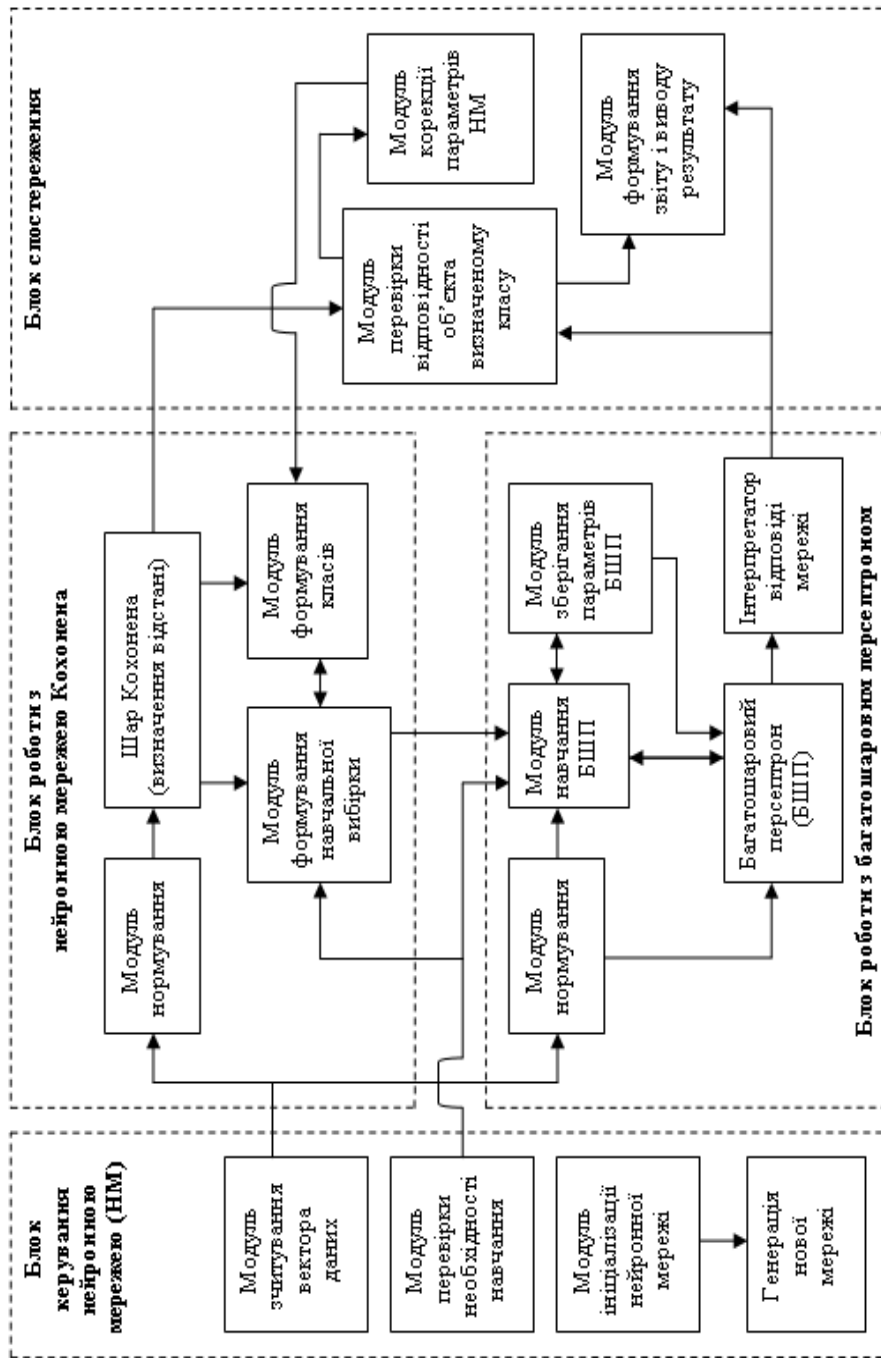


Рис. 5.7. Блок класифікації стану виробів

Ключовим елементом, що дозволяє використовувати дану нейронну мережу для автоматичної побудови класів та виявлення нових або аномальних станів (дефектів) об'єктів в процесі функціонування (за класичної реалізації такі властивості відсутні в подібних мережах), є блок спостереження. Даний блок проводить порівняння відповідності вхідного об'єкта до еталона і, у випадку негативного результату, формує сигнал для зупинки роботи, формування нового класу та перенавчання нейронної мережі [12].

Під час роботи нейронної мережі на її вхід поступає вектор значень, що сформований з масиву діагностичних ознак. Далі масив значень обробляється шаром Кохонена, в якому виконується формування класів та навчальної вибірки для навчання багатошарового персептрона. Сформований набір класів та навчальна вибірка використовуються для налаштування вагових коефіцієнтів нейронів персептрона.

В процесі класифікації використовується виключно багатошаровий персептрон, а блок спостереження, що отримує інформацію з шарів Кохонена та персептрона, відслідковує появу нового або аномального об'єкта, який не підпадає під жодний з існуючих у пам'яті мережі класів об'єктів. У випадку появи такого об'єкта в пам'яті нейронної мережі формується новий клас, що відповідатиме даному об'єкту і виконується коригування параметрів шарів Кохонена і багатошарового персептрона. Таким чином, існує можливість навчати сформовану мережу в процесі діагностування, і відпадає необхідність у формуванні великої кількості еталонних зразків, що моделюють стан об'єкта. Також, така організація роботи нейронної мережі дозволяє використовувати її для вирішення широкого кола задач діагностики та неруйнівного контролю.

В процесі класифікації використовується виключно багатошаровий персептрон, а блок спостереження, що отримує інформацію з шарів Кохонена та персептрона, відслідковує появу нового або аномального об'єкта, який не підпадає під жодний з існуючих у пам'яті мережі класів об'єктів. У випадку появи такого об'єкта в пам'яті нейронної мережі формується новий клас, що відповідатиме даному об'єкту і виконується коригування параметрів шарів Кохонена і багатошарового персептрона. Таким чином, існує можливість навчати сформовану мережу в процесі діагностування, і відпадає необхідність у формуванні великої кількості еталонних зразків, що моделюють стан об'єкта. Також, така організація робо-

ти нейронної мережі дозволяє використовувати її для вирішення широкого кола задач діагностики та неруйнівного контролю.

Серед основних вузлів розробленої нейронної мережі можна виділити чотири блоки.

Блок керування нейронною мережею. До його складу входять модуль ініціалізації мережі, модуль перевірки необхідності навчання мережі та модуль зчитування вектора вхідних значень. Відповідає за вибір кількості шарів мережі, а також кількість нейронів у кожному шарі, вибір типу функції активації, алгоритм та швидкість навчання. Для навчання мережі використовується алгоритм швидкого поширення помилки та його модифікації. Ініціалізація мережі відбувається тільки один раз, на початку роботи, в подальшому, даний блок виконує передачу вхідного вектора значень на вхід багат шарового персептрона та шару Кохонена. При ініціалізації нейронної мережі вказується кількість нейронів на кожному шарі персептрона та кількість нейронів для характеристики одного класу. У випадку необхідності можна видалити з мережі надлишкові нейрони, тим самим спрощуючи розрахунки і підвищуючи швидкість роботи.

Блок керування роботою мережі Кохонена. У складі даного блока містяться модуль нормування вхідних даних, шар нейронів Кохонена, модуль формування навчальної вибірки та модуль формування класів. Для роботи багат шарового персептрона необхідною є навчальна вибірка. Саме для цієї мети, застосовуючи мережу Кохонена, спочатку формується репрезентативна навчальна вибірка, яка містить множину пар векторів $\{x^s, d^s\}, s=1 \dots S$, де $\{x^s\} = \{x^1 \dots x^s\}$ – формалізована умова задачі, а $\{d^s\} = \{d^1 \dots d^s\}$ – відоме рішення для цієї умови. Кількість елементів в навчальній вибірці має бути достатнім для навчання персептрона, щоб сформувати набір параметрів, який дає потрібне відображення $X \rightarrow Y$.

Блок роботи з багат шаровим персептроном включає в себе модуль навчання, який виконує послідовний ітеративний процес навчання сформованої нейронної мережі за обраним алгоритмом. Даний модуль дозволяє візуалізувати функцію помилки процесу навчання багат шарового персептрона. Критерієм зупинки процесу навчання є задане граничне значення помилки. Також у складі даного блока містяться модуль зберігання параметрів багат шарового пер-

септрона (зберігає інформацію про кількість шарів і нейронів в кожному шарі, значення вагових коефіцієнтів та порогів функцій активації нейронів) та безпосередньо персептрона, що виконує класифікацію стану об'єкта діагностування за векторами діагностичних ознак. В розробленій нейронній мережі існує можливість вибору відповідних функцій активації нейронів (сигмоїдальна, гіперболічний тангенс, функція Фермі), використання яких дозволяє отримати високу достовірність діагностування. У складі описаного блока також є інтерпретатор відповіді нейронної мережі, який надає можливість задавати різні варіанти відповіді мережі (номер класу, до якого відноситься об'єкт діагностування, ймовірність віднесення певного об'єкта до кожного класу, наявність або відсутність дефекту, тощо).

Блок спостереження. Функціями даного блока є відслідковування появи аномальних або нових об'єктів, а також виконання корекції параметрів нейронів шарів Кохонена та багатошарового персептрона, якщо такий об'єкт буде знайдено. До складу даного блока входить модуль корекції нейронної мережі, який у випадку отримання сигналу про наявність нового об'єкта формує новий клас (додається новий нейрон до шару Кохонена) та ініціює перенавчання багатошарового персептрону, що потребує певного часу і залежить від кількості відомих класів, складності розділяючих гіперплощин, тощо.

Важливою характеристикою даної нейронної мережі є можливість вибору матриці вагових коефіцієнтів нейронів мережі, що дозволяє підключати матриці вагових коефіцієнтів, які зберігаються у вигляді файлів на фізичному носії даних (жорсткий диск, flash-пам'ять, CD/DVD носії тощо). Подібний підхід є зручним, оскільки дає можливість використовувати розроблену архітектуру нейронної мережі для вирішення широкого кола задач діагностики та неруйнівного контролю виробів. Таким чином, сформувавши відповідну матрицю вагових коефіцієнтів для розв'язку конкретної задачі (класифікації, прогнозування, розрахунку необхідних параметрів та характеристик тощо), переналаштування розробленої мережі на новий режим роботи буде полягати тільки у підключенні відповідної матриці вагових коефіцієнтів, а не в повній зміні архітектури мережі та її перепрограмуванні.

В табл. 5.2 наведено результати порівняння за технічними характеристиками нейронної мережі Кохонена, багатошарового персептрону та представленої гібридної мережі. Дослідження параметрів зазначених мереж проводились з використанням вибірки з 2500 реалі-

зацій множин діагностичних ознак отриманих при діагностиці виробів.

Таблиця 5.2

Характеристики реалізованих нейронних мереж

Показник	Тип нейронної мережі		
	Мережа Кохонена	Багатошаровий персептрон	Гібридна мережа
Необхідність навчальної вибірки	НІ	ТАК	НІ
Час навчання, с	5,3	0,2	5,7
Достовірність контролю	0,88-0,93	0,98-1,00	0,96-0,98
Можливість визначити нові (аномальні) об'єкти	НІ	НІ	ТАК
Час класифікації вибірки*, мс	1740	2210	2210
Обсяг пам'яті для зберігання мережі, кБ	64	81	145
Здатність будувати нелінійні розділяючі гіперплощини	НІ	ТАК	ТАК

Як видно з табл. 5.2 розроблена гібридна мережа має всі переваги її складових (мережі Кохонена та багатошарового персептрона), а саме можливість виконувати кластерний аналіз даних, високу достовірність контролю, здатність будувати складні нелінійні розділяючі гіперплощини, а також визначати нові об'єкти та розширювати власну базу знань (бібліотеку запам'ятованих класів).

Інтерфейс користувача блоку класифікації стану виробів представлений на рис.5.8 містить елементи керування, що забезпечують:

1) вибір параметрів нормування за інформаційними ознаками. Даний блок дозволяє привести вхідні дані до заданого діапазону значень, що є необхідним для належної роботи розробленої системи, і залежить від конкретного типу нейронних мереж та функції активації нейронів.

2) вибір матриці вагових коефіцієнтів нейронів мережі. Дозволяє вибирати матриці вагових коефіцієнтів, що зберігаються у

вигляді файлів на фізичному носії даних (жорсткий диск, flash-пам'ять, CD/DVD носії даних тощо). Подібний підхід є зручним, оскільки дає можливість використовувати розроблену архітектуру нейронної мережі для вирішення широкого кола задач діагностики та неруйнівного контролю. Таким чином, сформувавши відповідну матрицю вагових коефіцієнтів для розв'язку конкретної задачі (класифікації, прогнозування, розрахунок необхідних параметрів та характеристик тощо), переналаштування розробленої мережі на новий режим роботи буде полягати тільки у підключенні відповідної матриці вагових коефіцієнтів, а не в повній зміні архітектури мережі та її перепрограмуванні.

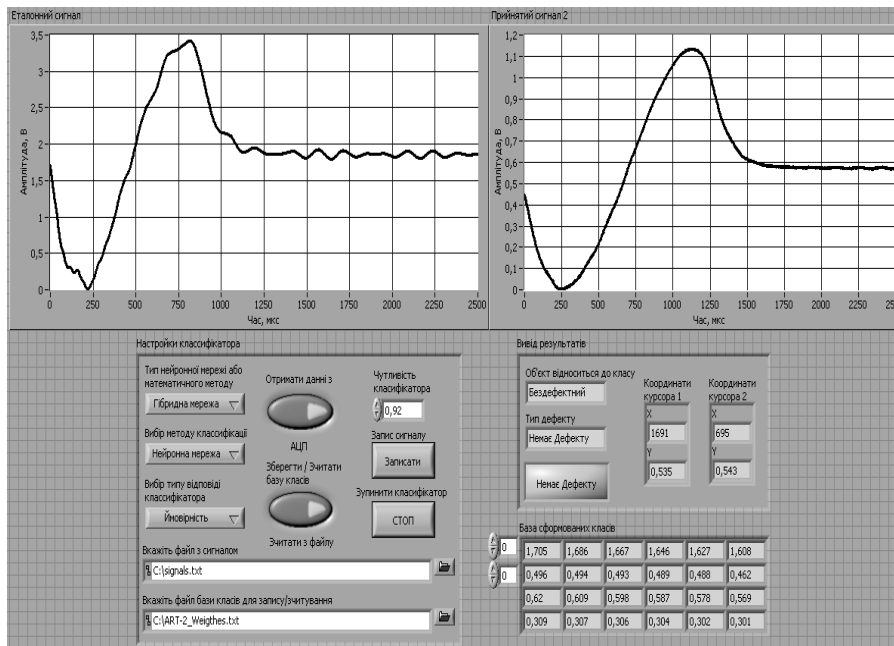


Рис.5.8 Інтерфейс користувача блоку класифікації

3) Вибір кількості нейронів на кожному шарі нейронної мережі. Дозволяє змінювати в разі необхідності архітектуру мережі, виставляти параметри кожного шару окремо і ефективно використовувати розроблену мережу для вирішення поставлених задач. У випадку необхідності можна видалити з мережі надлишкові нейрони, тим самим спрощуючи розрахунки і підвищуючи швидкість роботи.

4) Вибір функції активації нейронів мережі. Для вирішення конкретних задач можуть використовуватись різні функції активації, використання яких дає можливість отримати найвищу достовірність при проведенні діагностування. Даний блок дає можливість оперувати з найбільш поширеними функціями активації, що використовуються в нейронній мережі типу «Багатошаровий перцептрон» (сигмоїдальна, гіперболічний тангенс, функція Фермі).

Дослідження системи класифікації стану на основі гібридної нейронної мережі. Дослідження проводились з використанням окремо нейронної мережі Кохонена, багатошарового перцептрону, а також гібридної нейронної мережі. Використовувалась модель мережі Кохонена, в якій кожен клас описується одним нейроном та власним розміром (розкидом об'єктів-членів класу). Для навчання багатошарового перцептрону було використано алгоритм зворотного поширення помилки.

Достовірність правильної класифікації визначалась експериментальним шляхом. Використовувались інформаційні сигнали отримані при діагностуванні методом низько швидкісного удару композитних панелей з ударними пошкодженнями у вигляді руйнації поверхневого шару панелей. В залежності від енергії удару і, відповідно, ступеня пошкодження вони розділялися на чотири рівня. В якості діагностичних ознак застосовувались амплітуда та тривалість інформаційних сигналів, отриманих з 250 реалізацій на кожному рівні дефектності. Таким чином, на кожному рівні 250 разів досліджувані нейронні мережі класифікували стан панелі, по результатам класифікації визначалися помилки першого α і другого β роду.

Достовірність класифікації стану об'єкта з використанням мережі Кохонена наведена у табл. 5.3. Як видно з таблиці її середнє значення не перевищує 93%. Тому для практичного вирішення поставленої задачі самостійне використання мережі Кохонена не є прийнятним.

Для визначення оптимальної структури багатошарового перцептрону, експериментально досліджувалося декілька його архітектур (з різною кількістю нейронів на першому і другому прихованих шарах). Результати досліджень представлені в табл. 5.4.

Таблиця 5.3

Достовірність класифікації при застосуванні
нейронної мережі Кохонена

Стан об'єкта	Використана функція відстані								
	Чебишева			Махаланобіса			Евкліда		
	α	β	D	α	β	D	α	β	D
без дефекту	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00
1 рівень	0,03	0,02	0,95	0,03	0,04	0,93	0,07	0,06	0,87
2 рівень	0,04	0,04	0,92	0,06	0,04	0,90	0,05	0,03	0,92
3 рівень	0,03	0,03	0,94	0,03	0,02	0,95	0,05	0,05	0,90
4 рівень	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00

Таблиця 5.4

Достовірність класифікації при застосуванні
багатошарового перцептрона

Тип ділянки	Кількість нейронів в багатошаровому перцептроні								
	30 30 5			40 40 5			60 60 5		
	α	β	D	α	β	D	α	β	D
без дефекту	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00
1 рівень	0,01	0,00	0,99	0,01	0,00	0,99	0,00	0,00	1,00
2 рівень	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00
3 рівень	0,01	0,01	0,98	0,01	0,00	0,99	0,00	0,00	1,00
4 рівень	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00

Описання архітектури багатошарового перцептрону наведено у форматі $XX|YY|ZZ$, де XX – кількість нейронів у першому шарі, YY – кількість нейронів у другому шарі, ZZ – кількість нейронів у вихідному шарі.

Оптимальною за результатами досліджень визначено архітектуру багатошарового перцептрона, що містить по 60 нейронів у прихованих шарах та 5 нейронів у вихідному шарі.

Як видно з табл.5.4 багатошаровий перцептрон має хороші показники достовірності визначення стану об'єкта діагностування. Оскільки для його налаштування необхідним є наявність навчальної вибірки, то для вирішення задачі класифікації стану за умови обмеженої кількості еталонних зразків, по яким проводиться навчання, застосування виключно багатошарового перцептрона неприпустимо,

оскільки точно передбачити все різноманіття дефектних станів об'єктів неможливо.

Розроблена спеціальна гібридна нейронна мережа поєднує переваги мережі Кохонена та багатошарового персептрона. Властивість багатошарового персептрона до узагальнення вхідних даних призводить до виправлення помилки, яка була допущена при роботі мережі Кохонена, навіть за наявності в навчальній вибірці певної кількості невірних прецедентів (пар «вхідне-вихідне» значення мережі).

Така гібридна нейронна мережа формує складні розділяючі гіперплощини і здатна проводити достовірну класифікацію навіть за умови лінійно нероздільних просторів діагностичних ознак [17].

На рис. 5.9 показано розподіл діагностичних ознак в площині амплітуда-тривалість імпульсних інформаційних сигналів, що відповідають бездефектному стану об'єкта дослідження та чотирьом дефектним станам.

Цифрою 1 позначена виділена мережею область діагностичних ознак, що характерна для конкретного класу (стану об'єкта), цифрою 2 – область діагностичних ознак, що не відноситься до даного класу (характерна для інших класів). На рисунку чітко видно, що гібридна мережа апроксимувала функціональну залежність розподілу діагностичних ознак для кожного класу, провела нелінійну класифікацію і виділила області зі складною структурою (нелінійними границями класу).

На рис. 5.10 наведені отримані значення достовірності контролю стану об'єктів з використанням описаної гібридної нейронної мережі.

З представленого рисунку видно, що розроблена гібридна нейронна мережа дозволяє отримати високу достовірність визначення стану об'єкта (в середньому 96%).

Таким чином, нейромережеві технології забезпечують високу достовірність класифікації стану об'єкта при наперед невідомих класах дефектів. За допомогою багатошарового персептрона проводиться чітке нелінійне розмежування класів, забезпечується інваріантність розпізнавання.

Використання мережі Кохонена дає можливість системам моніторингу і діагностики адаптуватися до зміни умов роботи, виявляти нові види дефектів, розширювати власну базу знань про фізичні стани об'єктів.

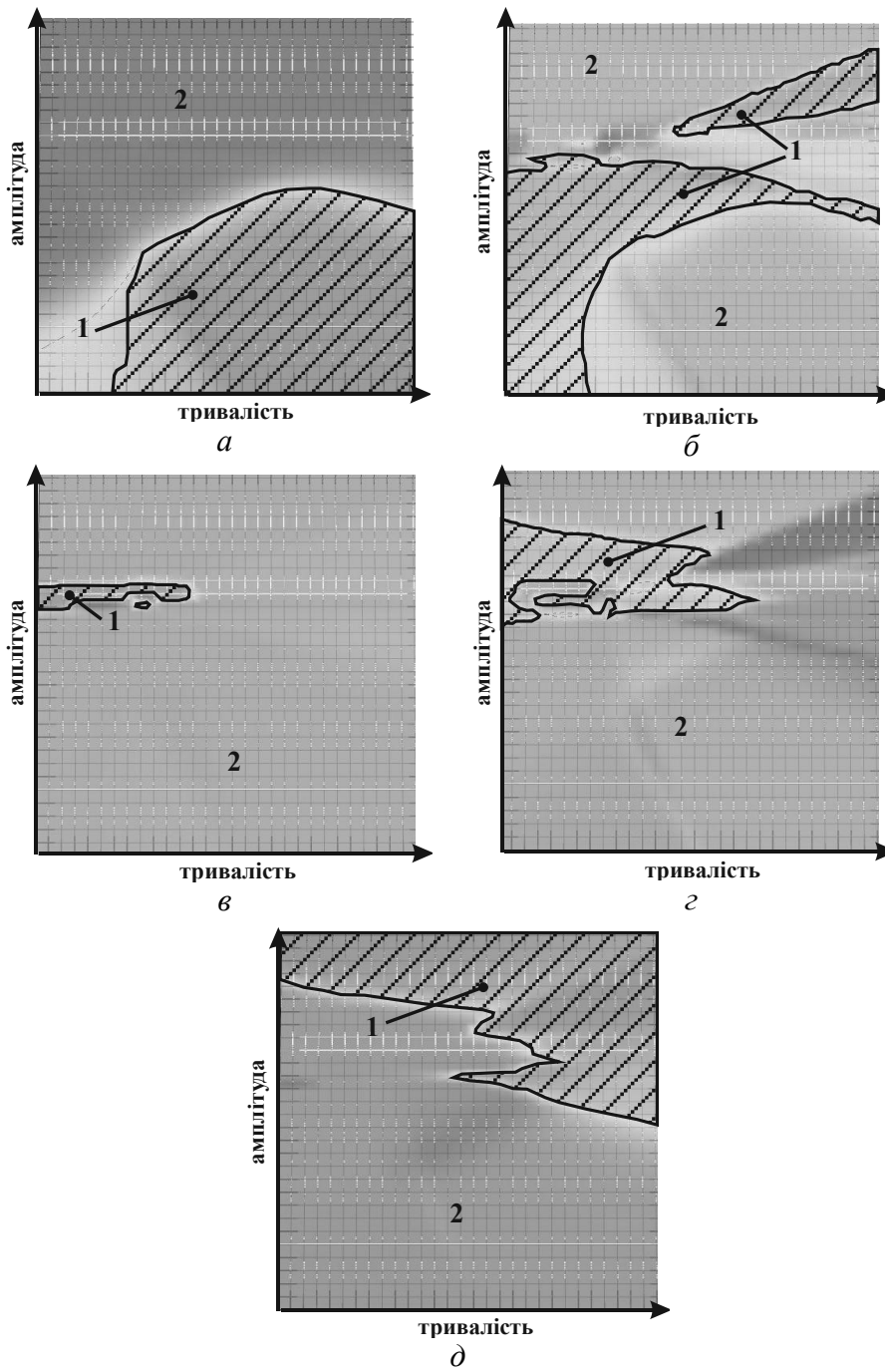


Рис. 5.9. Розподіли діагностичних ознак, характерні для бездефектної ділянки (*a*) і дефектних ділянок №1 (*б*), № 2(*в*), № 3(*г*) та № 4 (*д*)

Застосування мережі Кохонена як складову гібридної мережі забезпечує вирішення задач кластерного аналізу та формування вибірки діагностичних ознак для навчання багат шарового персептрона.

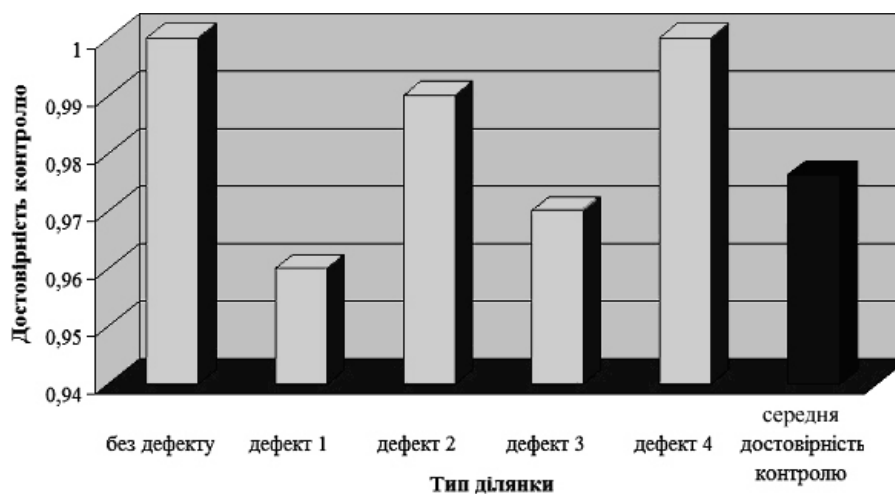


Рис. 5.10. Достовірність контролю з використанням гібридної нейронної мережі

Їх поєднання в одній нейронній мережі дозволило комплексно вирішити задачу класифікації стану об'єкта при проведенні моніторингу, підвищити достовірність прийнятих рішень та покращити характеристики системи в цілому.

5.2. Імітаційне моделювання інформаційних сигналів систем моніторингу

Процес діагностики об'єктів теплоенергетики характеризується великим впливом випадкових чинників, обумовлених змінами властивостей об'єктів, які виникають внаслідок складності процесів виготовлення та монтажу та експлуатації, великою кількістю типів можливих дефектів, які не піддаються формальному опису, недосконалістю методик контролю та діагностичного обладнання та іншими чинниками.

Достовірність контролю в такому разі визначається не тільки вживаними фізичними методами отримання інформації про фактичний стан об'єкту, але і математичними моделями, покладени-

ми в основу методів діагностики, та методами обробки інформації, з метою формування просторів діагностичних ознак і прийняття діагностичних рішень.

В задачах діагностики наявність адекватної моделі, за якою відбувається синтез інформаційних сигналів, характерних для об'єктів з різними ступенями пошкодження або типами дефектів, має велике значення, оскільки дає змогу вирішити одночасно декілька задач. По-перше, існування такої моделі дозволяє побудувати множину інформаційних сигналів, які відповідають можливим станам об'єкта діагностування, а отже можуть бути використані для навчання та налаштування системи діагностики без фізичного виготовлення еталонних зразків. По-друге, модель інформаційних сигналів може використовуватись для вибору граничного значення чутливості діагностичних систем, оцінки їх дієздатності і коригування основних параметрів, для визначення достовірності контролю та класифікації тощо.

В даному підрозділі наведено метод синтезу інформаційних сигналів, що подаються на вхід діагностичної системи з первинних перетворювачів з використанням математичної моделі, яка враховує детерміновану та випадкову складові характеристик реальних сигналів. Даний метод дозволяє виконувати синтез будь-якої необхідної кількості різноманітних інформаційних сигналів, що призводить до зменшення часових, технічних та економічних витрат пов'язаних з виготовленням еталонних зразків.

В діагностичних системах широкий клас інформаційних сигналів – це імпульсні або радіоімпульсні сигнали, які характеризуються не тільки амплітудою, тривалістю, частотою та фазою несучої, але і своєю формою. Наприклад, такі інформаційні сигнали притаманні акустичним, електромагнітним та іншим методам контролю. Зміна форми імпульсних сигналів в багатьох випадках є найбільш інформативною та завадостійкою діагностичною ознакою, тому доцільно розглянути побудову математичної моделі сигналу, яка дозволяє імітувати саме цю зміну.

Моделювання інформаційного сигналу в цілому, а не окремих його параметрів, дозволяє розробляти класифікатори, що оперують з усім набором характеристик сигналу і тим самим забезпечують побудову більш адекватних вирішальних правил діагностики.

В якості приклада для побудови імітаційної моделі були використані інформаційні сигнали системи, що реалізує контроль композит-

них виробів та покриттів методом низькошвидкісного удару [4]. Досліджувані об'єкти являли собою композитні панелі з пошкодженнями від ударів з різною кінетичною енергією від 2,3 кДж до 5,1 кДж. Осцилограми даних сигналів наведені на рис. 5.11.

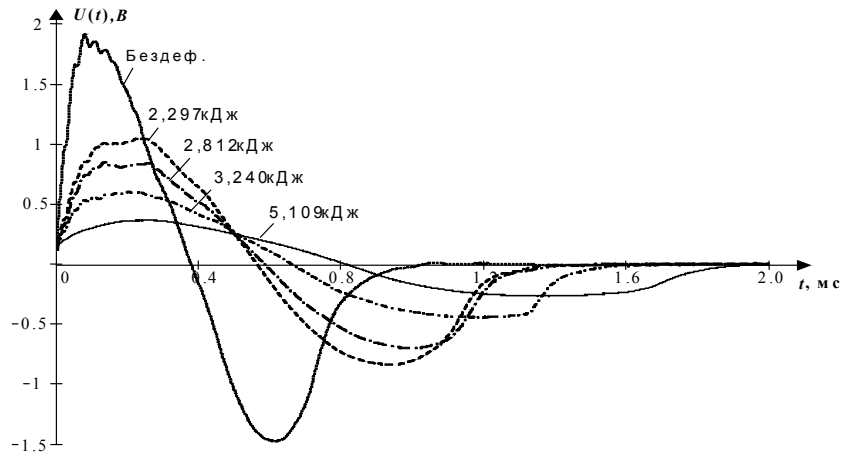


Рис. 5.11. Осцилограми сигналів дефектоскопа при різному ступені пошкодження зразків

Інформаційний сигнал $X(t)$ буде розглядатися як функція дискретного аргументу, тобто буде матися на увазі вектор, елементи якого отримані в результаті рівномірної дискретизації сигналу $X(t)$:

$$X(Z) = (X_0, X_1, \dots, X_j),$$

де $X_j = X(z_j)$, $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_j\}$ – область визначення сигналу $X(Z)$, $j \in \overline{0, N-1}$; N – кількість відліків дискретного сигналу $X(Z)$.

Синтез інформаційного сигналу відбувається за наступним алгоритмом:

- спектральний розклад сигналів $X(Z)$ за обраним базисом;
- дослідження зміни значень спектральних складових в залежності від ступеня пошкодження об'єкта;
- відбір найбільш інформативних спектральних складових;

- побудова моделі інформаційного сигналу на основі спектрального розкладу, з урахуванням випадкових складових.

Відбір інформативних параметрів для проведення імітаційного моделювання. Вибір найбільш інформативних параметрів, які мають максимальну чутливість до зміни властивостей об'єкта діагностування і можуть бути використані для побудови вирішального правила або для проведення імітаційного моделювання, є одним з найважливіших етапів при вирішенні задач діагностики та класифікації технічного стану. Формального підходу до відбору таких ознак не існує. Однак щодо їх вибору, можна сформулювати загальні вимоги, такі як: придатність для вимірювання та інформативність.

При вирішенні задачі оцінки інформативності ознак необхідно враховувати вплив випадкових факторів, таких як наявність завод у вимірювальних каналах, випадкових похибок датчиків, просторової неоднорідності об'єктів, тощо. Визначивши найбільш інформативні ознаки, шляхом їх зміни можна провести моделювання інформаційного сигналу з метою формування бібліотеки еталонних сигналів для налаштування систем моніторингу, відпрацювання методик діагностування, перевірки достовірності роботи систем, їх валідації, тощо.

Таким чином з вектора ознак розмірності M , $A \in \{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$ необхідно вибрати найбільш інформативні, тобто отримати новий вектор ознак розмірності M' , $B \in \{b_0, b_1, \dots, b_{M'-1}\}$ (множину ознак, які потрібно виділити в процесі селекції), причому $M' < M$. Тоді задача селекції фактично зводиться до відображення однієї множини в іншу: $A \rightarrow B$.

Запропонований спосіб – це спосіб виділення ознак, які характеризуються великими відстанями між класами і малими всередині класів. Основними причинами для скорочення числа ознак є той факт, що використання при діагностиці ознак, на значення яких сильно впливає дія випадкових факторів, може призвести до зниження достовірності контролю та прийняття невірних рішень. Скорочення кількості ознак дозволяє зменшити обчислювальну складність та підвищити загальність класифікатора.

Одним з методів відбору діагностичних ознак є дисперсійний аналіз. Він проводиться для оцінки ступеня зміни інформативної ознаки, під впливом певних змінних факторів (багатофакторний

аналіз) або фактору (однофакторний аналіз). В загальному вигляді задача дисперсійного аналізу складається з того, щоб з загальної дисперсії виділити дисперсію, яка обумовлена впливом фактора (факторна дисперсія), та обумовлену дією неврахованих факторів (залишкова дисперсія) [9]. Тоді рівень впливу фактора визначається за коефіцієнтом значущості :

$$\beta_x = C_x / C_y, \quad (5.17)$$

де C_x – факторна дисперсія, C_y – загальна дисперсія.
Факторна дисперсія знаходиться за виразом:

$$C_x = \frac{\sum (\bar{U}_i - \bar{U})^2 \cdot f}{\sum f}, \quad (5.18)$$

де \bar{U}_i – математичне сподівання певної групи i ; \bar{U} – загальне математичне сподівання для всієї вибірки; f – кількість одиниць в групі; $\sum f$ – загальна кількість одиниць у вибірці.

Загальна дисперсія визначається як:

$$C_y = \frac{\sum (U - \bar{U})^2}{\sum f}, \quad (5.19)$$

де U – значення певного елемента в вибірці.

Ступінь впливу фактора на зміну значення діагностичної ознаки визначається шляхом порівняння з певним пороговим рівнем β_n . Ознаки, які мають велику ступінь впливу фактора на зміну їх значень, формують результуючий вектор, який в подальшому може використовуватись в задачах діагностики та класифікації.

Застосування найбільш вживаного перетворення Фур'є ускладнює процедуру імітаційного моделювання, оскільки відображає масив дійсних чисел (дискрет інформаційного сигналу) в комплекснозначний масив, це призводить до збільшення розмірності масиву спектральних складових в 2 рази (через наявність комплексних величин). Тому для спектрального перетворення інформаційних сигналів застосовувалось дискретне перетворення Хартлі [2]. Перевага вибраних перетворень полягає у відсутності комплексної складової в спектрі сигналу, а також в менших обчислювальних

затратах при розрахунках. В якості множини інформативних ознак використовувалися коефіцієнти розкладу реалізацій інформаційних сигналів за описаними функціями.

Дискретне перетворення Хартлі є одним з різновидів дискретного ортогонального тригонометричного перетворення. Послідовність N дійсних чисел h_0, h_1, \dots, h_{N-1} перетворюється в послідовність N дійсних чисел H_0, H_1, \dots, H_{N-1} за допомогою ортонормованих базисних функцій Хартлі дискретного аргументу $\left\{ \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N}\theta z\right) \right\}$, де змінна z інтерпретується як час, θ – як частота.

Умова ортонормованості функцій Хартлі дискретного аргументу на інтервалі $[0, N)$ описується наступним чином:

$$\frac{1}{N} \sum_{\theta=0}^{N-1} \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N}\theta z\right) \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N}\theta z'\right) = \begin{cases} 1, & z = z' \\ 0, & z \neq z' \end{cases} \quad (5.20)$$

де $\text{cas}(\tau) = \cos(\tau) + \sin(\tau)$.

Дискретне перетворення Хартлі на інтервалі $[0, N)$ обчислюється за виразом:

$$H(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{z=0}^{N-1} h(z) \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N}\theta z\right). \quad (5.21)$$

Зворотне дискретне перетворення Хартлі виконується за формулою:

$$h(z) = \sum_{\theta=0}^{N-1} H(\theta) \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N}\theta z\right). \quad (5.22)$$

Рівність Парсеваля $\frac{1}{N} \sum_{z=0}^{N-1} h(z) = \sum_{\theta=0}^{N-1} H(\theta)$ є математичним підтвердженням еквівалентності часової і спектральної областей представлення сигналів і повноти ортогональних функцій Хартлі дискретного аргументу. Умова ортонормованості функцій Хартлі, пара дискретних перетворень Хартлі і рівність Парсеваля на інтервалі $[-N/2, N/2)$ мають аналогічний вигляд і відрізняються від їх запису на інтервалі $[0, N)$ тільки граничними значеннями суми.

Необхідно зазначити, що на відміну від дискретного перетворення Фур'є обчислення прямого і зворотного перетворень Харт-

лі здійснюється за формулами, вигляд яких збігається з точністю до множника $1/N$. Пряме перетворення Хартлі дає ряд дійсних чисел. Спектр сигналів у базисі Хартлі є безперервною функцією. Оптимальна дискретизація спектра при малій кількості даних може істотно спотворювати форму спектра, і для візуального відображення крок дискретизації може бути зменшений. Однак при цьому необхідно враховувати, що при зменшенні кроку дискретизації спектра в k разів для відновлення сигналу потрібно виконувати розрахунок зі збільшенням в k разів кількості точок спектра N . Це пояснюється тим, що спектр Хартлі в основному діапазоні не має комплексних складових, як це характерно для перетворення Фур'є. Для переходу від дискретного перетворення Фур'є $F(\theta)$ до дискретного перетворення Хартлі $H(\theta)$ і навпаки справедливі наступні вирази:

$$H(\theta) = \operatorname{Re} F(\theta) - \operatorname{Im} F(\theta) \quad (5.24)$$

$$F(\theta) = 0,5(H(N - \theta) + H(\theta)) + 0,5i(H(N - \theta) - H(\theta)) \quad (5.25)$$

Обчислення парної і непарної складових виконується наступним чином:

$$E(\theta) = 0,5(H(N - \theta) + H(\theta))$$

$$O(\theta) = 0,5(H(N - \theta) - H(\theta)).$$

Енергетичний та фазовий спектри:

$$W(\theta) = 0,5(H^2(\theta) + H^2(N - \theta)), \quad (5.26)$$

$$\tau(\theta) = \operatorname{arctg} \left(-\frac{H(\theta) - H(N - \theta)}{H(\theta) + H(N - \theta)} \right). \quad (5.27)$$

Зсув сигналу виконується наступним чином:

$$h(z - z_0) = \cos \left(\frac{2\pi\theta z_0}{N} \right) H(\theta) - \sin \left(\frac{2\pi\theta z_0}{N} \right) H(\theta), \quad (5.28)$$

де z_0 характеризує величину зсуву.

Перетворення похідної:

$$h'(z) = \frac{2\pi\theta}{N} H(N-\theta). \quad (5.29)$$

Кореляційна функція:

$$K(r) = \langle h(z), h(z+r) \rangle = 0,5(H^2(\theta) + H^2(N-\theta)). \quad (5.30)$$

Перетворення згортки:

$$h(z)*u(z) = 0,5N(H(\theta)U(\theta) - H(N-\theta)U(N-\theta) + H(\theta)U(N-\theta) + H(N-\theta)U(\theta))$$

В результаті досліджень даного класу інформаційних сигналів було встановлено, що основна частина енергії сконцентрована у перших гармонічних складових спектру. Граничні значення коефіцієнтів спектрального розкладу у базисі Хартлі, що викликані випадковими факторами, представлено в табл. 5.5.

Таблиця 5.5

Границі розкиду значень коефіцієнтів у базисі Хартлі

№ коефіцієнта		Тип ділянки					
		Без дефекта	Дефект 1	Дефект 2	Дефект 3	Дефект 4	
Границі розкиду значень коефіцієнта	0	Верхня	113,16	46,07	43,49	27,05	12,18
		Нижня	56,88	22,94	21,75	12,04	5,63
	1	Верхня	-5,39	-8,29	-6,76	-6,68	-2,99
		Нижня	-10,71	-16,15	-14,85	-14,94	-6,63
	2	Верхня	-16,01	-2,21	-3,40	2,48	-0,22
		Нижня	-29,46	-4,47	-5,75	0,91	-0,39
	3	Верхня	-1,21	0,06	1,15	-0,13	-0,21
		Нижня	-10,40	-0,79	0,70	-0,70	-0,45
	4	Верхня	3,79	0,58	-0,22	-0,29	-0,14
		Нижня	2,17	-0,15	-0,80	-0,51	-0,23
	5	Верхня	-1,02	-0,40	0,37	0,68	-0,10
		Нижня	-2,61	-0,87	0,13	0,18	-0,17
	6	Верхня	1,56	0,76	0,20	0,16	-0,09
		Нижня	-0,44	0,34	-0,30	-0,14	-0,15
	7	Верхня	2,00	-0,27	0,25	-0,05	-0,08
		Нижня	-0,03	-0,48	0,08	-0,16	-0,13
8	Верхня	-0,33	0,46	0,22	0,27	-0,08	
	Нижня	-1,03	0,21	-0,16	0,04	-0,11	

Розраховані спектри імпульсів є загасаючими, це дозволило обмежити число аналізованих коефіцієнтів до перших n_1 , оскільки вони несуть понад 99% повної енергії досліджуваних інформаційних сигналів. Аналізуючи дані з табл.5.5, можна зробити висновок, що для розкладу в кожному базисі можна виділити сукупність коефіцієнтів, які відповідають двом вимогам: є найбільшими за величиною, порівняно з іншими, і дають змогу відділити значення коефіцієнтів спектрального розкладу, значення яких в значній мірі відрізняються для кожного класу.

Кількісно цей висновок можна обґрунтувати, використовуючи коефіцієнт отриманий з нерівності Бесселя, який характеризує енергетичний вклад перших n_1 складових розкладу в повну енергію інформаційного сигналу:

$$K_{n,n_1} = \sum_{j=0}^{n_1-1} |a_j|^2 / \sum_{k=0}^{n-1} |a_k|^2, \quad (5.31)$$

де a_k – значення спектрального коефіцієнта, n – загальна кількість спектральних складових.

Експериментально визначено, що використовуючи дискретне перетворення Хартлі досліджуваного типу інформаційних сигналів для того, щоб виконувалася умова $K_{n,n_1} > 0.99$, достатньо взяти $n_1 = 10$.

Таким чином, якщо вибрати n_1 перших коефіцієнтів розкладу в якості діагностичних ознак, то вони згідно з наведеними вище результатами будуть характеризувати складові розкладу, що вносять в енергію інформаційного сигналу найбільший вклад. Це також зменшує обчислювальні витрати та підвищує ефективність роботи з отриманими сигналами.

Частина коефіцієнтів розкладу більшою мірою підпорядковані впливу випадкових факторів, чим інші, тобто мають велику внутрішньогрупову дисперсію. Крім того, коефіцієнти спектрального розкладу по різному змінюються при зміні ступеня дефектності виробу, тобто мають різні значення факторної дисперсії. Враховувати всі отримані n_1 спектральні складові не має сенсу, оскільки це призводитиме до невиправданого ускладнення імітаційної моделі і відповідному збільшенню обчислювальних витрат.

Для отриманих значень коефіцієнтів розкладу $a_k, k = \overline{0, n_1}$, з метою виявлення найбільш інформативних коефіцієнтів, було проведено процедуру дисперсійного аналізу. Для цього, для кожного з перших 10-и коефіцієнтів були визначені загальне розсіяння S_y , внутрішньогрупове (розсіяння всередині однієї групи коефіцієнтів, що характеризують один клас) S_z та міжгрупове (розсіяння між групами коефіцієнтів, що характеризують різні класи) S_x розсіяння значень досліджуваної ознаки. Мірою впливу ступеня дефектності виробу на зміну величини інформативних ознак є коефіцієнт значущості β_x .

Для формування множини діагностичних ознак слід використовувати такі коефіцієнти $a_k, k = \overline{0, n_1}$, значення β_{xk} для яких перевищує деякий пороговий рівень. На рис. 5.12 стовпчики, що відповідають коефіцієнтам розкладу, для яких коефіцієнт β_x перевищує рівень 0,95, виділені суцільним кольором. Таким чином процедура ранжування діагностичних ознак виконується в два етапи: вибір з всієї множини коефіцієнтів спектрального розкладу n_1 коефіцієнтів, які мають найбільшу енергію, і вибір з n_1 таких коефіцієнтів (кількістю n'_1), значення яких найбільше залежать від ступеня пошкодження зразка і найменше від впливу випадкових факторів.

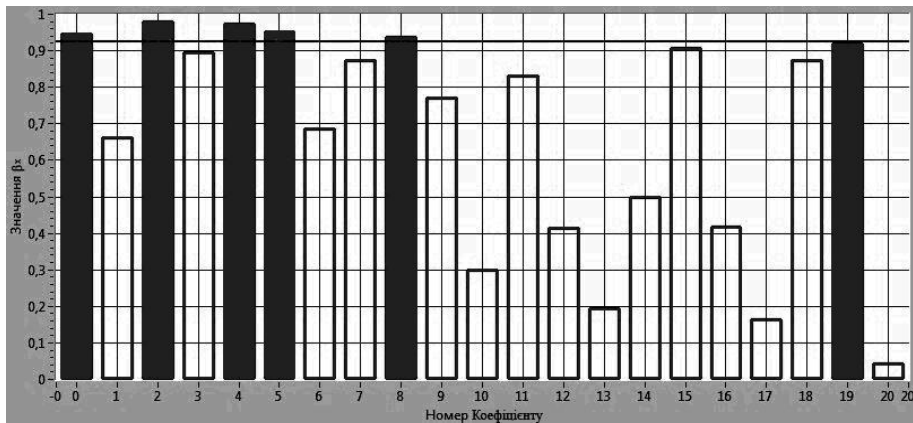


Рис. 5.12. Оцінка впливу фактора в базисі функцій Хартлі

Коефіцієнти спектрального розкладу з номерами 18 і 19 не були враховані в подальшому аналізі, оскільки вони мають незначну енергію (менше 0,001 % від сумарної енергії інформаційного сигналу).

Аналіз приведених діаграм показує, що найбільш інформативними є п'ять коефіцієнтів спектрального розкладу ДПХ (a_0, a_2, a_4, a_5, a_8).

Таким чином, з простору розмірністю M вибирається такий підпростір з розмірністю M' , який дає можливість з заданою точністю апроксимувати заданий тип інформаційних сигналів, що відповідають певним вимірювальним перетворювачам. Аналітично це описується виразом:

$$\left| X_i(Z) - X_i^{ap}(Z) \right| \leq \alpha, \quad (5.32)$$

де $X_i(Z)$ – фізичний інформаційний сигнал з простору розмірністю M ; $X_i^{ap}(Z)$ – апроксимований сигнал на основі підпростору M' ; α – допустима похибка (розбіжність) між сигналами; $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_j\}$ – область визначення сигналу $X(Z)$, $j \in \overline{0, N-1}$; N – кількість відліків дискретного сигналу $X(Z)$.

Такий підхід дає можливість в значній мірі зменшити кількість коефіцієнтів спектрального розкладу для аналізу та моделювання інформаційного сигналу. В даній задачі розмірність простору ознак було зведено до $M' = 5$.

Метод моделювання інформаційного сигналу на основі апроксимаційних рівнянь. Для визначення значень відповідних коефіцієнтів розкладу характерних для інформаційних сигналів, що відповідають станам об'єктів, для яких ці сигнали не досліджувались, необхідно отримати функцію, яка апроксимує розподіл значень кожного з коефіцієнтів спектрального розкладу в залежності від стану досліджуваного об'єкта. Таку функцію можна визначити шляхом інтерполяції відомих значень коефіцієнтів розкладу степеневими поліномами, а також інтерполяції сплайнами. Далі для кожної спектральної складової необхідно вибрати бажане значення ступеня дефектності x об'єкта, визначити за встанов-

леними функціональними залежностями значення спектральних складових та виконати зворотне перетворення [10].

В задачах інтерполяції, інтерполяція за допомогою сплайнів більш ефективна, аніж інтерполяція поліномами, оскільки дає достовірні результати навіть при менших степенях поліномів, а також при її використанні не виникає феномена Рунге, що має місце при використанні поліноміальної інтерполяції, особливо при застосуванні поліномів високих порядків (степенів). Системи лінійних рівнянь, які потрібно вирішувати для побудови сплайнів, дуже добре обумовлені, що дозволяє отримувати коефіцієнти поліномів з високою точністю. В результаті навіть при дуже великих об'ємах вибірок N обчислювальна схема не втрачає стійкості. Побудова таблиці коефіцієнтів сплайну потребує $O(N)$ операцій, а обчислення значення сплайну в заданій точці – $O(\log_2 N)$.

Існує багато видів інтерполяційних сплайнів. Для приклада розглянемо використано кубічних сплайнів Ерміта та квадратичних сплайнів. Загальний вираз для поліномів Ерміта має вигляд:

$$Q_b(x) = \sum_{j=0}^{b/2} \frac{(-1)^j}{2^j} \cdot \frac{b!}{j!(b-2j)!} x^{b-2j}, \quad (5.33)$$

де b – степінь поліному Ерміта.

Поліноми Ерміта утворюють повну ортогональну систему на інтервалі $(-\infty, \infty)$ з ваговим коефіцієнтом $e^{-\frac{x^2}{2}}$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Q_b(x) Q_m(x) e^{-x^2/2} dx = b! \sqrt{2\pi} \delta_{bm}, \quad (5.34)$$

де δ_{bm} – символ Кронекера, $\delta_k(0) = 1, \delta_k(k \neq k_i) = 0$.

Важливим наслідком ортогональності поліномів Ерміта є можливість розкладу різних функцій в ряди по поліномах Ерміта. Для будь-якого невід'ємного цілого p справедливий вираз:

$$\frac{x^p}{p!} = \sum_{k=0}^{k \leq p/2} \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{k!(p-2k)!} Q_{p-2k}(x). \quad (5.35)$$

Сплайни Ерміта мають неперервну першу похідну, але друга похідна у них має розрив. Даний метод інтерполяції використо-

вує дві контрольні точки та два вектора напрямків. За цим способом інтерполяція на інтервалі (x_k, x_{k+1}) , де $k = \overline{1, J-1}$ (J – кількість заданих точок на інтервалі інтерполяції, які розбивають весь інтервал на задану кількість відрізків), задається формулою:

$$P(x) = q_{00}(t)p_0 + q_{10}(t)qc_0 + q_{01}(t)p_1 + q_{11}(t)qc_1, \quad (5.36)$$

$$q = x_{k+1} - x_k, \quad t = (x - x_k)/q$$

де p_0 – початкова точка при $t = x_k$; p_1 – кінцева точка при $t = x_{k+1}$; c_0 і c_1 – відповідно початковий (при $t = x_k$) та кінцевий (при $t = x_{k+1}$) вектори; $q_{00}(t) - q_{11}(t)$ – базові ермітові поліноми: $q_{00}(t) = (1-t)^2(1+2t)$, $q_{01}(t) = t^2(3-2t)$, $q_{10}(t) = t(1-t)^2$, $q_{11}(t) = t^2(t-1)$.

Існують такі властивості симетрії: $q_{00}(t) + q_{01}(t) = 1$ – симетрія відносно вісі $y = 1/2$; $q_{00}(t) = q_{01}(1-t)$ – симетрія відносно вісі $x = 1/2$; $q_{10}(t) = -q_{11}(1-t)$ – симетрія відносно точки $(0, 1/2)$.

Вигляд отриманих інтерполяційних функцій для перших двох спектральних складових в залежності від дефектності об'єкта (енергії пошкоджуючого удару) представлено на рис. 5.13.

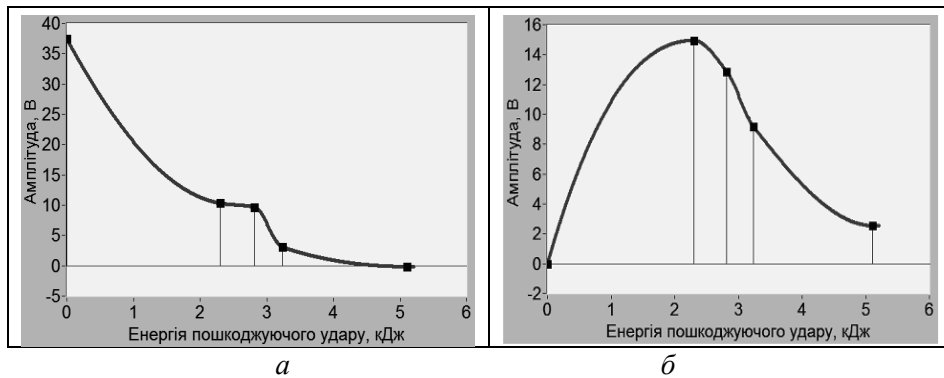


Рис. 5.13. Апроксимація сплайнами Ерміта 1-ї (а) та 2-ї (б) складової спектрального розкладу інформаційного сигналу

Інтерполяція набору точок (x_k, y_k) для $k = 1, \dots, J$ з застосуванням квадратичних сплайнів, здійснюється для кожного інтервалу, і параметри для однієї точки в різних інтервалах вибира-

ються однаковими. Інтерполяційний сплайн буде отримано неперервно-диференційованим на (x_1, x_j) . Існують декілька способів задавання параметрів. Найпростіший з них:

$$P_i(x) = y_i + w_i(x - x_i) + \frac{w_{i+1} - w_i}{2(x_{i+1} - x_i)}(x - x_i)^2. \quad (5.37)$$

Коефіцієнти даного поліному можуть бути знайдені шляхом вибору значення w_0 і використання рекурентного співвідношення:

$$w_{i+1} = -w_i + 2 \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}. \quad (5.38)$$

Коефіцієнти w_i визначаються в наближеній степені. Оскільки тільки дві точки використовуються для розрахунку наступної точки кривої (функції) (замість трьох), цей метод схильний до ефектів осциляції, коли функція, що апроксимується змінюється різким стрибком. Через наявність таких ефектів застосування даного методу має певні обмеження.

Вигляд отриманих інтерполяційних функцій на основі квадратичних сплайнів для перших двох спектральних складових в залежності від дефектності представлено на рис. 5.14. Інтерполяційні функції характеризуються наявністю осциляцій та від'ємних значень коефіцієнтів спектрального розкладу, що негативно впливають на відповідність імітаційної моделі реальним сигналам та точність імітаційного моделювання.

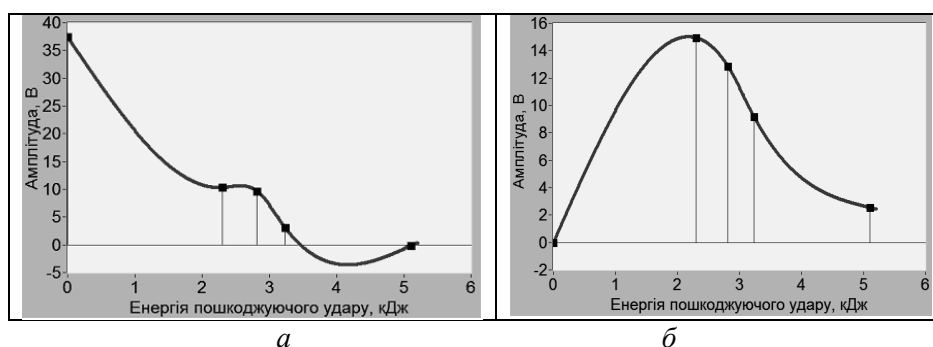


Рис. 5.14. Апроксимація квадратичними сплайнами 1-ї (а) та 2-ї (б) складової спектрального розкладу інформаційного сигналу

Для оцінки ефективності розглянутих алгоритмів було проведено порівняння змодельованих сигналів та фізичних сигналів отриманих при контролі об'єкта. В даному випадку використовувався дослідний зразок композитної панелі з ділянкою по якій було нанесено пошкодження ударом з енергією 2,9 кДж. На рис.5.15 зображено реальний сигнал з ділянки з пошкодженням завданім ударом з енергією 2,9 кДж – крива S_1 та змодельований сигнал (крива S_2): за допомогою кубічних сплайнів Ерміта рис.5.15 а, квадратичних сплайнів рис.5.15 б.

Числову оцінку розбіжності змодельованих та реальних сигналів було проведено за допомогою розрахунку середньоквадратичної похибки між цими сигналами: для апроксимації кубічними сплайнами Ерміта ця похибка становить $2,53 \cdot 10^{-3}$, для апроксимації квадратичними сплайнами - $3,97 \cdot 10^{-3}$.

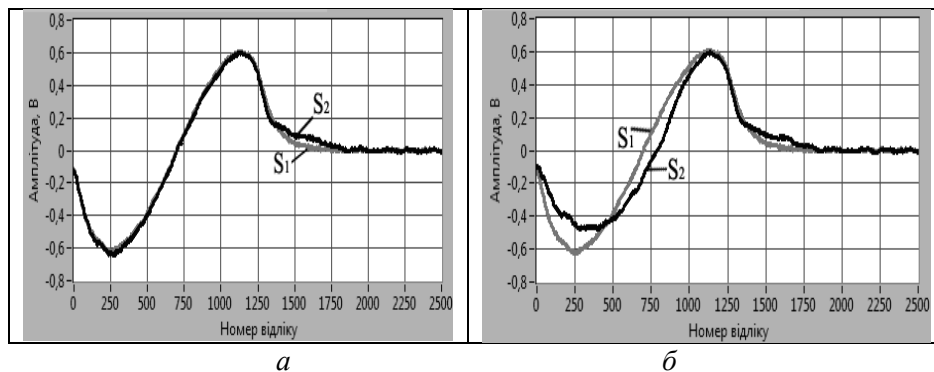


Рис. 5.15. Реальний S_1 та змодельований S_2 інформаційні сигнали

Таким чином, результати порівняння показують, що найбільше для вирішення поставленої задачі моделювання підходить функція, отримана з застосуванням кубічних сплайнів Ерміта. Підставляючи потрібне значення ступеня дефектності зразка, можна отримати відповідне йому значення кожного коефіцієнта спектрального розкладу. Відновлюючи сигнал за отриманими коефіцієнтами, можна отримати змодельований відповідний інформаційний сигнал. Таке моделювання дає змогу мінімізувати кількість зразків, що відтворюють відповідний стан досліджуваного об'єкта, які потрібно використовувати при налаштуванні систем діагностування, та оптимізувати проведення експериментальних досліджень на фізичному об'єкті.

Оцінювання статистичних характеристик коефіцієнтів спектрального розкладу інформаційних сигналів. При діагностиці об'єктів інформаційні сигнали характеризуються детермінованою та випадковою складовою. Випадкова складова описує такі фактори як наявність завад у вимірювальних каналах, випадкових похибок перетворювачів, просторової неоднорідності об'єктів, тощо. Отже, для побудови адекватної імітаційної моделі таких сигналів необхідно враховувати обидві складові.

На жаль, моделі, які базуються на фізичних рівняннях, що описують перетворення інформаційних сигналів в залежності від стану об'єкта, мають ряд недоліків, які не дозволяють їх застосовувати при розрахунках і формуванні простору діагностичних ознак. Тому доцільним є побудова стохастичних моделей інформаційних сигналів, які дозволяють врахувати їх випадкові зміни в часі, застосувати методи статистичної обробки, розширюючи простір діагностичних ознак, підвищуючи достовірність діагностування.

Для вибору методу побудови імітаційної моделі інформаційного сигналу діагностичної системи необхідно провести статистичну оцінку отриманих значень коефіцієнтів спектрального розкладу [10]. У випадку, коли можливо прийняти гіпотезу про гауссовість розподілу ознак, достатньо визначити наступні оцінки:

а) математичного сподівання

$$M\{U\} = \bar{U} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B u_i,$$

де u_i – досліджувана вибірка; B – об'єм вибірки.

б) середньоквадратичного відхилення (с.к.в.):

$$\sigma(U) = \sigma = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (u_i - \bar{u})^2}.$$

Гіпотези щодо гауссівського закону розподілу значень коефіцієнтів спектрального розкладу даних інформаційних сигналів в базисі Хартлі перевірялися з використанням χ^2 – критерію Пірсона. Результати обчислення вибірових характеристик оцінок та χ^2 - статистики для одновимірних розподілів представлено в табл. 5.6- 5.10. Для одновимірних розподілів з 7 ступенями сво-

боди при рівні значущості $\alpha = 0,99$ граничне значення статистики становить $\chi_{cp}^2 = 3,49$.

Таблиця 5.6

Результати оцінки значень коефіцієнта a_0 спектрального розкладу інформаційного сигналу

Тип пошкодження	Без дефекту	2,3 кДж	2,8 кДж	3,2 кДж	5,1 кДж
Мат. сподівання	35,4	10,3	9,7	3,1	-0,1
С.К.В.	4,2	1,6	2,0	0,5	0,1
Статистика χ^2	3,07	3,08	3,19	3,35	3,16

Таблиця 5.7

Результати оцінки значень коефіцієнта a_1 спектрального розкладу інформаційного сигналу

Тип пошкодження	Без дефекту	2,3 кДж	2,8 кДж	3,2 кДж	5,1 кДж
Математичне сподівання	-0,04	14,9	12,9	9,2	2,5
С.К.В.	1,4	2,6	3,4	1,7	0,3
Статистика χ^2	3,29	3,12	2,99	3,13	2,94

Таблиця 5.8

Результати оцінки значень коефіцієнта a_2 спектрального розкладу інформаційного сигналу

Тип пошкодження	Без дефекту	2,3 кДж	2,8 кДж	3,2 кДж	5,1 кДж
Математичне сподівання	0,012	0,007	2,3	-2,6	-1,7
С.К.В.	0,9	0,3	0,4	0,5	0,2
Статистика χ^2	3,39	3,27	3,11	3,45	3,11

Результати оцінки значень коефіцієнта a_3 спектрального розкладу інформаційного сигналу

Тип пошкодження	Без дефекту	2,3 кДж	2,8 кДж	3,2 кДж	5,1 кДж
Математичне сподівання	0,03	0,006	0,005	5,5	3,8
С.К.В.	0,1	0,2	0,06	0,9	0,5
Статистика χ^2	3,21	3,05	2,95	3,12	3,34

Гістограми розподілу значень спектральних коефіцієнтів для бездефектного зразка та зразка з пошкодженням ударом 5,1 кДж представлено на рис. 5.16 та 5.17, де літерами $a - z$ позначено гістограми розподілів значень коефіцієнтів відповідно $a_0 - a_3$. Подібні результати характерні і для ділянок досліджуваних зразків з іншими ступенями пошкодження.

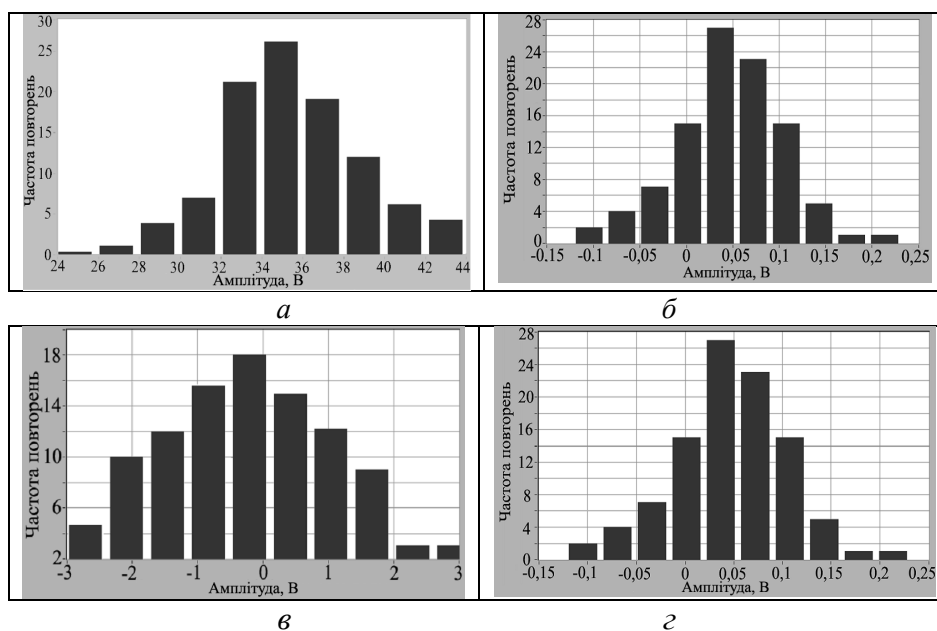


Рис. 5.16. Розподіл значень спектральних коефіцієнтів ($a - a_0$, $б - a_1$, $в - a_2$, $з - a_3$,) для бездефектного зразка

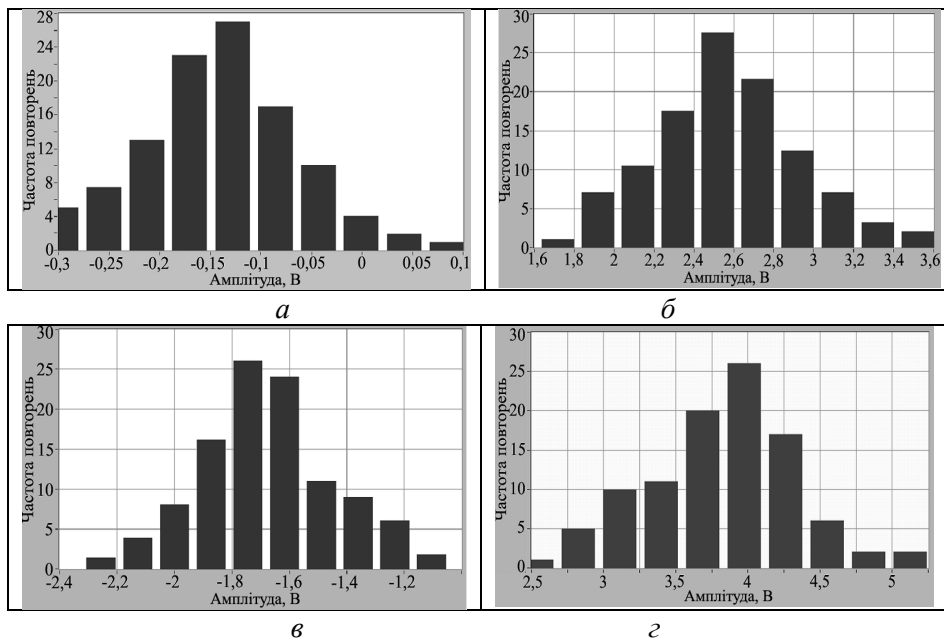


Рис. 5.17. Розподіл значень спектральних коефіцієнтів ($a - a_0$, $б - a_1$, $в - a_2$, $г - a_3$) для зразка з енергією пошкодження 5,1кДж

Оскільки встановлено, що значення спектральних коефіцієнтів має гауссів закон розподілу, тому вони повністю характеризується власними математичними сподіваннями та кореляційною функцією. Отже, очевидно, що діагностичні параметри для побудови імітаційної моделі інформаційних сигналів слід вибирати на основі аналізу цих характеристик.

Побудова моделі інформаційного сигналу. Імітаційну модель інформаційного сигналу з врахуванням його детермінованої та випадкової складової можна представити наступним чином:

$$S_i(Z) = \sum_{j=0}^{n-1} [a_{i,j} + \eta_j] g_j(Z), \quad i = \overline{0, L-1} \quad (5.39)$$

де $a_{i,j}$ – детермінована складова сигналу, знаходиться за алгоритмом описаним раніше через функціональну залежність розподілу значень коефіцієнтів спектрального розкладу в залежності від стану об'єкта; η_j – випадкова складова, яка знаходиться на основі власних чисел та власних векторів коваріаційної матриці сигналу; $g_j(Z)$ – вибраний базис ортогональних функцій дискретного аргу-

менту; L – обсяг генерованої вибірки інформаційного сигналу; n – кількість складових в спектрі сигналу.

Детермінована складова сигналу знаходиться наступним чином. Необхідно розглянути вектор $X(Z) = (X_0, X_1, \dots, X_\gamma)$, елементи якого отримані в результаті рівномірної дискретизації сигналу датчика $X(t)$. Тоді можна знайти вектор $Y(Z) = (Y_0, Y_1, \dots, Y_\gamma)$, $Y_\gamma = \mathbf{M}[X_\gamma]$ – математичне сподівання вектора $X(Z)$, $\gamma = \overline{0, N-1}$, N – розмірність цього вектора. Після чого визначаються значення:

$$a_{i,j} = \langle Y(Z)_i, g_j(Z) \rangle, \quad i = \overline{0, L-1}, \quad j = \overline{0, n-1},$$

де $a_{i,j}$ – j -й коефіцієнт спектрального розкладу i -ї реалізації інформаційного сигналу; L – розмірність вибірки.

Для випадку, що розглядається, перший комплекс діагностичних ознак моделі, що характеризує детерміновану складову, формується з п'яти складових розкладу ($n_1 = 5$) інформаційного сигналу за обраним базисом ортогональних функцій Хартлі дискретного аргументу (кількість відліків N дискретного сигналу $X(Z)$ складає $N = 2500$). Моделювання певного ступеня пошкодження зразка відбувається шляхом зміни значень необхідних складових спектру сигналу до значень, що характерні для інформаційних сигналів, отриманих на об'єктах з відповідним ступенем пошкодження.

Другий комплекс діагностичних ознак, що характеризує випадкову складову моделі, визначається на основі перетворення Карунена-Лосва. Перетворення Карунена-Лосва має фундаментальне значення, тому що воно призводить до побудови некорельованих ознак. Таким чином, матиме місце вираз:

$$\eta_j = \sum_{k=0}^{n-1} \xi_k \varphi_k(j), \quad j = \overline{0, n-1}, \quad (5.40)$$

де $\xi_k = \sum_{j=0}^{n-1} \eta_j \varphi_k(j)$ – коефіцієнти розкладу, які є незалежними гаусівськими випадковими величинами з дисперсіями $D_{\xi_k} = \sigma_k^2$, $k = \overline{0, n-1}$; $\{\varphi_k(j), k, j = \overline{0, n-1}\}$ – ортонормований ба-

зис, елементи $\varphi_k(j)$ якого є власними векторами коваріаційної матриці R реального сигналу.

Дисперсії $D_{\xi_k} = \sigma_k^2, k = \overline{0, n-1}$, рівні власним числам $\lambda_k, k = \overline{0, n-1}$, коваріаційної матриці R , що відповідають власним векторам $\varphi_k(j), k = \overline{0, n-1}$. Елементи матриці R :

$$r_{i,j} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} (v_{k,i} - m_i)(v_{k,j} - m_j)}{n-1}, \quad (5.41)$$

де $v_{i,j}$ – елементи матриці V коефіцієнтів спектрального розкладу інформаційних сигналів $X(Z)$; m_i – елементи матриці M математичних сподівань кожного коефіцієнта спектрального розкладу інформаційного сигналу.

Матриці V та M формуються наступним чином:

$$V = \begin{pmatrix} v_{0,0} & v_{0,1} & \cdots & v_{0,n-1} \\ v_{1,0} & v_{1,1} & \cdots & v_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{B-1,0} & v_{B-1,1} & \cdots & v_{B-1,n-1} \end{pmatrix}, \quad M = (m_0, m_1, \dots, m_{n-1}), \quad (5.42)$$

де B – кількість реалізацій інформаційних сигналів; n – кількість коефіцієнтів спектрального розкладу однієї реалізації;

$$m_i = \sum_{k=0}^{B-1} v_{k,i} / B.$$

Повна енергія вектора $\eta = \{\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_{n-1}\}$ визначається як

$$\sum_{i=0}^{n-1} R_{ii} = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k. \quad (5.43)$$

Множина власних чисел λ_k і власних векторів $\varphi_k(j)$ однозначно характеризують коваріаційну матрицю R , а значить і вектор η , тому доцільним буде вибір в якості другого комплексу ознак $n_2 = n_1 = 5$ власних чисел та відповідних до них власних векторів коваріаційної матриці вектора η .

Моделювання інформаційних сигналів виконується за алгоритмом, зображеним на рис. 5.18.

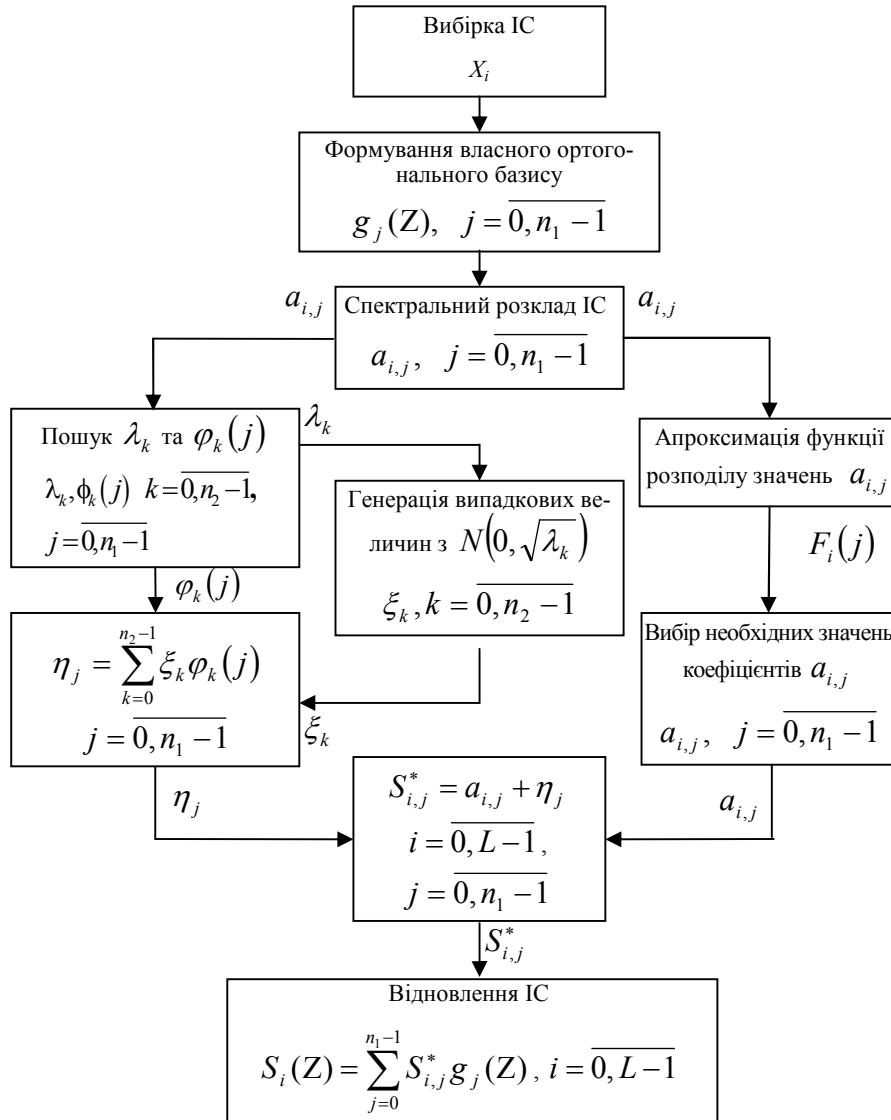


Рис. 5.18. Алгоритм імітаційного моделювання інформаційних сигналів

Вибір коефіцієнтів ортогонального розкладу a_{k_1} , $k_1 = \overline{0, n_1 - 1}$, власних чисел λ_{k_2} та власних векторів $\varphi_{k_2}(j)$, $k_2 = \overline{0, n_2 - 1}$, $j = \overline{0, n - 1}$ здійснювалось з використанням реалізацій оцінок цих характеристик, отриманих при аналізі реальних інформаційних сигналів.

Оскільки кожна складова спектрального розкладу характеризується різним значенням розсіяння в залежності від ступеня пошкодження об'єкта та порядкового номера, тому в схемі імітаційного моделювання відповідно для кожного коефіцієнта матиме місце різні за значенням власні числа λ_k та власні вектори $\varphi_k(j)$.

Таким чином, кожна зі спектральних складових буде в різній степені зазнавати вплив випадкових факторів на її детерміновану складову, що й відбувається при аналізі реальних інформаційних сигналів отриманих при діагностиці виробів. Отже, можна відзначити, що описаний підхід дозволяє створити імітаційну модель, що в найбільш повному обсязі описує реальний інформаційний сигнал.

Дослідження адекватності розробленої моделі. За допомогою описаного алгоритму імітаційного моделювання були згенеровані моделі реалізації інформаційних сигналів, що відповідають різним ступеням пошкодження реальних зразків (по 250 реалізацій для кожного з п'яти зразків).

На рис. 5.19 представлено реальні та змодельовані інформаційні сигнали, що отримані на бездефектному зразку та на зразках з різним ступенем пошкодження, крива S_1 це реальний сигнал, а крива S_2 – змодельований сигнал.

Для порівняння фізичних і змодельованих сигналів, було визначено значення середньоквадратичної похибки між їх значеннями: для бездефектного зразка ця похибка становила $3,6 \cdot 10^{-3}$; для зразків з пошкодженнями ударами з енергіями 2,3 кДж, 2,8 кДж, 3,2 кДж, 5,1 кДж значення похибки відповідно складає $2,4 \cdot 10^{-3}$, $2,0 \cdot 10^{-3}$, $2,6 \cdot 10^{-3}$, $1,8 \cdot 10^{-3}$.

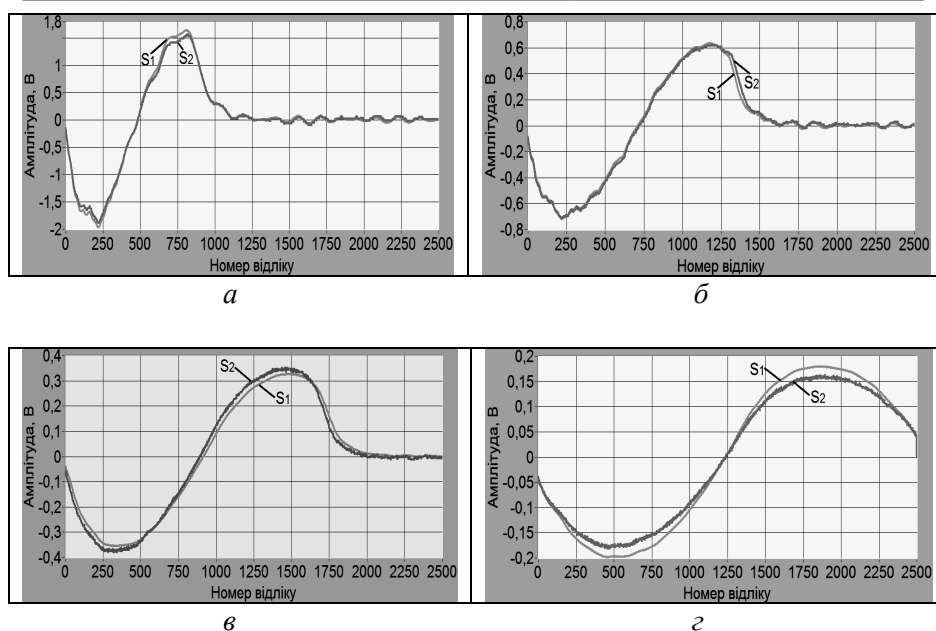


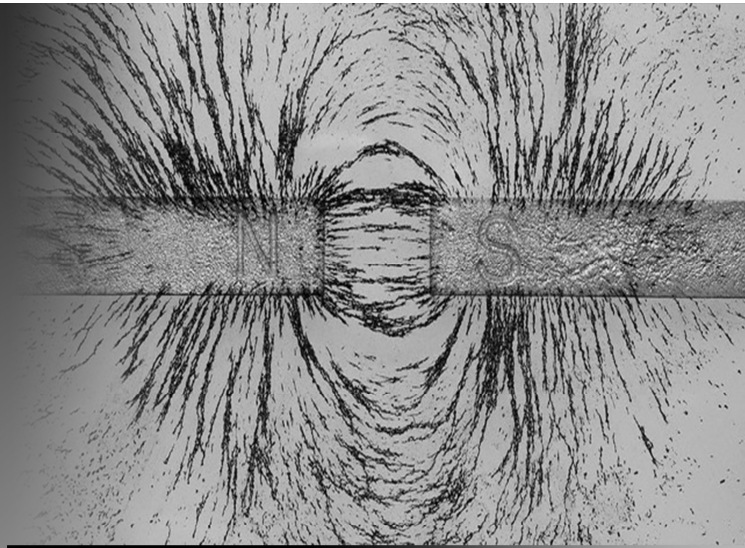
Рис. 5.19. Фізичні та змодельовані інформаційні сигнали: зразок без пошкодження (*a*) та зразки з пошкодженнями за наслідками ударів з енергіями 2,3кДж (*б*), 3,2кДж (*в*), 5,1кДж (*г*)

Таким чином, можна зробити висновок, що отримані імітаційні моделі відповідають за параметрами та характеристиками реальним інформаційним сигналам, і можуть бути використані в подальшому при формуванні навчальної вибірки для налаштування діагностичних систем (особливо при багатопараметровій діагностиці), а також з метою формування контрольної вибірки для перевірки достовірності роботи класифікатора системи та його валідації за умови обмеженої кількості еталонних зразків. Крім того, імітаційні моделі інформаційних сигналів можуть застосовуватись при проведенні навчання класифікаторів, побудованих на основі штучних нейронних мереж.

Література

1. Бархатов В.А. Распознавание дефектов с помощью искусственной нейронной сети специального типа / В.А. Бархатов // Дефектоскопия. – 2006. – №2. – С. 28-39.
2. Брейсуэлл Р., Преобразование Хартли. Теория и приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 175 с.
3. Буткевич О.Ф. Підготовка штучних нейронних мереж для визначення характеру та місця пошкодження ліній електропередачі / О.Ф. Буткевич, І.В. Блінов // Праці ІЕД НАНУ. – 2008. – Вип. 20. – С. 29.
4. Еременко В.С. Обнаружение ударных повреждений сотовых панелей методом низкоскоростного удара / В.С. Еременко, В.М. Мокийчук, А.М. Овсянкин // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2007. – №1. – С. 24-27.
5. Еременко В.С. Применение нейронных сетей при неразрушающем контроле композиционных материалов / В.С. Еременко, А.В. Переєденко, О.Д. Близнюк // Научни известия. – София, Болгария. – 2010. – №25. – С. 20-25.
6. Еременко В.С. Применение нейронных сетей для повышения достоверности неразрушающего контроля изделий из композиционных материалов / В.С. Еременко, Ю.В. Куц, А.В. Переєденко// Научни известия. – София, Болгария. – 2013. – №2(139). – С. 62-67.
7. Єременко В.С. Дослідження алгоритмів проведення кластерного аналізу для вирішення задач неруйнівного контролю / В.С. Єременко, А.В. Переїденко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №1/5(43). – С. 40-43.
8. Єременко В.С. Застосування нейромережевих технологій у системах неруйнівного контролю / В.С. Єременко, А.В. Переїденко, О.В. Монченко // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2012. – №1. – С. 35-41.
9. Єременко В.С. Ранжування інформативних ознак при неруйнівному контролі композиційних матеріалів / В.С. Єременко, А.В. Переїденко, Є.О. Піколенко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – 2010. – №57. – С. 159-164.
10. Переїденко А.В. Моделювання інформаційних сигналів при вирішенні задач безеталонної діагностики композиційних матеріалів / А.В. Переїденко, В.С. Єременко, П.А. Шегедін // Наукоємні технології. – 2011. – №3-4(11-12). – С. 39-44.

11. Хайкин Саймон. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
12. Eremenko V.S. Software of Information-Measurement System for Standardless Diagnostic of Composite Materials / V.S. Eremenko, A.V. Pereidenko, // Software Engineering. – Rosemead, USA. – 2012. – v.2, №3. – P. 65-76.
13. Freeman J.A. Neural networks. Algorithms, applications, and programming techniques / J.A. Freeman, D.M. Skapura. – Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Co., 1991. – 401 p.
14. Hertz J. Introduction to the Theory of Neural Computation / J. Hertz, A. Krogh, R.G. Palmer. – Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Co., 1991. – 327 p.
15. Jain A. Data Clustering: A Review / A. Jain, M. Murty, P. Flynn // ACM Computing Surveys. – 1999. – №3(31). – P. 264-323.
16. Kohonen T. Self Organization and Associative Memory / T. Kohonen. – New York: Springer-Verlag, 1989. – 147 p.
17. Pereidenko A.V. Neural Network Based System for Nondestructive Testing of Composite Materials Using Low-Frequency Acoustic Methods / A.V. Pereidenko, V.S. Eremenko, E.F. Suslov // Universal Journal of Engineering Science. – Alhambra, USA. – 2013. – №1(3). – P. 95-109.
18. Runqing Huang. Residual life predictions for ball bearings based on self-organizing map and back propagation neural network methods / Huang Runqing, Xi Lifeng, Li Xinglin, Liu C. Richard, Qiu Hai, Lee Jay // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2007. – 21. – P. 193-207.
19. Samanta B. Artificial neural network based fault diagnostics of rolling element bearings using time-domain features / B. Samanta, K.R. Al-Balushi // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2003. – 17 (2). – P. 317-328.
20. Sun R. Computational Architectures Integrating Neural and Symbolic Processes / R. Sun, L. Bookman. – Needham, MA: Kluwer Academic Publishers, 1994. – 496 p.



СЕНСОРИ СИСТЕМ МОНІТОРИНГУ ТЕПЛОТЕХНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ НА ОСНОВІ МАГНІОСТРИКЦІЙНОГО ЕФЕКТУ

6

- 6.1. Магніострикційний ефект та функціональні особливості сенсорів на його основі
- 6.2. Рівняння та параметри перетворення.
Співвідношення взаємності
- 6.3. Сенсори на основі магніострикційних ліній затримки
- 6.4. Малоапертурні ультразвукові сенсори

6.1. Магніострикційний ефект та функціональні особливості сенсорів на його основі

Сенсор – це пристрій, на який безпосередньо впливає вимірювана фізична величина і який є першим перетворювачем у вимірювальних каналах систем моніторингу [3].

За принципом дії сенсори поділяються на генераторні і параметричні. Процес перетворення включає трансформацію виду енергії та складається зі сприйняття вхідної вимірюваної величини за допомогою сенсора (чутливого елемента) і наступного перетворення її в іншу форму за допомогою вимірювального перетворювача.

Деякі сенсори допускають трансформацію виду енергії як у прямому, так і в зворотному напрямках. Така властивість характерна, наприклад, для п'єзоелектричних перетворювачів (прямий та зворотний п'єзо ефекти). Більшість сенсорів не є двонапрямленими.

Дія сенсорів базується на одному або декількох фізичних явищах або ефектах, до числа яких відносяться ємнісний, індуктивний та електромагнітний, резистивний та терморезистивний, п'єзорезистивний, ефекти Холла, Гаусса, Доплера, п'єзоелектричний, тунельний, магніторезистивний, термоелектричний (Зеебека та Пельть'є), іонізаційний, фотоелектричний, фоторезистивний, фотогальванічний та ін.

На практиці вимірюванню найчастіше підлягають такі фізичні величини і характеристики об'єктів моніторингу: лінійні переміщення, кутове положення об'єктів у просторі, швидкість, прискорення, сила, кутова швидкість обертання, параметри вібрації, температура, тиск, відносна вологість, шорсткість поверхні, концентрація газу і водневий показник, обертальний момент, характеристики електричного, магнітного і акустичного полів та інші.

Важливою характеристикою сенсора є його імпеданс, що визначає вимоги до його узгодження з наступними вимірювальними перетворювачами. Імпедансні характеристики деяких сенсорів мають такі значення: термопари – < 20 Ом, терморезистори – > 1 кОм, резистивні сенсори температури – < 1 кОм, твердотільні перетворювачі тиску – > 1 кОм, тензосенсори – < 1 кОм, вимірювальні потенціометри – 500 Ом ... 100 кОм.

У цьому розділі розглянемо сенсори на основі магнітострикційного ефекту, які заслуговують на увагу, але мало використовуються в системах моніторингу теплотехнічного обладнання.

Ефект магнітострикції був відкритий у 1842 році видатним англійським фізиком Д. П. Джоулем. Він полягає у тому, що тіло з феромагнітного матеріалу у поздовжньому магнітному полі змінює свої розміри. це явище має назву «лінійної магнітострикції» або «ефекту Джоуля». Магнітострикція спостерігається у феромагнетиках лише за температури нижче точки Кюрі і пояснюється дією механічних і магнітних сил зв'язку. Суть ефекту Джоуля ілюструє рис. 6.1. Якщо через котушку збудження, намотану на магнітострикційний стержень довжиною l , пропустити електричний струм, то виникне магнітне поле, під впливом якого стержень змінить свою довжину на величину Δl .

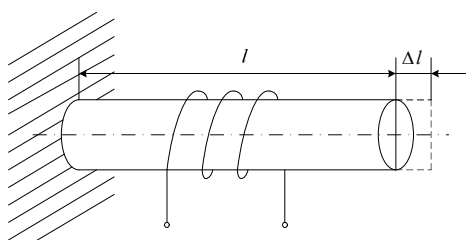


Рис. 6.1. Ілюстрація дії ефекту Джоуля

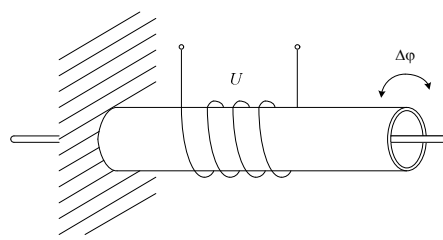


Рис. 6.2. Ілюстрація дії ефекту Відемана

Відносно значення магнітострикції, яке є однією з основних характеристик магнітострикційного матеріалу, визначається як

$$\lambda(B) = \Delta l(B)/l, \quad (6.1)$$

де B – магнітна індукція.

Магнітострикція є функцією магнітного поля, в слабких полях вона незначна, в сильних – досягає насичення λ_s .

Окрім лінійної магнітострикції існує цілий ряд інших магнітострикційних ефектів, які відрізняються способом створення магнітного поля і характером механічної деформації. Насамперед слід згадати ефект кутової магнітострикції (ефект Відемана). Цей ефект полягає в закручуванні на величину $\Delta\varphi$ феромагнітного

стержня, вміщеного в комбіноване поздовжнє плюс циркулярне поле (рис. 6.2). Для ефекту Джоуля можна записати:

$$\Delta l(t) / l = m \cdot \Delta U(t), \quad (6.2)$$

де m – коефіцієнт електромеханічного зв'язку, $\Delta U(t)$ – величина зміни електричної напруги на котушці.

Магнітний стан феромагнетика визначається не тільки прикладеним полем, але і зовнішніми пружними напругами. Магнітопружний ефект (зворотний магнітострикційний ефект), відкритий в середині XIX століття, встановлює зв'язок між прикладеними механічними напруженнями і зміною намагніченості феромагнетика. Будь-якому прямому магнітострикційному ефекту відповідає зворотний магнітострикційний ефект. Лінійній магнітострикції відповідає зворотний магнітопружний ефект Віллари, який полягає у зміні намагніченості феромагнетика і виникненні напруги ΔU після прикладення зовнішнього розтягуючого або стискаючого зусилля P (рис. 6.3).

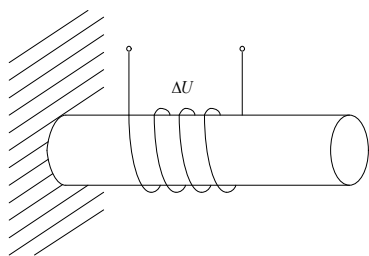


Рис. 6.3. Ілюстрація дії ефекту Віллари

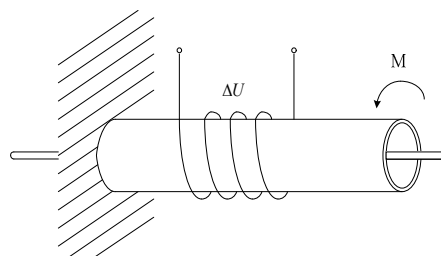


Рис. 6.4. Ілюстрація дії ефекту Вертгейма

Кутовому магнітострикційному ефекту (Відемана) відповідає зворотний магнітопружний ефект – ефект Вертгейма, пов'язаний зі зміною намагніченості стержня і виникненні напруги ΔU після прикладення механічної закручуючої напруги M (рис. 6.4).

Магнітострикційні ефекти широко використовуються в техніці. Можна стверджувати, що перші магнітострикційні пристрої з'явилися майже одночасно з електромагнітними. **Наприклад**, один з перших телефонів – телефон Райза, сконструйований у 1860 році, ґрунтувався на використанні магнітострикційного ефекту.

Низька швидкість пружних хвиль (на п'ять порядків менша за швидкість поширення електромагнітних хвиль), отже і мала величина довжини хвилі, дозволяє створювати мікромініатюрні високоефективні пристрої оброблювання інформації (лінії затримки, фільтри, системи кодування тощо). Використання нелінійних ефектів, пов'язаних з поширенням ультразвукових хвиль у твердих тілах, призвело до створення частотних помножувачів, змішувачів, параметричних підсилювачів, а також приладів кореляційного аналізу сигналів.

В наш час магніострикційний ефект застосовується, в основному, для створення ультразвукових резонансних перетворювачів і використовується в промисловості для обробки крихких матеріалів, зварювання, мийки, очищення тощо. Зазвичай такі перетворювачі працюють на власній резонансній частоті механічних коливань, оскільки в цьому випадку перетворення енергії з однієї форми в іншу відбувається найбільш ефективно. Магніострикційні перетворювачі з сердечниками у формі тонкого листового металу працюють найкраще в низькочастотному ультразвуковому діапазоні (від 20 до 50 кГц), а на частотах вище 100 кГц вони мають дуже низький коефіцієнт корисної дії.

Для випромінювання і прийому ультразвукових коливань в основному використовують два типи магніострикційних перетворювачів: стержневі й кільцеві, виготовлені з магнітних сплавів або феритів (рис. 6.5).

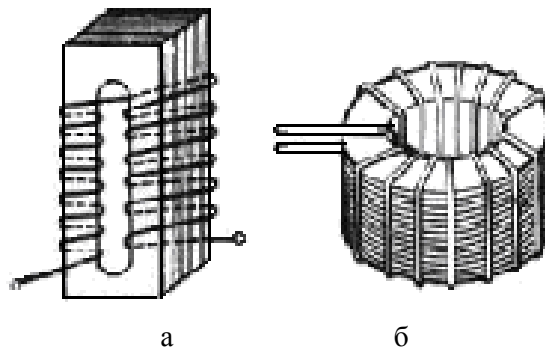


Рис. 6.5. Загальний вигляд стержневого (а) і кільцевого (б) магніострикційних перетворювачів

Металеві сплави використовують для виготовлення потужних перетворювачів, оскільки вони мають більш високі характеристики. Однак більша електропровідність сплавів обумовлює крім втрат на перемагнічування значні втрати на вихрові струми, або струми Фуко. Тому сердечники перетворювачів виконують у вигляді пакету пластин (шихтований пакет) завтовшки 0,1...0,2 мм, ізольованих між собою шаром лаку.

Значні втрати визначають порівняно низький ККД таких перетворювачів (40-50%) і необхідність їх водяного охолодження. Феритові магніострикційні перетворювачі мають більш високий ККД (70%), оскільки за умови значного електричного опору не мають втрат на струми Фуко, але їх характеристики потужності досить обмежені через низьку механічну міцність.

Магніострикційні резонансні коливання широко застосовуються в електромеханічних фільтрах радіочастот, що мають високу добротність і малі габарити. Промисловістю виробляються магніострикційні лінії затримки, пристрої пам'яті, реле, модулятори та інші елементи автоматики та обчислювальної техніки.

Таким чином, магніострикційні ефекти мають широке застосування у випадках, коли необхідно перетворити електричну енергію в енергію механічного переміщення.

Зворотні магніострикційні ефекти дозволяють побудувати чисельні сенсори, які можуть бути застосовані для вимірювання зусиль, переміщень, прискорень та інших механічних величин в різних системах автоматизації.

Порівняння магніострикційних перетворювачів з іншими видами перетворювачів свідчить про їх виключно високу чутливість і значну вихідну потужність, що і визначає область їх застосування.

Варто відзначити ще одну істотну перевагу магніострикційних перетворювачів для їх використання в системах моніторингу теплотехнічного обладнання.

Точка Кюрі (температура при якій зникає магніострикційний ефект) для більшості магніострикційних матеріалів розташована в інтервалі 600 - 1200 °С, що значно перевищує температуру Кюрі для п'єзоелектричних перетворювачів.

Ця особливість дозволяє використовувати магніострикційні перетворювачі за високих температур, що необхідно для контро-

лю нагрітих тіл (котлів, труб, теплообмінників тощо) безпосередньо в процесі їх функціонування в системах тепlopостачання.

6.2. Рівняння і параметри перетворення. Співвідношення взаємності

Для стержневого магнітострикційного перетворювача (рис. 6.1) можна скласти чотири рівняння перетворення:

$$T = -K_B \frac{\Delta \xi}{l} + \alpha B \quad (6.3)$$

$$B = \mu_0 H_i + 4\pi \alpha \mu_0 \frac{\Delta \xi}{l}, \quad (6.4)$$

$$T = -K_i \frac{\Delta \xi}{l} + \alpha \mu_0 H_i, \quad (6.5)$$

$$B = \mu_c H_i - 4\pi \alpha \frac{\mu_c}{K_B} T, \quad (6.6)$$

де T – механічна напруга; K – механічний модуль пружності (модуль Юнга); B – магнітна індукція; $\Delta \xi$ – деформація стержня; l – довжина стержня; α – магнітострикційна стала; μ – магнітна проникність; H – напруженість магнітного поля.

Якщо ввести позначення деформації

$$\Delta \xi / l = u, \quad (6.7)$$

рівняння (6.3) – (6.6) можна записати у вигляді

$$T = -K_B u + \alpha B; \quad (6.8)$$

$$B = \mu_0 H_i + 4\pi \alpha \mu_0 u; \quad (6.9)$$

$$T = -K_i u + \alpha \mu_0 H_i; \quad (6.10)$$

$$B = \mu_c H_i - 4\pi \alpha \frac{\mu_c}{K_B} T. \quad (6.11)$$

З рівнянь (6.8) – (6.11) можна знайти ще чотири рівняння перетворення. Отримаємо їх та розглянемо більш детально співвідношення взаємності.

З рівняння (6.9) маємо:

$$H_i = B/\mu_0 - 4\pi\alpha u. \quad (6.12)$$

Рівняння (6.8) та (6.12), в які входить один і той самий параметр перетворення α , можна розглядати як першу пару рівнянь перетворення:

$$\left. \begin{aligned} T &= -K_B u + \alpha B \\ H_i &= B/\mu_0 + 4\pi\alpha u \end{aligned} \right\}.$$

З виразу (6.8) за умови постійної деформації ($u = const$) та виразу (6.12) за постійної магнітної індукції ($B = const$) отримаємо перше співвідношення взаємності:

$$\left. \frac{T}{B} \right|_u = -\frac{1}{4\pi} \cdot \left. \frac{H_i}{u} \right|_B = \alpha \quad [\text{дін/см}^2 \times \text{Гс}]. \quad (6.13)$$

Рівняння (6.9) і (6.10), в які входить один і той самий параметр $\alpha\mu_0 = b$, дають другу пару рівнянь перетворення:

$$\left. \begin{aligned} T &= -K_i u + \alpha\mu_0 H_i \\ B &= \mu_0 H_i + 4\pi\alpha\mu_0 u \end{aligned} \right\}.$$

З виразу (6.10) за умови постійної деформації ($u = const$) та виразу (6.9) за постійної напруженості магнітного поля ($H_i = const$) отримаємо друге співвідношення взаємності:

$$\left. \frac{T}{H_i} \right|_u = \frac{1}{4\pi} \cdot \left. \frac{B}{u} \right|_{H_i} = \alpha\mu_0 = b \quad [\text{дін/см}^2 \times \text{Е}]. \quad (6.14)$$

Для отримання наступної пари рівнянь перетворення модифікуємо рівняння (6.10) наступним чином

$$u = -T/K_i + \alpha\mu_0 H_i/K_i.$$

звідки, використавши підстановку $\mu_0/K_i = \mu_c/K_B$, отримаємо

$$u = -T/K_i + \alpha\mu_c H_i/K_B. \quad (6.15)$$

Рівняння (6.15) і (6.11), в які входить один і той самий параметр $\alpha\mu_c/K_B = c$, дають третю пару рівнянь перетворення:

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1}{K_i}T + \frac{\alpha\mu_c}{K_B}H_i \\ B &= \mu_c H_i - 4\pi \frac{\alpha\mu_c}{K_B}T \end{aligned} \right\}.$$

З виразу (6.15) за постійного механічного напруження ($T = const$) та з формули (6.11) за постійної напруженості магнітного поля ($H_i = const$) отримаємо третє співвідношення взаємності:

$$\left. \frac{u}{H_i} \right|_T = -\frac{1}{4\pi} \cdot \left. \frac{B}{T} \right|_{H_i} = \frac{\alpha\mu_c}{K_B} = c \quad [1/E]. \quad (6.16)$$

Для отримання четвертої пари рівнянь перетворення з першого рівняння знайдемо величину u , а з четвертого $-H_i$:

$$u = \frac{1}{K_B}T + \frac{\alpha}{K_B}B; \quad (6.17)$$

$$H_i = \frac{1}{\mu_c}B + 4\pi \frac{\alpha}{K_B}T. \quad (6.18)$$

В рівняння (6.17), (6.18) входить один і той самий параметр $\alpha/K_B = d$. З виразу (6.17) за постійної механічної напруги ($T = const$) та з формули (6.18) за постійної магнітної індукції ($B = const$) отримаємо четверте співвідношення взаємності:

$$\left. \frac{u}{B} \right|_T = \frac{1}{4\pi} \cdot \left. \frac{H_i}{T} \right|_B = \frac{\alpha}{K_B} = d \quad [1/Гс]. \quad (6.19)$$

Таким чином, отримано чотири співвідношення взаємності, які визначають чотири параметри перетворення:

$$\begin{aligned} \alpha & \left[\text{дін/см}^2 \times \text{Гс} \right]; & b & = \alpha \mu_0 \left[\text{дін/см}^2 \times \text{Е} \right]; \\ c & = \alpha \mu_c / K_B \left[1/\text{Е} \right]; & d & = \alpha / K_B \left[1/\text{Гс} \right]. \end{aligned}$$

Параметр α , як витікає з (6.13), визначає або механічну (магнітострикційну) напругу в матеріалі $T|_u = \alpha B$ в залежності від магнітної індукції B за постійної деформації ($u = 0$), або напруженості магнітного поля (наведеного) $H_i|_B = -4\pi\alpha u$ в залежності від деформації u за постійної магнітної індукції, тобто коли $B = 0$ (коротке замикання).

Параметр b , як видно з (6.14), визначає або механічну (магнітострикційну) напругу $T|_u = bH_i$ в залежності від напруженості магнітного поля H_i за постійної деформації ($u = 0$), або магнітну індукцію (наведену) $B|_{H_i} = 4\pi b u$ в залежності від деформації u за постійної напруженості магнітного поля, тобто коли $H_i = 0$ (холостий хід).

Параметр c , як це видно з (6.16), визначає або деформацію $u|_T = cH_i$ в залежності від напруженості поля H_i при постійній зовнішній механічній нарузі ($T = 0$), або магнітну індукцію (наведену) $B|_{H_i} = -4\pi c T$ в залежності від зовнішньої механічної напруги T за постійної напруженості магнітного поля, тобто коли $H_i = 0$ (холостий хід).

Параметр d , як випливає з виразу (6.19), визначає або деформацію $u|_T = dB$ як залежність від магнітної індукції B за постійної зовнішньої механічної напруги ($T = 0$), або напруженість магнітного поля (наведеного) $H_i|_B = 4\pi d T$ в залежності від зовнішньої механічної напруги T за постійної магнітної індукції, тобто коли $B = 0$ (коротке замикання).

Співвідношення взаємності визначають схему для визначення основних параметрів перетворювача.

6.3. Сенсори на основі магніострикційних ліній затримки

Значну частину магніострикційних перетворювачів виміральної інформації складають сенсори лінійних переміщень на основі магніострикційних ліній затримки. Магніострикційні сенсори положення цілком виправдано посіли чинне місце серед пропонуваного на ринку сенсорів положення. Це зумовлено, в першу чергу, їх високою надійністю, стійкістю до вібраційних впливів, а також значним діапазоном перетворень, відносно невисокою вартістю.

Світовими лідерами розробки і виробництва магніострикційних сенсорів положення на сьогодні є такі фірми як MTS (США), Balluff (Німеччина), Schlumberger Industries (Франція) та ін. Аналітики цих фірм вказують на понад 1500 областей використання магніострикційних сенсорів положення. Перетворювачі цих фірм мають допустиму похибку вимірювання переміщення не більше 1 мм; діапазон робочих температур застосування - від -200 до +200 °С; вимірюване переміщення - від 0 до 6000 мм; мають високу заводостійкість і мінімальну споживану потужність.

У таблиці 6.1 представлені характеристики магніострикційних сенсорів положення фірм Gefran, Balluff, KSR-Kucbler, MTS Sensors.

Таблиця 6.1. Основні характеристики магніострикційних сенсорів положення

Характеристики	Balluff	Gefran	KSR-Kucbler	MTS Sensors
Вимірюване переміщення, мм	0...5500	50...4000	200...6000	50...5500
Робоча температура, °С	- 40...+85	-30...+90	-45...+125 -200...+200 (для високих і низьких температур)	-200...+125
Похибка вимірювання, мм	< 1	< 1	< 1	0,13...0,8
Напруга живлення, В	до 24	24	10...30	10,5...28

Дослідження зарубіжних і вітчизняних вчених, таких як Е.А. Артем'єв, П.А. Грахов, С.Б. Дьомін, А.І. Надєєв, О.М. Петрищев, О.П. Шпинь, В.Х. Ясовєєв, S. Vinogradov та ін., привели до створення великої кількості способів реалізації магнітострикційних сенсорів положення, появи структурних, технологічних, алгоритмічних методів поліпшення їх метрологічних характеристик.

Залежно від використовуваного типу хвильового руху відомі магнітострикційні сенсори положення на об'ємних і поверхневих акустичних хвилях (ПАХ). Магнітострикційні сенсори положення, що використовують ПАХ поки не знайшли широкого застосування, оскільки ПАХ практично не допускають безконтактного збудження та зчитування ультразвукових коливань (затухання близько 80 дБ), тобто не дозволяють побудувати механічно плавно регульовану лінію затримки у великому діапазоні перетворень.

Спрощена функціональна схема магнітострикційного сенсора положення, що працює на поздовжніх УЗ хвилях, зображена на рис. 6.6а [11].

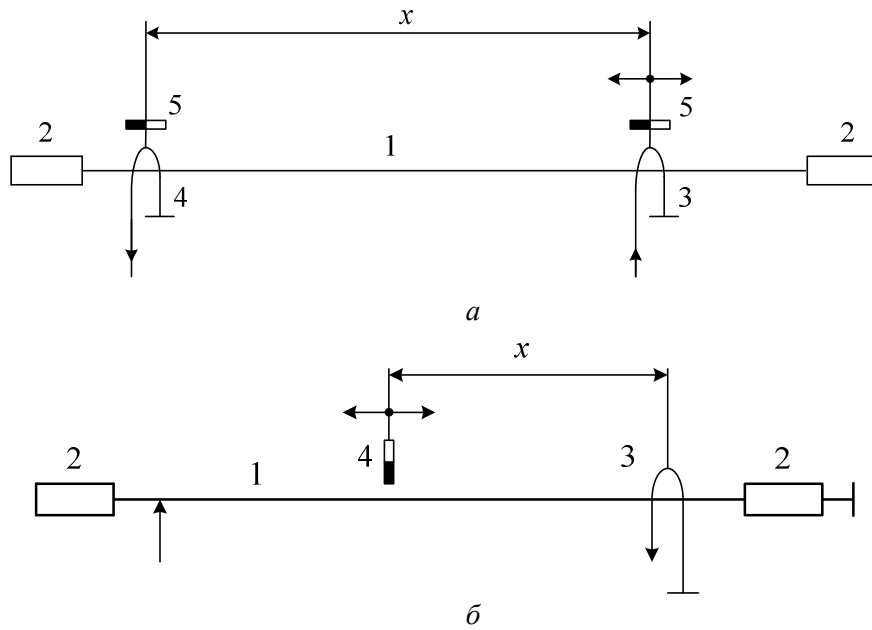


Рис. 6.6. Базові конструкції магнітострикційних сенсорів положення на поздовжніх (а) та на крутильних (б) хвилях

Оснoву магніострикційного сенсора положення становить механічно плавнo регульована ультразвукова лінія затримки з феромагнітним дротяним, трубчастим або стрічковим хвилеводом 1, збудження і зчитування ультразвукових імпульсів в якому здійснюється магніострикційним способом [2, 9, 11].

Головними елементами магніострикційного сенсора положення є вхідний 4 і вихідний 3 електроакустичні перетворювачі, пов'язані акустично зі спільним хвилеводом, на кінцях якого розташовані демпфери 2. Для того, щоб перетворювачі працювали на лінійній ділянці своєї характеристики намагнічування, використовується їх підмагнічування постійними магнітами 5. Перетворення вхідного електричного сигналу в ультразвуковий відбувається у вхідному перетворювачі, що працює на прямому магніострикційному ефекті Джоуля. Вторинне перетворення ультразвукового сигналу в електричний відбувається у вихідному перетворювачі, робота якого ґрунтується на оберненому магніострикційному ефекті Віллари.

Після подачі імпульсу струму збудження в котушку 3 на ділянці хвилеводу 1 під котушкою внаслідок ефекту Джоуля збуджується поздовжня ультразвукова хвиля, що поширюється в обидві сторони по хвилеводу. Хвиля, що поширюється вправо, затухає в демпфері 2. Хвиля, що поширюється вліво, внаслідок ефекту Віллари, наводить е.р.с. в котушці зчитування 4 вихідного перетворювача через час t_x , пропорційний положенню x . Поширюючись далі, хвиля поглинається демпфером 2.

Інформацією про переміщення (положення) котушки 3 служить інтервал часу поширення ультразвукового сигналу по хвилеводу між магніострикційними перетворювачами

$$t_x = pX/V_{np} \quad (6.20)$$

де x – узагальнене лінійне переміщення; p – коефіцієнт чутливості, який визначається способом утворення часового інтервалу; V_{np} – швидкість поширення поздовжньої УЗ хвилі по хвилеводу, яка визначається рівнянням [18]

$$V_{np} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \left[1 - \left(\pi v \frac{R}{\lambda} \right)^2 \right]}, \quad (6.21)$$

де E – модуль пружності матеріалу хвилеводу; ρ – питома щільність матеріалу хвилеводу; ν – коефіцієнт Пуассона (для металів $\nu \sim 0,3$); R – радіус кола поперечного перетину хвилеводу; λ – довжина поздовжньої ультразвукової хвилі.

Швидкість хвилі без ураховання дисперсії:

$$V_{np} = \sqrt{E/\rho} \quad (6.22)$$

Базова конструкція магніострикційного сенсора положення на крутильних хвилях представлена на рис. 6.6,б [11].

Рухомим елементом сенсора положення цього типу є постійний магніт 4, а імпульс струму збудження подається безпосередньо у хвилевід. Навколо хвилеводу утворюється кругове магнітне поле, яке взаємодіє з поздовжнім магнітним полем постійного магніту. В результаті цього, магнітне поле в зоні взаємодії змінюється стрибком і, внаслідок прямого магніострикційного ефекту Відемана, в хвилеводі виникає крутильна ультразвукова хвиля, що поширюється по хвилеводу. Добігши до зони зчитування, ультразвуковий імпульс перетворюється в електричний, і на виході магніострикційного перетворювача положення формується часовий інтервал, пропорційний переміщенню.

Установлення в кінці діапазону перетворення додаткового нерухомого постійного магніту дозволяє сформувати додатковий опорний інтервал часу і реалізувати рівняння логометричного і диференціального перетворення.

В роботі [11] представлена повна класифікація конструкцій магніострикційних сенсорів положення в залежності від типів хвилеводів і видів хвиль.

Під час проектування магніострикційних сенсорів положення необхідно враховувати вид хвилеводу, схему корекції сигналу, спосіб перетворення часових інтервалів в код, а також тип ультразвукових хвиль. В таких сенсорах можуть застосовуватися хвилеводи різної конфігурації: прямолінійний, O-подібний, U-подібний та ін. Схеми корекції використовують для усунення похибок, таких, наприклад, як температурна, похибка квантування,

похибка від загасання ультразвуку в хвилеводі та ін. Такі схеми можуть застосовуватися як індивідуально, так і в сукупності одна з одною.

Використання магнітострикційних сенсорів положення для визначення переміщення поплавка у резервуарах для зберігання різних рідин дозволяє створити високоточні ультразвукові вимірювачі рівня рідини та витратоміри. Спрощена схема такого витратоміру наведена на рис. 6.7.

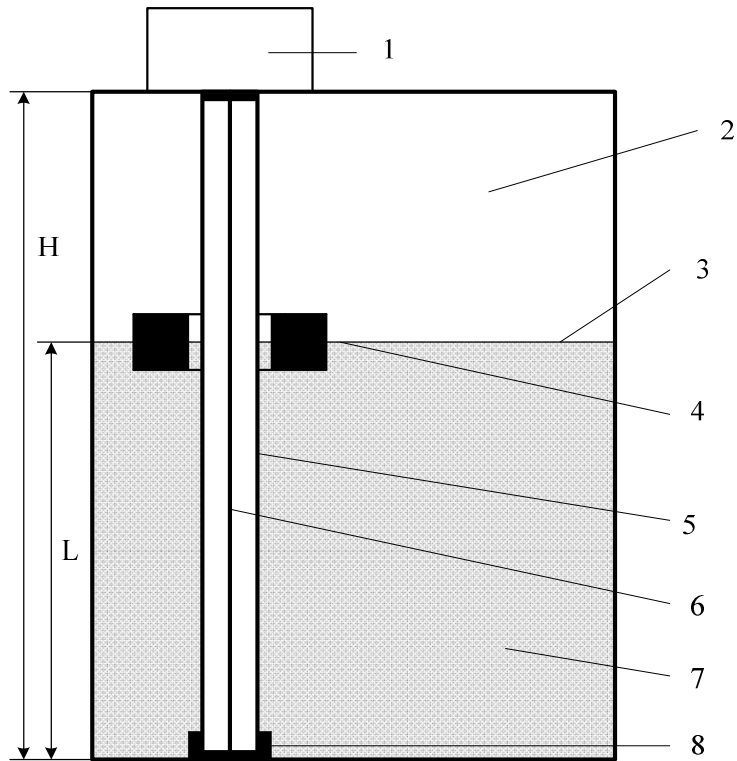


Рис. 6.7. Ультразвуковий витратомір з використанням магнітострикційного сенсора

Поплавок з постійним магнітом 4 переміщується разом з рівнем рідини 3 вздовж труби 5, в якій знаходиться хвилевід 6 (натягнутий дріт) з магнітострикційного матеріалу. Через цей хвилевід періодично проходить імпульс струму, що формується генерато-

ром 1. У хвилеводі, в точці взаємодії магнітного поля, викликано-го імпульсом струму в котушці збудження, з магнітним полем постійного магніту поплавок виникає механічна (акустична) хвиля, яка поширюється по хвилеводу з постійною швидкістю в напрямку приймача 8. Вимірний час між стартом імпульсу струму і приходом (поверненням) імпульсу у вигляді ультразвукової хвилі однозначно і лінійно пов'язаний з вимірюваним рівнем рідини.

На рис. 6.8 показана конструкція вимірювального магніто-стрикційного сенсора положення, яка може бути рекомендована для використання в нормальних і спеціальних умовах експлуатації, зокрема і на теплотехнічних об'єктах.

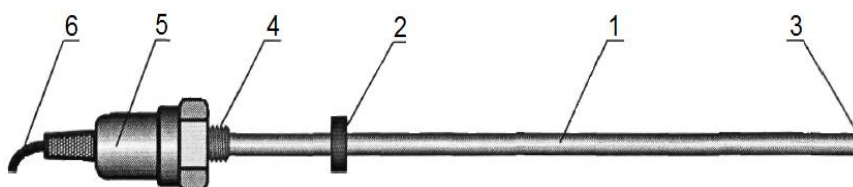


Рис. 6.8. Вимірювальний магнітострикційний сенсор положення для ультразвукового вимірювача рівня рідини

До складу сенсора входять лінійний акустичний хвилевід (осцилятор), розміщений у захисному герметичному корпусі 1, і магнітний елемент позиціонування 2, виконаний з можливістю переміщення вздовж корпусу 1. Лінійна ділянка корпусу 1, від герметичної заглушки 3 до різьбового з'єднання 4 є вимірювальною частиною перетворювача. На ділянці між різьбовим з'єднанням 4 і електричним кабелем 6 розміщені магнітострикційний перетворювач з пристроями узгодження та демпфування, які герметично закриті захисною кришкою 5. Інформаційний сигнал про переміщення магнітного елементу позиціонування 2 через електричний кабель 6 передається у вторинний перетворювач.

Такі сенсори широко використовуються для вимірювання та контролю рівня та витрат рідини у ємностях різного призначення.

Довжина хвилеводу може сягати 10 м і більше при похибці вимірювання відстані менше 1 мм.

6.4. Малоапертурні ультразвукові сенсори

З виконаного вище аналізу існуючих магніострикційних сенсорів випливає, що вони широко використовуються в різних областях техніки, але майже не використовуються в системах ультразвукового контролю твердих тіл, якими є більшість об'єктів, що входять до складу теплотехнічного обладнання. У зв'язку з цим виникає ряд запитань: якщо магніострикційну лінію затримки «розрізати», чи можна використовувати отримані перетворювачі для збудження та приймання ультразвукових хвиль в твердому тілі? Чи буде потужність випромінювання достатньою? Чи вистачить чутливості приймаючих перетворювачів? Об'єкти яких геометричних розмірів можна контролювати?

Необхідно також сказати про те, що збудження і приймання ультразвукових коливань в твердому тілі можна здійснити за допомогою магніострикційних перетворювачів, що збуджують поздовжні хвилі.

На відміну від рідини, в твердому тілі виникають та поширюються пружні хвилі різних типів, характеристики яких містять інформацію про властивості контрольованих об'єктів та дефекти їх внутрішньої структури. Поряд з об'ємними (поздовжніми та поперечними) пружними хвилями в дослідженнях широко використовуються поверхневі хвилі.

Для контролю твердих тіл переважно застосовують акустичні та оптичні методи. Перші широко поширені, але мають розрізнувальну здатність, обмежену розмірами ультразвукових сенсорів. Оптичні методи забезпечують кращі характеристики, але мають значну вартість, обмежену область використання та потребують спеціальної підготовки поверхні об'єкту, що контролюється.

Для випромінювання та приймання ультразвукових хвиль в системах моніторингу теплотехнічного обладнання найчастіше використовуються п'єзоелектричні сенсори зі значною площею робочої (випромінюючої) поверхні. В більшості випадків це є доцільним, оскільки в цьому випадку діаграма напрямленості сенсора має явно виражений максимум у напрямку випромінювання. Це забезпечує достатню енергію сигналу, відбитого від неоднорідності. Проте існує ряд технічних задач, де використання таких

сенсорів є неможливим. Це задачі вимірювання характеристик ультразвукового поля в тілах малих розмірів, в тілах зі складною формою поверхні, в нагрітих тілах тощо. Для їх вирішення можна використовувати малоапертурні ультразвукові магніострикційні сенсори, що мають наступні характеристики і параметри: діаметр робочої поверхні не більше 2 мм, частотний діапазон в інтервалі 0,5 – 10,0 МГц, модуль комплексного електричного імпедансу не менше 50 Ом. Проте суттєвими обмеженнями їх використання є низькі енергетичні характеристики.

Розглянемо шляхи покращення характеристик малоапертурних магніострикційних сенсорів. На рис. 6.9 зображено спрощену конструкцію малоапертурного сенсора, де 1 – корпус, 2 – ультразвукове дзеркало, 3 – хвилевод з магніострикційного матеріалу, 4 – котушка збудження, 5 – постійний магніт, 6 – демпфер.

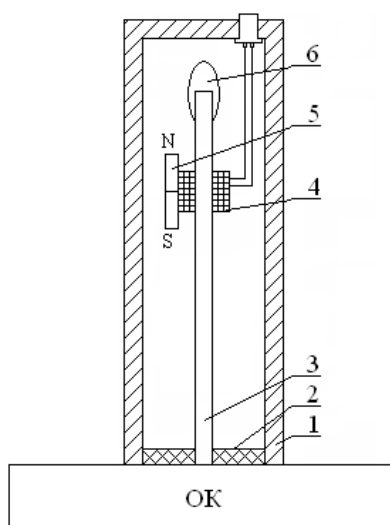


Рис. 6.9. Конструкція малоапертурного магніострикційного сенсора та її розміщення на об'єкті контролю

Основні параметри і характеристики магніострикційних сенсорів істотно залежать від конструкції самого перетворювача, точності виготовлення його елементів і частин, таких, як хвилевід, котушка збудження, демпфер, постійний магніт, а також від технологічних процесів обробки матеріалів, з яких виробляються перетворювачі.

Вибір матеріалу для виготовлення хвилеводу та його технологічна обробка. Хвилевід є одним з найважливіших елементів малоапертурних ультразвукових магніострикційних сенсорів. Виділимо параметри і характеристики магніострикційних матеріалів хвилеводів, що суттєво впливають на експлуатаційні і метрологічні властивості сенсорів: фізико-механічні, електричні та магнітні.

Параметри матеріалів хвилеводів, за винятком намагніченості насичення і температури Кюрі, досить чутливі до хімічного складу матеріалу і наявності домішок. Тому з метою отримання високих значень магніострикційних параметрів слід використовувати різні види плавок, що виконуються в індукційних печах за умов вакууму. З доступних та відносно дешевих магніострикційних матеріалів для виготовлення хвилеводів доцільно використовувати нікель, залізо-алюмінієві сплави, сплави нікосу (нікель, кобальт, кремній – $Ni - Co - Si$) та залізо-кобальтові сплави (пермендюр та 65К) у вигляді дроту циліндричного профілю діаметром від 0,3 до 2,0 мм. Використання, наприклад, пермендюру дозволяє підвищити чутливість малоапертурних ультразвукових сенсорів на порядок у порівнянні з традиційним нікелевим дротом [19].

На параметри та характеристики магніострикційних хвилеводів чинять значний вплив термодинамічні фактори, текстура матеріалу, дія механічних і магніострикційних напруг, вид термомеханічної обробки.

Ефективність малоапертурних магніострикційних сенсорів значною мірою залежить від електромагнітних і механічних втрат енергії в феромагнітних матеріалах. Електромагнітні втрати складають основну частину загальних втрат. Вони складаються із втрат на вихрові струми (струми Фуко), які залежать від питомого електричного опору матеріалу хвилеводу і втрат на магнітний гістерезис, які оцінюються за коерцитивною силою матеріалу. Ефективність матеріалів тим більша, чим більше значення магніострикційної сприйнятливості, коефіцієнту магнітомеханічного зв'язку, магніострикції насичення та чим менші їх електромагнітні втрати [20].

В [19] запропоновано ряд конструкторсько-технологічних

методів вдосконалення характеристик малоапертурних магніострикційних сенсорів:

застосування ультразвукового дзеркала зі значно меншим акустичним імпедансом, ніж у хвилеводу, що дозволяє зменшити похибку від проникнення паразитних сигналів крізь бокову поверхню хвилеводу;

використання багатосекційних котушок для збудження та приймання ультразвукових сигналів, що дає можливість підвищити інтенсивність випромінюваних коливань та амплітуду прийнятого сигналу в декілька разів;

постійний магніт, закріплений на котушці збудження, забезпечує роботу сенсора на лінійній ділянці характеристики намагніченості, що дозволяє підвищити точність та чутливість перетворювачів;

застосування демпфера зі значним коефіцієнтом поглинання та узгодженого за акустичним імпедансом з матеріалом хвилеводу, що дозволяє значно зменшити (на 30-40 дБ) відбитий від другого кінця хвилеводу паразитний сигнал.

Запропоновані рішення дозволили створити малоапертурні магніострикційні сенсори з наступними характеристиками: частотний діапазон сигналів 0.1 – 10.0 МГц, тривалість зондуючих імпульсів 0.1 - 16 мкс, площа випромінюючої поверхні 0,07 – 0,79 мм² (діаметр хвилеводу 0.3 – 1.0 мм), електричний імпеданс 10 – 500 Ом, відношення сигнал/завада на вході вимірювального каналу 20-60 дБ.

Необхідно відмітити, що матеріали для цих магніострикційних сенсорів повинні також мати достатньо великий модуль пружності для забезпечення високої жорсткості конструкції сенсора. Зрозуміло, що питання вартості матеріалу також має важливе значення.

Загальні характеристики магніострикційних матеріалів наведені в [1]. Крім того, опис цих матеріалів є в роботах з ультразвукової техніки [27, 8] і феромагнетизму [13, 17].

Найпопулярнішим магніострикційним матеріалом є нікель. Магніострикція насичення чистого нікелю має найбільше значення $\lambda_s = -35 \cdot 10^{-6}$, проте нікель є одним з небагатьох матеріалів, що зменшують свої розміри при намагнічування.

Цей факт, який не має ніякого значення для техніки ультраз-

вуку, дозволяє компенсувати температурну похибку в диференціальних магніострикційних пристроях зі збільшеним переміщенням. Нікель добре обробляється, але є м'яким матеріалом і не забезпечує конструкції достатньої міцності. Для покращення магніострикційних властивостей нікелевого осердя його потрібно піддати відпалу за температури 750-800 °С.

Магніострикційні властивості проявляються у більшості сплавів нікелю з залізом [6]. При цьому магніострикція має позитивне значення в широкому діапазоні відсоткового вмісту нікелю і за своєю величиною сумірна з магніострикцією чистого нікелю.

Важливо відзначити, що сплави з вмістом нікелю 35 – 42% відносяться до інварних сталей, які поряд з достатньо високою магніострикцією мають надзвичайно стабільні механічні властивості і дуже малий коефіцієнт лінійного розширення.

Застосування подібних сталей дозволяє створювати високостабільні магніострикційні пристрої. В табл. 6.2. наведені основні характеристики залізо-нікелевих сплавів.

В залежності від вмісту алюмінію магніострикція змінюється як за величиною, так і за знаком. Найбільша величина магніострикції досягається при вмісті *Al* від 10 до 15 %, за своїм абсолютним значенням сумірна з магніострикцією нікелю.

Однак збільшення магніострикції супроводжується зменшенням модуля пружності, що може негативно вплинути на жорсткість магніострикційних пристроїв. Межа міцності алфери на 45% вище, ніж у нікелю.

Відпал цих сплавів необхідно проводити за температури 750 °С протягом 1-2 год. Охолодження від 750 °С до 600 °С проводиться з довільною швидкістю в печі. Подальше охолодження від 600 до 250 °С необхідно проводити з середньою швидкістю 25 °С/год і далі з вимкненою піччю.

Подібний ступінчатий відпал дозволяє суттєво підвищити магніострикційну сприйнятливість і зсуває магніострикцію насичення в область менших полів.

Таблиця 6.2. Характеристики залізо-нікелевих сплавів

% N_i у сплаві	Магнітострикція насичення, $\lambda_s \cdot 10^6$	Магнітна індукція насичення, B_s тл	Початкова магнітна проникність, $\mu_a \cdot 10^4$ гн/м	Максимальна магнітна проникність, $\mu_{max} \cdot 10^4$ гн/м	Температура Кюрі, T_c °С	Питомий електричний опір, $\gamma \cdot 10^6$ ом/см
35	20	1,2	19	100	250	85
40	25	1,5	31,4	175	360	66
45	27	1,6	25	225	400	45
50	26	1,6	19	213	500	39
60	25	1,5	7,5	213	605	24
65	19	1,4	6,2	225	620	21
80	2	1,03	11	150	570	15
90	-15	0,8	12,5	62,5	500	13
100	-35	0,64	11	31	358	7

Хороші магнітострикційні властивості мають залізо-алюмінієві сплави (алфери) і залізо-кобальтові сплави [21]. Важливі характеристики цих сплавів наведені в табл. 6.3.

Високе значення позитивної магнітострикції мають залізо-кобальтові сплави. Максимальне значення магнітострикції насичення досягається при 65 – 70% вмісту кобальту и складає $\lambda_s = 90 \cdot 10^{-6}$. Залізо-кобальтові сплави мають високе значення модуля пружності і хороші магнітні властивості: рекордне значення індукції насичення і достатньо високу магнітну проникність. Ви-

Магнітострикційний ефект у сенсорах
систем моніторингу теплотехнічного обладнання

соке значення магнітострикції насичення $\lambda_s = 70 \cdot 10^{-6}$ зберігається при вмісті кобальту від 40-45%. При меншому вмісті кобальту магнітострикція різко зменшується.

Таблиця 6.3. Характеристики алферів і залізо-кобальтових сплавів

Найменування	Хімічний склад	МС насичення, $\lambda_s \cdot 10^6$	Магнітна індукція насичення, B_s Тл	Коерцитивна сила, H_c а/см	Початкова магнітна проникність $\mu_a \cdot 10^4$ гн/м	Максимальна магнітна Проникність, $\mu_{max} \cdot 10^4$ гн/м	Питомий електричний опір, $\gamma \cdot 10^6$ ом/см	Модуль пружності $E \cdot 10^4$ кг/мм	Межа міцності σ_b кг/мм
Нікель	100% Ni	-35	0,64	0,56	11	31	87	2,1	47
Алфер Ю-8	8% Al, Fe	22	1,7	1,0	7,5	50	80	1,96	-
Алфер Ю-10	10% Al, Fe	27	1,6	2,6	3,7	21	95	1,82	-
Алфер Ю-14	14% Al, e	40	1,3	0,6	12,5	35	95	1,77	79
Пермендюр К 49 Ф2	49% Co, 2% V, Fe	70	2,4	1,8	8,8	56	26	2,18	45
Пермендюр К 65	65% Co, Fe	90	2,2	3,0	1,9	19	8	2,24	67

Промисловість виробляє два типи залізо-кобальтових сплавів із вмістом 65% Co (сплав К65) і 49% Co з додаванням 2% ванадію для покращення оброблюваності (пермендюр К49Ф2). Обидва сплави мають високе значення модуля пружності і хороші магнітні властивості – рекордне значення індукції насичення $B_s = 2,4$ Тл і достатньо високу магнітну проникність. При цьому

сплав К49Ф2 має дещо кращі магнітні, а сплав К65 – механічні властивості. Низький електричний опір і відповідно високі втрати на вихрові струми в сплаві К65 роблять його менш придатним в техніці ультразвуку. Сплав К65 добре обробляється. Відпал залізо-кобальтових сплавів за рекомендованою технологією необхідно проводити в захищеному середовищі чи у вакуумі за температури 850°C протягом 2-3 годин з подальшим повільним охолодженням зі швидкістю 50 °C/год для сплаву К49Ф2 і 100 °C/год для сплаву К65.

Дещо вища вартість, приблизно в чотири рази більша, ніж у нікелю, не може служити перешкодою для застосування цих сплавів у сучасних високоавтоматизованих системах моніторингу теплотехнічного обладнання.

На рис. 6.10 показано вплив температури відпалу матеріалу хвилеводу на величину напруги на виході магнітострикційного сенсора при однаковому ультразвуковому сигналі для різних діаметрів перетину хвилеводу.

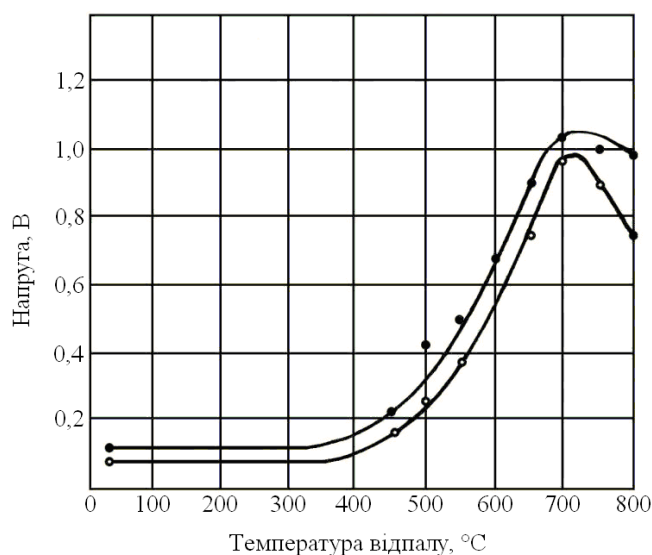


Рис. 6.10. Залежність напруги на виході магнітострикційного сенсора від температури відпалу хвилеводу

Слід згадати також про існування цілого ряду магнітострикційних сплавів *Fe-Pt*, *Fe-Pd*, *Ni-Pd*, [24], що мають дуже високу магнітострикцію насичення $+130 \cdot 10^{-6}$, $+194 \cdot 10^{-6}$ і $-94 \cdot 10^{-6}$ відпові-

дно, при достатньо малих полях. Однак висока вартість і відсутність промислового виробництва ускладнює застосування цих сплавів на практиці.

Існують інші методи покращення магніострикційних параметрів феромагнітних матеріалів. В силу явища анізотропії можливо створити магнітну текстуру матеріалу, що значно збільшує магніострикцію. Стосовно нікелю це питання досліджувалося Н.Л. Брюхатовим і Г.П. Д'яковим. Поєднання холодної прокатки матеріалу із сильним обтиском (порядку 90%) і подальший відпал у середовищі водню при температурі 1150 °С протягом 5 годин дозволяє створити в нікелі текстуру куба в напрямку вздовж прокатки та підвищує магніострикцію насичення до $\lambda_s = -52 \cdot 10^{-6}$ (в порівнянні з необробленим матеріалом на 50 %), при цьому магніострикційна сприйнятливості при малих полях також підвищується, однак магніострикція насичення досягається при більшому значенні поля намагнічування. Властивості текстурованого нікелю наближаються до властивостей більш дорогих залізокобальтових сплавів.

В малопотужних ультразвукових сенсорах широко застосовуються ферити. Малі втрати дозволяють використовувати їх на дуже високих частотах. Магніострикція насичення феритів достатньо висока, наприклад для ферита $CoFe_2O_4$ вона становить $\lambda_s = -200 \cdot 10^{-6}$. Інші ферити мають більш скромні значення – порядку $\lambda_s = -(20-40) \cdot 10^{-6}$. Однак мала механічна міцність ускладнює використання феритів в магніострикційних сенсорах для систем технічної діагностики.

Вибір матеріалу, форми і геометричних розмірів демпфера. Демпфери акустичного хвилеводу входять в конструкцію магніострикційних сенсорів для зменшення рівня паразитних сигналів, відбитих від кінців хвилеводів. З цією метою кінці хвилеводу забезпечуються спеціальними пристроями, в результаті чого питоме затухання ультразвукової хвилі в кінцевих ділянках хвилеводів плавно зростає до такої величини, коли рівень відбитих від кінців хвилеводу сигналів не перевищує допустимого значення. У сучасних сенсорах для демпферів найбільш часто використовують шкіру, каучук, гуму, олово і т.п. (рис. 6.11, $a - z$). Од-

нак ці демпфери мають складну конструкцію, великі масогабаритні розміри і обмежений температурний діапазон (-40 ... + 110 °С).

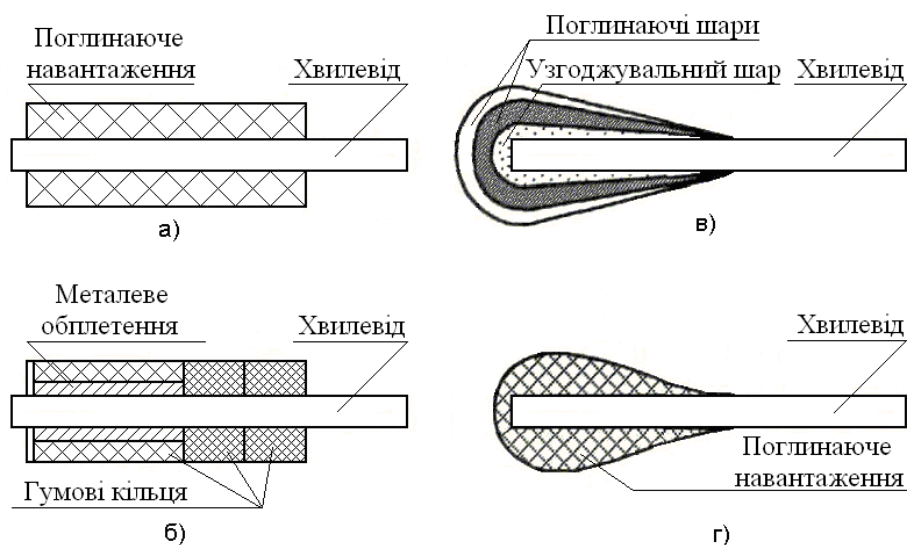


Рис. 6.11. Конструкції демпферів хвилеводів: циліндричний одношаровий (а), циліндричний багатоелементний (б), краплеподібний багат шаровий (в), краплеподібний одношаровий (г)

Аналіз роботи магнітострикційних сенсорів показує, що акустичні демпфери повинні мати наступні показники якості:

- високу поглинаючу властивість;
- низькі масогабаритні показники;
- стабільність фізико-механічних властивостей протягом тривалого часу в нормальних і спеціальних умовах експлуатації.

Експериментальне дослідження різних матеріалів, конструкцій, форм і розмірів демпферів для хвилеводів дозволили встановити наступне.

Кращі поглинаючі властивості мають демпфери краплеподібної (експоненційної) форми середніх розмірів (діаметр близько 5 мм). Матеріал демпфера – епоксидна смола з максимальним наповненням порошком вольфраму або свинцевого сурику. Зменшення розміру демпфера призводить до різкого погіршення його властивостей, а подальше збільшення розміру виявляється мало ефективним.

Вибір матеріалу, форми та геометричних розмірів котушки збудження. На рис. 6.12 показана найбільш поширена конструкція котушки збудження, що використовується в магнітострикційних приладах [5, 7, 15].

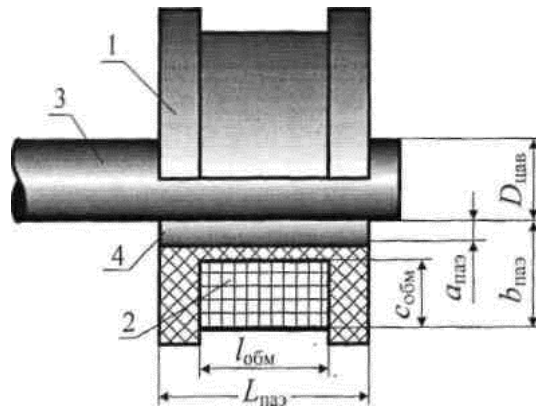


Рис. 6.12. Традиційна конструкція котушки збудження:
1 – котушка індуктивності; 2 – обмотка, намотана на пластиковий каркас; 3 – акустичний хвилевід; 4 – повітряний зазор

Індуктивність і коефіцієнт електромеханічного зв'язку K_{em} залежать від габаритних розмірів каркасу, взаємного розташування витків котушки та їх розташування відносно хвилеводу [5, 7, 15].

До котушок збудження малоапертурних магнітострикційних перетворювачів висуваються такі основні вимоги:

- висока механічна міцність;
- конструктивна довжина обмотки не повинна перевищувати половини довжини УЗ хвилі в хвилеводі;
- низькі масогабаритні параметри;
- високий коефіцієнт електромеханічного зв'язку K_{em} обмотки з хвилеводом, тобто витки обмотки повинні бути розташовані якомога ближче до хвилеводу;
- коефіцієнт щільності намотування повинен бути максимальним.

Залежність коефіцієнта використання магнітних властивостей матеріалу хвилеводу k_{μ} від співвідношення діаметра намоту-

вання до діаметру акустичного хвилеводу d_m/d_e наведена на рис. 6.13 [7].

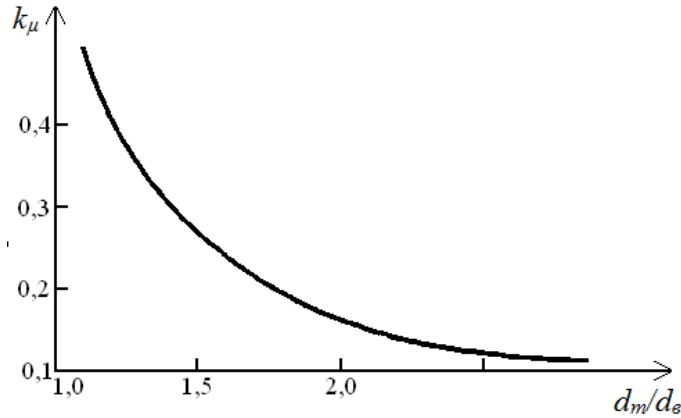


Рис. 6.13. Залежність коефіцієнта використання магнітних властивостей хвилеводу від відношення d_m/d_e

З наведеного графіка видно, що при $d_m/d_e = 2$ коефіцієнт використання магнітних властивостей хвилеводу становить близько 0,1, тобто в десять разів гірше, ніж при намотуванні дроту безпосередньо на хвилевід.

Схема стенду для перевірки та визначення основних характеристик і параметрів магнітострикційних сенсорів та їх окремих елементів наведена на рис. 6.14.

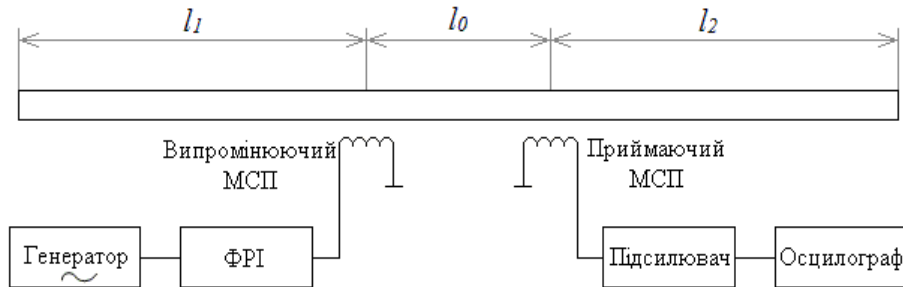


Рис. 6.14. Структура стенду для визначення основних характеристик і параметрів магнітострикційного сенсора та його елементів

На випромінюючий магнітострикційний перетворювач подаються радіоімпульсні сигнали з частотою заповнення f і тривалі-

стю 2 - 4 періоди несучого коливання. З виходу приймаючого перетворювача сигнал подається через підсилювач на осцилограф для вимірювання амплітуд відповідних прийнятих імпульсів. Амплітуда сигналу на виході формувача радіоімпульсів (ФРІ) у всіх експериментах підтримувалася постійною і дорівнювала 13 В. Змінними параметрами були частота заповнення радіоімпульсів (0.25 - 2.0 МГц) і відстань між витками котушки збудження і хвилеводом (0.1 і 0.2 мм).

Відстані між магнітострикційними сенсорами і торцями хвилеводу необхідно обирати з умови $l_1 \leq l_2$. Тоді перший радіоімпульс, що прийшов на приймаючий магнітострикційний сенсор, пройде відстань l_0 , другий - $l_1 + l_0$, а третій - $l_2 + l_0$ і т.д.

На рис. 6.15 наведена фотографія осцилограми сигналу на виході приймаючого магнітострикційного перетворювача. Демпфери на кінцях хвилеводу не встановлювались.

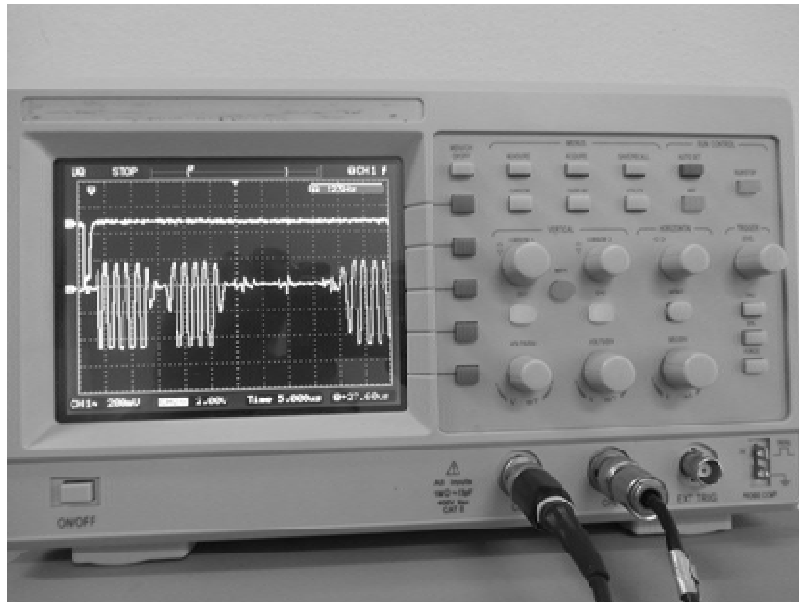


Рис. 6.15. Осцилограма сигналу на виході приймаючого магнітострикційного сенсора

З аналізу отриманих експериментальних даних можна зроби-

ти наступні висновки:

- незначне збільшення відстані між витками котушки і хвилеводом призводить до помітного зниження величини прийнятого сигналу, що стає особливо відчутно при збільшенні частоти;
- зі збільшенням частоти заповнюючих коливань радіоімпульсів зменшується коефіцієнт електромеханічного зв'язку перетворювача, що призводить до зменшення величини прийнятих сигналів.

Отже, необхідно виготовляти котушки збудження МСП з мінімальним віддаленням витків від хвилеводу.

На рис. 6.16 показана конструкція акустoeлектричного перетворювача, яка складається з єдиного монолітного вузла [14], що включає в себе кінцеву ділянку хвилеводу, безкаркасну конструкцію котушки збудження з нульовим повітряним зазором, вбудовану в демпфер.

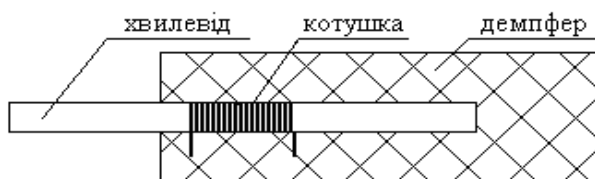


Рис. 6.16. Конструкція МСП з безкаркасною котушкою збудження і демпфером

Обмотка перетворювача може бути виконана з емальованого дроту, наприклад марки ПЕТВ - 2 - 0,063 ТУ 16 - 502.003 - 82, який намотується на зовнішню поверхню хвилеводу. Потім ділянку обмотки і кінець хвилеводу покриваються спеціальним складом на основі епоксидного або полідіенуретанового матеріалу з порошковими металевими добавками (порошок вольфраму або свинцевого сурику) і піддають температурній полімеризації. Таким чином, отримують монолітний конструктивний вузол, що включає в себе нерухому обмотку з хвилеводом і демпфером. Оскільки температура полімеризації (150 - 180 ° С) сполучного матеріалу демпфера набагато нижча температури Кюрі хвилеводу, зміна магнітострикційних властивостей останнього не відбувається. Провід з термостійким емалевим покриттям призначений для роботи в температурному діапазоні від -60 до +180 °С [5].

Вибір матеріалу, розмірів і залишкової намагніченості постійного магніту. Основні параметри і характеристики постійних магнітів детально викладені в [4, 5, 7, 10].

Визначальними є наступні вимоги до магнітних матеріалів, з яких виробляють постійні магніти для малоапертурних магнітострикційних сенсорів:

- залишкова магнітна індукція $B_r \geq 14000$ Гс;
- коерцитивна сила $H_c \geq 530$ Е;
- температура Кюрі більше + 760, °С;
- діапазон робочих температур від мінус 80 до плюс 200 °С;
- висока механічна міцність.

На рис. 6.17 показані найбільш поширені конструкції постійних магнітів.

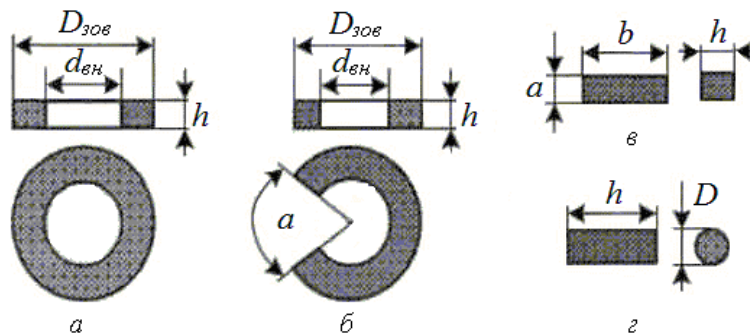


Рис. 6.17. Конструкції поширених постійних магнітів:
кільцевий (а); кільцевий урізаний або С-подібний (б);
прямокутний (в); стержневий (г)

Для більшості випадків виготовлення малоапертурних магнітострикційних сенсорів цілком достатньо використовувати стержневі постійні магніти з магнітотвердих матеріалів.

Як було вказано вище, малоапертурний магнітострикційний випромінювач має малу площу випромінюючої поверхні, що дозволяє створити в контрольованому зразку сферичну (ненаправлену) поздовжню хвилю. Тому для нормальної роботи ультразвукових системи контролю, в яких використовуються малоапертурні сенсори, необхідно забезпечити достатню потужність випромінювання.

На рис. 6.18 наведено структурну схему блоку потужного ультразвукового магніострикційного випромінювача з акустичним підсумовуванням сигналів у хвилеводі. Запропоноване технічне рішення забезпечує збільшення інтенсивності випромінювання у N^2 разів. Де N – кількість каналів підсумовування.

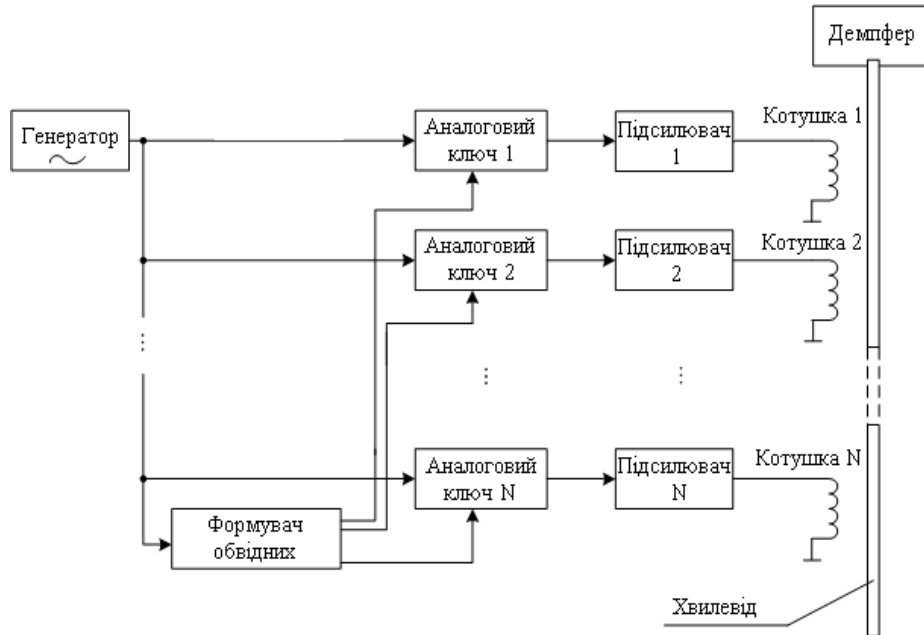


Рис. 6.18. Схема блоку управління потужного магніострикційного випромінювача з акустичним підсумовуванням сигналів у хвилеводі

Залежність акустичного тиску від часу під N -ою котушкою збудження описується наступними виразами:

$$\begin{aligned}
 p_1(t) &= u_1\left(t + (N-1)a/V_{np}\right) \cdot K \cdot e^{-\beta(N-1)a}, \\
 p_2(t) &= u_2\left(t + (N-2)a/V_{np}\right) \cdot K \cdot e^{-\beta(N-2)a}, \\
 &\dots \\
 p_i(t) &= u_i\left(t + (N-i)a/V_{np}\right) \cdot K \cdot e^{-\beta(N-i)a}, \\
 &\dots \\
 p_N(t) &= u_N(t) \cdot K,
 \end{aligned}$$

де $u_i(t)$ – електричний сигнал на вхідних контактах i -тої котушки збудження, $i = \overline{1, N}$; K – коефіцієнт електромеханічного зв'язку; β – коефіцієнт затухання ультразвукового сигналу у хвилеводі; a – відстань між сусідніми котушками збудження; N – кількість каналів збудження (кількість котушок) та номер останньої котушки.

Епюри напруг, що описують роботу випромінюючого малоапертурного магнітострикційного перетворювача з акустичним підсумовування ультразвукових сигналів в хвилеводі, наведено на рис. 6.19.

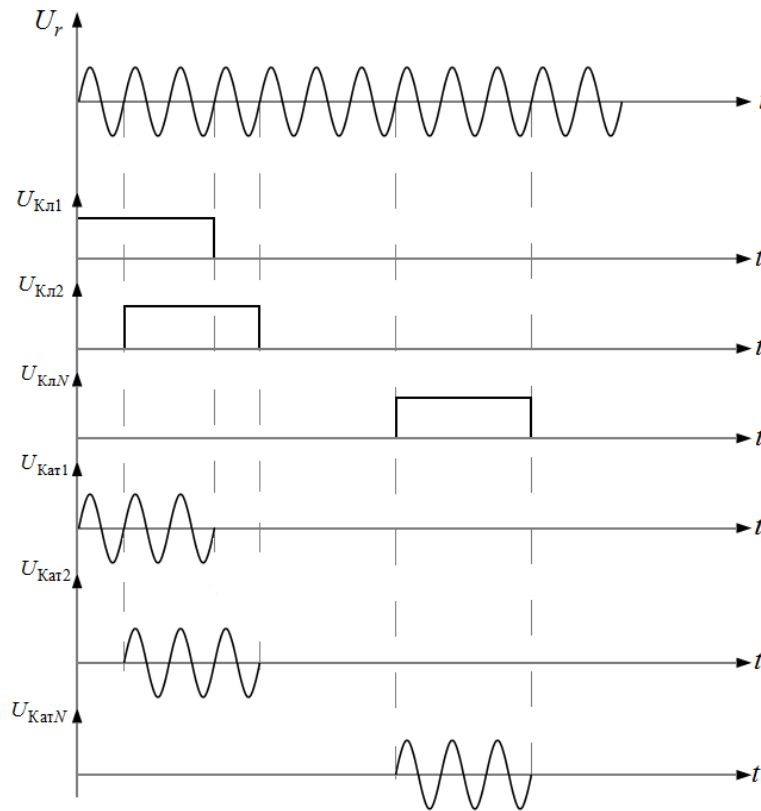


Рис. 6.19. Епюри напруг, що описують роботу випромінюючого МСП: U_r – напруга на виході генератора; $U_{Кл}$ – напруга на керуючому вході відповідного аналогового ключа; $U_{Кат}$ – напруга на вході відповідної котушки збудження

Діаметр випромінюючої поверхні перетворювача (діаметр хвилеводу) може становити 0,5 - 1,0мм. Перетворювач працює на частоті 1 МГц. При такому співвідношенні діаметра перетворювача і частоти несучого коливання радіоімпульсу в досліджуваній зразок випромінюється ультразвукова поздовжня хвиля з діаграмою напрямленості у вигляді півсфери. Відстані між котушками збудження дорівнюють одній довжині поздовжньої хвилі у хвилеводі. Сигнали в котушки збудження надходять із затримкою в часі по відношенню до попередніх котушок на один період несучого коливання. Таким чином, до кінця хвилеводу сигнали від кожної котушки приходять одночасно і синфазно, що забезпечує акустичне підсумовування сигналів у хвилеводі і дозволяє підвищити амплітуду випромінюваного сигналу в N разів, а потужність випромінювання – в N^2 разів.

Недоліком такого випромінювача є те, що відстані між котушками збудження визначені виходячи з частоти несучого коливання керуючого радіоімпульсу. Таким чином для різних частот несучого коливання необхідно виготовляти різні випромінювачі. Крім того, при зміні температури навколишнього середовища змінюється швидкість розповсюдження ультразвукового сигналу в хвилеводі та виникає додаткова похибка підсумовування акустичних сигналів.

Структурна схема ширококутового випромінюючого магнітострикційного перетворювача, позбавленого цих недоліків, наведена на рис. 6.20.

Випромінюючий перетворювач містить додатковий хвилевід для формування сигналів, затриманих у часі на величини, рівні затримкам в основному хвилеводі. Відстані між котушками на хвилеводах можуть бути довільними, але однаковими для основного і додаткового хвилеводів, що забезпечує ширококутовість перетворювача. Кількість каналів у випромінюючому магнітострикційному перетворювачі може бути будь-якою, проте слід враховувати, що зміщення частинок хвилеводу при формуванні ультразвукового сигналу не повинні перевищувати значення пружних деформацій для матеріалу, з якого виготовлений хвилевід, бо це може призвести до руйнування хвилеводу.

Використання при контролі та діагностуванні поодинокого малоапертурного сенсора дозволяє визначити факт наявності чи

відсутності дефекту в об'єкті, що контролюється, але не дозволяє визначити його просторове положення. Для визначення розмірів та місцезнаходження дефекту необхідно виконувати механічне сканування поверхні контрольованого зразка та застосовувати складні алгоритми розрахунку.

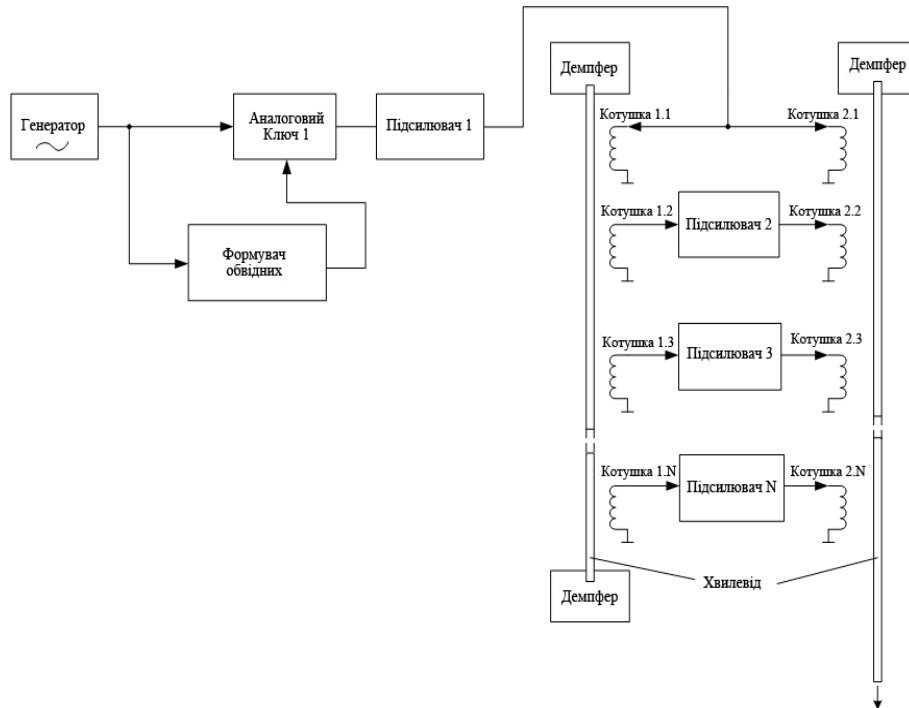


Рис. 6.20. Структурна схема блоку збудження широкосмугового МСП підвищеної потужності

Відомі багатоелементні ультразвукові сенсори, які містять n п'єзоперетворювачів (фазовані антенні решітки), використання яких дозволяє виконувати секторне акустичне сканування контрольованого зразка без механічного переміщення [20]. Елементи таких перетворювачів мають значні розміри (за звичай розміри контактної поверхні становлять 0,1 x 20 мм), що накладає додаткові вимоги до контрольованого зразка: він повинен мати плоску шліфовану поверхню. Крім того, кожний п'єзоперетворювач у антенній решітці формує акустичне поле з діаграмою напрямле-

ності у формі напівциліндра, що дозволяє проводити електронне сканування контрольованого зразка лише в одній площині без механічного переміщення перетворювача. Для отримання зображення іншого перетину контрольованого об'єкту антенну решітку необхідно механічно зміщувати вздовж однієї координати та знов проводити електронне сканування.

Принцип дії фазованих антенних решіток при формуванні похилого та фокусуємого ультразвукових променів показано на рис. 6.21.

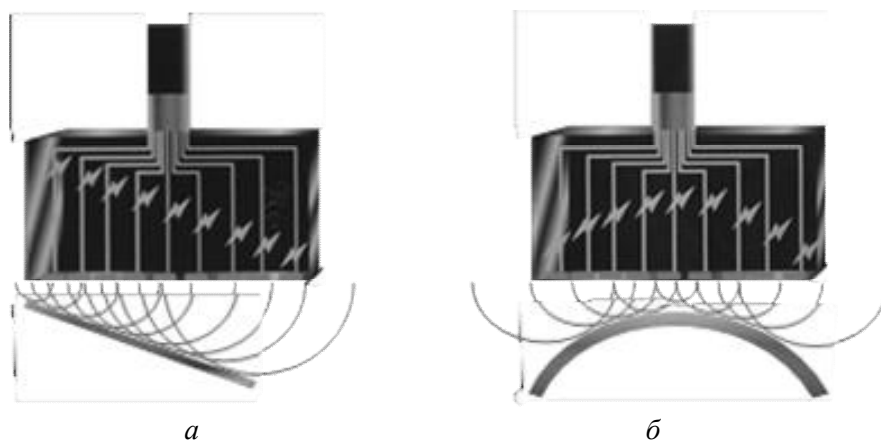


Рис. 6.21. Розподіл у часі затримок зондуючих імпульсів у фазованій антенній решітці при формуванні плоского (а) та фокусуємого (б) ультразвукових полів

Затримки у часі розраховуються в залежності від швидкості розповсюдження ультразвукової хвилі в об'єкті, що контролюється, та розмірів досліджуваної зони.

Структурна схема ультразвукової системи діагностування, що використовує електронне сканування та динамічне фокусування акустичного променя, зображена на рис. 6.22.

Метрологічні характеристики ультразвукових систем моніторингу з фазованими антенними решітками в першу чергу залежать від параметрів і характеристик самих перетворювачів, таких як акустичний взаємний зв'язок між елементами решітки, розподіл акустичного тиску на поверхні ультразвукової антени та інші.

Взаємний зв'язок – ефект, при якому електричне збудження одного з п'єзоперетворювачів решітки призводить до випроміню-

вання акустичних хвиль безпосередньо цим же п'єзоперетворювачем і, більшою чи меншою мірою, всіма іншими.

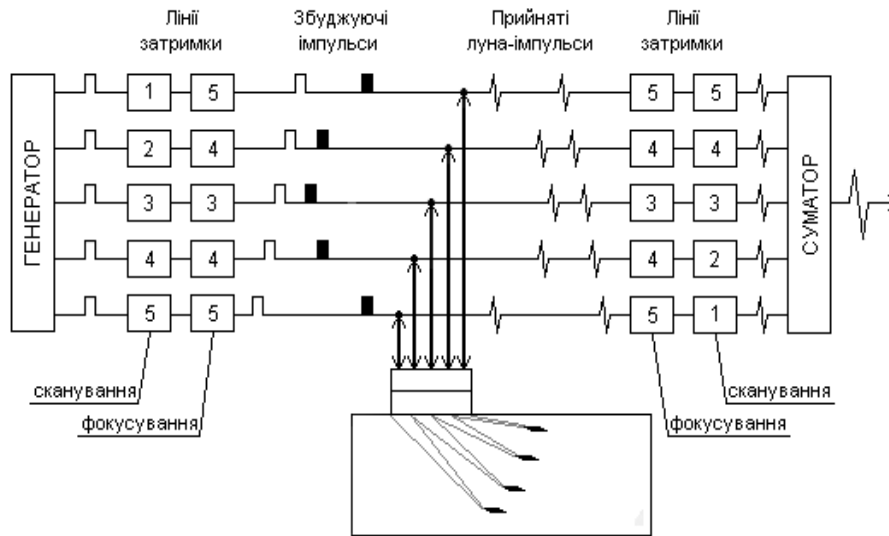


Рис. 6.22. Структурна схема ультразвукової системи діагностування з електронним скануванням та динамічним фокусуванням акустичного променя

Існують два види взаємного зв'язку між п'єзоперетворювачами антенних решіток:

1. Електричний взаємний зв'язок, при якому електричний імпульс збудження, поданий на один з п'єзоперетворювачів може впливати на інші перетворювачі через ємність, опір, індуктивність або кабелі, що сполучають п'єзоперетворювачі з приймачами. При збудженні п'єзоперетворювача електричним імпульсом великої амплітуди в п'єзоелементі накопичується значний заряд. У міру того, як заряд зменшується, п'єзоелемент створює акустичні хвилі, які поширюються уздовж решітки і збуджують інші п'єзоперетворювачі, які, в свою чергу, перетворюють ці хвилі в електричні імпульси. У режимі прийому амплітуда цих імпульсів може бути порівнянна з амплітудою корисних луна-сигналів.

2. Акустичний взаємний зв'язок виникає через збудження та поширення різних типів хвиль в конструктивних елементах фазованих антенних решіток:

у демпфуючій основі може поширюватися хвиля Релея, амплітуда руху частинок якої згасає експоненціально далеко від вільної поверхні, в шарі глибиною у дві довжини хвилі. Одним з ефективних методів придушення цієї хвилі є руйнування траєкторії її поширення, тобто різання пазів на глибину двох довжин хвилі в матеріалі основи;

у захисному шарі залежно від навантаження може виникати хвиля Лемба, яка має два види:

- симетрична мода, при русі поверхонь шару в протилежних напрямках один від одного;

- асиметрична, при русі поверхонь шару в одному напрямку. Обидва види хвиль дисперсивні і містять багато гармонік.

Взаємний зв'язок між п'єзоперетворювачами решітки призводить до збільшення їх активних апертур. Це означає, що характеристики спрямованості п'єзоперетворювачів будуть вужчими. При цьому антена в процесі сканування може мати "сліпі точки", тобто певні кутові напрямки, які вона не зможе опитувати. Крім того, ширина основного променя збільшується, що погіршує поперечну роздільну здатність антенної решітки.

Взаємний зв'язок сприяє збільшенню тривалості перехідних процесів в п'єзоперетворювачах сенсорів, в результаті чого збільшується тривалість зондуючих імпульсів і, отже, зменшується поздовжня розрізнявальна здатність антенної решітки.

Експериментальним дослідженням акустичного взаємного зв'язку між п'єзоперетворювачами антенних решіток присвячено багато робіт. Однак, у більшості публікацій, при вимірюванні взаємного зв'язку в якості акустичного навантаження елементів решітки використовують воду або повітря. Це вірно для застосування отриманих результатів для сенсорів медичного призначення або імерсійних сенсорів для неруйнівного контролю.

При ультразвуковому контролі твердих тіл завданням є створення методу і установки для вимірювання акустичного взаємного зв'язку між п'єзоперетворювачами решітки з використанням твердотілого акустичного навантаження, що відповідає реальним умовам роботи сенсорів під час моніторингу обладнання.

Вимірювання акустичного взаємного зв'язку між п'єзоперетворювачами антенної решітки можна проводити з високою точністю на установці, структурна схема якої наведена на рис. 6.21.

Магнітострикційний ефект у сенсорах
систем моніторингу теплотехнічного обладнання

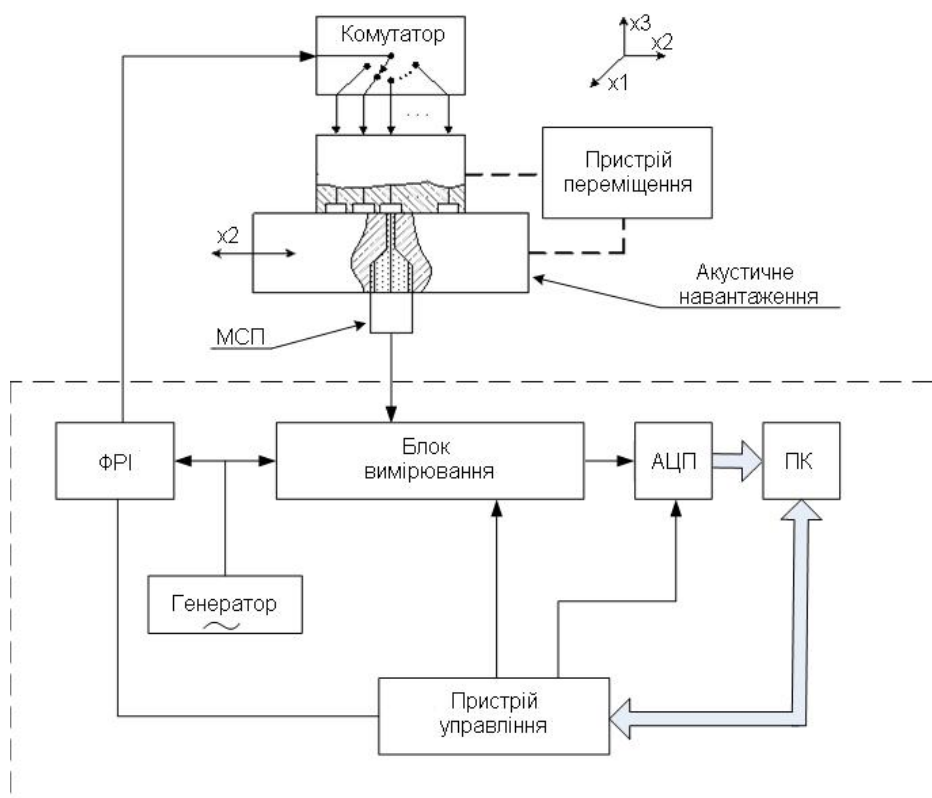


Рис. 6.21. Структурна схема установки для вимірювання акустичного взаємного зв'язку між п'єзоперетворювачами ультразвукової лінійної фазованої антенної решітки

До складу установки входить система контролю характеристик ультразвукового поля в твердому тілі, комутатор, малоапертурний магнітострикційний сенсор, поєднаний з акустичним навантаженням, і пристрій переміщення.

Система контролю включає формувач радіоімпульсів (ФРІ), вимірювальний блок, аналого-цифровий перетворювач (АЦП), персональний комп'ютер (ПК) і пристрій керування.

В установці використовується спеціальний малоапертурний магнітострикційний сенсор, діаметр робочої (контактної) поверхні якого становить 50 мкм, поєднаний з акустичним навантажен-

ням у вигляді металевого бруска. Акустичне навантаження є імітатором робочого середовища для п'єзоелектричних перетворювачів антенної решітки.

Фотографія малоапертурного магнітострикційного сенсора, поєданого з акустичним навантаженням, наведена на рис. 6.22. Як акустичне навантаження в даному випадку використовується металевий брусок зі сталі. Таке акустичне навантаження дозволяє знімати реальні характеристики елементів фазованої антенної решітки.

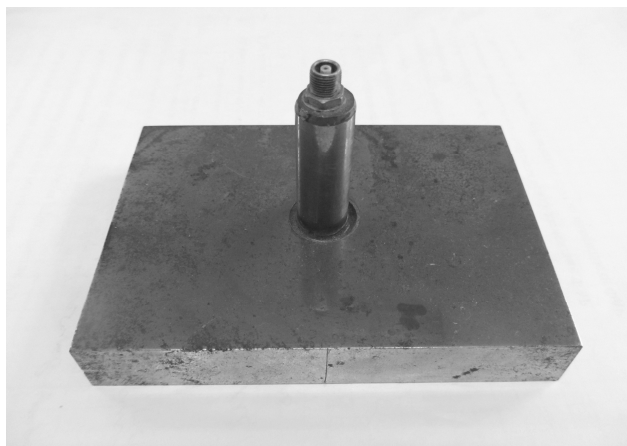


Рис. 6.22. Малоапертурний магнітострикційний сенсор, поєднаний з акустичним навантаженням

Механічний пристрій забезпечує прецизійне переміщення акустичного навантаження за координатами X_1 , X_2 , X_3 з точністю $\leq 0,01$ мм.

Отримані результати показали, що характеристики контрольованих антенних решіток при навантаженні на повітря суттєво відрізняється від характеристик при навантаженні на сталь. На рис. 6.23 наведено залежності напруг, що виникають на електродах елементів через паразитний акустичний взаємний зв'язок між перетворювачами решітки, від номера елемента.

Ці результати підтверджують ефективність використання запропонованого методу для контролю характеристик ультразвукових сенсорів в умовах їх реального акустичного навантаження.

Магнітострикційний ефект у сенсорах
систем моніторингу теплотехнічного обладнання

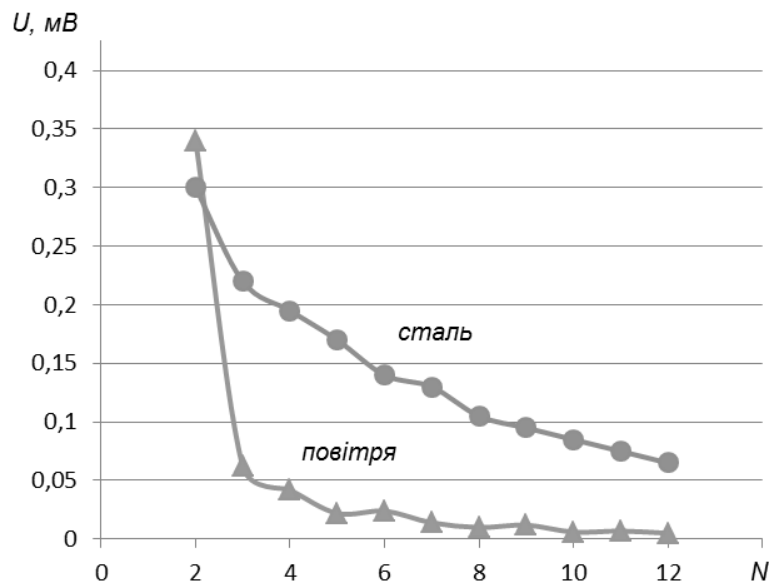


Рис. 6.23. Залежність напруги, що виникає внаслідок «паразитного» акустичного взаємозв'язку між елементами фазованої антенної решітки, від номера елемента

Вимірювальна система, що зображена на рис. 6.21, може бути використана також для вимірювання інших параметрів і характеристик п'єзоелектричних сенсорів, таких як імпульсний коефіцієнт перетворення, миттєве значення імпульсної характеристики, амплітудно-частотна характеристика, розподіл акустичного тиску по випромінюючій поверхні та ін., що дозволяє вдосконалити технологічні процеси виробництва сенсорів і за рахунок цього підвищити точність і достовірність контролю систем технічної діагностики, в яких ці сенсори використовуються.

Розподіли амплітуд акустичного тиску на поверхнях п'єзоелектричних перетворювачів фазованих антенних решіток, зображені на рис. 6.24.

Отримані розподіли акустичного тиску на поверхні фазованої антенної решітки добре корелюються з теоретично розрахованими значеннями, що наведені на рис 6.25.

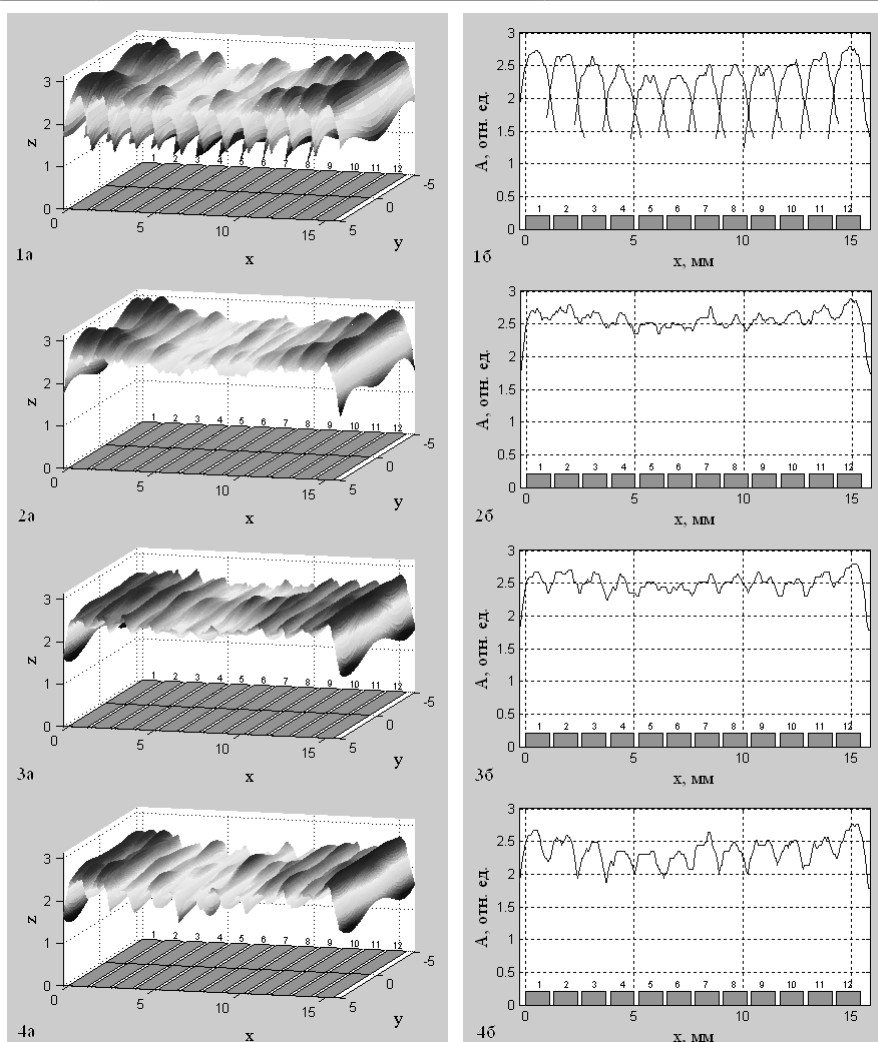


Рис.6.24. Експериментальні залежності розподілу амплітуди акустичного тиску на випромінюючих поверхнях п'єзоелектричних перетворювачів фазованої антенної решітки при навантаженні на сталь

На рис. 6.24 та 6.25 представлені залежності: 1а, 1б – при індивідуальному збудженні п'єзоелементів решітки; 2а, 2б, 3а, 3б – при синфазному груповому збудженні п'єзоелементів при кутах випромінювання та прийому відповідно $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = 40^\circ$; а – аксонометричне зображення розподілу $A(x, y)$; б –

зображення в площині симетрії (впоперек п'єзоелектричних перетворювачів решітки).

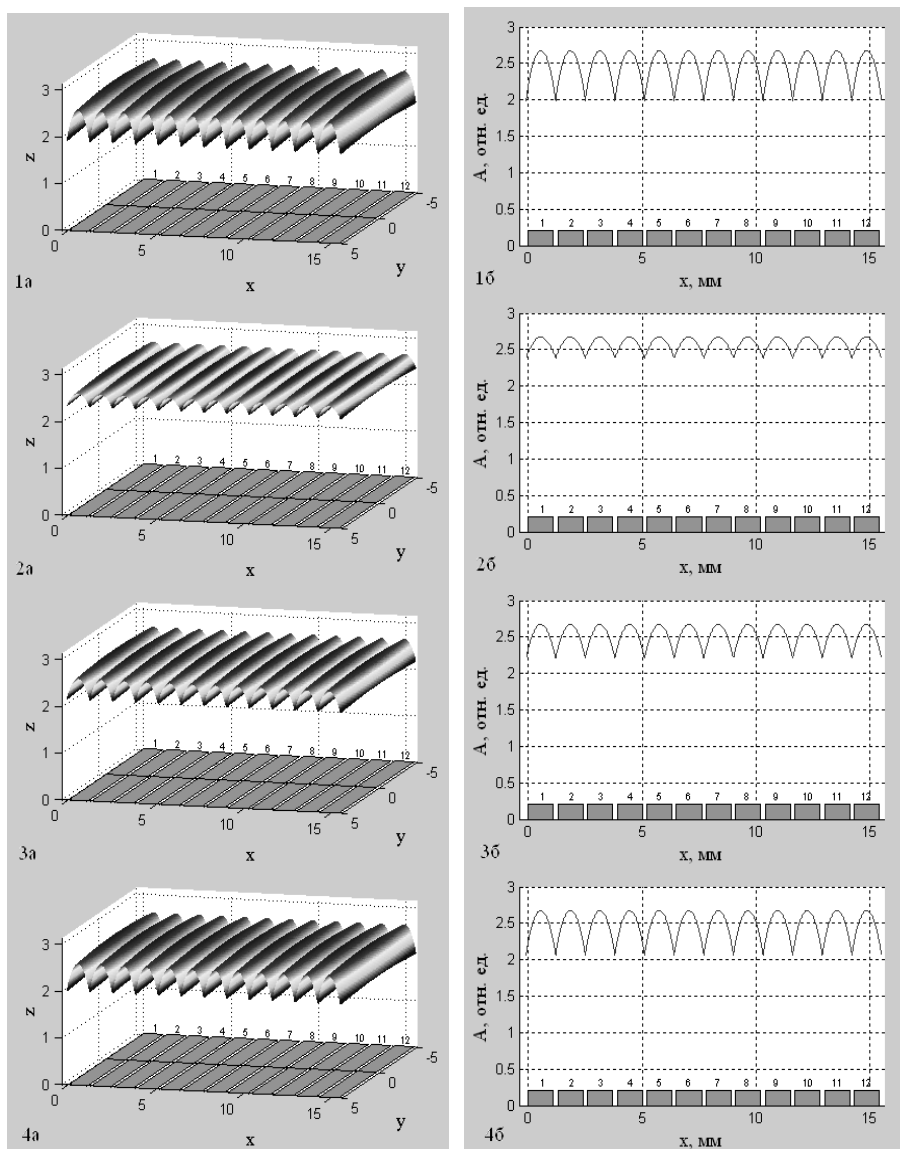


Рис. 6.25. Теоретичні залежності розподілу амплітуди акустичного тиску на випромінюючих поверхнях п'єзоелектричного перетворювача решітки при навантаженні на сталь

Розміщення в одному корпусі n малоапертурних магнітострикційних сенсорів дозволяє випромінювати та приймати сигнали одночасно з n точок на поверхні зразка, що забезпечує можливість електронного управління (сканування та динамічне фокусування) акустичним променем в режимах випромінювання та прийому без механічного переміщення сенсорів вздовж поверхні контрольованого зразка.

Якщо ультразвукове дзеркало та наповнювач виготовити з еластичного матеріалу, то за незначних механічних зусиль приймаюча поверхня матриці може в певних межах викривлятися і повторювати форму об'єкту контролю. Цим забезпечується можливість використання матриці малоапертурних магнітострикційних перетворювачів для контролю об'єктів складної форми.

Затухання ультразвукового сигналу в хвилеводі незначне при довжині останнього до декількох метрів. Це дає можливість розташовувати котушки збудження на достатній відстані від приймаючої поверхні сенсора, що дозволить використовувати малоапертурні ультразвукові сенсори для контролю нагрітих об'єктів та об'єктів розташованих в агресивних середовищах.

Таким чином можна зробити висновок, що використання малоапертурних магнітострикційних ультразвукових сенсорів у системах моніторингу теплотехнічного обладнання дає додаткові суттєві переваги в порівнянні з іншими ультразвуковими сенсорами.

Література

1. Али-Заде З.И. О новых высокострикционных сплавах двойных систем Fe-Pt, Fe-Pd, Ni-Pd // Известия АН СССР. – 1959. – т. 23, №3. – С. 416–417.
2. Артемьев Э.А. Материалы для звукопроводов волноводных трактов магнитострикционных преобразователей перемещений. Учебное пособие. – Астрахань: АГТУ, 1997. – 93 с.
3. *Бабак В.П.* Теоретические основы информационно-измерительных систем: Учебник / В. П. Бабак, С. В. Бабак, В. С. Еременко и др.; под ред. чл.-кор. НАН Украины В. П. Бабака / - К.: ТОВ «Софія-А», 2014. – 832 с.

4. Белоруссов Н.И. Электрические кабели, провода и шнуры: Справочник / Белоруссов Н.И., Саакян А.Е., Яковлева А.И. - М.: Энергоатомиздат, 1988. – 536 с.
5. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – 726 с.
6. Булычева З.Н. Магнитные сплавы, применяемые для ультразвуковой техники // Применение ультразвука в промышленности / З.Н. Булычева, Е.И. Гурвич, Я.П. Селицкий – 1959. М.: Машгиз, 1959. – С. 91–101.
7. Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике. – М.: Наука, 1966. – 168 с.
8. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1984. – 208 с.
9. Джонсон Р. Механические фильтры в электронике. – М.: Мир, 1986. – 406 с.
10. Дунаев Ф.Н. Магнитоотрицательная индукция железокремнистых и железоникелевых сплавов в сильных магнитных полях // Исследования в области теоретического и прикладного магнетизма / Ф.Н. Дунаев, А.В. Маргарян. – Свердловск, 1967. – С. 61–66.
11. Захарьяшев Л.И. Конструирование линий задержки. – М.: Сов. Радио, 1972. – 192 с.
12. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи. – М.: Мир, 1972. – 424 с.
13. Красильников В.А. Введение в физическую акустику / В.А. Красильников, В.В. Крылов. - М.: Наука, 1984 – 403с.
14. Материалы магнитотвердые деформируемые. Марки: ГОСТ 24897–81. - М.: Изд-во стандартов, 1981. – 9 с.
15. Надеев А.И. Магнитоотрицательные интеллектуальные преобразователи параметров движения. Монография. – Астрахань: АГТУ, 1999. – 155 с
16. Патент України №105611. Спосіб вимірювання розподілу акустичного тиску на поверхні ультразвукового перетворювача / Бабак В.П., Богачев І.В. – Заявник і власник патенту ІТТФ НАН України. – Опубл. 26.05.2014. Бюл. №10.
17. Преображенский А.А. Теория магнетизма, магнитные материалы и элементы / Преображенский А.А. – М.: Высшая школа, 1972. – 288 с.

18. Прошкин В.Н. Акустоэлектрические преобразователи для нового поколения магнитострикционных приборов / В.Н. Прошкин, Э.А. Магомедова // Проблемы технического управления в региональной энергетике. – Пенза: ПГТА, 2006.
19. Ультразвук. Маленькая энциклопедия / под ред. И.В. Голяминой. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – 400 с.
20. Фалькевич С.А. Характеристики направленности ультразвуковых фазированных решёток / С.А. Фалькевич, Л.В. Бурлакова // Дефектоскопия. – 1986. – №1. – С. 3–11.
21. Хек К. Магнитные материалы и их техническое применение / Хек К. – М.: Энергия, 1973. – 303 с.
22. Шпинь А.П. Принципы построения магнитострикционных преобразователей перемещений / А.П. Шпинь // Метрология. – 1986. – № 6. – С. 10–18.
23. Шур Я.С. Статические и динамические свойства некоторых магнитострикционных материалов // Излучатели и приемники ультразвуковых колебаний и измерение акустических полей / Я.С. Шур. – ЛДНТП, 1966. – С. 125–135.
24. Babak V.P. Use of magnetostriction transducers for control of the ultrasonic phased arrays parameters / V.P. Babak, I.V. Bogachev // Scientific Proceedings.– Sozopol, Bulgaria. – 2013.–№ 2 (139).– P. 106–109.
25. Pesque P. Methodology for the characterization and design of linear arrays of ultrasonic transducers / P. Pesque, R.H. Coursant, C. Mequio // Acta Electronica. – 1983. – V.25, №4. – P.325-340
26. Pigott M.T. Iron-Alluminium alloys for use in magnetostrictive transducers // Journal acoustical society of America. – 1956. – Vol.28, № 3, P. 346 - 356.
27. Yamaguchi K. New method of time domain analysis of the performance of the multilayered ultrasonic transducers / K. Yamaguchi, H. Yagami, T. Fujii // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. – 1986. – Vol.33, №6. – P. 669–678.



ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ АПАРАТНО-ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ СИСТЕМ МОНІТОРИНГУ

7

- 7.1. Прямі і обернені задачі теорії надійності на етапах життєвого циклу систем
- 7.2. Основні характеристики надійності систем моніторингу
- 7.3. Джерела виникнення та класифікація відмов систем
- 7.4. Задачі оцінювання характеристик надійності

7.1. Пряма і обернена задачі теорії надійності на етапах життєвого циклу систем

У підрозділі 1.2 були наведені матеріали, які у короткому викладі характеризують експлуатаційну надійність об'єктів теплоенергетики. У даному розділі більш детально розглянуті задачі оцінювання надійності апаратно-програмних засобів моніторингу об'єктів теплоенергетики. Оцінювання надійності таких систем моніторингу як основного об'єкта досліджень в даній роботі розглянуто на всіх етапах їх життєвого циклу. Інтегрально такі задачі оцінювання надійності можна умовно розділити на:

А) апіорну на етапах проектування, розробки, виготовлення систем як пряму задачу оцінювання їх надійності;

Б) апостеріорну на етапах випробувань, експлуатації, модернізації як обернену задачу оцінювання їх надійності.

Далі наведемо матеріали по оцінюванню надійності апаратно-програмних засобів систем моніторингу об'єктів теплоенергетики, базуючись на вказаних вище задачах.

Терміни та визначення надійності. Основи надійності систем моніторингу як технічних систем використовують специфічну систему початкових понять, термінів та визначень. На сьогодні проводиться гармонізація стандартів в області надійності технічних систем на міжнародному рівні, в якій активну участь приймає Україна, для формування узгодженої системи термінів, визначень. При формулюванні наведених наступних визначень використані державні стандарти України, фундаментальні праці по надійності [1-17].

Досліджуваний об'єкт та його види. Термін «об'єкт» є загальним для технічних систем різної складності, включаючи апаратно-програмні системи моніторингу.

Об'єкт – система, споруда, машина, підсистема, апаратура, функціональна одиниця, пристрій, елемент чи будь-яка їх частина, що розглядається при дослідженнях надійності як самостійна одиниця.

Тому, у подальшому тексті терміни *об'єкт*, *технічна система*, *система моніторингу* або просто *система* будуть використовуватись як синоніми.

Серед досліджуваних об'єктів виділяють наступні види:

ремонтований або ремонтпридатний;
неремонтпридатний;
відновлюваний;
невідновлюваний;
обслуговуваний;
не обслуговуваний;

Властивості об'єктів. Зупинимось на основних властивостях надійності досліджуваних об'єктів.

Надійність є комплексною властивістю, яка залежно від призначення об'єкту і умов його застосування може включати безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність і збережуваність або певні поєднання цих властивостей.

Надійність як узагальнений термін застосовується тільки для загального не кількісного опису вказаних властивостей. Тому мають місце наступні визначення.

Безвідмовність – властивість об'єкту виконувати потрібні функції в певних умовах протягом заданого інтервалу часу або наробітку.

Довговічність – властивість об'єкту виконувати потрібні функції на часовому інтервалі до переходу у граничний стан при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту.

Збережуваність – властивість об'єкту зберігати в заданих межах значення характеристик, що визначають здатність об'єкта виконувати потрібні функції при експлуатації, під час і після зберігання та (або) транспортування.

Ремонтпридатність – властивість об'єкта бути пристосованим до підтримки та відновлення стану, в якому він здатний виконувати потрібні функції за допомогою технічного обслуговування та ремонту.

Готовність – властивість об'єкта бути здатним виконувати потрібні функції в заданих умовах у будь-який час чи протягом заданого інтервалу часу за умови забезпечення необхідними зовнішніми ресурсами. Ця властивість залежить від поєднання властивостей безвідмовності, ремонтпридатності та забезпечення технічного обслуговування і ремонту.

Стан досліджуваного об'єкта. З позиції надійності об'єкт може знаходитися в наступних технічних станах: справність

(працездатний стан), несправність (непрацездатний стан), критичний стан і граничний стан.

Так, *справність* – стан об'єкта, за яким він здатний виконувати усі задані функції об'єкта.

Живучість – властивість об'єкта зберігати обмежену працездатність в умовах зовнішніх дій, що призводить до відмов його складових частин.

Критичний стан – стан об'єкта, що може призвести до травмування людей, значних матеріальних збитків, чи інших нештатних наслідків.

Для конкретного об'єкта повинні бути встановлені критерії критичного стану.

Граничний стан – стан об'єкта, за яким його подальша експлуатація неприпустима або недоцільна, або відновлення його працездатного стану неможливе або недоцільне.

Види відмов досліджуваних об'єктів. Більш детальноше зупинимось на одному з найбільш вагомих визначень функціонування об'єктів в основах надійності технічних систем.

Відмова – подія, що полягає у втраті об'єктом здатності виконувати потрібну функцію, тобто у порушенні працездатного стану об'єкта.

Часткова відмова – відмова, що призводить до неспроможності об'єкта виконувати частину з потрібних функцій.

Повна відмова – відмова, що призводить до повної неспроможності об'єкта виконувати жодну з потрібних функцій.

Деградована відмова – відмова, спричинена процесами деградації в об'єкті при дотриманні усіх встановлених правил і (або) норм його проектування, виготовлення та експлуатації.

Резервування об'єктів. Одним із основних способів підвищення надійності систем моніторингу є резервування як спосіб забезпечення надійності об'єкту за рахунок використання додаткових засобів та (або) можливостей, надлишкових відносно мінімально необхідних для виконання потрібних функцій.

В якості додаткових засобів і (або) можливостей, що використовуються для резервування (резерву), застосовують: резервні елементи структури об'єкту (структурне резервування); резервування з застосуванням резервів часу (тимчасове резервування);

резервування з застосуванням резервів інформації (інформаційне резервування); резервування, при якому використовується здатність елементів об'єкту виконувати додаткові функції (функціональне резервування); резервування, при якому використовується здатність елементів об'єкту сприймати додаткові навантаження поверх номінальних (навантажувальне резервування) тощо.

Інформаційні технології. Наведена вище термінологія є загальноприйнятою при дослідженнях надійності технічних систем і в основному характеризує апаратні засоби систем моніторингу. До складу систем моніторингу наряду з апаратними засобами входить так зване *м'яке обладнання*, яке включає інформаційне забезпечення: фізичні і математичні моделі функціонування системи для виконання необхідних функцій, алгоритмічне і програмне забезпечення. Відомо, що результати дослідження надійності апаратних засобів технічних систем накопичувалися впродовж другої половини двадцятого і початку двадцять першого віків і для неї створена велика база розрахункових і експлуатаційних характеристик надійності. Характеристики надійності інформаційних засобів технічних систем менш досліджені, а ще менш досліджені характеристики надійності в цілому апаратно-програмних систем (АПС), як результат взаємодії апаратних і інформаційних засобів.

Коротко розглянемо термінологію інформаційних засобів систем моніторингу, яка на сьогодні є не в такій мірі узгодженою і загально прийнятою [14, 16, 18-26].

В підрозділі 1.4 при постановці задачі моніторингу в теплоенергетиці було розглянуто створення необхідного інформаційного забезпечення для розв'язку таких задач. Була наведена відповідна класифікація інформаційного забезпечення. Далі будуть наведені лише основні компоненти інформаційного забезпечення, які використовуються при визначенні надійності систем моніторингу в теплоенергетиці.

Інформаційне забезпечення. Відмічалось раніше, що визначення *інформаційне забезпечення* важко формалізувати, оскільки складається з великої кількості різноманітних компонент. До складу інформаційного забезпечення для оцінювання характерис-

тик надійності систем моніторингу використовуються наступні основні компоненти, у тому числі:

фізичні і математичні моделі, які гомоморфно відображають функціонування систем при виконанні послідовності n необхідних функцій при заданих режимах роботи в часі і просторі, враховують умови застосування систем;

бази розрахункових і експлуатаційних параметрів, характеристик, включаючи характеристики надійності технічних пристроїв, модулів, підсистем, які використовуються при створенні систем і інші;

бази даних випробувань, вимірювань, контролю і діагностики при експлуатації, результатів їх обробки та інші;

алгоритмічне забезпечення завдань комп'ютерного моделювання, включаючи обчислювальні завдання комп'ютерного моделювання різних варіантів структури створюваної системи і інші;

алгоритмічне забезпечення роботи різних підсистем створюваної системи:

а) автоматичного проектування (САПР);

б) статистичної обробки даних вимірювань, контролю і діагностики та прогнозу;

в) автоматичного управління режимами функціонування;

г) системи діалогового управління «система-оператор» та інші;

програмне забезпечення реалізації теоретичного (математичного) і алгоритмічного забезпечень;

нормативно-технічне забезпечення.

Інформаційне забезпечення досліджень системи на надійність розглядається в широкому сенсі на усіх етапах її життєвого циклу.

Слід відмітити динаміку інтегрального накопичення інформаційного забезпечення, його коригування, зміни у міру появи нової інформації при реалізації послідовності етапів життєвого циклу системи. Роль і зміст інформаційного забезпечення відображають загальний підхід до такого складного інформаційного продукту, його інформаційного ресурсу [12, 13, 17, 19, 24].

Інформаційний сигнал є фізичним носієм інформації. Результатом дії інформаційних сигналів є бази даних вимірів, контролю і діагностики, результати обробки, протоколи випробувань, проектна і робоча документація і так далі.

Вагома частина інформаційних сигналів є часовими рядами, отриманими дискретизацією за часом, квантуванням по рівню неперервних (аналогових) сигналів і кодовані у більшості випадків, в двійковій системі числення. Такі сигнали іменуються також *цифровими*. Більш детально інформаційні сигнали систем моніторингу об'єктів теплоенергетики розглянуто в другому розділі даної роботи.

Виконання об'єктом послідовності n необхідних функцій визначається конкретним призначенням системи, при цьому визначається як кількість n, так і характер виконання цих функцій.

Програма підвищення надійності включає широке коло заходів підвищення надійності системи на усіх етапах її життєвого циклу, у тому числі, на етапах проектування і виготовлення, використання різних видів резервування, а на етапі експлуатації - процесів і технологій відновлення, ремонту, модернізації і обслуговування.

Задачі теорії надійності. Для розв'язку задач надійності систем моніторингу запропоновано проводити два етапи аналізу надійності [5]:

апріорний аналіз надійності системи при теоретичних, включаючи імітаційні дослідження;

апостеріорний аналіз надійності системи для практичних оцінок характеристик надійності.

Така класифікація задач теорії надійності відіграє суттєву роль при обґрунтуванні постановок задач, використанні різних початкових даних, вибору того чи іншого напрямку математичного апарату при проведенні досліджень системи.

Пряма задача теорії надійності – обґрунтування розрахункових характеристик надійності створюваних систем при проведенні теоретичних та імітаційних (модулюючих) досліджень системи на надійність.

При цьому на основі використання апріорної бази даних (бази знань) про створювану систему, результатів досліджень аналогічних систем, в тому числі і результатів лабораторних, експериментальних досліджень в процесі проведених теоретичних досліджень обґрунтовуються:

математичні моделі;

алгоритми визначення характеристик надійності, що дає змогу виконати відповідні обчислення, розробити програмне забезпечення для проведення моделювання.

У загальному випадку імітаційне моделювання для заданої моделі системи моніторингу може проводитись і на моделях різної фізичної природи. Але на сьогодні найбільш потужним є метод математичного і комп'ютерного моделювання з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки.

Широке впровадження засобів обчислювальної техніки, використання нових інформаційних технологій у значній мірі збільшило можливості комп'ютерного моделювання різних варіантів структур, технічних характеристик, характеристик надійності. Обґрунтування оптимальних варіантів з використанням критеріїв оптимальності (наприклад, мінімізація вагових, енергетичних та економічних показників) підвищує ефективність використання системи моніторингу.

Обернена задача теорії надійності – отримання по результатам статистичної обробки даних випробувань, експлуатації і підтвердження на основі статистичних методів, наприклад, на основі використання статистичних гіпотез, відповідності характеристик надійності системи аналогічним розрахунковим характеристикам надійності при створенні системи.

Порівняльний аналіз результатів прямої і оберненої задач теорії надійності дає змогу узгодити методологію теоретичних та експериментальних досліджень науково-технічних проблем надійності систем. А результати такого аналізу дають в одних випадках досягти узгодження теорії і практики, а в інших на базі неузгоджених проблем сформулювати перспективні задачі теорії і практики основ надійності систем.

З метою розкриття суті методології постановки і розв'язання прямої і оберненої задач теорії надійності на рис. 7.1 наведена наступна спрощена схема основних напрямів процесу визначення результатів прямої і оберненої задач теорії надійності.

На рис. 7.2 наведено умовну структурну схему взаємозв'язку основних етапів життєвого циклу системи моніторингу на надійність з основами і методами природничих та технічних наук для двох видів характеристик надійності [1-5, 14-26]:

- розрахункових (пряма задача);
- експериментальних (обернена задача).

Оцінювання надійності апаратно-програмних засобів систем моніторингу

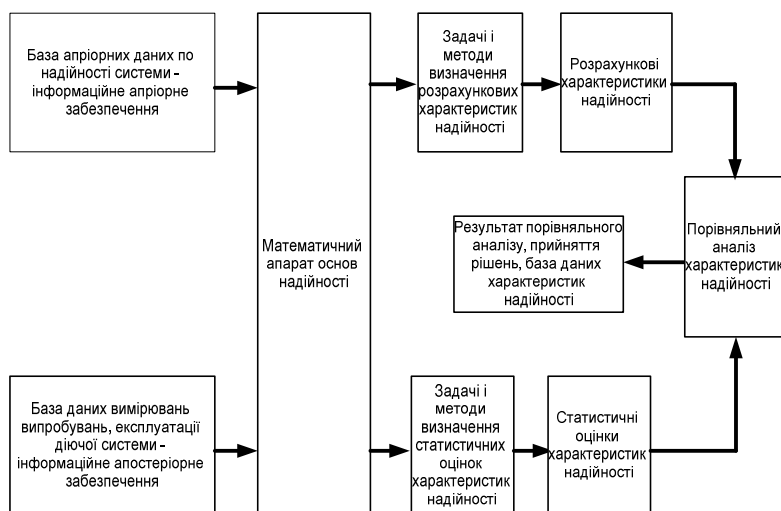


Рис.7.1. Схема напрямів процесу визначення розрахункових та експериментальних характеристик надійності системи

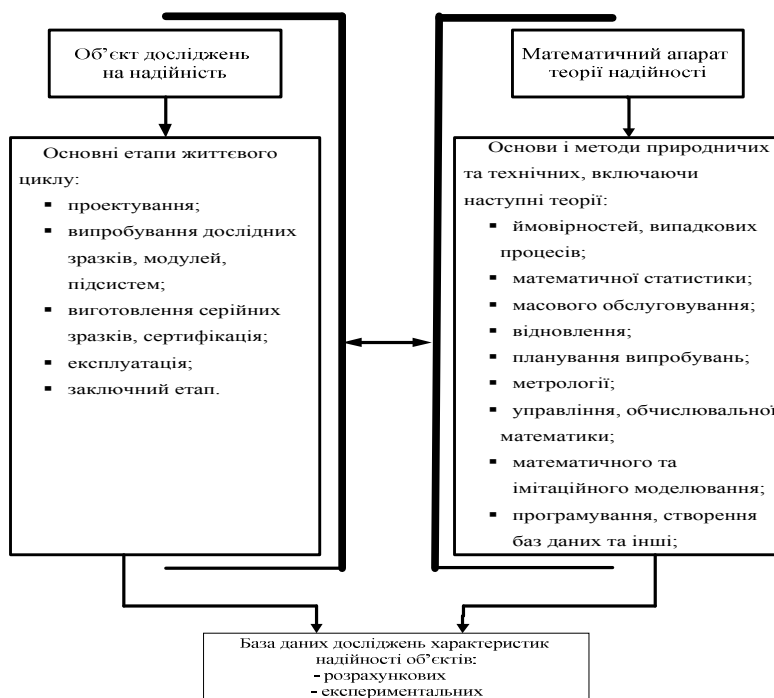


Рис. 7.2. Структурна схема взаємозв'язку етапів життєвого циклу системи з напрямками використання математичного апарату на надійність

Наведемо основні напрями досліджень на надійність загального математичного апарату, які використовуються на відповідному етапі життєвого циклу системи.

Етап проектування системи. Перед початком етапу проектування системи виконується значний об'єм робіт по обґрунтуванню, розробці і узгодженні технічного завдання на створення системи між замовником та виконавцем – розробником системи.

В технічному завданні на систему наведені всі технічні характеристики, в першу чергу характеристики надійності, часові терміни виконання розробки системи, проведення випробувань, сертифікація та передача системи для експлуатації, вартість розробки системи та інше.

На етапі проектування системи проводяться, в основному, теоретичні та імітаційні дослідження з метою отримання розрахункових (базових) характеристик надійності конкретно розроблюваної системи. При цьому математичний апарат теорії надійності систем використовується в повному об'ємі. На подальших етапах життєвого циклу системи отримані результати теоретичних і імітаційних (моделюючих) досліджень можуть доповнюватись даними натурних випробувань, експлуатації, коректуватись, уточнятись, підтверджуватись відповідними статистичними гіпотезами з використанням критеріїв згоди.

Методи теорії ймовірностей, випадкових процесів. Відомо, що основні характеристики (параметри) досліджуваної системи обумовлені дією у часі і просторі значної кількості факторів, фізична природа яких стохастична. Тому ймовірнісні моделі знайшли найбільш широке використання при створенні математичних моделей в теорії надійності [1-5, 13-22, 24-26].

Випадкові величини є ймовірнісними моделями, наприклад, терміну безвідмовної роботи елементів та системи, часу відновлення, величини зносу механічних деталей за визначений час та інші. Відмітимо про певну специфіку у порівнянні з традиційними класичними заданнями моделей випадкових величин, випадкових процесів і їх законів розподілу при визначенні характеристик надійності, яка полягає у наступному:

характеристики надійності є функціями часу і мають фізичну розмірність часу (у більшості випадків одиницею часу є 1 год = 60 хв = 3600 сек = $3.6 \cdot 10^9$ мсек = 1/24 доби = 1/365 · 24 року);

в ряді випадків використовується також одиниця частоти відмов об'єкта $1\Phi_{it}=10^{-9}$ 1/год;

закони розподілу випадкової величини, а саме функція розподілу ймовірностей $F(t)$ і щільність розподілу ймовірностей $p(t)$ є також функціями часу, тобто аргументом функцій $F(t)$ і $p(t)$ є час, який у більшості випадків має область визначення $t \in [0, \infty)$, на відміну від традиційного аргументу числової вісі $x \in R = (-\infty, \infty)$.

Коротко наведемо типові закони розподілу випадкових величин, в основному як частинні випадки безмежно подільних законів розподілу, які знайшли широке використання в якості математичних моделей в задачах дослідження надійності систем моніторингу [1,2].

1. *Біноміальний закон* розподілу дискретної випадкової величини $\xi(\omega)$ виду

$$\mathbf{P}\{\omega \in \Omega : \xi(\omega) = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.1)$$

описує широке коло результатів експериментів, які проводяться за так званою схемою Бернуллі. В теорії надійності за схемою Бернуллі проводяться випробування на відмову значної кількості систем, модулів, елементів. У такому експерименті на надійність випадкова величина $\xi(\omega)$ визначає випадкове число k відмов у серії з n випробувань, які проводяться за однаковими умовами і незалежно один від одного. Результатом кожного випробування є подія A – відмова, яка відбувається з ймовірністю $\mathbf{P}(A) = p$ і якій приписується число 1, або подія B – невідмова, яка відбувається з ймовірністю $\mathbf{P}(B) = 1 - p$ і якій приписується число 0.

2. *Закон Пуассона* є однопараметричним законом розподілу дискретної величини $\xi(\omega)$ виду

$$\mathbf{P}\{\omega \in \Omega : \xi(\omega) = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.2)$$

де параметр $\lambda > 0$ характеризує інтенсивність появи подій в одиницю часу. Характерно, що для подій, які мають дуже малу ймовірність появи на часовій вісі при серії випробувань $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0, np \rightarrow \lambda$ має місце (1.1), тобто

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \sim \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

В теорії надійності закон Пуассона використовується для опису потоків випадкових подій, наприклад, відмов в системах та інше.

3. *Експоненціальний або показниковий закон* розподілу неперервної випадкової величини $\xi(\omega)$ з областю значень $(0, \infty)$ описується наступною щільністю розподілу ймовірностей

$$p(t) = p(t, \alpha) = \alpha \exp(-\alpha t), \quad \alpha > 0. \quad (7.3)$$

В теорії надійності дослідження такої випадкової величини займає особливе місце. Незважаючи на той факт, що модель експоненціально розподіленої випадкової величини використовується для досліджень надійності систем, які не змінюють своїх характеристик і параметрів в часі і в просторі, тобто не зношуються і не старіють, саме така випадкова величина дає змогу у більшості випадків на етапі проектування отримати попередні розрахункові характеристики надійності систем.

4. *Закон Гаусса або нормальний закон* розподілу є двопараметричним $N(a, \sigma)$, описується функцією розподілу

$$F(t) = \mathbf{P}\{\omega \in \Omega: \xi(\omega) < t\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (7.4)$$

і його широке використання в задачах дослідження надійності систем підтверджується значною кількістю практичних прикладів.

Закон Гаусса як базовий використовується для таких законів розподілу:

- зрізаний нормальний;
- логарифмічний нормальний;
- χ^2 - розподіл;

розподіл Фішера та інші.

5. *Гамма розподіл* неперервної випадкової величини $\xi(\omega)$ з областю значень $(0, \infty)$ і двома параметрами (α, λ) має наступну щільність розподілу

$$p(t) = p(t; \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t), \quad (7.5)$$

де $\alpha > 0, \lambda > 0$ додатні параметри, α іменується параметром форми, а λ – параметром масштабу розподілу, а $\Gamma(\alpha)$ - гамма функція.

5А. При $\alpha = 1$ гамма розподіл описується показниковим законом розподілу (7.3).

5Б. При цілочисельних $\alpha = n \in N$ гамма розподіл описується розподілом Ерланга, тобто

$$p(t) = p(t; n, \lambda) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} t^{n-1} \exp(-\lambda t). \quad (7.6)$$

Слід відмітити, що використання гамма закону розподілу та його частинних випадків у більшості пов'язано з характеристиками відмов технічних систем.

6. *Розподіл Вейбулла* неперервної випадкової величини $\xi(\omega)$ з областю значень $(0, \infty)$ і двома параметрами (α, λ) має наступну щільність розподілу

$$p(t) = p(t; \alpha, \lambda) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t^\alpha) \quad (7.7)$$

і відповідно

$$M\xi(\omega) = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{1/\alpha}}; \quad D\xi(\omega) = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{2/\alpha}}.$$

Значна кількість ймовірнісних моделей в задачах досліджень надійності, в основному механічних систем, ефективно використовують розподіл Вейбулла, підтверджуючи той факт, що поява і обґрунтування такого розподілу базувалось на експериментальних дослідженнях надійності шарикопідшипників.

6А. При $\alpha = 1$ закон Вейбулла описується показниковим законом.

6Б. При $\alpha = 2$ закон Вейбулла описується законом Релея.

До законів розподілу, які можна умовно назвати сучасними і які є розв'язком стохастичних диференціальних рівнянь, які описують фізичні дифузійні процеси деградації – зношування та руйнування технічних систем, відносяться наступні два розподіли [1, 5, 18, 24].

7. *DM – дифузійний монотонний розподіл* так званих дифузійних випадкових процесів, які в якості математичних моделей використовуються при дослідженнях характеристик надійності у більшій мірі механічних систем, де переважають відмови, причинами яких є процеси зношування, втоми і корозії, описується виразами

$$\begin{aligned} p(t) &= p_M(t; \mu, v) = \frac{t + \mu}{2vt\sqrt{2\pi\mu t}} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right), \\ F(t) &= F_M(t; \mu, v) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right), \quad M\xi(\omega) = \mu\left(1 + \frac{v^2}{2}\right), \\ D\xi(\omega) &= \mu^2 v^2 \left(1 + \frac{5v^2}{4}\right). \end{aligned} \quad (7.8)$$

де $\Phi(t)$ - інтеграл ймовірності.

8. *DN – дифузійний немонотонний розподіл* моделей випадкових процесів, які використовуються при дослідженнях надійності електронних систем, що складаються з електротехнічних виробів і механічних елементів, основною причиною відмов яких є процеси старіння, різні процеси електричної природи і процеси втоми описується наступними виразами

$$\begin{aligned} p(t) &= p_N(t; \mu, v) = \frac{\sqrt{\mu}}{vt\sqrt{2\pi t}} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right) \\ F(t) &= F_N(t; \mu, v) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right) + \exp\left(\frac{2}{v^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{t + \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right) \\ M\xi(\omega) &= \mu \quad D\xi(\omega) = \mu^2 v^2 \end{aligned} \quad (7.9)$$

В розподілах 7 (DM- розподіл) і 8 (DN- розподіл) використані наступні параметри:

$\mu = \frac{1}{a}$ є параметром масштабу дифузійних законів розподілу

і його значення обернене значенню середньої швидкості процесу деградації a ;

ν є параметром форми дифузійних законів розподілу як коефіцієнт варіації процесу деградації, значення якого визначається за формулою $\nu = \delta_a / a$, де δ_a - середньоквадратичне відхилення середньої швидкості процесу деградації a .

Випадкові процеси. Ефективність використання методів визначення характеристик надійності технічних систем в повній мірі залежить від адекватності математичних моделей процесів функціонування досліджуваних систем. Такими моделями є випадкові процеси як упорядковані по часу послідовності випадкових величин. Значна кількість факторів впливу на функціонування технічних систем мають фізичну стохастичну природу, що обґрунтовує використання випадкових процесів. Якщо говорити про загальний клас випадкових процесів, то значна кількість моделей процесів функціонування технічних систем в задачах визначення їх характеристик надійності описується класом випадкових процесів з незалежними приростами і безмежно подільними законами розподілу, частинними випадками яких є закони розподілу Гаусса, Пуассона, Гамма розподіли та інші. Структура таких процесів складається з двох адитивних компонент: гауссової, яка характеризує неперервні процеси, що накопичуються при функціонуванні системи, наприклад, процеси старіння, різні процеси дифузійного типу, і пуассонівської, яка характеризує імпульсні (дискретні) процеси, такі як відмова, миттєві в часі розлади роботи елементів, модулів, ланок, підсистем.

В класі випадкових процесів з незалежними приростами найбільш часто використовуються наступні моделі [1, 4, 24]:

- марковські і напівмарковські процеси;
- гауссові процеси;
- однорідні та неоднорідні процеси Пуассона;
- процеси відновлення.

Важливу роль при дослідженнях характеристик надійності систем відіграють результати розв'язку наступних задач [3]:

визначення статистичних характеристик перетину траєкторіями (реалізаціями) процесів функціонування системи заданого рівня (області допустимих рівнів інтенсивності), які характеризують відмови в рамках теорії викидів випадкових процесів;

часових моментів розладу характеристик, параметрів процесів функціонування системи.

Конкретизація виду і характеристики відповідного випадкового процесу обґрунтовується постановкою конкретної задачі визначення характеристик надійності досліджуваних систем.

Методи математичної статистики. В задачах надійності технічних систем методи математичної статистики використовуються, в першу чергу, при обробці статистичних даних випробувань об'єктів на надійність.

На етапі проектування, базуючись на обґрунтованих математичних моделях безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності та збережуваності технічних систем, розробляються методики статистичної обробки даних випробувань.

Методи теорії відновлення являються основним математичним апаратом при розв'язанні задач резервування систем для забезпечення їх надійності.

На етапі проектування обґрунтовуються постановки прямих задач резервування елементів блоків, модулів, підсистем створеної системи і отримуються розрахункові дані резервування елементів. Використання таких даних резервування є невід'ємним важливим розділом при проектуванні систем.

Методи теорії планування експериментів (випробувань) на етапі проектування технічної системи обґрунтовуються в залежності від постановки задач. Так, наприклад, в процесі проведення випробувань вирішуються наступні задачі:

- підтвердження принципів функціонування системи;
- сумісність роботи їх модулів і підсистем;
- перевірка розрахункових моделей, які використані при проектуванні;

– оцінка і підтвердження необхідного рівня характеристик надійності для довговічності і ремонтпридатності системи.

Розробляються методи проведення випробувань, статистичної обробки даних випробувань, узгодження розрахункових характеристик надійності з отриманими експериментальними характеристиками надійності.

Методи теорії масового обслуговування використовуються при постановках задач резервування елементів, модулів, підсистем створюваної системи.

Методи теорії вимірювань (метрології) використовуються при проектуванні підсистем вимірювань, контролю, моніторингу та діагностики.

Методи теорії управління використовуються при проектуванні підсистем управління створюваної системи.

Методи обчислюваної математики дають можливість визначити точнісні характеристики досліджуваних характеристик надійності при проведенні комп'ютерних експериментів.

Методи математичного та імітаційного моделювання є основними на етапі проектування системи. На базі створення:

- математичного забезпечення;
- програмного забезпечення і проведення відповідного обчислювального експерименту проводиться порівняльний аналіз варіантів структури створюваної системи.

Методи програмування, створення баз даних дають можливість з використанням засобів обчислювальної техніки використати цифрові методи розробки технічної та конструкторської документації для створення і виготовлення системи.

Рівень автоматизації проектування. Автоматизація проектування є важливим чинником, що впливає на рівень надійності складних технічних систем, оскільки дозволяє вирішити наступні завдання: істотно понизити кількість проектних помилок, підвищити якість конструкторської і технологічної документації, ство-

рити умови для багатоваріантного проектування і вибору оптимального варіанту, скоротити терміни проектування, звільнивши тим самим певний час на доопрацювання технічних рішень, узгодження параметрів, проведення випробувань.

За рівнем автоматизації в даний час розрізняють три класи системи автоматизованого проектування: системи низько автоматизованого (до 25%), середньо автоматизованого (від 25 до 50%), високо автоматизованого (понад 50%) проектування.

Складовою частиною в системі автоматизованого проектування може входити система автоматизованого проектування надійності. У системі автоматизованого проектування надійності найбільше застосування знаходять автоматизовані системи розрахунків характеристик надійності, що використовують базу даних про надійність елементів.

Етап виготовлення та випробування дослідних зразків, модулів, підсистем. При наявності проектної та конструкторської документації на створювану систему проводиться наступні роботи:

підготовка виробництва для виготовлення дослідних зразків модулів, підсистем;

при виготовленні дослідних зразків виконується операції вхідного контролю комплектуючих виробів, елементів електричних схем та конструкцій;

реалізується розроблена на етапі проектування методика і відповідні плани проведення випробувань з використанням інформаційно-вимірювальних систем для отримання даних вимірювань, характеристик та параметрів інформаційних сигналів, досліджуваних дослідних зразків модулів, підсистем;

реалізується розроблена на етапі проектування методика статистичної обробки даних випробувань і визначення експериментальних характеристик надійності досліджуваних модулів, підсистем;

за результатами порівняльного аналізу розрахункових та експериментальних характеристик надійності вносяться необхідні корективи в проектну технічну та конструкторську документацію;

за результатами порівняльного аналізу з використанням статистичних методів узгодження вносяться відповідні корективи в

розрахункові відповідні математичні моделі, математичне та програмне забезпечення комп'ютерного моделювання при визначенні характеристик надійності.

По результатам виконаних досліджень проводиться корегування проектної та конструкторської документації на розробку серійного зразка системи.

Етап виготовлення серійного зразка, сертифікація та передача в експлуатацію системи. На цьому етапі життєвого циклу системи виконуються наступні роботи:

підготовка виробництва для виготовлення серійних зразків системи з заданими характеристиками надійності;

при виготовленні серійних зразків системи виконується методика, яка розроблена на етапі проектування, налагодження різних модулів підсистем, перевірка їх функціонування для реалізації заданих функцій;

перевірка виготовленого серійного зразка діючої системи на функціонування і проведення її сертифікації з використанням метрологічно атестованих вимірювальних засобів, включаючи сертифікацію характеристик надійності системи.

Етап експлуатації. Даний етап життєвого циклу системи є найбільш тривалим по часу і включає в себе виконання наступних операцій:

транспортування, налагодження і запуск в експлуатацію системи;

поточний моніторинг функціонування системи в заданих режимах з використанням підсистем вимірювань, контролю, діагностики та управління;

формування бази даних вимірювань функціонування системи з подальшою статистичною обробкою даних вимірювань характеристик, параметрів інформаційних сигналів;

реалізації методики, яка була розроблена на етапі проектування, побудови довгострокового моніторингу та визначення прогнозованих характеристик надійності системи;

реалізація методики ремонту системи;

коректування математичного та програмного забезпечення комп'ютерного моделювання варіантів модернізації діючої системи, проведення моделюючого експерименту і формування ре-

комендацій модернізацій діючої системи з метою підвищення ефективності її використання з відповідним зростанням характеристик надійності системи;

реалізація рекомендацій по модернізації системи.

Заключний етап життєвого циклу системи. Даний етап є найбільш наукоємний в життєвому циклі системи і полягає в формуванні даних досліджень всіх етапів, їх систематизації і теоретичному, з використання математичного апарату, узагальненню результатів досліджень надійності конкретного виду систем. Таке узагальнення результатів досліджень надійності дає відповідне науково-технічне, інформаційне, математичне та програмне забезпечення для створення нових, перспективних високонадійних систем моніторингу.

На даному етапі виконується також роботи по утилізації системи, яка вичерпала свій технічний ресурс.

7.2. Основні характеристики надійності систем моніторингу

До характеристик надійності систем відносяться кількісні характеристики надійності, які визначаються методами статистичної теорії надійності. Області застосування цієї теорії у першу чергу характеризуються дослідженнями об'єктів масового виробництва, які виготовляються і експлуатуються у статистичних однорідних умовах і до яких може застосовуватися статистичне визначення імовірності.

Методи статистичної теорії надійності дозволяють встановити вимоги до надійності компонентів і елементів на основі вимог до надійності системи в цілому.

Статистична теорія надійності є складовою частиною більш загального підходу до розрахункової оцінки надійності систем, при яких відмова розглядається як результат взаємодії об'єкта як фізичної системи з іншими об'єктами і навколишнім середовищем.

Нижче наведені наступні характеристики надійності досліджуваних систем [1-5, 18-21]:

надійності – кількісна характеристика однієї чи декількох із тих властивостей, які в сукупності складають надійність системи при виконанні ним послідовності в необхідних функцій;

одиночної надійності – характеристика надійності, що характеризує одну із тих властивостей, які в сукупності складають надійність системи при його функціонуванні;

комплексної надійності – характеристика надійності, що характеризує декілька властивостей, із тих, які в сукупності складають надійність системи при його функціонуванні.

Характеристики надійності прийнято класифікувати за наступними ознаками:

а) за властивостями надійності системи розрізняють характеристики:

- безвідмовності;
- довговічності;
- ремонтпридатності;
- збережуваності;

б) за числом властивостей системи, що визначається характеристикою надійності, розрізняють:

одиночну (характеризує одну з властивостей надійності);
комплексну (характеризує одночасно декілька властивостей надійності, наприклад, безвідмовність і ремонтпридатність);

в) за числом характеристик надійності систем розрізняють:
групові – які можуть бути визначені і встановлені тільки для сукупності систем; рівень надійності окремого екземпляру системи при цьому не регламентується;

індивідуальні – які встановлюють норму надійності для кожного екземпляру системи із сукупності, яка розглядається (або одиночної системи);

змішані – можуть виступати як групові або індивідуальні;

г) за джерелом інформації для оцінки рівня розрізняють:

- розрахункові;
- експериментальні;
- експлуатаційні;
- екстраполяційні (прогнозні);

при цьому екстраполяційна характеристика надійності – характеристика надійності, точкова або інтервальна оцінка якої визначається на основі результатів розрахунків, випробувань і (або) експлуатаційних даних шляхом екстраполяції (прогнозу) на іншу часову тривалість експлуатації та інші умови експлуатації;

д) за розмірністю характеристики надійності систем виділяють за:

наробітком в часі;
 строком роботи в часі;
 безрозмірні (у тому числі, імовірність подій).

Характеристики надійності невідновлюваних систем. Розглянемо більш детально характеристики надійності одного з основних видів систем моніторингу. В теорії надійності найбільш об'єктивним критерієм надійності невідновлюваної системи є ймовірність безвідмовної роботи [2]. Це пояснюється наступними особливостями ймовірності безвідмовної роботи:

вона входить в якості функції часу в інші, більш загальні характеристики системи, наприклад, ефективність і вартість;

характеризує зміни надійності в часі;

може бути отримана порівняно просто розрахунковим шляхом в процесі проектування системи і оцінки в процесі його випробувань.

Ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$ – ймовірність того, що протягом заданого наробітку відмова системи не виникне, тобто

$$R(t) = \mathbf{P}\{\omega \in \Omega : \xi(\omega) > t\}, \omega \in \Omega, t \in [0, \infty), \quad (7.10)$$

де $\mathbf{P}\{\}$ – ймовірність події, указаної у дужках, $\xi(\omega)$ - випадкова величина з областями визначення і значень $t \in [0, \infty)$ характеризує значення часу наробітку системи, $\omega \in \Omega$ - елементарна випадкова подія появи відмови системи на $t \in [0, \infty)$, Ω - простір (множина) елементарних випадкових подій. Ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$ є функцією часу t наробітку системи. Функцію $R(t)$ вважають неперервною і диференційованою.

Ймовірність безвідмовної роботи визначається при умові, що в початковий період часу (моменту початку відрахування наробітку) система знаходилася у працездатному стані. Позначимо через t час або сумарний наробіток системи (в подальшому назвемо t просто наробіток). Виникнення першої відмови – випадкової події, а наробіток $\xi(\omega)$ від початкового моменту $t=0$ до виникнення цієї події – випадкова величина. Ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$ системи в інтервалі від 0 до t включно визначається виразом (7.10).

За статистичними даними про відмови системи ймовірність безвідмовної роботи визначається по формулі:

$$\tilde{R}(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (7.11)$$

де $\tilde{R}(t)$ – статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи; N – число систем на початку випробувань; $n(t)$ – число систем за час випробувань $t \in [0, t]$, що відмовили.

Якщо можливість системи виконувати задані функції характеризується одною характеристикою $v(t)$, то замість (7.10) маємо

$$R(t) = \mathbf{P}\{v_1(t') < v(t') < v_2(t'); t' \in [0, t]\}, \quad (7.12)$$

де $v_1(t)$ і $v_2(t)$ – граничні по умовам працездатності значення характеристик (ці значення, в загальному випадку є функціями часу).

Ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$ пов'язана з функцією розподілу $F(t)$ і щільністю розподілу $p(t)$ наробітку до першої відмови

$$F(t) = 1 - R(t); p(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}. \quad (7.13)$$

Поряд з поняттям «ймовірність безвідмовної роботи» часто використовується поняття «ймовірність відмови», яке визначається наступним чином: це ймовірність того, що система має відмову хоч би один раз на протязі заданого наробітку t , будучи працездатною у початковий момент часу. Ймовірність відмови на відрізьку від 0 до t визначається по формулі

$$F(t) = 1 - R(t). \quad (7.14)$$

Визначення безвідмовної роботи у відповідності з формулами (7.11) і (7.13) відносяться до систем, котрі повинні функціонувати на протязі деякого скінченного відрізьку часу. Для систем одноразового (дискретного) застосування ймовірність безвідмовної роботи визначається як ймовірність того, що при роботі системи відмова не виникає. Аналогічно вводиться ймовірність безвідмовного включення.

Середній наробіток до відмови $M\tilde{R}(t)$ – математичне сподівання наробітку до першої відмови.

Середній наробіток до відмови є досить наглядною характеристикою надійності. Але застосування цього критерію для оцінки надійності складної системи обмежене у тих випадках, коли:

час роботи системи значно менший середнього часу безвідмовної роботи;

закон розподілу часу безвідмовної роботи є неоднопараметричним і для достатньої повної оцінки потребує визначення моментів вищого порядку;

використовується резервування;

час роботи окремих модулів, частин складної системи різні.

Середній наробіток до відмови T_0 розраховується по формулі

$$T_0 = \int_0^{\infty} tp(t)dt, \quad (7.15)$$

де $p(t)$ – щільність розподілу наробітку до відмови.

З урахуванням (7.13) T_0 виражається через ймовірність безвідмовної роботи:

$$T_0 = \int_0^{\infty} tdR(t). \quad (7.16)$$

Статистична оцінка для середнього наробітку до відмови визначається формулою

$$\tilde{T}_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tau_j. \quad (7.17)$$

Формула (7.17) відповідає плану випробувань, при якому всі N систем випробуються до першої відмови.

Таким чином середній наробіток до відмови T_0 визначається як математичне сподівання випадкової величини $T(\omega), \omega \in \Omega$

$$T_0 = MT(\omega) = \int_0^{\infty} tp(t)dt. \quad (7.18)$$

Інтегруючи (7.18) по частинам і використовуючи системи, для яких $R(0)=1$, $F(0)=0$, $R(\infty)=0$, $F(\infty)=1$ тобто системи, що працездатні в початковий момент часу $t=0$ і, крім того, час роботи цих систем скінченний, отримуємо:

$$T_0 = -tR(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt. \quad (7.19)$$

Наприклад, при $\lambda = \text{const}$

$$R(t) = e^{-\lambda t}. \quad (7.20)$$

Тоді

$$T_0 = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (7.21)$$

У цьому випадку функція надійності має вигляд $R(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}$.

При виведенні формули (7.18) припускається, що система функціонує за час t , який змінюється від 0 до нескінченності. Значна частина технічних систем мають заданий скінченний технічний ресурс T_p . Для таких систем T_0 варто визначати за формулою:

$$T_0 = \int_0^{T_p} tp(t)dt + \int_{T_p}^\infty tp(t)dt. \quad (7.22)$$

Другий додаток враховує те, що при відпрацюванні системою свого технічного ресурсу, її знімають з експлуатації.

При $t \rightarrow \infty$ маємо $R(\infty)=0$, тому остаточно

$$T_0 = \int_0^{T_p} R(t)dt. \quad (7.23)$$

Наведемо визначення наступної характеристики надійності:

Частотою відмов називається відношення числа відмов системи в одиницю часу до початкового числа систем, що випробуються при умові, що всі які вийшли з ладу системи, не відновлюються.

За визначенням

$$\tilde{\alpha}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N\Delta t}, \quad (7.24)$$

де $n(\Delta t)$ – число систем, які відмовили в інтервалі часу від $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$.

Частотою відмов є щільність ймовірності (або закон розподілу) час роботи об'єкта до першої відмови. Тому

$$\alpha(t) = -R'(t) = F'(t), \quad F(t) = \int_0^t \alpha(t) dt, \\ R(t) = 1 - \int_0^t \alpha(t) dt. \quad (7.25)$$

На практиці інтенсивність відмов $\lambda(t)$ використовується при випробуваннях на надійність невідновлюваних систем масового виробництва.

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ – умовна щільність ймовірності виникнення відмови системи, яка визначається за умови, що до цього моменту відмова не виникла.

За цим визначенням маємо

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(\Delta t | t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - R(\Delta t | t)}{\Delta t}, \quad (7.26)$$

де $F(\Delta t | t)$ – умовна ймовірність відмови системи на інтервалі Δt , визначена при умові, що в момент t система знаходиться у працездатному стані; $R(\Delta t | t)$ – відповідна умовна ймовірність безвідмовної роботи.

Статистичне визначення інтенсивності відмов при випробуваннях визначається як

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{n(t)}{N_{cp}\Delta t}, \quad (7.27)$$

де $N_{cp} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}$ – середнє число справно працюючих систем в часовому інтервалі Δt ; N_i – число систем, справно працюючих систем на початку інтервалу Δt ; N_{i+1} – число систем, справно

працюючих систем у кінці інтервалу Δt ; $n(t)$ – число систем, які відмовили на часовому інтервалі Δt .

Ймовірність оцінки цієї характеристики знаходиться із виразу

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{R(t)}. \quad (7.28)$$

Умовна ймовірність безвідмовної роботи згідно визначення умовних ймовірностей записується у виді

$$R(\Delta t | t) = \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)}. \quad (7.29)$$

Підставляючи (7.29) у (7.26) отримуємо

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow t} \left[\frac{1 - \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)}}{\Delta t} \right] = -\frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{R(t + \Delta t) - R(t)}{\Delta t} \right] = \\ &= -\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{p(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} [\ln R(t)]. \end{aligned}$$

Розглянемо останню рівність

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} [\ln R(t)]. \quad (7.30)$$

Помножимо обидві частини (7.30) на dt і інтегруючи в границях від 0 до t , отримуємо

$$-\int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t d[\ln R(t)] = \ln R(t) \Big|_0^t = \ln R(t) - \ln R(0) = \ln R(t). \quad (7.31)$$

Потенціюючи останню рівність, отримуємо формулу, яка називається *основною формулою надійності*:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (7.32)$$

У випадку, коли $\lambda(t) \equiv \lambda = const$, основна формула надійності (7.32) дає експоненційний закон розподілу, який широко застосовується для моделювання випадкових відмов

$$R(t) = e^{-\lambda t}; \quad F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad p(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad T_0 = \frac{1}{\lambda}. \quad (7.33)$$

Типова крива залежності інтенсивності відмов (параметра потоку відмов) від часу наробітку системи на відмову [4] наведена на рисунку 7.3.

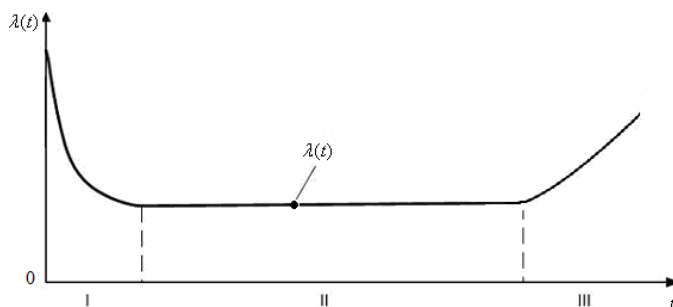


Рис 7.3. Залежності інтенсивності відмов $\lambda(t)$ від часу наробітку системи

На цій кривій виділено три характерних ділянки:

I. Початковий період експлуатації (період налагодження). Підвищений рівень інтенсивності відмов на цій ділянці пояснюється наявністю скритих дефектів виготовлення (погана пайка, дефекти монтажу тощо), які проявляються у початковий період експлуатації, приводять до відмов системи.

II. Період нормальної експлуатації. На протязі цього періоду, коли рівень накопичення пошкоджень, зношування, ще не такий високий, щоб інтенсивність відмов зазвичай має стабільно низькі значення, рівень яких визначається особливостями типу системи, його початковою якістю, режимом і умовами експлуатації. На цьому періоді експлуатації спостерігається дія характерних для системи видів раптових відмов, котрі у сукупності визначають рівень інтенсивності відмов на цій ділянці.

III. Заключний період експлуатації (період деградації). На протязі цього періоду експлуатації проходить прогресивне погіршення вихідних параметрів системи, викликані накопиченням

зношування і деградаційних пошкоджень, що визивають монотонне зростання інтенсивності відмов.

Характеристики надійності відновлюваних систем. Моделі надійності відновлюваних систем на відміну від невідновлюваних, які характеризуються лише моделлю безвідмовності, включають в себе три компоненти: модель безвідмовності, модель відновлення і модель контролю функціонування [4, 22].

Для відновлюваної системи часовий інтервал функціонування складається з послідовності часових інтервалів безвідмовної роботи, інтервалів часу відновлення і інтервалів часу виявлення скритих відмов. Коротко зупинимось на цих моделях.

Моделі безвідмовності. Така модель відновлюваної системи відрізняється від моделі невідновлюваної системи тільки тим, що вона є сукупність моделей безвідмовності між сусідніми відмовами. В основному розглядаються випадки, коли інтервали наробітку відновлюваних систем розташовуються в тому ж порядку, в якому слідує одна за одною відмови. Це дає змогу досліджувати модель безвідмовності відновлюваних систем використовуючи результати досліджень випадкових процесів, які описують послідовність відмов. Такі процеси іменуються потоками випадкових подій – потоками відмов. В теорії потоків випадкових для даного випадку потоку відмов розглядаються наступні характеристики [4, 5].

1. Число відмов $N(t)$ в інтервалі часу $(0, t)$ і, відповідно, $N(\tau, \tau + t) = N(\tau, t)$ в інтервалі $(\tau, \tau + t)$, якщо відлік інтервалу часу береться з моменту $\tau > 0$ на часовій вісі $\tau \in [0, \infty)$.

2. Ймовірність появи рівно n відмов на часовому інтервалі наробітку до t

$$R_n(t) = \mathbf{P}(N(t) = n); \quad R_n(\tau, \tau + t) = \mathbf{P}(N(\tau, t) = n).$$

3. Ймовірність того, що до наробітку t з'являється не менше n відмов

$$\pi_n(t) = \mathbf{P}(N(t) > n) = \sum_{i=1}^{\infty} R_i(t); \quad \pi_n(\tau, t) = \mathbf{P}(N(\tau, t) > n) = \sum_{i=1}^{\infty} R_i(\tau, t).$$

4. Середнє число відмов до заданого часового інтервалу наробітку, яке іменується ведучою функцією потоку відмов

$$\Lambda(t) = \mathbf{M}N(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nR_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \pi_n(t);$$

$$\Lambda(\tau, t) = \mathbf{M}N(\tau, t) = \sum_{n=1}^{\infty} nR_n(\tau, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \pi_n(\tau, t) = \Lambda(\tau + t) - \Lambda(\tau).$$

5. Інтенсивність потоку відмов

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{R_n(t, \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Lambda(t, \Delta t)}{\Delta t} = \frac{d\Lambda(t)}{dt};$$

$$v(\tau, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{R_n(\tau + t, \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Lambda(\tau + t, \Delta t)}{\Delta t} = \frac{d\Lambda(\tau + t)}{dt} = v(\tau + t).$$

6. Параметр потоку відмов

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(t, \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_1(t, \Delta t)}{\Delta t} = \left. \frac{d\pi_1(t, x)}{dx} \right|_{x=0};$$

$$\lambda(\tau, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(\tau + t, \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_1(\tau + t, \Delta t)}{\Delta t} = \left. \frac{d\pi_1(\tau + t, x)}{dx} \right|_{x=0} = \lambda(\tau + t).$$

7. Дисперсія числа відмов до заданого наробітку t

$$\mathbf{D}N(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 R_n(t) - \Lambda^2(t); \quad \mathbf{D}N(\tau, t) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 R_n(\tau, t) - \Lambda^2(\tau, t).$$

8. Функція розподілу інтервалу часу наробітку системи до n -ї відмови

$$F_n(t) = \mathbf{P}\{\omega \in \Omega : T_n(\omega) < t\}.$$

Для досліджень відновлюваних систем у кожному конкретному випадку використовуються відповідні види потоків відмов.

Моделі відновлення. Процес відновлення працездатності системи складається з наступних операцій:

виявлення відмови, яке проводиться або оператором або автоматизованою системою контролю функціонування;

локалізації та діагностування відмови, прийняття рішення про заміну чи ремонт відповідних елемента, модуля, що відмовили;

виконання робіт по відновленню працездатності системи;
налагодження функціонування і передача в подальшу експлуатацію.

Виконання вказаних операцій проводиться за відповідні інтервали часу, значення яких описується випадковою величиною $T_j(\omega_j), j = \overline{1,4}, \omega_j \in \Omega_j$.

Сумарний інтервал часу відновлення працездатності системи

$$T_e(\omega) = \sum_{j=1}^4 T_j(\omega_j)$$

також є випадковою величиною.

Закон розподілу величини $T_e(\omega)$ у кожному конкретному випадку обґрунтовується відповідною моделлю, в залежності від:

елементного складу, конструкції системи;
характеру відмови того чи іншого елемента;
умов технічного обслуговування та ремонту.

Так, наприклад, якщо із всіх компонент (1.53) основним є інтервал часу ліквідації відмови, то рекомендується використати експоненціальний закон розподілу випадкової величини $T_e(\omega)$

$$F_e(t) = 1 - \exp(-\mu/\bar{T}_e),$$

де μ – інтенсивність відновлення, \bar{T}_e – середній час відновлення.

При умові рівної інтенсивності відновлення всіх складових компонент об'єкта рекомендується використовувати рівномірний закон розподілу $T_e(\omega)$

$$F_e(t) = \begin{cases} 0, t \leq a, \\ (t-a)(b-a), a \leq t \leq b, \\ 1, t \geq b. \end{cases} \quad (7.34)$$

При умові, що в (7.4) два або більше компонент вносять основний вклад і мають експоненціальний закон розподілу з пара-

метром μ , а інші компоненти малі, то час відновлення описується законом Ерланга з параметрами k і μ

$$F_G(t) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\mu t)^i}{i!} e^{-\mu t},$$

де μ - інтенсивність відновлення основних компонент з експоненціальним законом розподілу, а k - число компонент.

Моделі відновлення при досліджень можуть бути обґрунтованими для кожного елементу, ланки, групи ланок, модуля, для всіх елементів системи.

Моделі контролю функціонування. Підсистема контролю та діагностування відновлюваної системи при визначенні відмов працює в двох режимах:

при реалізації відмови, як випадкової події, підсистема виявляє, локалізує і діагностує відмову в процесі відновлення працездатності системи;

в режимі функціонування системи підсистема дає можливість виявити скриті відмови і в деяких випадках зупинити їх реалізацію.

Для оцінки апаратних затрат на організацію контролю та діагностики в роботах по надійності пропонується ряд моделей, в тому числі логарифмічні і степеневі.

Згідно логарифмічної моделі, коефіцієнт повноти контролю $\beta \in (0,1)$ зв'язаний з коефіцієнтом відносних затрат апаратури на систему контролю

$$\delta = \lambda_k / \lambda_0$$

наступним співвідношенням

$$\delta = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{1-\beta}, \beta = 1 - e^{-\beta\delta},$$

де λ_k і λ_0 - інтенсивності відмов контрольної і відповідно основної апаратури, а параметр $\alpha \in (5,10)$ визначається структурою та характеристиками системи.

Така модель узгоджується з експериментальними даними при $\beta < 0,98$.

Степенева модель визначається співвідношенням

$$\delta = \beta^m; \beta = \delta^{1/m}, m \gg 1.$$

Така модель узгоджується з експериментальними даними при $\beta > 0,98$.

1. Таким чином експоненціальний розподіл (Е-розподіл) виду (7.3) з показниками:

$$p(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad R(t) = e^{-\lambda t}; \quad \lambda(t) = \lambda; \quad T_0 = \lambda^{-1},$$

використовується для систем, що не старіють і не зношуються. Оскільки практично систем, що не старіють, не існує, то ДСТУ рекомендують використовувати такий розподіл тільки для порівняльних оцінок надійності.

2. DM – дифузійний монотонний розподіл (7.8) для систем, наприклад, механічних, де переважають відмови, причинами яких є процеси зношування, втоми і корозії [1]:

$$p(t) = \frac{t + \mu}{2vt\sqrt{2\pi\mu t}} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right),$$

$$R(t) = 1 - \int_0^t p(x)dx = 1 - \int_0^t \frac{x + \mu}{2vx\sqrt{2\pi\mu x}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2v^2\mu x}} dx, \quad T_0 = \tau \left(1 + \frac{v^2}{2}\right),$$

де тут і далі μ і $v > 0$ – параметри масштабу і форми. Функцію $R(t)$ для DM – розподілу можна перетворити шляхом заміни

змінної $\frac{x - \mu}{v\sqrt{\mu x}} = u$. Тоді для $du = \frac{x + \mu}{2vx\sqrt{\mu x}} dx$, а границям зміни x

від 0 до t відповідають межі зміни u від $-\infty$ до $\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}$, отже,

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 - \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right),$$

де $\Phi(x)$ - інтеграл ймовірності.

3. DN - дифузійний немонотонний розподіл (7.9) для електронних схем і систем, що складаються з електротехнічних виро-

бів і механічних елементів, основною причиною відмов яких є процеси старіння, різні процеси електричної природи і процеси втоми:

$$p(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-v)^2}{2v^2\mu}}, \quad R(t) = \Phi\left(\frac{\mu-t}{v\sqrt{\mu}}\right) - e^{2v^{-2}} \Phi\left(-\frac{\mu+t}{v\sqrt{\mu}}\right), \quad T_0 = \mu.$$

4. LN – логарифмічно нормальний розподіл для систем основною причиною відмов є втома, зумовлена періодичними навантаженнями:

$$p(t) = \frac{1}{vt\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t/\mu)^2}{2v^2}}, \quad R(t) = \Phi\left(\frac{\ln t/\mu}{v}\right), \quad T_0 = \mu e^{\frac{v^2}{2}}.$$

5. W – розподіл Вейбулла (7.7) використовується для систем, надійність яких не досить точно описується розподілами E , DM , DN і LN :

$$p(t) = \frac{v}{\mu} \left(\frac{t}{\mu}\right)^{v-1} e^{-\left(\frac{t}{\mu}\right)^v}, \quad R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\mu}\right)^v},$$

$$\lambda(t) = \frac{v}{\mu} \left(\frac{t}{\mu}\right)^{v-1}, \quad T_0 = \mu \Gamma\left(1 + \frac{1}{v}\right),$$

де $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} u^{x-1} e^{-u} du$ – гамма-функція для $x > 0$.

Розглянуті п'ять розподілів часу безвідмовної роботи характеризують надійність елементів, у яких λ з часом зменшується, залишається постійною або зростає (монотонно чи з максимумом). Композиція трьох розподілів Вейбулла (KW)

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\mu_1}\right)^{v_1} - \lambda t - \left(\frac{t}{\mu_2}\right)^{v_2}}$$

(тут експоненціальний розподіл з параметром λ – окремий випадок розподілу Вейбулла) дозволяє описувати надійність елементів, що мають усі три стадії «життєвого циклу» (рис. 7.3) почат-

ковий період експлуатації ($0 < \nu_1 < 1$), період нормальної експлуатації ($\nu_1 = \nu_2 = 1$), заключний період експлуатації ($\nu_2 > 1$).

Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює множників ймовірності безвідмовної роботи її елементів на протязі того ж часу. Так як ймовірність безвідмовної роботи елементів на протязі часу t можна виразити через інтенсивність відмов у вигляді (7.34), то розрахункова формула для ймовірності безвідмовної роботи об'єкту при послідовному з'єднанні елементів можливо записати наступним чином:

$$\begin{aligned}
 R_c(t) &= p_1(t)p_2(t)\dots p_N(t) = \prod_{i=1}^N p_i(t), \\
 R_c(t) &= \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(t)dt\right) \exp\left(-\int_0^t \lambda_2(t)dt\right) \dots \\
 &\dots \exp\left(-\int_0^t \lambda_N(t)dt\right) = \exp\left(-\sum_{i=1}^N \int_0^t \lambda_i(t)dt\right)
 \end{aligned} \tag{7.35}$$

Вираз (7.35) найбільш загальний. Він дозволяє визначити ймовірність безвідмовної роботи системи до першої відмови при будь-якому законі зміни інтенсивності відмов в часі.

На практиці найбільш часто інтенсивність відмов об'єктів є величиною постійною. При цьому час виникнення відмови описується експоненціальним законом розподілу, тобто для нормального періоду роботи апаратури справедлива умова $\lambda = const$.

У цьому випадку вирази для кількісних характеристик приймуть вигляд:

$$R_c(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-\frac{t}{\tilde{t}_c}}, \lambda_c = \sum_{i=1}^N \lambda_i, a_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}, \tilde{t}_c = \frac{1}{\lambda_c}.$$

Якщо всі елементи даного типу рівно надійні, інтенсивність відмов системи буде

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i,$$

де N_i – число елементів i -го типу;

r – число типів елементів.

На практиці дуже часто приходиться обчислювати ймовірність безвідмовної роботи високо надійних систем. При цьому множник $\lambda_c t$ значно менший одиниці, а ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$ близька до одиниці. У цьому випадку, розклавши $e^{-\lambda_c t}$ у ряд і обмежившись першими двома його членами, з високою ступеню точності можливо обчислити $R(t)$.

Тоді основні кількісні характеристики надійності можливо з достатньою для практики точністю обчислити по наступним наближеним формулам:

$$R_c(t) = 1 - t \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i = 1 - \lambda_c t, \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i, \quad t_c = \frac{1}{\sum_{i=1}^r N_i \lambda_i} = \frac{1}{\lambda_c},$$

$$a(t) \approx \lambda_c (1 - \lambda_c t).$$

Обчислення кількісних характеристик надійності по наближеним формулам не дає великих помилок для систем, ймовірність безвідмовної роботи яких перевищує 0,9.

Класифікація факторів, що впливають на надійність систем. При аналізі функціонування систем моніторингу, які формуються на основі сучасних апаратно-програмних засобів враховують дію значної кількості факторів [1, 4, 5, 15, 16, 18-26].

Основні фактори впливу на надійність систем можна розділити на три групи:

- проектні;
- виробничі;
- експлуатаційні,

які проявляються на різних етапах життєвого циклу системи.

До *проектних* відносять фактори, дія яких ще на етапі проектування і конструювання визначають умови виникнення подальших відмов апаратури і програмного забезпечення. До них відносяться вибір типів елементів (елементної бази); вибір принципової, електричної, гідравлічної, структурної, логічної і інших схем; вибір режимів роботи елементів; вибір рівня автоматизації проектування; вибір технології програмування; виготовлення деталей, модулів, методологія технологічних процесів виробництва, розробки програмного забезпечення функціонування систем.

До *виробничих* відносять фактори, що виникають в процесі виготовлення систем і впливають на її надійність. Такими факторами є контроль якості матеріалів і елементів, що отримані від постачальників; вхідний контроль комплектуючих виробів при виготовленні; підготовка й організація технологічних процесів виробництва; організація процесу налаштування і наладки апаратури, процесів тестування програмного забезпечення на технічних засобах, що входять до складу системи; контроль якості продукції, зокрема якості програмного забезпечення.

До *експлуатаційних* факторів відносяться зовнішні впливаючі фактори і заходи, що проводяться при технічному обслуговуванні апаратури. Залежно від характеру дії на системи всі можливі зовнішні фактори ділять на шість класів: механічні фактори: кліматичні і інші природні фактори; радіаційні фактори; термічні фактори; зовнішні фактори електромагнітних полів; зовнішні фактори спеціальних, зокрема агресивних середовищ.

До заходів *технічного обслуговування* відносять регулювання, профілактичні роботи, в тому числі планово-запобіжні ремонти, тренування, передпускові випробування, контроль працездатності, збір і аналіз відомостей про відмови.

Охарактеризуємо тепер детальніше основні фактори, що впливають на надійність програмного забезпечення системи моніторингу.

Фактори, що впливають на надійність програмного забезпечення. Досліджувані системи, які складаються з апаратних засобів інформаційного забезпечення, використовуються різні функціональні програмні комплекси, які можна віднести до класу програмних комплексів з великою тривалістю експлуатації. Об'єм функціонально програмного комплексу можуть змінюватися в широких межах (від декількох тисяч до декількох мільйонів команд) Вони допускають модифікацію, тиражування, можуть оформлятися документацією як промислові вироби і є відповідним програмним продуктом. Життєвий цикл функціонально програмного комплексу, включаючи модифікації, досягає 10-20 років, тобто такі комплекси є високонадійними. Сам цикл складається з чотирьох основних етапів: системного аналізу і передпроектною підготовкою, проектування (розробки), експлуатації і супроводження. На останні два етапи доводиться до 70-90% життє-

вого циклу. В ході системного аналізу і передпроектної підготовки визначаються призначення і основні робочі характеристики функціонального програмного комплексу, оцінюється можлива ефективність застосування, встановлюються вимоги до надійності і формується конкретизоване технічне завдання на розробку.

Основними факторами, що визначають появу помилок при розробці програмного забезпечення і впливають на надійність функціонального програмного комплексу, є наступні [3, 16, 19, 20, 22].

А. Масштабність і складність завдань на систему моніторингу із-за різноманіття цілей і критеріїв управління, вплив ланцюгів зворотного зв'язку в контурі управління на динамічні характеристики, складність тимчасових залежностей, динаміка змін точносних характеристик даних вимірювань, великі об'єми оброблюваної і переданої інформації, багатофункціональність і різноманітність режимів роботи;

Б. Неможливість упевненого прогнозу ступеню точності обчислень, часу реакції на зміну ззовні, ступені впливу навколишнього (перш за все інформаційною) середовища на результат роботи функціонально програмного комплексу;

В. Складність спілкування фахівців різних професій, що беруть участь у розробці загальних вимог і їх інтерпретації в спеціальних вимогах до інформаційного, математичного та програмного забезпечення.

На етапі проектування (розробки) програмного забезпечення (ПЗ) можна виділити наступні етапи:

розробка і налагодження алгоритмів;

реалізація алгоритмів на мові програмування;

налагодження модулів, блоків програмного забезпечення і функціонально програмного комплексу в цілому (комплексне налагодження);

створення документації програмного забезпечення.

Основні фактори, що визначають коректність програм, а отже, рівень проектної надійності ПЗ, є наступні [5].

1. *Технологія розробки, зокрема технологія програмування.* При виборі варіантів технології перевагу слід віддавати варіантам, що передбачають виконання різних моделюючих (обчислювальних) експериментів для налагодження програмного забезпечення ще на стадії розробки алгоритмів. Значний вплив на корек-

тність програм мають фактори методичного забезпечення технології проектування, ступінь його освоєння і фактичного застосування колективом програмістів в процесі розробки. При розробці алгоритмів і математичного забезпечення важливо мати моделі системи. Це дозволяє проводити активні комп'ютерні обчислювальні моделюючі експерименти для налагодження програмного забезпечення ще до появи реальних алгоритмів функціонування системи.

2. *Структурна впорядкованість програм і даних.* Структурованість програмного забезпечення і ієрархічність в структурній схемі, стандартизація структури одиниць програмного забезпечення (модулів) і змінних, сприяють зниженню кількості помилок при розробці програмного забезпечення. Об'єм кожного модуля програмного забезпечення при модульній автономній розробці, повинен задовольняти вимогам правильної організації проектування складних функціонально програмних комплексів, зокрема, з позицій методології програмування.

3. *Рівень автоматизації проектування.* Досконалі системи автоматизації проектування функціонально програмного комплексу включають сукупність мов програмування, трансляторів, засобів контролю і верифікації програм, розвинені засоби планування і ведення налагодження, зокрема мови налагодження, програмні засоби документування, технічні і програмні інструментальні засоби: операційне середовище, мови програмування, програмні засоби моделювання динаміки процесів в об'єкті управління, генератори сигналів і інші імітатори зовнішнього середовища, високопродуктивні обчислювальні мережі. Системи автоматизованого програмування програмного забезпечення є не тільки засобом прискорення процесу проектування, але і засобом забезпечення високого рівня безпомилковості програм, оскільки використовує мови програмування самого високого рівня у порівнянні з безпосереднім програмуванням з використанням проблемно-орієнтованих мов. Система автоматизованого програмування програмного забезпечення також дає можливість виконати більш ефективно операції налагодження і модифікації програм при виявленні помилок.

4. *Вибір способів і критеріїв налагодження.* Багатоетапність і структурованість цілей налагодження сприяють підвищенню її ефективності і зменшують залишкову кількість в програмному

забезпеченню проектних помилок. Важливими факторами є також наявність програм налагодження на кожному етапі, вибір і чітке формулювання критеріїв завершеності етапів налагодження, документування процесу і результатів налагодження, дотримання технології модифікації програм для усунення проектних помилок;

5. *Створення інструментального середовища, максимально близького до реального.* Створення такого середовища по суті контрольного тестового модуля програмного забезпечення відіграє значну роль на всіх етапах налагодження, оскільки дозволяє в умовах активного комп'ютерного обчислювального експерименту виявляти деякі види помилок, які можуть бути виявленими тільки при експлуатації, що природно викликає серйозні наслідки.

6. *Організаційно-людські фактори.* До цієї групи факторів відносяться кількість і кваліфікація фахівців, структура колективу розробників і організаційна взаємодія в ньому. Результати діяльності цієї групи складні для кількісної оцінки, тому тут часто застосовують кваліметричні методи і експертні оцінки за певною шкалою. Оцінюють технічні можливості (рівень знань, здібності), рівень ініціативності, ступінь відповідальності програмістів, параметри роботи і її результатів, ступінь комфортності умов роботи з урахуванням рекомендацій психології програмування. Крім того, повинні враховуватись організація взаємодії програмістів в колективі при виконанні загального завдання, ступінь паралелізму розробки, роль керівника проекту і керівників інших рівнів в оперативному плануванні і оцінці результатів роботи, чітка організація розбиття на незалежні модулі загального завдання розробки програмного забезпечення, оцінці завершеності технологічних стадій розробки.

На етапі експлуатації програмного забезпечення визначальними характеристиками надійності є повнота і точність специфікацій; ступінь захисту програм; виявлення, діагностування і документування відхилень в алгоритмах функціонування, характерних для реальних умов; безпечне реагування функціонального програмного комплексу на відхилення в алгоритмах (неспрацьовування, неправильне спрацьовування); повне документування кожної зміни в програмах, викликані виявленими проектними помилками. Прямим наслідком факторів, що вносяться на етапі

проектування і впливають на надійність програмного забезпечення, є рівень мов програмування, ступінь налагодженості програм, повнота тестування. Ступінь впливу цих факторів залежить від якості проектування і тривалості налагодження.

В процесі супроводження програм усувають виявлені проєктні помилки, а також помилки, виявлені при налагодженнях і випробуваннях програмного забезпечення, програми тиражують і адаптують до конфігурації технічних засобів і нових версій системного програмного забезпечення, розширюють функції програмного комплексу. Головними факторами, що впливають на надійність функціонального програмного комплексу на цьому етапі, є адаптація функціонального програмного комплексу до модернізації у зв'язку з розширенням функцій; адаптивність до зміни конфігурації і інших характеристик апаратного комплексу; трудомісткість модифікації програм; ефективність контролю проведених модернізацій, модифікацій, станів версій, їх тиражування і експлуатації.

Відмітимо, що при використанні програмні засоби по мірі усунення помилок відносяться до так званих «нестаріючих» систем, в той час як апаратні засоби при експлуатації відносяться відповідно до «старіючих» систем.

7.3. Джерела виникнення та класифікація відмов систем

Зміни, які відбуваються в часі та просторі улюбій технічній системі приводять до втрати її працездатності, пов'язано з зовнішніми і внутрішніми енергетичними джерелами впливу, котрі діють на систему при її експлуатації. Враховуючи дію факторів впливу на надійність системи, які були наведені у попередніх підрозділах даного розділу, можна виділити три основні джерела впливу [1-5, 13-26]:

дії енергії навколишнього середовища, включаючи людину, котра виконує функції оператора і ремонтника;

внутрішні джерела енергії, пов'язані з робочими процесами, які протікають в системі;

накопичення потенційної енергії матеріалів, з яких виготовлено систему.

Процеси, які знижують працездатність системи, по значенню величини швидкості їх перебігу можливо поділити на три групи.

1. *Швидкоплинні процеси* мають періодичність зміни, які складають малу долю тривалості робочого циклу системи. Сюди можливо віднести:

вібрація деталей і вузлів;

зміни сил тертя у рухомих з'єднаннях;

коливання рівня робочих, в тому числі електричних режимів навантажень та інші процеси, які змінюють або є перешкодами виконання штатного робочого циклу системи.

2. *Процеси середньої швидкості*, маючі періодичність, яку порівнюють з тривалістю робочого циклу системи. Вони призводять до монотонної зміни вихідних характеристик системи. Сюди можливо віднести: зворотні процеси теплових деформацій, обумовлені як дисипація енергії робочих процесів, так і добовими коливаннями температури навколишнього середовища.

Зворотні процеси (на відміну від незворотних) тимчасово змінюють вихідні характеристики системи без тенденції прогресивного погіршення. Слід відмітити, що в ряді випадків зворотні процеси можуть ініціювати незворотній процес, який приводить до накопичення пошкоджень.

3. *Повільний процес* має періодичність, яку порівнюють з тривалістю міжремонтного періоду. До них відносяться:

процеси зношування деталей;

перерозподіл внутрішніх напружень у деталях внаслідок процесів старіння матеріалів;

повзучість матеріалів;

процеси корозії;

забруднення поверхня деталей.

Звичайними методами боротьби з наслідками повільних процесів є періодичні ремонти і технічне обслуговування.

Пошкодження та дефекти. Зупинимось на класифікації пошкоджень та дефектів систем. Відомо, що має місце наступне визначення.

Пошкодження – подія, яка полягає у порушенні справного стану системи коли зберігається його працездатність.

Види пошкоджень системи та їх складових частин і відповідні їм відмови можуть бути розбиті на дві групи.

1. *Допустимі пошкодження*, виникають під час нормальних умов експлуатації у ряді випадків. Повністю усунути цей вид пошкоджень неможливо, але можливо уповільнити їх появу.

2. *Недопустимі пошкодження*, виникають внаслідок наявності дефектів або випадкових неконтрольованих зовнішніх причин, безпосередньо не пов'язаних з технічним станом системи, який розглядається (аварії, стихійні лиха тощо).

Під *дефектом* розуміється кожна окрема невідповідність системи встановленим вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторській (проектній) документації, яка знижує його рівень надійності.

Слід відмітити, що система, яка має дефект, може знаходитися у працездатному стані. Дефект розглядається як можлива причина виникнення відмови, але наявність дефекту не означає, що відмова відбулась.

По признаку стадії походження дефекти можливо розділити на три групи.

1. *Дефекти (помилки) проектування*. Сюди можливо віднести:

- наявність концентраторів напруги на деталях;
- невірний розрахунок несущої спроможності деталей;
- невірний вибір матеріалів;
- невірне визначення рівня експлуатаційних навантажень тощо.

2. *Дефекти виготовлення (виробничі)*. До них відносять дефекти:

- комплектуючих;
- механічної обробки;
- складання (збирання) ланок, модулів, підсистем в процесі створення системи.

3. *Дефекти експлуатації*. Сюди можливо віднести:

- порушення умов застосування;
- невірне технічне обслуговування і ремонт;
- наявність різних і різної інтенсивності та непередбачених навантажень;
- застосування неякісних експлуатаційних комплектуючих.

Перейдемо до розгляду одного з самих важливих понять в основах надійності інформаційних систем – відмовам.

Класифікація відмов. В основах надійності інформаційних систем має місце класифікація відмов по наступному ряду ознак.

а) *Характеру виникнення відмови:*

причина відмови – обставини під час проектування, виробництва чи використання системи, які привели до відмови;

механізм відмови; характер виникнення відмови – фізичний, хімічний або інший процес, що привів до відмови.

б) *Характеру врахування відмови:*

врахована відмова – відмова, яку належить заносити у пояснювальну записку про наслідки випробувань чи експлуатації або у розрахунок значень характеристик безвідмовності, при цьому повинні бути встановлені критерії врахування відмов;

неврахована відмова – відмова, яку належить вилучити з пояснювальної записки про наслідки випробувань чи експлуатації або з розрахунків значень характеристик безвідмовності, при цьому повинні бути встановлені критерії вилучення відмови.

в) *Характеру зміни характеристики системи до моменту виникнення відмови:*

раптова відмова – відмова, яку неможливо передбачити попередніми дослідженнями чи технічним оглядом;

поступова відмова – відмова, спричинена поступовими змінами значень одного чи декількох характеристик системи.

Поступову відмову можна передбачити попередніми дослідженнями чи технічним оглядом, інколи її можна відвернути заходами технічного обслуговування.

г) *Можливості наступного використання системи після виникнення відмови:*

часткова відмова – відмова, що призводить до неспроможності системи виконувати частину з потрібних функцій;

повна відмова – відмова, що призводить до повної неспроможності системи виконувати жодну з потрібних функцій.

д) *Зв'язку між відмовами системи:*

залежна відмова – відмова системи, спричинена прямо чи непрямо відмовою або несправністю іншого системи ;

незалежна відмова – відмова системи, не спричинена прямо чи непрямо відмовою або несправністю іншого системи .

е) *Наявність зовнішніх прояв відмови:*

явна відмова – відмова, що виявляється візуально чи штатним методом, засобами контролю та діагностування під час під-

готовки системи до виконання чи в процесі його використання за призначенням;

прихована відмова – відмова, що не виявляється візуально чи штатними методами, засобами контролю та діагностики, але виявляється під час експлуатації, проведення технічного обслуговування чи спеціальними методами діагностики.

є) *Причини виникнення відмови:*

конструкторська відмова – відмова, спричинена недосконалістю чи попушенням встановлених правил і (або) норм проектування та конструювання системи;

виробнича відмова – відмова, спричинена невідповідністю виготовлення системи до його проекту чи до норм виробничого процесу;

деградована відмова – відмова, спричинена процесами деградації в системі при дотриманні усіх встановлених правил і (або) норм її проектування, виготовлення та експлуатації;

відмова через перенавантаження – відмова, спричинена діями під час використання системи навантажень, що перевищують її встановлену спроможність;

відмова через неправильне поводження – відмова, спричинена неправильним чи необережним поводженням з системою;

відмова через неміцність – відмова, спричинена неміцністю самої системи, коли навантаження на систему не перевищують встановлену спроможність системи.

ж) *Можливість усунути відмову:*

систематична відмова – відмова, однозначно пов'язана з певною причиною, яку можна усунути лише тільки після модифікації проекту чи виробничого процесу, правил експлуатації, документації чи інших факторів, що враховуються;

збій – самоусувна відмова або одноразова відмова, яку втручанням усуває оператор;

повторювальна відмова – самоусувна відмова одного й того ж характеру, що виникає багаторазово.

з) *Критичність відмови:*

ресурсна відмова – відмова, внаслідок якої система досягає граничного стану;

критична відмова – відмова, що за оцінками може привести до травмування людей, значних матеріальних збитків чи до інших неприйнятних наслідків.

Продовжуючи далі класифікацію відмов, відмітимо наступне.

В термінології публікацій по надійності технічних систем вживаються терміни «параметр», «характеристика» функціонування або надійності системи, «показник надійності». У даній роботі ці терміни мають наступне тлумачення:

параметр функціонування або надійності системи, який змінюється в часі, є відповідною функцією часу й іменується як *характеристика функціонування або надійності*, а при фіксованому моменті часу t значення характеристики можна назвати відповідно *параметром функціонування або надійності*, іншими словами термін «параметр» у теорії надійності технічних систем має обмежене значення як самостійний термін, більш методологічно обґрунтованим є термін «характеристика», яка функціонально відображає зміну того чи іншого параметра у загальному випадку у часі і просторі;

показник надійності є відомим вживаним терміном (тлумачення якого має більш практичний характер, але в той же час не має наукового обґрунтування з використанням математичної або технічної термінології) і використовується як значення функціоналу, заданого на просторі функцій часу характеристик надійності, і визначається відповідним інтегральним або диференціальним оператором.

7.4. Задачі оцінювання характеристик надійності

Сучасна тенденція розвитку систем моніторингу полягає в ускладненні апаратно-програмних компонентів системи, що дає змогу створювати більш надійні системи і виконувати більш широкі коло функцій, завдань.

Проблема забезпечення надійності систем моніторингу включає значну кількість різноманітних завдань, включаючи наступні [1-5, 9, 10, 12, 18-26]:

розробка теоретичних методів аналізу надійності на стадії проектування;

обґрунтування характеристик надійності і їх оцінка за результатами випробувань;

вивчення фізичних процесів, що призводять до відмов апаратури;

експериментальні і конструкторські варіанти оптимальних схемних рішень;

розробка ефективного інформаційного, в тому числі математичного, та програмного забезпечення функціонування апаратно-програмних засобів;

технологія і організація виробництва;

планування випробувань і устаткування для них;

експлуатація системи;

виконання програми підвищення надійності системи, врахування значного числа експлуатаційних факторів, включаючи навчання та підготовку технічного персоналу;

питання економіки та ін.

Розрахункові характеристики надійності систем. На першому етапі дослідження надійності системи розв'язується пряма задача надійності, результатом якої є розрахункові характеристики надійності. Існує ще кілька визначень цього етапу оцінки надійності: апіорний аналіз надійності, аналітичні методи розрахунку надійності розроблюваних систем, проектна оцінка надійності. Апіорний аналіз надійності проводиться на стадії проектування системи, коли при конструкторській розробці досліджується кілька конкуруючих структурних схем системи. Цей аналіз передбачає апіорі повністю відомими кількісні характеристики надійності всіх використовуваних елементів системи. Насправді ж на стадії проектування для таких апіорних даних конструктор у своєму розпорядженні має дані лише для тих типів елементів, які тривалий час перебували в експлуатації. Для нових елементів немає достовірних кількісних характеристик надійності, і їх можна ставити за аналогією з характеристиками надійності елементів, що застосовувалися або на базі використання досвіду.

Розглянемо кроки визначення розрахункових характеристик надійності апаратних засобів систем.

1. На першому кроці розрахунок характеристик надійності ґрунтується на наступних допущеннях:

усі елементи системи однаково надійні;

небезпека відмов усіх елементів системи не залежить від часу, тобто $\lambda_i = const$;

відмова всякого елемента приводить до відмови всієї системи.

2. На другому кроці розраховуються характеристики з врахуванням надійності впливу на надійність тільки кількості і типів застосованих елементів і ґрунтується на наступних допущеннях:

інтенсивність відмов всіх елементів не залежать від часу, тобто на протязі строку служби у елементів, що входять до системи, відсутнє старіння і знос, відповідно, $\lambda_i(t) = const$;

всі елементи працюють у нормальному режимі, передбаченому технічними умовами;

відмови елементів системи є подією випадковою і незалежною;

всі елементи системи працюють одночасно.

З метою визначення надійності системи необхідно знати:

вид з'єднання елементів розрахунку надійності;

типи елементів, що входять до системи і число елементів кожного типу;

величину інтенсивності відмов елементів λ_i , які входять до системи.

Таким чином, під час другого кроку розрахунків характеристик надійності достатньо знати структуру системи, номенклатуру застосованих елементів і їх кількість.

Наближений розрахунок надійності застосовується у наступних випадках:

під час перевірки вимог по надійності, висунуті замовником у технічному завданні на систему, який проектується;

під час розрахунку нормативних даних по надійності окремих систем;

з метою визначення мінімально допустимого рівня надійності елементів проекрованої системи;

під час порівняння оцінки надійності окремих варіантів системи на етапах передескізного і ескізного проектування.

Наближений розрахунок надійності дозволяє судити про принципіальні можливості забезпечення вимог необхідної надійності системи.

Під час розрахунку надійності систем часто доводиться обчислювати ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів перемножувати або вводити їх у степінь і вилучати корні. При значеннях $R(t)$, близьких до одиниці, ці розрахунки можливо з достатньою для практики точністю виконати по наступним наближеним формулам:

$$R_1(t)R_2(t)\dots R_N(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^N R_i(t), \quad R_i^N(t) = 1 - NR_i(t),$$
$$\sqrt[N]{R_i(t)} = 1 - \frac{R_i(t)}{N},$$

де $R_i(t)$ – ймовірність безвідмовності i -го модуля або елемента системи.

Обчислення кількісних характеристик надійності по наближеним формулах не дає великої похибки для систем, ймовірність безвідмовної роботи яких перевищує 0,9.

Статистично обґрунтовані характеристики надійності систем. Другий етап дослідження та оцінки характеристик надійності вже розроблених і виготовлених систем проводять в рамках оберненої задачі надійності, яку називають апостеріорним аналізом надійності (експериментальна оцінка). Його проводять на підставі статистичної обробки експериментальних даних про працездатність і відновлюваність систем, отриманих в процесі її налагодження, випробувань та експлуатації. Метою випробувань на надійність та збору експлуатаційних даних про надійність є оцінка досягнутого рівня надійності системи і її елементів.

Елементи системи знаходяться у різних режимах роботи. Це впливає на надійність як системи в цілому, так і окремих його складових частин. Виконання остаточного розрахунку надійності можливо тільки при наявності даних про коефіцієнт навантаження окремих елементів і при наявності графіків залежності інтенсивності відмов елементів від їх електричного навантаження, температури навколишнього середовища та інших факторів, тобто для остаточного розрахунку необхідно знати залежності

$$\lambda_i = f(k_H, \dots, T_H^0),$$

де різні аргументи, наприклад, k_H – коефіцієнт навантаження, T_H^0 – температура при роботі системи та інші фактори.

Ці залежності приводяться у вигляді графіків або їх можливо розрахувати за допомогою так званих поправочних коефіцієнтів інтенсивності відмов $\Delta\lambda_{k_H}$, $\Delta\lambda_{T_H}$, що дозволяє врахувати вплив різних факторів на надійність системи.

Для визначення характеристик надійності системи необхідно знати:

число елементів з розбивкою їх по типам і режимах роботи;
залежність інтенсивності відмов елементів λ_i , від електричних режимів роботи і заданих зовнішніх умов;
структуру системи.

У загальному випадку інтенсивність відмов λ_i залежить від впливу наступних факторів: електричний режим роботи даного елемента; навколишню температуру; вібраційний вплив; механічних ударів; лінійних прискорень; дія біологічних факторів (грибок, комахи тощо); тиск; опромінення і ряд інших факторів.

Інтенсивність відмов систем під час експлуатації у реальних умовах λ_i дорівнює нормальній інтенсивності відмов λ_{oi} помноженої на коефіцієнти впливу α_i і зміни k_i . Коефіцієнт впливу $\alpha_i = f(T_H^0, k_H)$ враховує вплив навколишньої температури T_H^0 і електричного навантаження, коефіцієнт зміни інтенсивності відмов $k_i = f(j, \varphi)$ – тип впливу головним чином механічні навантаження і відносна вологість навколишнього повітря.

Розрахунок характеристик надійності застосовується на етапі технічного проектування систем. Він можливий тоді, коли для створюваної систем заповнені так звані відомості (карти) режимів роботи елементів.

Розрахунок характеристик надійності систем доцільно проводити у наступному порядку.

1. *Формулюється поняття відмови.* Від поняття відмова системи залежить вибір числа елементів, котрі повинні враховуватися під час розрахунку надійності. Часто у складних системах використовуються елементи, вихід з ладу котрих приводить лише до погіршення деяких характеристик системи (точність, якість перехідного процесу тощо). Вихід із ладу інших елементів приводить до порушення працездатності системи, тобто в сенсі надійності ці елементи системи не однозначні.

2. *Складання схеми розрахунку надійності.* Схему розрахунку характеристик надійності зручно складати таким чином, щоб елементами розрахунку були конструктивно оформлені системи. Можливий варіант, коли у розрахункових системах знаходяться

елементи, які працюють не весь час роботи системи, а тільки деяку частину часу.

3. *Визначається метод розрахунку надійності.* У відповідності з видом розрахунку вибираються розрахункові формули.

При наявності відомостей (карт) режимів роботи елементів визначаються коефіцієнти навантаження і по графікам або поправочним формулам обчислюється λ_i для всіх елементів.

Якщо на протязі часу роботи системи елемент має не постійну інтенсивність відмов, але існують чітко виражені часові інтервали, на протязі яких інтенсивність відмов елемента в основному постійна, то для розрахунку надійності використовується так названа еквівалентна інтенсивність відмов елемента. Допустимо, що інтенсивність відмов елемента за період часу t_1 дорівнює λ_1 , за період t_2 дорівнює λ_2 і так далі. Тоді інтенсивність відмов такого елемента за період часу $t = t_1 + t_2 + \dots + t_n$ буде

$$\lambda_{екв} = \frac{(t_1\lambda_1 + t_2\lambda_2 + t_3\lambda_3 + \dots + t_n\lambda_n)}{t}.$$

4. *Складається таблиця розрахунку інтенсивності відмов системи.* Для розрахунку інтенсивності відмов системи використовуються форми таблиць.

5. *Розраховуються кількісні характеристики надійності.* Дані розрахунку заносяться до підсумкових таблиць або приводяться у вигляді графіків. Розрахунки оформлюються у вигляді технічного звіту.

Дані про надійність систем доцільно збирати і під час їх експлуатації, наприклад, під час гарантованого строку роботи. Обробка цих даних може бути вихідним матеріалом для розрахунку характеристик надійності технічних засобів, що розробляються заново, а також для внесення удосконалення в існуючі системи.

Незважаючи на труднощі збору даних (складність спостережень в реальних умовах, швидше моральне старіння), на даний час є досить багато матеріалу про надійність різних виробів. Ці дані об'єднані у довідники і перераховані для випадку експлуатації в нормальних умовах ($T_0 = 20 \dots 25^0 C$, відносна вологість 50...70%, коефіцієнт навантаження $k_H = 1$). Для врахування ре-

льних умов експлуатації і дії різних зовнішніх факторів вводять поправочні коефіцієнти.

Створення програмного забезпечення систем. Життєвий цикл програмного забезпечення (продукту) починається з визначення технічного завдання його розробки і закінчується припиненням його використання [11, 12, 15, 19, 20].

Дії, які виконуються протягом життєвого циклу програмного продукту є наступними: п'ять основних процесів, вісім процесів з підтримки та чотири організаційні процеси [5].

До складу основних процесів життєвого циклу входять п'ять процесів, що обслуговують основних учасників протягом життєвого циклу програмного забезпечення. Основні учасники – це суб'єкти, які ініціюють, розробляють, проводять експлуатацію чи супровід програмного продукту. До основних учасників належать замовник, постачальник, розробник, оператор та супроводжувач програмного продукту. До основних процесів належать такі процеси:

замовлення – визначає дії замовника-організації, що замовляє систему, програмний продукт або програмну послугу;

постачання – визначає дії постачальника-організації, що надає систему, програмний продукт або програмну послугу;

розроблення – визначає дії розробника-організації, що визначає та проектує програмний продукт;

експлуатації – визначає дії оператора-організації, що надає послугу з експлуатації інформаційної (автоматизованої) системи в її існуючому середовищі для її користувачів;

супроводу – визначає дії супроводжувача-організації, що надає послугу з супроводу програмного продукту, тобто, керує внесенням змін до програмного продукту для підтримання його в належному та працездатному стані. Цей процес передбачає перенесення та вилучення програмного продукту.

До складу процесів підтримки життєвого циклу програмного продукту входять процеси:

документування – визначає дії щодо реєстрації інформації, отриманої в процесі життєвого циклу;

конфігурування – визначає дії щодо керування конфігурацією програмного продукту;

забезпечення якості – визначає дії щодо набуття об'єктивної впевненості в тому, що програмні продукти та процеси відповідають заданим для них вимогам та дотримуються встановлених для них планів.

Як методи забезпечення якості можна використовувати процеси спільного перегляду, аудиту, верифікації та валідації;

верифікації – визначає дії замовника, постачальника або незалежного учасника щодо визначення істинності з заданою вірогідністю програмного продукту з різним ступенем глибини залежно від програмного продукту;

валідації – визначає дії замовника, постачальника або незалежного учасника щодо відповідності встановленим критеріям програмного продукту, одержаного в рамках програмного проекту;

спільного перегляду – визначає дії щодо проведення оцінки стану та результатів певної дії. Цей процес може бути застосований будь-якими двома учасниками, один з яких (учасник, що здійснює перегляд) здійснює перегляд дій іншого учасника (учасника, дії якого переглядаються) в рамках спільного обговорення;

аудиту – визначає дії щодо визначення відповідності вимогам, планам та контракту. Цей процес може бути застосований будь-якими двома учасниками, один з яких (учасник, що перевіряє) проводить аудит програмного продукту або дій іншого учасника (учасник, якого перевіряють);

вирішення проблем – визначає дії щодо аналізу і зняття проблем (включно з невідповідностями) незалежно від їхньої природи та причин, виявлених в процесі розроблення, експлуатації, супроводу чи під час виконання інших процесів.

До організаційних процесів входять процеси:

керування – визначає основні дії щодо керування, включно з керуванням проектом, протягом життєвого циклу;

створення інфраструктури – визначає основні дії щодо створення основної структури процесів життєвого циклу;

утворення – визначає базові дії, які організація (якою може бути замовник, постачальник, розробник, оператор, супроводжувач або керівник іншого процесу) виконує з метою створення, вимірювання, контролю та вдосконалення процесів життєвого циклу, які вона проводить;

навчання – визначає дії щодо забезпечення відповідного навчання персоналу.

Надійність програмного забезпечення. Програми для сучасних систем можуть нараховувати значну кількість (сотні, тисячі, десятки та сотні тисяч) простих команд. Під час написання програм можуть по різних причинах з'явитися помилки. В середовищі програмістів з гумором говорять, що немає програм без помилок, а є програми із не виявленими помилками. Грубі помилки виявляються на стадії відпрацювання програми, але перевірити програму на всіх можливих режимах, як правило, не вдається, то нема впевненості, що всі помилки в ній знайдені. При цьому використовується статистичний підхід до аналізу процесу виявлення помилок в програмі. Цей процес може бути охарактеризований функцією

$$\frac{g(t)}{N},$$

де $g(t)$ – кількість виявлених і виправлених помилок в одиницю часу в програмі, яка має N – кількість команд

$$\frac{g(t)}{N} = \frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{\varepsilon_n(t + \Delta t) - \varepsilon_n(t)}{\Delta t},$$

де $\varepsilon_n(t)$ – кількість виявлених і виправлених помилок за час t в розрахунку на одну команду.

Відповідно,

$$\varepsilon_n(t) = \frac{1}{N} \int_0^t g(t) dt.$$

Функція $g(t)$ може бути визначена дослідним шляхом під час відпрацювання програми за рахунок фіксації кількості виявлених помилок. Задача визначення $g(t)$ спрощується, якщо

$$g(t) = \frac{\varepsilon_0}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}},$$

де ε_0 і τ_0 – параметри $g(t)$, які визначаються під час відпрацювання.

Тоді

$$\varepsilon_n(\tau) = \frac{1}{N} \int_0^{\tau} g(t) dt = \frac{\varepsilon_0}{N} \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \right).$$

При $\tau \rightarrow \infty$ $\varepsilon_n(\infty) = \frac{\varepsilon_0}{R}$ або $\varepsilon_0 = R\varepsilon_n(\infty)$. Звідки слідує, що ε_0 – це загальне число помилок в програмі перед початком відпрацювання. Так як процес відпрацювання не може бути тривалим, та в програмі завжди буде залишатися деяка кількість помилок

$$\varepsilon(\tau) = \frac{\varepsilon_0}{K} - \varepsilon_n = \frac{\varepsilon_0}{N} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}},$$

де $\varepsilon(\tau)$ – кількість знайдених помилок в розрахунку на одну команду. Якщо передбачити, що похибки рівномірно розподілені по всій програмі, то ймовірність $P(t)$ появи похибки за час Δt буде пропорційна швидкодії δ системи (середньому числу змін в одиницю часу команд) і кількості залишених в програмі помилок, тобто

$$P(\tau) = \varepsilon(\tau)\delta\Delta t.$$

Проводячи аналогію між процесом появи помилок і відмов об'єктів ($P(t) = \lambda\Delta t$) можливо зробити висновок, що інтенсивність похибок $\varepsilon(\tau)$ не залежить від часу t і визначається тільки інтервалом Δt , на якому оцінюється ймовірність появи помилки. Звідки, наробіток на «відмову», котре обумовлене появою помилки в програмі буде складати

$$T(\tau) = \frac{1}{\varepsilon(\tau)\delta} = \frac{N}{\varepsilon_0\delta} e^{\frac{\tau}{\tau_0}}.$$

Аналіз зміни $T(\tau)$ може служити основою для вибору часу τ відпрацювання програми, а саме, відпрацювання закінчується, якщо величина $T(\tau)$ становиться достатньо великою.

У випадку, коли вдається оцінити матеріальні втрати C_n від появи помилки в розрахунках, то час τ відпрацювання можливо

оцінити кількісно наступним чином. За час T_p роботи програми вона відмовить $\frac{T_p}{T(\tau)}$ разів, що викличе сумарну втрату $C_n \frac{T_p}{T(\tau)}$.

Процес відпрацювання програми вимагає затрат часу обчислень та інших затрат пов'язаних з ним. Якщо вартість одного часу відпрацювання позначити C_0 , то за час τ таких затрат буде $C_0\tau$. Відповідно, загальна втрата C від помилки і затрат на відпрацювання програми будуть

$$C = \frac{C_n T_p}{T(\tau)} + C_0 \tau = \frac{C_n T_p \varepsilon_0 \delta}{N} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} + C_0 \tau.$$

Звідки

$$\frac{dC}{d\tau} = \frac{-C_n T_p \varepsilon_0 \delta}{N \tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} + C_0 = 0$$

або

$$\tau_M = -\tau_0 \ln \frac{C_0 N \tau_0}{C_n T_p \varepsilon_0 \delta},$$

де τ_M – час відпрацювання, котра забезпечить мінімум C .

Застосування стійких до збоїв програм. Стійкі до збоїв програм одержують, як правило, шляхом багаторазового повторення обчислень на рівні мікрооперацій, операцій, команд, модулів програм або всієї програми.

Для підвищення надійності внаслідок збоїв всієї системи широко використовується метод багаторазового виконання на рівні модулів програм. Суть його полягає в тому, що програма розбивається на ряд модулів, кожен з яких виконується двічі, а результати порівнюються. Якщо результати першого і другого обчислень збігаються, то вважається, що результат одержали вірним і переходять до наступного кроку (операції) обчислень. При розбіжності обчислення повторюють доти, поки не будуть отримані два однакових результати. Великою перевагою такого методу є його простота. При складанні програми необхідно лише передбачити відповідні дії, апаратних витрат метод не вимагає. Недоліками цього методу є збільшення часу розв'язання задач більш ніж

у два рази і неможливість виявлення помилок, викликаних відмовами.

У зв'язку з цим виникає задача знаходження оптимального числа модулів, на яке варто розбивати програму і при якому час T_p вирішення задачі буде мінімальним. Введемо позначення: T – час вирішення задачі за однократне виконання програми; t – тривалість обчислень на одному модулі; $P(t)$ – ймовірність відсутності збою за час t . Тоді відношення $\frac{T}{t}$ буде визначати число модулів, на яке розбивається програма. Визначимо ймовірності дво-, три-, або навіть, i -кратного повторення виконання якогось-небудь модуля програми. Якщо збої – незалежні події, то ймовірність того, що даний модуль програми буде виконуватись двічі, дорівнює ймовірності відсутності збою при першому і другому виконаннях, тобто

$$P_2(t) = P_1^2(t).$$

У подальшому ймовірність $P_1(t)$ при фіксованому t буде позначатись як P_1 .

Аналогічно, g дорівнює ймовірності того, що в одному із двох попередніх обчислень відбувся збій, а в третьому обчисленні отримано правильний результат, тобто

$$P_3 = 2P_1^2(1 - P_1) = 2P_1^2q,$$

де $q = 1 - P$. В загальному випадку p_3 дорівнює ймовірності того, що в i -му і одному з попередніх обчисленнях збої були відсутні, а в інших минулих збої були, тобто

$$P_3 = (i - 1)P_1^2q^{i-2}.$$

Отже, середнє число обчислень буде дорівнювати

$$A = \sum_{i=2}^{\infty} P_i = \sum_{i=2}^{\infty} i(i-1)P_1^2q^{i-2}.$$

Легко показати, що $\frac{A}{P_1^2} = \frac{2}{(1-q)^3}$. Звідси маємо $A = \frac{2}{P_1}$. Та-

ким чином, витрати часу на обчислення складатимуть $\frac{2T}{P_1}$. Час

T_3 , необхідний для виконання операцій порівняння і запису проміжних обчислень у пристрої пам'яті, залежить від типу запам'ятовуючого пристрої, що використовується, кількості k проміжних результатів і числа кроків $\frac{T}{t}$ програми, тобто

$$T_3 = \frac{T}{t} f\left(k, \frac{T}{t}\right),$$

де $f\left(k, \frac{T}{t}\right)$ – середній час виконання операцій порівняння і звернення до пристрою пам'яті для запису результатів одного модуля програми. Якщо вважати, що $f\left(k, \frac{T}{t}\right) = \text{const} = a$, то

$$T_p = \frac{2T}{P_1(t)} + \frac{Ta}{t} = T\left(\frac{2}{P_1t} + \frac{a}{t}\right).$$

Для деяких типів систем експериментально встановлено, що

$$P(t) = e^{-\lambda t},$$

де λ – інтенсивність збоїв. В цьому випадку T_p приймає мінімальне значення для t , яке можна визначити з рівняння

$$\frac{dT_p}{dt} = 2\lambda e^{-\lambda t} - \frac{a}{t^2} = 0.$$

Отже значення T_p , можна визначити оптимальну довжину ділянки програми і відповідне їй число $\frac{T}{t}$ ділянок, при якому T_p буде мінімальним.

Причиною невірної функціонування інформаційної системи може бути наявність в ній так званих вірусних програм, програм призначених для надмірного викривлення результатів розрахун-

ків, видалення файлів, створення умов для ненормального функціонування інформаційної системи.

Якість противірусної програми визначається по наступним характеристикам, наведеним у порядку зменшення їх важливості:

надійність і зручність роботи (відсутність технічних проблем, вимагаючи від користувача спеціальної підготовки);

кількість знайдених вірусів всіх типів, можливість перевірки файлів документів/таблиць, упакованих файлів, також можливість лікування заражених об'єктів;

швидкість роботи і різні корисні функції.

Коли користувач має декілька ефективних противірусних програм і користується ними, самим надійним захистом від вірусів є профілактика зараження:

регулярне створення резервних копій (наприклад, один раз в неділю – повне, кожен день – часткове копіювання). Наявність незаражених копій дозволить просто переписати «хворий» файл, наявність заражених, але не порчених копій дозволить відновити файли після видалення вірусу;

створення резервних копій інсталяційних магнітних носіїв інформації перед установкою нового програмного забезпечення (при встановленні програми на заражену інформаційну систему вихідний магнітний носій інформації може заразитися під час інсталяції);

перевірка по E-mail файлів, які пересилаються, на наявність вірусів;

застосування захищених від запису магнітних носіїв інформації під час копіювання файлів на жорсткий диск. Це попередить проникнення вірусу на магнітний носій і послідує зараження інших інформаційних систем;

перевірка магнітних носіїв перед загрузкою з них файлів;

постійне використання резидентної частини противірусної програми, котра слідкує за всім підозрілим при роботі інформаційної системи.

Оцінка надійності програмного забезпечення по результатам налагодження та нормальної експлуатації. У процесі налагодження та дослідної або нормальної експлуатації програмного забезпечення з'являється можливість використати статистичні дані про виявлені та виправлені помилки і уточнити проектні

оцінки надійності. З цією метою розроблені моделі надійності, що містять параметри, точкові оцінки яких отримують шляхом обробки результатів налагодження та експлуатації програмного забезпечення. Моделі відрізняються одна від одної припущеннями про характер залежності інтенсивності появи помилок від тривалості налагодження та експлуатації. Деякі моделі містять певні вимоги до внутрішньої структури програмних модулів [22-26].

Експоненціальна модель Шумана. Дана модель базується на наступних припущеннях [5]:

загальне число команд у програмі на машинній мові постійне;

на початку випробувань число помилок дорівнює деякій постійній величині та по мірі виправлення помилок стає меншим; у ході виправлення програми нові помилки не вносяться;

інтенсивність відмов програми пропорційна числу залишкових помилок.

Про структуру програмного модуля зроблені наступні припущення:

модуль містить тільки один оператор циклу, в якому є оператори вводу інформації, оператори присвоєння та оператори умовної передачі управління вперед;

відсутні вкладені цикли, але може бути k паралельних шляхів, якщо маємо $k - 1$ оператор умовної передачі управління.

При виконанні зазначених припущень ймовірність безвідмовної роботи знаходять за формулою

$$R(t, \tau) = \exp(-C \varepsilon_r(\tau)t) = e^{-t/T}; \quad \varepsilon_r(\tau) = \frac{E_0}{I} - \varepsilon_b(\tau);$$

$$T = \frac{1}{\left(\tilde{N} \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_b(\tau) \right) \right)}, \quad (7.36)$$

де E_0 – число помилок на початку налагодження; I – число машинних команд у модулі; $\varepsilon_b(\tau)$, $\varepsilon_r(\tau)$ – число виправлених і залишених помилок у розрахунку на одну команду; T – середній наробіток на відмову; τ – час налагодження; C – коефіцієнт пропорційності.

Для оцінки E_0 і C використовують результати налагодження. Нехай із загального числа прогонів системних тестових програм r – число успішних прогонів, $n - r$ – число прогонів, що перервані помилками. Тоді загальний час n прогонів, інтенсивність помилок і наробіток на помилку знаходять за формулами

$$H = \sum_{i=1}^r T_i + \sum_{i=1}^{n-r} t_i; \quad \lambda = \frac{n-r}{H}; \quad T = \frac{1}{\lambda} = \frac{H}{n-r}. \quad (7.37)$$

Припустивши, що $H = \tau_1$ і $H = \tau_2$, знайдемо:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{n_1 - r_1}{H_1}; \quad \hat{\lambda}_2 = \frac{n_2 - r_2}{H_2}; \quad \hat{T}_1 = \frac{1}{\hat{\lambda}_1}; \quad \hat{T}_2 = \frac{1}{\hat{\lambda}_2}, \quad (7.38)$$

де \hat{T}_1 і \hat{T}_2 – час тестування на одну помилку. Підставивши сюди (7.36) та розв'язавши систему рівнянь, отримаємо оцінки параметрів моделі:

$$\hat{E}_0 = \frac{I}{\gamma - 1} (\gamma \varepsilon_B(\tau_1) - \varepsilon_B(\tau_2)); \quad \hat{C} = \frac{1}{\left(\hat{T}_1 \left(\frac{\hat{E}_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_1) \right) \right)}; \quad \gamma = \frac{\hat{T}_1}{\hat{T}_2}, \quad (7.39)$$

Для обчислення оцінок необхідно по результатам налагодження знати \hat{T}_1 , \hat{T}_2 , $\varepsilon_B(\tau_1)$ і $\varepsilon_B(\tau_2)$.

Деяке узагальнення результатів (7.36) – (7.39) полягає в наступному. Нехай T_1 і T_2 – час роботи системи, що відповідає часу налагодження τ_1 і τ_2 , n_1 і n_2 – число помилок, виявлених у періодах τ_1 і τ_2 . Тоді

$$\frac{T_1}{n_1} = \frac{1}{\left(C \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_1) \right) \right)}; \quad \frac{T_2}{n_2} = \frac{1}{\left(C \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_2) \right) \right)}.$$

Звідси

$$\hat{E}_0 = \frac{I}{\gamma - 1} (\gamma \varepsilon_B(\tau_1) - \varepsilon_B(\tau_2)); \quad \hat{C} = \frac{\frac{n_1}{T_1}}{\left(\frac{\hat{E}_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_1) \right)}; \quad \gamma = \frac{T_1 / n_1}{T_2 / n_2}. \quad (7.40)$$

Якщо T_1 і T_2 – лише сумарний час налагодження, то $\hat{T}_1 = T_1/n_1$, $\hat{T}_2 = T_2/n_2$, і формула (7.40) співпадає з (7.39).

Якщо в ході налагодження проводиться k тестів в інтервалах $(0, \tau_1)$, $(0, \tau_2)$, ..., $(0, \tau_k)$, де $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k$, то для визначення оцінок максимальної правдоподібності використовують рівняння

$$\hat{C} = \sum_{j=1}^k n_j / \left(\frac{\hat{E}_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right) H_j, \quad \hat{C} = \left\{ \sum_{j=1}^k n_j / \left(\frac{\hat{E}_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right) \right\} \sum_{j=1}^k H_j, \quad (7.41)$$

де n_j – число прогонів j -го тесту, що закінчуються відмовами; H_j – час, що затрачається на виконання успішних і неуспішних прогонів j -го тесту. При $k=2$ (7.41) зводиться до попереднього випадку і розв'язок дає результат (7.40).

Асимптотичне значення дисперсій оцінок (для великих значень n_j) визначаються виразами

$$\mathbf{D}\hat{C} = 1 / \left\{ \sum_{j=1}^k n_j / C^2 - \left(\sum_{j=1}^k H_j \right)^2 / \sum_{j=1}^k \left(n_j / \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right)^2 \right) \right\},$$

$$\mathbf{D}E_0 = 1 / \left\{ \sum_{j=1}^k \left(n_j / \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right)^2 \right) - C^2 \left(\sum_{j=1}^k H_j \right)^2 / \sum_{j=1}^k n_j \right\},$$

де $C \cong \hat{C}$, $E_0 \cong \hat{E}_0$.

Коефіцієнт кореляції оцінок

$$\rho(\hat{C}, \hat{E}_0) \cong \left\{ \sum_{j=1}^k n_j / \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right) \right\} / \left\{ \sum_{j=1}^k n_j \sum_{j=1}^k \left(n_j / \left(\frac{E_0}{I} - \varepsilon_B(\tau_j) \right)^2 \right) \right\}^{0.5}.$$

Асимптотичне значення дисперсії і коефіцієнта кореляції використовуються для визначення довірчих інтервалів значень E_0 і C на основі гауссівського розподілу.

У ряді робіт зазначається, що найбільш адекватною для моделі Шумана є експоненціальна модель зміни кількості помилок при зміні тривалості налагодження

$$\varepsilon_B(\tau) = \frac{E_0}{I} \left(1 - e^{-\tau/\tau_0} \right),$$

де E_0 і τ_0 визначаються дослідним шляхом. Тоді

$$R(t, \tau) = \exp\left(-CE_0/I e^{-I/I_0 t}\right).$$

Середній наробіток на відмову зростає експоненціально зі збільшенням тривалості налагодження:

$$T = I / CE_0 e^{\frac{\tau}{\tau_0}}.$$

Експоненціальна модель Джелінського-Моранди. Дана модель є частинним випадком моделі Шумана. Згідно цієї моделі, інтенсивність появи помилок пропорційна числу залишкових помилок:

$$\lambda(\Delta t_i) = K_{JM} (E_0 - i + 1),$$

де K_{JM} – коефіцієнт пропорційності; Δt_i – інтервал між i -ю та $(i-1)$ -ю виявленими помилками. Ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = \exp(-\lambda(\Delta t)) = \exp(-K_{JM}(E_0 - i + 1)), \quad t_{i-1} < t < t_i. \quad (7.42)$$

При $K_{JM} = C/I$ і $\varepsilon_e(\tau) = (i-1)/I$ формула (7.42) співпадає з (7.36). Для того щоб отримати оцінки максимальної правдоподібності для параметрів E_0 і K_{JM} при послідовному спостереженні k помилок у моменти t_1, t_2, \dots, t_k , потрібно розв'язати систему рівнянь

$$\sum_{i=1}^k (\hat{E}_0 - i + 1)^{-1} = k / (\hat{E}_0 - i + 1); \quad \hat{K}_{JM} = \frac{k}{A} / (E_0 - \theta \cdot k + 1);$$

$$\theta = \frac{B}{AK}; \quad A = \sum_{i=1}^k t_i; \quad B = \sum_{i=1}^k i t_i.$$

Асимптотичні оцінки дисперсії і коефіцієнта кореляція (при великих k) визначаються за допомогою формул

$$\mathbf{D}\hat{E}_0 \cong \frac{k}{kS_2 - A^2C^2}; \quad \mathbf{D}\hat{K}_{JM} \cong \frac{S_2K_{JM}^2}{kS_2 - A^2K_{JM}^2};$$

$$\rho(\hat{K}_{JM}, \hat{E}_0) \cong \frac{AK_{JM}}{(kS_2)^{0,5}}; \quad S_2 = \sum_{i=1}^k (E_0 - i + 1)$$

Для того щоб отримати числові значення цих величин, необхідно скрізь замінити E_0 і K_{JM} їх оцінками.

Модель Вейбулла. Модель задається сукупністю співвідношень [5]

$$\lambda(t) = m\lambda^m t^{m-1}; \quad R(t) = e^{-(\lambda t)^m}; \quad T = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

Перевага цієї моделі полягає в тому, що вона містить додатковий в порівнянні з експоненціальною моделлю параметр m . Підбираючи значення двох параметрів: m -параметр форми і λ -параметр масштабу, можна отримати більш точну відповідність експериментальним даним. Значення m підбирають з діапазону $0 < m < 1$. Оцінки параметрів отримують за допомогою метода моментів. Для параметра форми m значення знаходять як розв'язок рівняння

$$\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) / \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) = \frac{s^2}{\bar{t}^2}; \quad \bar{t} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i; \quad s^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (t_i - \bar{t})^2,$$

де $\Gamma(x)$ – гама-функція.

Для параметра масштабу λ його оцінка визначається за формулою

$$\hat{\lambda} = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{m}}\right) / \bar{t}$$

Структурна модель Нельсона. В якості показника надійності приймається ймовірність $R(n)$ безвідмовного виконання n прогонів програми. Для j -го прогону ймовірність відмови представляють наступним чином

$$Q_j = \sum_{i=1}^N p_{ji} y_i,$$

де y_i – індикатор відмови при i -ому наборі даних; p_{ij} – ймовірність появи i -го набору в j -ому прогоні. Тоді

$$R(n) = \prod_{j=1}^n (1 - Q_j) = \exp\left(\sum_{j=1}^n \ln(1 - Q_j)\right).$$

Якщо Δt_j – час виконання j -го прогону, то інтенсивність відмов

$$\lambda(t_j) = \frac{-\ln(1 - Q_j)}{\Delta t_j}; \quad R(n) = \exp\left(\sum_{j=1}^n \lambda(t_j) \Delta t_j\right); \quad t_j = \sum_{i=1}^j t_i. \quad (7.43)$$

Практичне використання формули (7.43) ускладнюється через множину входів і велику кількість складно оцінюваних параметрів моделі. На практиці надійність програм оцінюється по результатам тестових випробувань, що охоплюють відносно невелику область простору початкових даних.

Для спрощеної оцінки пропонується формула

$$R(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i(n_i) W_i; \quad \sum_{i=1}^N W_i = N,$$

де N – число прогонів; n_i – число виявлених помилок при i -ому прогоні; E_i – індикатор відсутності помилок при прогоні i -го тесту.

Для зменшення розмірності задачі множини значень вхідних наборів розбивають на непересічні підмножини G_j , кожній з яких відповідає визначений шлях L_j , $j=1..n$. Якщо L_j містить помилки, то при виконанні тесту на підмножині G_j буде відмова. Тоді ймовірність правильного виконання одного тесту

$$R(1) = 1 - \sum_{j=1}^n P_j \varepsilon_j, \quad P_j = \sum_{i \in G_j} P_{ij}, \quad \varepsilon_j < 1.$$

При такому підході знайти оцінку надійності по структурній моделі досить складно, так як помилка в L_j проявляється не при будь-якому наборі з G_j , а лише при деяких.

7.5. Прогнозування та забезпечення надійності систем

Теорія і практика задач прогнозування характеристик надійності систем на всіх етапах їх життєвого циклу є одним з основних науково-технічних напрямків досліджень основ надійності як науки.

При розв'язуванні задач прогнозування необхідно врахувати: дію сукупності різних факторів; цільову функцію постановки задачі досліджень; інформаційне забезпечення, включаючи математичне та програмне прогнозування. Результати розв'язку задачі прогнозування дають можливість визначити:

до якого класу випадкових процесів необхідно віднести процес, який досліджується;

динаміку процесу на протязі наступного інтервалу часу;

прогнозування значення ймовірності невиходу досліджуваного процесу за встановлені допустимі межі.

В залежності від прогнозованих характеристик і цільової функції прогнозування використовуються наступні методи:

аналітичне прогнозування надійності;

прогнозування надійності на основі розпізнання реалізацій процесу функціонування системи;

прогнозування надійності на основі дослідження фізико-хімічних процесів при роботі системи.

У рамках вказаних методів існують способи прогнозування, які можливо класифікувати наступним чином:

прогнозування для заданого інтервалу часу;

прогнозування характеристик надійності при виконанні об'єктом однієї з n необхідних функцій;

прогнозування інтегральних характеристик надійності, які є кількісною мірою виконання системою всіх n необхідних функцій.

Для вирішення задач надійності досліджуваних систем найбільш часто використовуються способи, які вирішують задачу прогнозування на заданий інтервал часу прогнозування [1, 4, 5, 22, 24].

Щоб обґрунтувати вибір того або іншого методу прогнозування необхідно мати можливість кількісної оцінки його якості. Кожний метод прогнозування повинен мати відповідну характеристику якості. До числа відомих характеристик якості прогнозування відносяться:

точність прогнозування, яка характеризується відповідною мірою узгодження процесу, отриманого в результаті прогнозу і реального процесу;

достовірність прогнозування, яка співпадає із поняттям достовірності оцінки, отриманої в результаті прогнозування;

інформативність прогнозування, що вказує міру збільшення інформації про досліджувану систему в результаті проведення прогнозування;

повнота прогнозування, що визначає долю характеристик, які контролюються, до загального числа характеристик, що визначають працездатність системи;

ефективність прогнозування визначається як відповідний функціонал на просторі характеристик надійності, представляє собою узагальнений (інтегральний) параметр або просто параметр якості.

Прогнозування надійності на основі аналізу динаміки визначальної характеристики роботи системи. В процесі функціонування працездатна система забезпечує виконання n необхідних функцій, при цьому виконання кожної функції описується відповідною характеристикою як функцією часу. У загальній постановці задачі прогнозування надійності системи необхідно прогнозувати динаміку змін кожної з таких характеристик. Але в ряді випадків серед послідовності n таких характеристик можна обґрунтувати лише одну з них, як основну або визначальну, яка характеризує в основному надійність всієї системи. Базуючись на цьому у подальшому буде розглядатись задача прогнозування надійності системи шляхом аналізу динаміки змін визначальної характеристики.

Такою інтегральною характеристикою у більшості випадків використовується характеристику формування (накопичення) відмови досліджуваної системи.

Математичною моделлю такої характеристики являється випадковий процес $A(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in T$, реалізації якого при фіксо-

ваному $\omega = \omega_1$ будуть позначатись як $A(t)$, $t \in T$. Таким процесом, наприклад, може бути гауссівський випадковий процес з незалежними приростами.

Постановка задачі прогнозування надійності системи і її розв'язок розглядаються при певних умовах і має більш методичний характер с наведенням ілюстративного матеріалу по реалізаціям досліджуваного випадкового процесу $A(\omega, t)$.

Спочатку зупинимось на відповідних припущеннях для задачі прогнозу надійності системи. Вважається, що обґрунтована визначальна характеристика функціонування системи $A(\omega, t)$, що описує режим функціонування системи, визначає значення цієї характеристики, що приводить до відмови (граничного стану). При цьому по реалізаціям спостережень процесу $A(\omega, t)$, тобто функціям часу $A(t)$ можна визначити статистичні оцінки середньої швидкості зміни і коефіцієнта варіації цієї швидкості, що в цілому дає можливість обрахувати (прогнозувати) характеристики надійності системи, не використовуючи для цього режим відмови (руйнування) системи.

Таким чином для прогнозування надійності системи необхідно задати наступні дані про динаміку зміни визначальної характеристики функціонування системи – випадкового процесу $A(\omega, t)$:

модель процесу деградації (монотонний або немонотонний характер реалізацій);

граничне значення межі змін визначальної характеристики A_{\max} ;

початкове значення визначальної характеристики A_0 ;

середня швидкість зміни визначального параметру в умовах експлуатації a ;

коефіцієнт варіації (середньоквадратичне відхилення) швидкості зміни визначальної характеристики ν .

На основі аналізу конкретних реалізацій такої характеристики або на основі загального аналізу фізичних процесів деградації, обумовлених зміною визначальної характеристики (знос, корозія тощо) встановлюється домінуючий процес деградації і визначається його тип (монотонний DM , немонотонний DN). Це служить основою для прийняття в якості математичної моделі закону розподілу наробітку до відмови (граничного стану) відповідний вид

розподілу (DM - або DN -розподіли). Дані закони розподілу були описані у підрозділі 7.1 (формули (7.8) і (7.9) відповідно).

Наведемо наступні приклади характеристик надійності випадкового процесу $A(\omega, t)$, який описує відповідні процеси деградації в досліджуваних об'єктах теплоенергетики, з метою використання отриманих характеристик в задачах їх прогнозу [5].

Приклад 7.1. Розглянемо випадковий процес з незалежними гаусівськими стаціонарними приростами $A(\omega, t)$ і монотонними реалізаціями, графіки яких наведені на рис. 7.4.

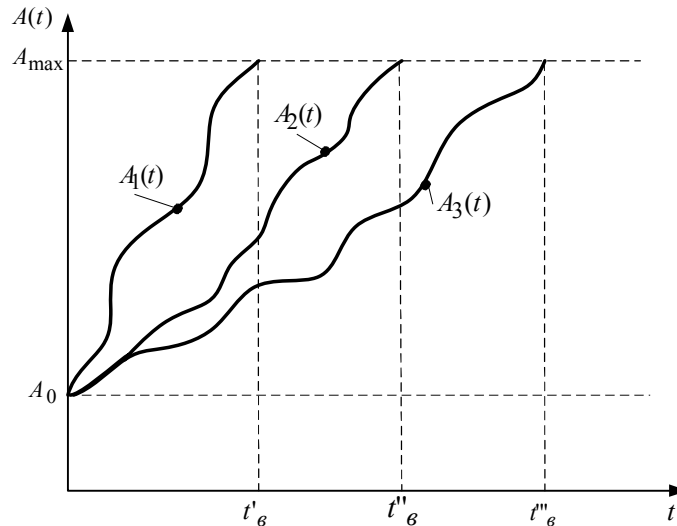


Рис. 7.4. Графіки реалізацій випадкового процесу із незалежними гаусівськими стаціонарними приростами (монотонний розподіл)

При цьому модель процесу $A(\omega, t)$ описується у виді

$$A(\omega, t) = A_0 + \eta_M(\omega, t),$$

де $\eta(\omega t)$ – випадковий процес, який має характеристики:

$$a = \mathbf{M} \left\{ \frac{d\eta_M(\omega, t)}{dt} \right\} - \text{середня швидкість на відповідному часовому інтервалі } t \text{ безвідмовної роботи системи;}$$

$$a > 0; \quad \frac{d\eta_M(\omega, t)}{dt} \geq 0; \quad v = \sqrt{\mathbf{D}\left(\frac{d\eta_M(\omega, t)}{dt}\right)} / a \text{ – коефіцієнт варіації.}$$

Для даного випадку характеристики надійності системи мають наступний вигляд:

середній наробіток на відмову (середній ресурс):

$$T_{cp} = \left(1 + \frac{v^2}{2}\right) \frac{(A_{\max} - A_0)}{\alpha};$$

ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі $[0, t]$:

$$R(t) = \Phi\left(\frac{A_{\max} - A_0 - \alpha t}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right).$$

Для даного випадку функція розподілу наробітку до відмови (граничного стану) має вигляд:

$$F_{DM}(t) = \Phi\left(\frac{\alpha t + A_0 - A_{\max}}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right).$$

Приклад 7.2. Випадковий процес з незалежними гауссівськими стаціонарними приростами і немонотонним розподілом, графіки реалізацій якого наведені на рис. 7.5. описується у виді

$$A(\omega, t) = A_0 + \eta_H(\omega, t),$$

де $\eta_H(\omega, t)$ – випадковий процес, який має характеристики:

$$\alpha = \mathbf{M}\left[\frac{d\eta_H(\omega, t)}{dt}\right] \text{ – середня швидкість;}$$

$$\alpha > 0; \quad \frac{d\eta_H(\omega, t)}{dt} \geq 0; \quad v = \mathbf{V}\left[\frac{d\eta_H(\omega, t)}{dt}\right] \text{ – коефіцієнт варіації.}$$

У даному випадку функція розподілу наробітку до відмови (граничного стану) має вигляд:

$$F_{DM}(t) = \Phi\left(\frac{\alpha t + A_0 - A_{\max}}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right) + \exp\left(\frac{2}{v^2}\right) \Phi\left(-\frac{\alpha t + A_{\max} - A_0}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right).$$

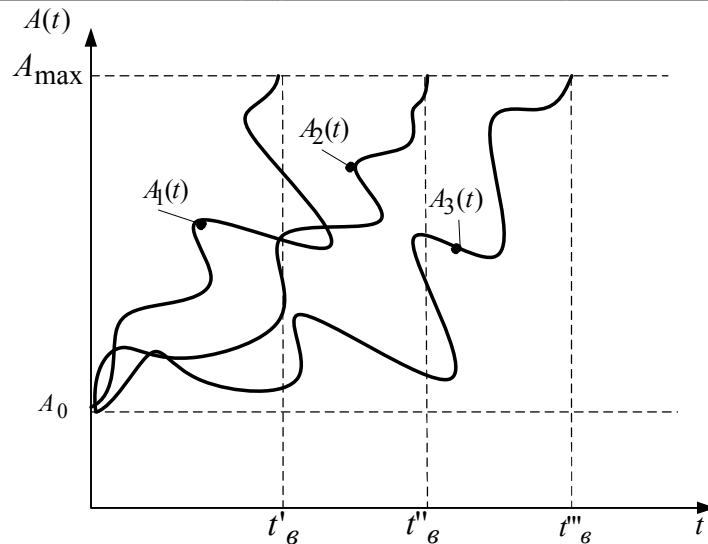


Рис. 7.5. Графіки реалізацій випадкового процесу із незалежними гауссівськими стаціонарними приростами (немонотонний розподіл)

Вирази для оцінки показників надійності об'єкта мають наступний вигляд:

середній наробіток на відмову (середній ресурс):

$$T_{cp} = \frac{A_{\max} - A_0}{\alpha};$$

ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі $[0, t]$:

$$R(t) = \Phi\left(\frac{A_{\max} - A_0 - \alpha t}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right) - \exp\left(-\frac{2}{v^2}\right) \Phi\left(-\frac{\alpha t + A_{\max} - A_0}{v\sqrt{\alpha t(A_{\max} - A_0)}}\right).$$

Наведені приклади визначення характеристик надійності, які можна використати в задачах прогнозування, характерні для широкого класу технічних комплексів, до складу яких входять апаратні механічні й електронні системи.

Прогнозування залишкового ресурсу системи. Досвід експлуатації технічних систем показує, що довговічність і строк служби для багатьох видів технічних систем, у тому числі інформаційних систем, є, в ряді випадків, заниженими через похибки

прогнозування надійності на етапах життєвого циклу системи, в тому числі і неврахування реальних умов експлуатації. Це приводить до передчасного припинення застосування систем по призначенню і, як наслідок, до неефективного використання матеріальних засобів, витрачених на розробку, виробництво і експлуатацію таких систем. У зв'язку з цим практичне значення має оцінка прогнозованого (очікуваного) залишкового ресурсу (строку служби), описаного випадковим процесом $A(\omega, t)$, тобто наробітку системи після моменту τ (контролю технічного стану), якщо до цього моменту вона не відмовила (не досягла граничного стану). Знання залишкового ресурсу дозволяє більш ефективно забезпечувати подальшу експлуатацію систем, планувати строки заміни або профілактичних заходів. Природно, що процес $A(\omega, t)$ відноситься лише до систем, які не відмовили (не досягли граничного стану) до моменту часу τ . Як відомо, розподіл залишкового наробітку таких систем можливо отримати із первинного початкового закону розподілу наробітку (ресурсу).

Значення залишкового ресурсу $\tau_3(\omega)$ є випадковою величиною, його основною характеристикою є функція розподілу $F_3(t|\tau)$, що представляє собою умовну функцію розподілу ймовірностей, яка може бути представлена умовною щільністю розподілу залишкового ресурсу $f_3(t|\tau)$ або умовною ймовірністю безвідмовної роботи $R_3(t|\tau) = 1 - F_3(t|\tau)$, яку прийнято називати залишковою функцією надійності. У якості основних показників залишкового ресурсу розглянемо [4,5]:

середній залишковий ресурс $T_3(\tau)$, визначається як математичне сподівання залишкового ресурсу $\tau_3(\omega)$ після наробітку τ .

При визначенні характеристик залишкового ресурсу вважаються заданими початкові характеристики надійності, а саме: ймовірність безвідмовної роботи $R(t)$, або відповідно функцію розподілу ймовірності відмови $F(t)$, або функція щільності ймовірності відмови $p(t)$.

Функція щільності розподілу ймовірностей залишкового ресурсу $p_3(t|\tau)$, яка представляє собою умовну щільність, отриману із виразу початкової функції щільності розподілу ресурсу $p(t)$ і відповідного зсуву часу на τ

$$p_3(t|\tau) = C(\tau)f(t),$$

де $C(\tau) = \frac{1}{\int_{\tau}^{\infty} p(t)dt}$ – нормуючий множник.

Таким чином, умовна щільність розподілу залишкового наробітку у загальному випадку має наступний вигляд:

$$p_3(t|\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < \tau, \\ \frac{p(t)}{1 - F(t|\tau)} & \text{при } t \geq \tau. \end{cases}$$

Із останнього співвідношення середній залишковий наробіток (математичне сподівання залишкового наробітку) визначається наступним чином:

$$T_3(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} (t - \tau) p_3(t|\tau) dt = \frac{\int_{\tau}^{\infty} (t - \tau) p(t) dt}{1 - F(\tau)} = \frac{\int_{\tau}^{\infty} (t - \tau) p(t) dt}{R(\tau)}. \quad (7.44)$$

На рис. 7.6 наведені графіки функцій початкової щільності розподілу ймовірностей відмови $p(t)$ і умовної щільності ймовірностей залишкового ресурсу $p_3(t|\tau)$.

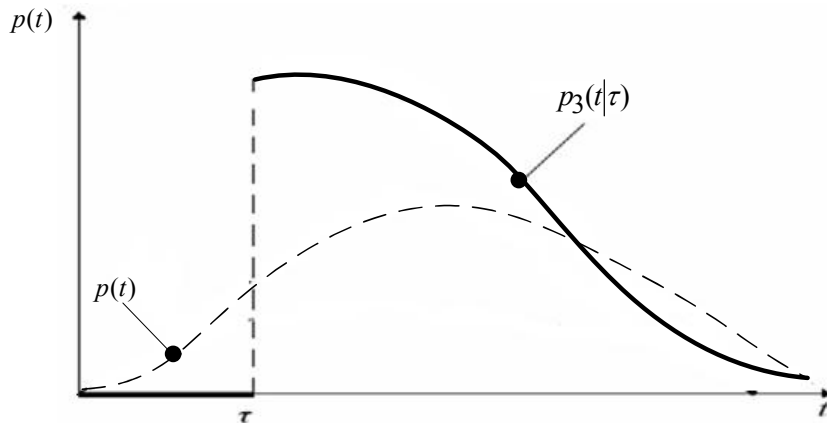


Рис. 7.6. Графіки функцій щільності розподілу початкового наробітку $p(t)$ і щільності розподілу залишкового наробітку $p_3(t|\tau)$ для моменту τ

Для порівняльного аналізу функцій $R(t)$ та $R(t|\tau)$, які описують відповідно початкову функцію розподілу безвідмовної роботи і умовну функцію розподілу безвідмовної роботи – залишкову функцію надійності, використаємо наступну графічну ілюстрацію рис. 7.7.

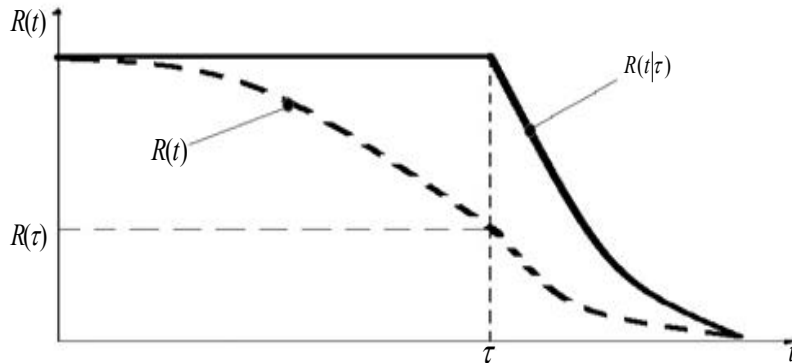


Рис. 7.7. Графіки функцій початкової надійності $R(t)$ і залишкової надійності $R(t|\tau)$

На рис. 7.7 наведені графіки функції $R(t)$ (штрихова крива) і функція залишкової надійності $R(t|\tau)$ (безперервна лінія). Функція $R(t|\tau)$ відповідає функції $R(t)$ на відрізку $[\tau; +\infty]$, при цьому початок функції $R(t|\tau)$ переноситься у точку τ , тобто за начало відліку в новій системі береться τ (момент контролю технічного стану), а значення $R(t)$ в новій системі приймається рівним одиниці. Тим самим для функції $R(t|\tau)$ на відрізку $[\tau; +\infty]$ масштаб вісі R збільшується на величину $\frac{1}{R(\tau)}$. У новому масштабі дільниця функції $R(t)$ на відрізку $[\tau; +\infty]$ представляє собою залишкову функцію надійності $R(t|\tau)$.

Визначення залишкового ресурсу на основі дифузійного монотонного розподілу. У державних стандартах для технічних систем, у яких визначальними є відмови механічних механізмів, вузлів, рекомендується в якості теоретичної моделі розподілу наробітку до відмови (граничний стан) використовувати *DM*-розподіл [1].

Відомо, що сучасні методи досліджень надійності технічних систем різної складності використовують для опису процесів деградації (старіння, зношення, корозія, поява тріщин, генерація і переміщення електричних зарядів на поверхні кристалів напівпровідників та багато інших) математичні моделі неперервних марківських процесів дифузійного типу.

Фізичні процеси деградації механічних об'єктів прийнято описувати марківськими процесами з монотонним розподілом (*DM*-розподіл).

Щільність *DM*-розподілу ймовірностей, згідно (7.8), описується виразом

$$p_M(t) = p_M(t; \mu, \nu) = \frac{t + \mu}{2\nu t \sqrt{2\pi\mu t}} \exp\left[-\frac{(t - \mu)^2}{2\nu^2 \mu t}\right], \quad (7.45)$$

де μ – параметр масштабу розподілу, значення якого обернене значенню середньої швидкості процесу деградації $\mu = \frac{1}{a}$;

ν – параметр форми розподілу, значення якого дорівнює коефіцієнту варіації швидкості деградації.

Функція *DM*-розподілу:

$$F(t) = F(t; \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right),$$

де $\Phi(\cdot)$ – функція нормованого гауссівського розподілу, тобто

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Ймовірність безвідмовної роботи:

$$R(t) = 1 - F(t; \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{\nu\sqrt{\mu t}}\right).$$

Щільність розподілу залишкового наробітку у випадку *DM*-розподілу:

$$p(t|\tau) = \frac{t + \mu}{2vt\sqrt{2\pi\mu t} \Phi\left(\frac{\mu - \tau}{v\sqrt{\mu t}}\right)} \exp\left[-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right] \text{ при } t \geq \tau.$$

Згідно виразу (7.44), тобто

$$T_3(\tau) = \frac{1}{R(\tau)} \int_{\tau}^{\infty} (t - \tau)p(t)dt,$$

де $R(\tau) = \Phi\left(\frac{\mu - \tau}{v\sqrt{\mu\tau}}\right)$ – ймовірність безвідмовної роботи на момент

$t = \tau$, отримуємо вираз для середнього залишкового ресурсу як відповідного математичного сподівання при відомій функції щільності розподілу ймовірності початкового наробітку $p(t)$ у виді

$$T_3(\tau) = \frac{1}{\Phi\left(\frac{\mu - \tau}{v\sqrt{\mu\tau}}\right)} \left\{ \left[\mu + \left(\frac{1+v^2}{2}\right) - \tau \right] \Phi\left(\frac{\mu - \tau}{v\sqrt{\mu\tau}}\right) + \frac{\mu v^2}{2} e^{\frac{2}{v^2}} \Phi\left(-\frac{\mu - \tau}{v\sqrt{\mu\tau}}\right) + \frac{v\sqrt{\mu v}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau - \mu)^2}{2\mu\tau}\right) \right\}.$$

Таким чином, застосування в якості теоретичної моделі *DM*-розподілу дозволяє прогнозувати очікуваний залишковий наробіток (ресурс, строк служби) в будь-який момент часу як на стадії проектування, коли використовується та ж інформація, що і для прогнозування початкового наробітку (ресурсу, строку служби), так і на стадії експлуатації, коли є можливість уточнення початкових оцінок характеристик надійності шляхом використання додаткової інформації при контролі технічного стану системи.

Визначення залишкового ресурсу на основі дифузійного немонотонного розподілу. Відомо, що *DN*-розподіл використовується при дослідженнях надійності технічних систем, в яких проявляються найбільш вагомні відмови електронних компонент,

модулів, ланок систем у порівнянні з DM - розподілом, де проявляються відмови механічних підсистем [1].

Згідно (7.9) щільність DN – розподілу описується виразом

$$p_H(t) = p_H(t; \mu, \nu) = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\nu^2\mu t}\right], \quad (7.46)$$

де μ і ν – параметри DN -розподілу відповідно аналогічні параметрам DM -розподілу (7.45).

Функції щільності розподілу ймовірностей залишкового ресурсу $f_3(t|\tau)$, що представляє собою умовну щільність ймовірностей, отримують із виразу (7.46) у виді

$$p_3(t|\tau) = \begin{cases} \frac{\frac{\mu}{\nu\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\nu^2\mu\tau}\right)}{\Phi\left(\frac{\mu-\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right) - e^{\frac{2}{\nu^2}} \Phi\left(-\frac{\mu+\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right)}, & t \geq \tau \\ 0, & t < \tau \end{cases}$$

Визначимо вираз для математичного сподівання залишкового ресурсу $T_3(\tau)$ на основі використання формули (7.44)

$$T_3(\tau) = \frac{(\mu-\tau)\Phi\left(\frac{\mu-\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right) + (\mu+\tau)\exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{\mu+\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right)}{\Phi\left(\frac{\mu-\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{\mu+\tau}{\nu\sqrt{\mu\tau}}\right)}$$

Отримані вирази на основі використання DN - розподілу дають можливість використовувати дані вимірювань характеристик надійності технічного стану досліджуваної системи в процесі випробувань та експлуатації з метою уточнення середніх значень тривалості часу залишкового ресурсу при відомих розрахункових характеристиках надійності, отриманих під час проектування системи.

Слід також відмітити, що сумісне використанні DM - і DN -розподілів при дослідженнях характеристик надійності відіграє

вагому роль при дослідженнях інформаційних систем, в яких використовуються як механічні, так і електронні підсистеми. Актуальність і важливість визначення залишкового ресурсу технічних систем у значній мірі обумовлено тим фактом, що значна кількість технічних систем на сьогодні в Україні відпрацювала свій технічний ресурс. Це стосується енергетичних, транспортних, комунально-житлових та інших систем, які вибірково перестають біти працездатними, створюють аварії тощо.

Методи вирішення науково-технічних проблем забезпечення надійності систем. Вирішення науково-технічних проблем забезпечення надійності систем – це цілеспрямована організаційно-науково-технічна діяльність по реалізації, плануванню, забезпеченню, підвищенню і підтримки характеристик безвідмовності, ремонтпридатності, довговічності і збереження досліджуваних систем. Науково-технічні проблеми забезпечення і підвищення надійності вирішуються на основі методів аналізу та синтезу задач надійності..

Проблеми аналізу надійності вирішують для:

перевірки виконання встановлених вимог і (або) оцінки кількісної міри (ймовірності) досягнення вимог рівня надійності складових частин і системи в цілому;

перевірка ефективності реалізованих заходів по доопрацюванню конструкції, технологій виготовлення, стратегії технологічного обслуговування і ремонту для підвищення надійності;

прогнозування надійності і вибір раціональних шляхів забезпечення або підвищення надійності.

При обґрунтуванні вибору методу аналізу надійності систем слід врахувати:

клас задач дослідження надійності систем;

адекватність та повноту математичної моделі досліджуваної характеристики надійності, характеристики моделі, початкові умови та обмеження використання моделі;

можливість використання методу при комп'ютерному моделюванні, статистичній обробці даних вимірювань при випробуваннях, експлуатації досліджуваної характеристики надійності з метою обчислення характеристик точності результатів обчислення;

створення на основі використання методу інформаційного забезпечення, включаючи математичне та програмне дослідження, відповідних характеристик надійності.

Послідовність використання методів аналізу надійності системи є наступною:

ідентифікація системи (призначення, область застосування, функції, структура, склад, резервування, система технічного обслуговування і ремонту, режим експлуатації, зовнішня взаємодія, кваліфікація обслуговуючого персоналу і якість програмних засобів, які застосовуються в системі, технології, що плануються і організація виробництва під час виготовлення системи);

визначення мети призначення системи (номенклатура і значення характеристик надійності, що вимагаються, критерії якості функціонування системи, можливі наслідки відмов, критерії відмов і граничних станів);

визначення вихідних даних (отримання і попередня обробка вихідних даних по надійності елементів і складових частин, аналогів, обчислення характеристик надійності елементів, розподіл надійності по елементам системи);

аналіз системи:

якісний аналіз (визначення типів несправностей, механізмів відмов елементів і їх наслідки для системи, аналіз функціонування схеми системи, аналіз системи технічного обслуговування і ремонту, побудова структурних схем надійності системи);

кількісний аналіз (побудова математичної моделі надійності елементів системи по характеристикам надійності, що розглядаються, отримання кількісних характеристик надійності шляхом розрахунку або моделювання, проведення аналізу важливості відмов і чутливості, оцінка можливості вдосконалення характеристик системи на основі резервних підсистем і стратегії технічного обслуговування і ремонту);

оцінка результатів аналізу (порівняння із необхідними характеристиками надійності і/або рекомендації і засоби по забезпеченню необхідних характеристик надійності, які можуть включати перегляд конструкції, визначення слабких місць, дисбаланс режимів, заміну деталей з високим ризиком виникнення несправностей, розробку альтернативних шляхів підвищення надійності, здійснення компромісного аналізу і оцінки вартості варіантів конструкцій).

Розглянемо програму забезпечення надійності як основна форма реалізації результатів вирішення науково-технічних проблем досліджень надійності систем.

Програма забезпечення надійності систем. Програма забезпечення надійності систем розробляється на весь життєвий цикл системи, починаючи з моменту формування мети створення конкретної системи і до її повного виключення з використання та утилізації. Відомо, що життєвий цикл системи складається з наступних етапів [1, 4, 5, 14, 20, 22]:

- обґрунтування необхідності розробки і формування стратегії створення, розробка і узгодження між замовником і розробником технічного завдання, оформлення відповідного (державного, відомчого або іншого) замовлення на розробку системи;

- проектування, розробка технічної та конструкторської документації, виробництво дослідних зразків компонент системи, їх випробування, коректування технічної і конструкторської документації для виготовлення серійного зразка системи;

- підготовка виробництва, виготовлення компонент системи, зборка, налагодження, випробування, сертифікація і передача системи в експлуатацію;

- установка, запуск, експлуатація, технічне обслуговування, ремонт системи;

- на заключному етапі життєвого циклу виконується узагальнення всіх результатів досліджень функціонування системи, включаючи характеристик надійності при виконанні системою необхідних функцій, формування звітних науково-технічних матеріалів, баз даних вимірювань, результатів обробки випробувань та експлуатації системи, створення відповідного інформаційного забезпечення, включаючи математичне та програмне, для розробки нової перспективної і більш надійної системи. На цьому етапі проводиться утилізація системи з урахуванням вимог екології або подальшого використання системи не за призначенням.

Програма може створюватись в формі єдиного документа, але більш доцільно програму розробляти для її використання на етапах:

- проектування і розробки;
- виробництва і випробувань;
- експлуатації.

Розглянемо реалізацію програми забезпечення надійності на основних етапах життєвого циклу системи.

На етапі *обґрунтування необхідності розробки системи* встановлюються основні характеристики, формуються основні вимоги, структура, технічні характеристики, часові терміни та вартість розробки. На даному етапі закладаються основи надійності системи і вартість його життєвого циклу. Засоби по забезпеченню надійності необхідно обґрунтовувати з урахуванням сучасних інформаційних технологій забезпечення надійності. Як правило, на цьому етапі розробки відсутня точна інформація про надійність основних частин системи і відправними точками для оцінки надійності і вироблення вимог до надійності є інформація про аналоги, прототипи систем і їх складових частин. В якості методів прискорення оцінки надійності при виборі стратегії розробки рекомендується використовувати методи імітаційного моделювання, статистичного моделювання і наближеного апріорного розрахунку.

На етапі *проекткування і розробки системи* створюється конкретна технічна реалізація системи (апаратна частина, програмне забезпечення тощо) розробляється технічна документація, інструкції по застосуванню і обслуговуванню тощо. Засоби по забезпеченню надійності на даному етапі концентруються на виконанні вимог по надійності. Основна мета забезпечення надійності є наступною:

усі вимоги до надійності використовуються для управління процесом проектування;

визначаються і виконуються процедури оцінювання для досягнення відповідності вимог по надійності;

розробляються і виконуються засоби для управління надійністю системи;

аналізуються з точки зору забезпечення гарантії надійності системи у цілому комплектуючі і складові частини;

засоби по плануванню і забезпеченню технічного обслуговування ув'язуються з проектними рішеннями системи з метою забезпечення відповідних вимог по надійності.

На етапі *виготовлення і передачі експлуатації системи* виготовляються, збираються, налагоджуються, проходять випробування, отримують сертифікацію і передаються в експлуатацію. Засоби по забезпеченню надійності концентруються на випробуваннях по надійності. В ході випробувань визначаються характеристики безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності і збереження. Випробувальна стратегія повинна забезпечувати оцінку достовірності ризиків виробників і замовників (користувачів). В якості методів прискореної оцінки надійності на стадії виготовлення та встановлення рекомендується використовувати метод прискорених форсованих випробувань (визначальних, означальних і контрольних), а також методи прогнозування.

На етапі *експлуатації, обслуговування і ремонту* система застосовується за призначенням, обслуговується і ремонтується. Засоби по забезпеченню надійності повинні концентруватися на збиранні експлуатаційної інформації, оцінці і аналізу даних про несправності і відмови, стратегію технічного обслуговування і ремонту, забезпечення запасними частинами. В якості методів прискореної оцінки надійності на етапі експлуатації рекомендується використовувати розрахунково-експериментальний метод, який представляє синтез апіорного розрахунку і прискорених випробувань.

На етапі експлуатації необхідно виконати всі рекомендації програми по підвищенню надійності системи, використовуючи результати адаптивних методів статистичної обробки даних вимірювань реальних характеристик надійності при проведенні процесів відновлення, ремонту та технічного обслуговування.

На *заключному етапі життєвого циклу* необхідно узагальнити всі результати досліджень науково-технічних проблем надійності системи, включаючи результати виконання програми забезпечення надійності, створити інформаційне забезпечення для розробки перспективних високонадійних систем.

Аналіз надійності по результатам виконання програми забезпечення надійності констатує повноту і виконання усіх заходів цієї програми, підтверджує факт, що конструктивне виконання і технологічний процес виготовлення та експлуатації системи відповідає встановленим вимогам, які забезпечують задані вимоги по надійності.

Література

1. Азарсков В.Н. Надежность систем управления и автоматики / В.Н. Азарсков, В.П. Стрельников. – К.: НАУ, 2004. – 164 с.
2. Бердичевский Б.Е. Надежность персональных компьютеров // Надежность и контроль качества. – 1991. - № 9. – С. 22-26.
3. Власов Е.П. Расчет надежности компьютерных систем / Власов Е.П., Жданов В.В., Корнейчук В.И. – К.: «Корнейчук», 2003. – 187 с.
4. Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надежности / Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. – М.: изд-во «Наука», 1965. – 526 с.
5. Головань С.М. Основи надійності інформаційних систем: підручник / С.М. Головань, О.В. Корнейко, О.С. Петров, В.О. Хорошко, Л.М. Щербак. – Луганськ: вид-во «Ноулідж», 2012. – 335 с.
6. ГОСТ 27.005-97. Надежность в технике. Модели отказов. Основные положения. – Введ. 01.01.99. – 43 с.
7. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.
8. ДСТУ 2860-94. Надійність технікою Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994. – 36 с.
9. ДСТУ 2862-94. Надійність технікою Методи розрахунку показників надійністю Загальні вимоги. – К.: Держстандарт України, 1994. – 44 с.
10. ДСТУ 3021-95. Випробування і контроль якості продукції. Терміни та визначення. – К.: КНДІРВА, 1995. – 74 с.
11. ДСТУ 3524-97. Проектна оцінка надійності складних систем з урахуванням технічного і програмного забезпечення. – К.: Держстандарт України, 1997. – 54 с.
12. ДСТУ 3918-99. Процеси життєвого циклу програмного забезпечення. – К.: Держстандарт України, 2000. – 49 с.
13. Заренин Ю.Г. Надежность и эффективность АСУ / Заренин Ю.Г., Збырко М.Д., Креденцер Б.П. и др. – К.: Техніка, 1975. – 368 с.
14. Ибүду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем. – М.: Высшая школа, 1989. – 216 с.
15. Липаев В.В. Качество программного обеспечения. – М.: Финансы и статистика, 1993. – 262 с.

16. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. – М.: Машиностроение: Том 1. Методология. Организация. Терминология, 1986. – 224 с.
17. Погребинский С.Б. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ / Погребинский С.Б., Стрельников В.П. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
18. Стрельников В.П. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем / Стрельников В.П., Федухин А.В. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
19. Тарасенко В.П. Надійність комп'ютерних систем / Тарасенко В.П., Маламан А.Ю., Чередниченко Ю.П., Корнейчук В.І. – К.: «Корнійчук», 2007. – 256 с.
20. Тейер Т. Надежность программного обеспечения: пер. с англ. / Тейер Т., Липов М., Нельсон Э. – М.: Мир, 1981. – 326 с.
21. Цвітун А.О. Надійність комп'ютерних мереж / Цвітун А.О., Корійчук В.І., Долголенко О.М. – К.: «Корнійчук», 2010. – 116 с.
22. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
23. Чернышев А.А. Основы надежности полупроводниковых приборов и интегральных микросхем. – М.: Радио и связь, 1988. – 256 с.
24. Meeker W.Q., Escobar L.A. Statistical Methods for Reliability Data. – New York: J.Wiley and Sons, 1990. – 480 p.
25. Nelson W. Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analysis. – New York: J.Wiley and Sons, 1990.
26. Singpurwalla N. Survival in Dynamic Environments. – New York: “Statistical Science”, 1995. – v. 1,10. – pp. 86-103.



МОНІТОРИНГ ТРУБОПРОВІДІВ І ТЕПЛОВИХ МЕРЕЖ

8

- 8.1. Методи виявлення витоків у трубопроводах теплотехнічного обладнання
- 8.2. Методи і засоби акустичного контактного виявлення витоків
- 8.3. Математична модель та імовірнісні характеристики акустичного сигналу витоків рідини в трубопроводах
- 8.4. Структура комп'ютеризованої системи моніторингу витоків у трубопроводах теплових мереж

8.1. Методи виявлення витоків у трубопроводах теплотехнічного обладнання

Одним із головних чинників, що визначає надійність будь-яких теплоенергетичних систем [8], є стан їх трубопровідного обладнання – водопроводів, паропроводів, трубопроводів хімічних розчинів, мазуто- і газопроводів, трубопроводів теплових мереж, запірної й регулюючої арматури та ін. Не зважаючи на контроль над станом трубопровідного обладнання під час виробництва й монтажу, при експлуатації в них утворюються різні дефекти: тріщини, стоншування стінки й наскрізні дефекти, розклеювання стикових з'єднань та ін. Наслідки аварій, що викликані витокami робочої речовини із трубопроводів, приводять до серйозних екологічних проблем і значних матеріальних витрат на відновлення роботи обладнання.

Причини високої пошкоджуваності за даними аналізу за 20-літній період експлуатації можна виділити наступні [11]:

існуюча нормативна база для проектування й будівництва не відповідає сучасним умовам експлуатації підземних теплопроводів;

низькі захисні властивості традиційних ізоляційних матеріалів, підсилені низькою якістю проектування і будівництва;

неефективність існуючих дренажних систем;

помилки проектувальників і недостатній (для мереж такої якості) обсяг робіт з підтримки надійності мереж;

експлуатація трубопроводів, що відпрацювали свій термін.

Найефективнішим способом запобігання аваріям є своєчасна заміна зношених ділянок трубопроводів. Проте в сучасних економічних умовах повсюдна реконструкція трубопроводів неможлива й часто замінюється вже те, що більше не підлягає ремонту.

У той же час для ефективної роботи теплотехнічного обладнання в цілому необхідний моніторинг стану (технологічного, технічного, економічного) основних виробничих фондів [10].

Моніторинг є комплексом заходів щодо спостереження, оцінки й прогнозу стану трубопроводів і теплових мереж. У зв'язку з обробкою величезного масиву показників стану трубопроводів і теплових мереж моніторинг неможливий без застосування сучасних інформаційних технологій. Вхідні дані моніторингу повинні

строго відповідати вимогам системи по актуальності і достовірності [10]. Діагностика є складовим елементом моніторингу.

На сьогоднішній день здебільшого автоматизовані процеси контролю режимних параметрів, проте дуже часто використовуються застарілі засоби автоматики, які не відповідають вимогам існуючих державних будівельних норм (ДБН), ПБ та інструкцій з експлуатації, наприклад, у котельних [9], і не повною мірою процеси діагностики. У зв'язку з ускладненим доступом до об'єкта контролю, зокрема, до трубопроводів, вкладених у ґрунт, не завжди можлива повна автоматизація процесу діагностики з точки зору 100 %-го контролю всього об'єму трубопроводів, або є дуже коштовною процедурою.

Розглянемо методи виявлення витоків рідини з точки зору застосування їх для діагностики трубопроводів теплотехнічного обладнання під час експлуатації.

Існує багато методів і способів виявлення витоків, заснованих на різних фізичних явищах і принципах [3, 12, 17, 23, 24, 26, 27, 33]. Їх основними характеристиками є точність локації й дистанційність. Під *точністю локації* розуміють похибки у визначенні місця розташування течі, під *дистанційністю* – максимально можливу відстань від місця витoku до приймального перетворювача або пристрою.

Під *порогом чутливості* розуміють найменший потік (витрати, тиск, концентрація речовини), що піддається реєстрації як сигнал про течу [30].

При виборі методів виявлення витоків (течощукання) враховуються різні обставини, наприклад, такі як параметри трубопроводу, профіль траси, властивості продукту, що перекачується, умови експлуатації, у тому числі й доступність до об'єкта контролю, застосування спеціальних пробних (індикаторних) речовин. Деякі методи дозволяють установити тільки факт наявності витoku, за допомогою інших вдається визначити місце пошкодження. Також на вибір методу пошуку витоків впливає обсяг витoku: для крупних витоків першочерговою вимогою є швидкодія, а визначення місцеположення – другорядним, оскільки достатньо знати в якій секції між запірною арматурою відбулася аварія, щоб її локалізувати; для малих витоків першочерговим є чутливість і точність визначення місцеположення течі, а швидкодія – другорядним [17].

Пошук течі в трубопроводах може виконуватися із застосуванням тестової та функціональної діагностики. З точки зору оперативного контролю інтерес представляє функціональна діагностика, оскільки вона виконується без виводу об'єкта з експлуатації і не вимагає використання спеціальних пробних речовин.

Функціональну діагностику можна реалізувати як штатними засобами систем керування за технологічними параметрами перекачування, так і додатковими апаратними засобами. Серед відомих методів виявлення витоків у трубопроводах штатними засобами найуживанішими [12, 17, 24] є наступні методи: моніторинг тиску з фіксованою або ковзною установкою; сканувальних хвиль; від'ємних ударних хвиль; порівняння витрат; порівняння швидкості зміни витрат; лінійного балансу.

Моніторинг тиску з фіксованою або ковзною установкою базується на зіставленні значень тиску, періодично отримуваних від манометрів на приймальній і нагнітальній лініях насосних станцій, з різними значеннями для заданої продуктивності. Дозволяє оперативно знаходити значні витoki (аварії, розриви); сумісний з автоматизованими системами управління трубопроводів. Недоліки методу: низька чутливість (10...15 % від номінальної продуктивності); використання тільки за сталого режиму експлуатації трубопроводу; помилкове спрацювання при перекачуванні різних рідин або порушенні суцільності потоку; велика похибка визначення місця витoku; не застосовний у складних трубопровідних мережах змінного діаметру, за наявності відведень або акумулюючих ємностей.

Метод сканувальних хвиль («ударна діагностика» М. Є. Жуковського) заснований на аналізі перехідних процесів у трубопроводах при виникненні гідроудару, місце витoku визначається за допомогою ударної діаграми (кривої залежності тиску від часу). Ефективний для швидкого виявлення значних витоків (проривів); дистанційного зондування витoku; устаткування розташовується в межах насосної станції. Недоліки методу: створення ударної хвилі шляхом швидкого закриття засувки, що перекриває весь перетин трубопроводу, внаслідок чого різко підвищується тиск (гідравлічний удар з амплітудою 0,5...1,0 МПа) і може відбутися додаткове руйнування трубопроводу; низька чутливість до вели-

чини витoku; чутливість методу знижується при послідовному перекачуванні різної робочої речовини.

Метод від'ємної ударної хвилі (М. Є. Жуковського) заснований на реєстрації хвилі зниження тиску, що поширюється, зі швидкістю звуку трубопроводом в обидва боки від місця витoku в момент її виникнення. Час проходження сигналів від перетворювачів реєструється на центральному диспетчерському пульті. Обробка інформації виконується з урахуванням послідовності надходження сигналів, відстані до перетворювачів, швидкості поширення хвилі зниження тиску, експлуатаційних параметрів перекачування й обчислює місце витoku. Метод не передбачає штучного генерування імпульсів тиску. Дозволяє швидко виявити значні витoki, застосовний незалежно від довжини й конструкції лінійної частини трубопроводу, забезпечує безперервний контроль над появою витokів, а апаратура, що використовується, проста в експлуатації. Недоліки методу: високі експлуатаційні витрати на безперервний моніторинг; непрацездатність алгоритму в стадії скидання продукту при постійній витраті; спотворення корисного сигналу на самопливних ділянках; блокування сигналу при розривах суцільності потоку.

Метод порівняння витрат заснований на порівнянні витрат продукту на вході й виході ділянки продуктопроводу. У різних точках трубопроводу умова рівності витрат не дотримується в разі виникнення витoku. Даний метод не передбачає визначення місця витoku. У разі порушення стаціонарного характеру транспортування продукту в системах, що реалізують даний метод, можуть виникати помилкові спрацьовування. Дещо кращі результати за несталих режимів експлуатації одержують при вимірюванні швидкості змінювання витрат.

Метод порівняння швидкості зміни витрат заснований на вимірюванні миттєвої швидкості зміни витрати в різних перетинах трубопроводу. Пошкодження або розрив трубопроводу викликає різку зміну швидкості витрати перекачуваного продукту, цю зміну фіксує система, що реалізує даний метод. Недолік даного методу такий же, як і в попереднього, полягає в помилкових спрацьовуваннях системи, що викликаються порушенням суцільності потоку, зміною властивостей партій перекачуваного продукту, ускладненнями технологічних режимів перекачування. Метод не забезпечує виявлення місця витoku, але наближено його

можна визначити за різницею часів появи сплесків на трендах витрат у контрольних перетинах.

Метод лінійного балансу заснований на порівнянні різниці витрат продукту, що транспортується, на вході й виході, яка повинна бути рівною зміні його кількості в герметичному трубопроводі з урахуванням температурної поправки, в'язкості, густини й тиску перекачуваного продукту. Якщо значення різниці об'ємів на вході й виході ділянки трубопроводу перевищує задане в програмі значення, то включається аварійний сигнал появи витоків. Недоліками є неможливість визначення точного місця витоків, неможливість використання для виявлення малих витоків, збільшення похибки визначення витоків при несталому режимі експлуатації трубопроводу.

Таким чином, ці методи придатні при постійному контролі значних витоків у трубопроводі (поріг чутливості не перевищує 0,1 % від витрати трубопроводу), характеризуються вимогами до сталого режиму експлуатації.

До методів виявлення витоків, що реалізуються додатковими апаратними засобами, відносяться [17, 24, 26, 27, 32]: теплові, магнітні, акустичні.

Для *теплових методів* основною характеристикою витоків служить зміна розподілу температури на поверхні теплопроводу. Вимірювання температури можна реалізувати контактним і безконтактним способом. Контактний метод реалізується за допомогою двох конструктивних елементів: термощупа із вбудованим у нього термоелектричним термометром або термометром опору, та блока обробки одержуваного сигналу. Перевагою є відносна дешевизна устаткування, недоліком – мала зона контролю, метод обмежений у застосуванні за наявності великої кількості відгалужень і стикових з'єднань. Безконтактний тепловий метод базується на реєстрації температури поверхні об'єкта контролю за їх інфрачервоним випромінюванням. Приладами, призначеними для дистанційного вимірювання тепла, є пірометри та тепловізори. Пірометром реєструється температура в певній точці об'єкта вимірювання, тепловізором – розподіл тепла по його поверхні. Тепловізор є відносно дорогим приладом. При каналному прокладанні трубопроводів тепловий метод менш ефективний, оскільки за витоків розтікання гарячої води каналом «розмиває» теплову картину на поверхні трубопроводу.

Магнітні методи неруйнівного контролю застосовують для виявлення дефектів у трубопроводах, виготовлених із феромагнітних матеріалів (сталь, чавун), тобто матеріалів, які здатні істотно змінювати свої магнітні характеристики під впливом зовнішнього магнітного поля. За наявності дефектів у стінках труб магнітні силові лінії відхиляються, і виникає поле розсіювання, величина цього поля залежить від розмірів і конфігурації дефекту при певному значенні намагніченості стінки труби. Метод магнітної пам'яті металу ефективний для виявлення ділянок із підвищеною напругою металу при безпосередньому контакті з трубопроводом.

Метод магнітної томографії заснований на використанні магнітної пам'яті металу, не вимагає спеціального намагнічування, дозволяє виконати інтегральну оцінку стану вузла з урахуванням якості металу, фактичних умов експлуатації й конструктивних особливостей вузла. Метод має мало статистики, і поки важко говорити про його ефективність; вимагає розробки окремих методичних вказівок по безконтактній магнітній діагностиці, по розшифровці магнітограм з урахуванням специфіки умов і конструктивних, технологічних особливостей обстежуваних трубопроводів.

Таким чином, тепловізійний метод і метод магнітної пам'яті металу є трудомісткими і вимагають постійної присутності на досліджуваній ділянці об'єкта персоналу, оснащеного спеціальним устаткуванням. Ці методи найбільш ефективні для оперативного контролю невеликої ділянки, але дозволяють контролювати об'єкт складної форми.

Акустичні методи засновані на діагностиці акустичних хвиль, що поширюються об'єктом дослідження.

Метод акустичної емісії добре відомий в світовій практиці і дозволяє точно визначати місцеположення дефектів в трубопроводах і посудинах, що працюють під змінним тиском. При акустико-емісійному (АЕ) контролі тріщин з'ясувалося, що апаратурою добре реєструється акустична завада, що є ультразвуковою складовою сигналів від витоків [12]. Це привело до використання методів і засобів акустичної емісії для вирішення задач течошування. Не дивлячись на те, що сигнали, які виникають при витокі, аналогічні сигналам неперервної акустичної емісії і відносяться до класу випадкових процесів – застосовувати той самий метод для їх аналізу некоректно через відмінність природи цих

процесів. Вказаний метод заснований на реєстрації сигналів локальної динамічної перебудови матеріалу [12, 23]. До того ж в більшості робіт з акустичного течешукування розглянуті тільки неперервні сигнали. В результаті часто течешукачі будують за принципами АЕ-апаратури (або безпосередньо застосовують цю апаратуру), а як інформативні параметри використовують такі параметри сигналів: швидкість рахунку, середньовипрямлене значення, потужність та ін. Разом з тим при неперервному характері сигналів від витоків різницево-далекомірний спосіб визначення координат джерела сигналів, що зазвичай використовується в АЕ-апаратурі, не придатний [12].

Таким чином, особливості сигналів від течі і специфіка умов об'єктів контролю привели до створення спеціалізованих течешукачів.

Метод акустичної діагностики пошуку витоків (течешукування) заснований на аналізі акустичних коливань, що генеруються течєю в навколишньому середовищі. Він може бути як безконтактним, так і контактним – наявність контакту приймального перетворювача із стінкою об'єкта контролю. Безконтактний метод вимагає постійної присутності на об'єкті контролю. Переваги акустичного контактного методу очевидні – краща завадостійкість, велика дистанційність, дозволяє визначати координати джерел сигналів за допомогою стаціонарних приймальних перетворювачів. Метод є інтегральним, і має перспективу для виявлення інформативних складових у комплексі методів постійного моніторингу стану діючих трубопроводів.

Таким чином, широкі можливості й перспективи з точки зору функціональної діагностики трубопроводів теплотехнічного обладнання, реалізації постійного й періодичного контролю мають акустичні методи виявлення витоків у трубопроводах, які можуть використовуватися як самостійно, так і в комбінації з іншими методами діагностики й контролю, наприклад, тепловими.

Основний напрямок розвитку цих методів – знаходження нових інформативних параметрів і поліпшення алгоритмів їх обробки з метою підвищення чутливості до витоків (підвищення завадостійкості), точності їх локації й розширення типів контрольованих об'єктів.

8.2. Методи і засоби акустичного контактного виявлення витоків

Акустичні сигнали витоку [3, 12, 19, 21] є наслідком гідродинамічних процесів, що протікають в течі напірних трубопроводів під дією перепаду тисків. Властивості акустичних сигналів витоку суттєво залежать від режимів витікання рідини, які визначаються в першу чергу величиною перепаду тисків і геометричними параметрами щілини.

Розрізняють наступні основні режими витікання рідини в повітря – краплинне, суцільного заповнення каналу, кавітаційне, повного відриву потоку від стінок каналу, внутрішньоканального розпаду струменя (рис. 8.1) [12].

Місце утворення витоку в об'єкті контролю будемо називати каналом (дефектом). У найпростішому випадку він являє собою циліндровий канал завдовжки H , що відповідає товщині стінки об'єкта, з розкриттям (еквівалентним діаметром) рівним $2r$.

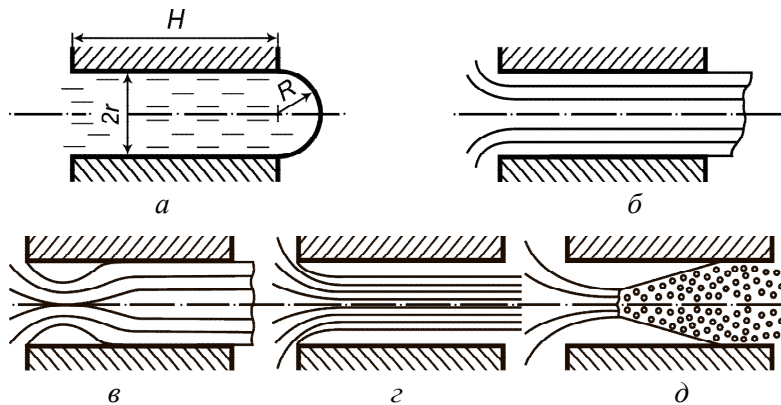


Рис. 8.1. Схеми руху продукту витікання по каналу в режимах: а – краплинний; б – суцільного заповнення каналу; в – кавітаційний; г – повний відрив потоку від стінок каналу; д – внутрішньоканальний розпад струменя

Краплинне витікання. Для води при перепаді тисків рівному 0,75 МПа і діаметрі щілини менше 0,04 мм в каналі відсутній рух і, як наслідок, будь-які акустичні сигнали. Рух рідини в течі починається при перепаді тисків, достатньому для подолання поверхневого натягу. При цьому у вихідному перерізі утворюються або окремі краплі рідини, або окремі бульбашки газу. Акустичні

сигнали, що виникають, обумовлені динамічними ефектами при замиканні й відриві кожної бульбашки або краплі.

Суцільне заповнення каналу рідиною відбувається за малих перепадів тиску та нормальній температурі. У разі досягнення швидкості руху рідини в течії значення, яке відповідає критичному числу Рейнольдса, виникає турбулентна течія в каналі, що супроводжується акустичними сигналами. Зокрема, турбулентний режим течії має місце при перепаді тиску 1 МПа, товщині стінки трубопроводу 8 мм і діаметрі щілини 0,08 мм.

Кавітаційний режим виникає зі зростанням перепаду тисків. Наприклад, кавітація виникає в коротких щілинах (5...10 мм) з діаметром щілини 0,1...1,0 мм за перепадів тисків близько 0,1 МПа. В околі вихідної течії відбувається відрив рідини від стінок каналу й утворення кавітаційних бульбашок – каверн. Кавітаційний режим течії через нестабільність хвостової частини каверни супроводжується сильними акустичними сигналами, які на порядок перевищують шуми турбулентності.

При подальшому зростанні перепаду тисків спостерігається збільшення довжини каверни, її вихід із кінця каналу та руйнування, внаслідок чого починається *режим повного відриву струменя рідини* від стінок течії. Акустичні сигнали при цьому мінімальні.

Режим внутрішньоканального розпаду струменя виникає тільки в окремих випадках і за досить великих перепадів тиску. У цьому режимі струмінь рідини є нестійким, може відбуватися його викривлення й розпад на окремі краплі. Якщо розпад струменя відбувається всередині каналу й траєкторії руху частинок нестійкого струменя або крапель рідини, що відірвалися від струменя, перетинають стінки каналу, то виникають значні акустичні сигнали, причиною яких є бомбардування стінок каналу окремими частинками рідини.

Корисні акустичні сигнали (*псевдозвук*) також можуть виникнути в стінці об'єкта випробувань у разі невеликих швидкостей витікання за рахунок пульсацій тиску на стінці каналу, обумовлених нестаціонарністю потоку.

Для акустичного контактного виявлення витоків найцікавішими є режими суцільного заповнення каналу та кавітаційний. У цих режимах акустичні сигнали, які генеруються за рахунок турбулентності й кавітації, мають широкосмуговий неперервний

спектр із верхньою частотою до декількох мегагерц. У низькочастотній частині діапазону (до 60 кГц) спектр реєстрованих при витоку акустичних сигналів може мати локальні максимуми, відповідні до власних частот щілини.

Методи та засоби акустичного контактного виявлення витоків засновані на аналізі характеристик і параметрів акустичних сигналів витоку, реєстрація яких здійснюється за допомогою приймальних перетворювачів, що мають безпосередній контакт зі стінкою об'єкта контролю. Як було зазначено в попередньому параграфі, основними характеристиками засобів виявлення витоків є точність локації та дистанційність контролю.

Більшість відомих приладів і систем акустичного контактного виявлення витоків базується на кореляційній обробці акустичних сигналів витоку. Принцип цих приладів заснований на вимірюванні часової затримки максимуму взаємної кореляційної функції між акустичними сигналами, зареєстрованими двома рознесеними приймальними перетворювачами.

Відстань l від течі до одного з перетворювачів обчислюється за формулою

$$l = \frac{L - \tau_0 c}{2}, \quad (8.1)$$

де L – відстань між перетворювачами; c – швидкість поширення акустичних сигналів трубопроводом (задана або виміряна); τ_0 – різниця часів надходження акустичних сигналів від витоку до перетворювачів. Величина τ_0 визначається по взаємній кореляційній функції $R_{ab}(\tau_0)$ сигналів від датчиків «а» і «б»:

$$R_{ab}(\tau_0) = \max_{\tau} (R_{ab}(\tau)). \quad (8.2)$$

У деяких приладах закладена обробка акустичних сигналів витоку в частотній області. На основі аналізу спектрів і функції когерентності визначається інформативна ділянка, після чого виконується обробка сигналів у часовій області.

Фірмою Hitachi, Ltd запатентований метод виявлення витоку, за якого приймальні перетворювачі розміщують з одного боку від передбачуваного витоку (односторонній доступ до трубопроводу) [Патент US 4543817]. Метод може бути застосований для безперервного контролю трубопроводних систем АЕС, хімічних заводів

дів та ін. виробництв. Алгоритм локації витoku побудований на аналізі двох амплітуд частотних складових сигналу, кожна з яких зареєстрована двома приймальними перетворювачами, встановленими на трубі на деякій відстані.

Алгоритм знаходження координат течі згідно з даним методом визначається формулою

$$l = l_i + \frac{(kS_{2i} - S_{1i})}{\alpha_2 (k - \alpha_1 / \alpha_2)},$$

де l – відстань від витoku до точки E , прийнятої за початок координат (початок координат вибирається в довільній точці на трубі, припустимо з протилежної сторони відносно встановлених датчиків); l_i – відстань від i -го приймального перетворювача до точки E ; k – константа, що визначається експериментально, $k = S_{1x} / S_{2x}$, S_{1x} , S_{2x} – невідомі амплітуди акустичної хвилі частот f_1 і f_2 в місці витoku; α_j – коефіцієнт загасання на f_j -й частоті; S_{ji} – амплітуда (логарифмічні значення) частотної компоненти f_j в місцях розташування i -го приймального перетворювача.

Структура простої переносної системи виявлення витоків (течощукача) в трубопроводі акустичним контактним методом має вигляд, представлений на рис. 8.2. До її складу входить приймальний перетворювач (датчик), попередній підсилювач, кабелі зв'язку, комп'ютер і програмне забезпечення для діагностування трубопроводів.

Основною вимогою, що пред'являється до датчиків, є можливість реєстрації сигналів малого рівня з низькочастотними й високочастотними складовими.

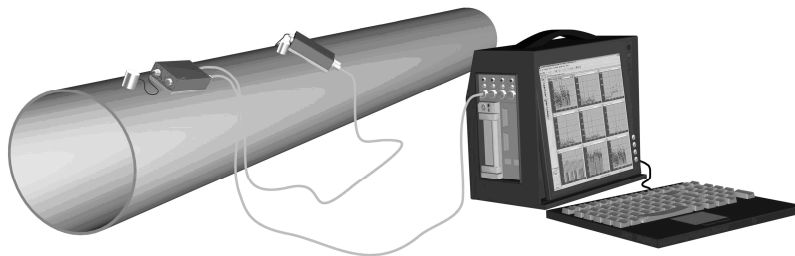


Рис. 8.2. Переносний течощукач

Пристрій для аналізу акустичних сигналів витoku повинен включати попередню фільтрацію і забезпечувати вузькосмуговий кореляційно-спектральний аналіз. Пристрій може бути виконаний або у вигляді окремого модуля обробки сигналів, або у вигляді плати для персонального комп'ютера зі спеціалізованим програмним забезпеченням.

У разі відсутності безпосереднього доступу до трубопроводу датчики встановлюються на трубопроводі в доступних колодязях або на частинах запірної арматури. Вибір точок вимірювання визначається сегментом трубопроводу, що підлягає перевірці.

Принцип роботи течешукача наступний. Датчики перетворюють акустичні сигнали в точках вимірювань в електричні сигнали, які подаються на підключені до них попередні підсилювачі. Далі сигнали кабелем (в кабельній модифікації) або радіоканалом (безкабельна модифікація) передаються на модуль обробки корелятора. Модуль обробки здійснює аналого-цифрове перетворення по двох каналах, і передає перетворені в цифровий вигляд сигнали по паралельному порту в комп'ютер. У комп'ютері здійснюється програмна обробка сигналу для отримання часових і спектральних аналітичних функцій (зокрема, функцій когерентності й взаємної кореляції). Для визначення місця витoku в комп'ютер також потрібно ввести відстань між датчиками і швидкість поширення звуку.

Для забезпечення моніторингу й діагностики даний течешукач може бути розширений до стаціонарної системи автоматичного управління. До складу такої системи входить група датчиків і електронний керований комутатор (між датчиками і пристроєм аналізу сигналу), програма, що забезпечує планування і автоматичне керування вимірюваннями і вихідним пристроєм сигналізації.

В Україні розробкою приладів і систем акустичного течешукування, що серійно випускаються, займаються в МП «Дисит» НАНУ і в Інституті проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАНУ. Широке застосування отримали течешукачі ряду російських фірм і організацій – НДІ інтроскопії Томського політехнічного університету, ТОВ «ТЕХНО-АС» (підрозділ фірми «ИНТЕКО»), НВК «Вектор», ТОВ «Инкотес», ТОВ «ИНТЕРЮНИС», ФГУП ОНИИП, НДЦ «Охрана» МВС. За кордоном течешукачі також продукують Seba KMT (Seba

Dynatronic), Intereng Messtechnik GmbH, FAST (Німеччина); Primayer Ltd, Palmer Environmental (Великобританія); Gutermann (Швейцарія); Metrovib (Франція); Fuji Tecom Inc. (Японія); Echologics Engineering (Канада) та ін.

У табл. 8.1 наведені основні характеристики відомих течешукачів, що призначені для пошуку витоків рідини в сталевих або чавунних напірних трубопроводах з мінімальним діаметром 20 мм (риска позначає, що інформація відсутня). Необхідний мінімальний перепад тиску між трубопроводом і навколишнім середовищем повинен становити не менше 0,2 МПа, мінімальне для виявлення розкриття наскрізного дефекту – не менше 0,1 мм [14, 18, 22, 31].

Дані прилади є переносними системами, що складаються з декількох модулів – п'єзоелектричних приймальних перетворювачів, каналу передачі даних, вимірювальної станції для збору даних, блоку обробки інформації. Попередній підсилювач або вбудований у датчик, або виконаний у вигляді окремого блоку. Динамічний діапазон приладів становить 60...70 дБ, робоча температура знаходиться в діапазоні $-30...+70$ °С.

У роботах [2, 6, 29] проведений аналіз принципів побудови широко відомих закордонних акустичних систем виявлення витоку в магістральних трубопроводах:

- СНКГН-1, СНКГН-2, НДІ інтроскопії Томського політехнічного університету (Росія);
- LeakWave, фірма «Енергоавтоматика» (Росія);
- Капкан, ТОВ «Проект-ресурс» (Росія);
- WaveAlert Acoustic Leak Detection System, компанія Acoustic Systems Incorporated (США);
- Leak and Impact / Shock Detection System L.D.S. (Франція).

Оскільки принцип побудови автоматизованих систем виявлення витоків акустичним контактним методом ідентичний, розглянемо структурну схему таких систем на прикладі системи «Капкан».

Система Капкан, призначена для виявлення витоку продукту, що транспортується, при наскрізному пошкодженні трубопроводу, а також виявлення механічного пошкодження у вигляді свердлення отвору при спробі організації несанкціонованого врізання в трубопровід, з видачею інформації про місце й час пошкодження технічному персоналу [6].

Таблиця 8.1.1. Порівняльна характеристика течепошукачів

Назва, виробник	Точність локації, м	Частотний діапазон, кГц	Діаметр трубопроводу, мм	Наявність вхідної фільтрації	Наявність радіо-каналу	Довжина зв'язку по радіо-каналу, м	Відстань між датчиками, м
КОРШУН -11, МП «Дисит» НАНУ (Україна)	± 0,1	0,005...4,5	до 1400	так	так	—	—
К-10.3М, ШМЕ ім. Г.Є. Пухова НАНУ (Україна)	± 0,5 (з імов. 0,95)	—	до 1200	—	так	900	100
ТАК-2005, «НДІ Інтроскопін» (Росія)	± 2	0,1...20	—	так	—	—	200
ТКР-4102, «Инкотес» (Росія)	0,1 % від розміру витoku	0,001...9	50...1200	—	так	—	—
SeCorr-08, InterEng Messtechnik GmbH (Німеччина)	—	0,001...10	—	—	так	2000	—
Correlux P-250, Seba КМТ (Німеччина)	—	0...4	—	так	так	—	—
MicroCorr-6 DKL 1506, Seba КМТ (Німеччина)	—	0,005...5	25...1500	так	так	2000	250
Eureka3, Primaer Ltd. (Великобританія)	—	0,001...22	—	так	так	—	—
LC-2500, Fujii Tescom Inc. (Японія)	—	0,02...5	—	так	так	1000	—

Система є розподіленою системою збору даних (рис. 8.3). Сигнал з виходу сигнального датчика пошкоджень (СД) подається в блок обробки сигналу (БОС) і далі по кабельній лінії на віддалений термінальний пристрій (ВТП), де на основі обробки даних з СД і БОС синтезується сигнал про наявність пошкодження, розраховуються його лінійні координати і видається відповідна інформація на апаратуру комутації і відображення інформації. Керування системою здійснюється блоком керування (БК). Шляхом адаптивного підстроювання до рівня фону система визначає поріг, перевищення якого розглядається як імовірний сигнал тривоги. Подальший спектральний аналіз і кореляційна обробка сигналів, що приймаються, дозволяють ухвалити рішення про наявність пошкодження, його характер (течія, свердлення, удар, розкопка ґрунту) і визначити місце пошкодження.

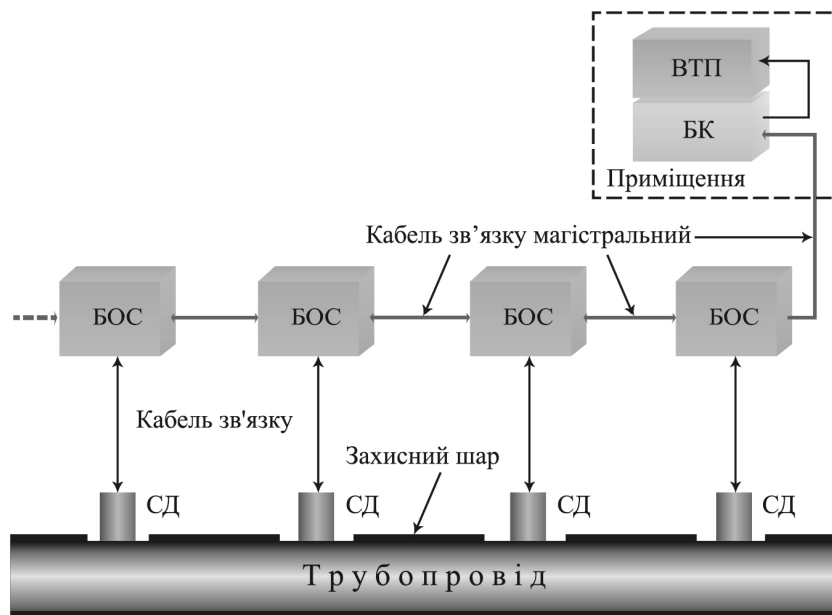


Рис. 8.3. Структурна схема системи виявлення пошкоджень «Капкан»

Система може бути виконана в бездротовому варіанті з автономними джерелами живлення і передачею даних по радіоканалу. Вібродатчики розташовують на поверхні трубопроводу на відстані до 500 м один від одного, при цьому точність визна-

чення координат джерела складає 50 м, чутливість складає 40 л/год.

Більшою чутливістю за величиною витоків характеризується система СНКГН-2 [2] – 8...25 л/год, при цьому відстань між датчиками дорівнює 150 м. Частотний діапазон перетворювачів складає 10...150 кГц.

Аналіз зазначених систем дозволив визначити основні вимоги до перспективних систем виявлення витоків:

- виявлення витоків із чутливістю до їх інтенсивності менше одного відсотка продуктивності трубопроводу;
- здатність знаходити слабкі витoki і механічні пошкодження за мінімально короткий проміжок часу;
- гранично мала кількість помилкових спрацьовувань;
- відносно низька вартість устаткування, його монтажу й обслуговування.

8.3. Математична модель та імовірнісні характеристики акустичного сигналу витоків рідини в трубопроводах

Найважливішу роль для акустичного контактного пошуку витоків виконує кавітаційний режим течії, який супроводжується потужними кавітаційними шумами, що перевищують на порядок і більше шуми турбулентності. Кавітація є процесом нестійкої зміни розмірів парогазових бульбашок при знакозмінному тиску в рідині, які виникають, ростуть, нелінійно пульсують і схлопується з утворенням ударних хвиль і кумулятивних струменів.

Кавітаційні бульбашки є зародками (ядрами) кавітації. Їх зростання може відбуватися як внаслідок дифузії розчиненого газу в бульбашці (газова кавітація), так і внаслідок втрати стійкості при швидкому розширенні бульбашки (парова кавітація). У роботах [19, 21] наголошується, що при газовій кавітації випромінюється акустичний сигнал із малим енергетичним рівнем, тоді як парова кавітація характеризується енергійним схлопуванням бульбашок, внаслідок чого виникають ударні хвилі, які є причиною інтенсивного шуму.

Кавітацію слід розглядати як імовірнісний процес, оскільки розподіл бульбашок за розмірами, кількістю і простором об'єму має складний статистичний характер, залежний від розподілу зародків кавітації, газовмісту, міжфазних меж, параметрів середо-

вища і т. ін., що не дозволяє аналітично описати кавітаційні ефекти детермінованими методами. Розглянемо основні математичні моделі акустичного сигналу витоку, створюваного паровою кавітацією.

Процеси Бунімовича – Райса. Вважаємо виконаними наступні припущення:

у випадкові моменти часу t_k відбуваються схлопування кавітаційних бульбашок, внаслідок чого виникають елементарні звукові імпульси;

імовірність $P_n(\Delta t)$ того, що в інтервалі Δt виникне рівно n елементарних імпульсів, залежить тільки від Δt і n , але не залежить від положення цього інтервалу на часовій осі;

числа $v(\Delta t_1)$ і $v(\Delta t_2)$ елементарних імпульсів, які виникають протягом інтервалів часу Δt_1 і Δt_2 , що не перекриваються, є незалежними випадковими величинами;

імовірність появи на малому інтервалі Δt більше одного імпульсу є величиною більшого порядку малості в порівнянні з Δt ;

форма елементарного звукового імпульсу однакова для всіх кавітуючих бульбашок і описується невинуватою функцією $h(t)$, $h(t)=0$ при $t < 0$;

амплітуди елементарних імпульсів η_k характеризують газоміст в рідині, однаково розподілені і є незалежними між собою і з t_k випадковими величинами;

кавітаційний шум у момент часу t є результатом накладення випадкового числа елементарних імпульсів.

На підставі сформульованих припущень моделлю акустичного сигналу витоку рідини є процеси Бунімовича – Райса [20]:

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k h(t - t_k), \quad (8.3)$$

де $v(t)$ – однорідний процес Пуассона з інтенсивністю λ ; t_k – пуассонівській потік подій.

Для повнішого відображення в математичній моделі фізики утворення сигналу витоку необхідне коригування умов 1) – 7), сформульованих вище.

Пуассонівські імпульсні процеси. Скоригуємо умови 2) і 5):

2) число елементарних імпульсів $v(\Delta t)$ залежить від положення інтервалу Δt на осі часу,

5) форма імпульсів може бути різною для різних моментів часу t_k і залежати від вектора випадкових величин $\boldsymbol{\eta}_k$.

За таких припущень і незмінних інших умов моделлю акустичного сигналу витоку є пуассонівські імпульсні випадкові процеси [20]

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} h(t, t_k, \boldsymbol{\eta}_k), \quad (8.4)$$

де $v(t)$ – неоднорідний процес Пуассона з математичним сподіванням $\Lambda(t)$; t_k – моменти виникнення імпульсів $t_k \in [0, \infty)$; $h(t, \tau, \boldsymbol{\eta})$ – детермінована функція змінних t і τ , залежна від вектора випадкових параметрів $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_n)$; $\boldsymbol{\eta}_k$ – послідовність незалежних n -вимірних однаково розподілених випадкових векторів, незалежних від t_k .

Практичне використання моделі пуассонівських імпульсних процесів натрапляє на обчислювальні труднощі навіть при знаходженні їх математичного сподівання, тому відомі лише деякі випадки використання спрощених варіантів моделі (8.4).

Лінійні випадкові процеси. Вважаємо, що акустичний сигнал витоку формується таким чином:

$$\xi_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^q \xi_i(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^{v_i(t)} \eta_{k_i} h(t, t_{k_i}),$$

де форма імпульсів може бути різною для різних моментів часу t_{k_i} і описується детермінованою функцією $h(t, t_{k_i})$; амплітуди η_{k_i} є незалежними між собою і з моментами часу t_{k_i} випадковими величинами, $v_i(t)$ – однорідні процеси Пуассона. Тоді моделлю акустичного сигналу витоку є лінійні випадкові процеси, які визначаються таким чином [20]:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) d\eta(\tau), \quad (8.5)$$

де $h(t, \tau)$ – не випадкова функція, а $\eta(\tau)$ – однорідний випадковий процес з незалежними приростами.

Моделі (8.3) і (8.4) є окремими випадками лінійних випадкових процесів (8.5), які достатньо добре досліджені в теоретичному плані.

Розглянемо основні **імовірнісні характеристики кавітаційного шуму витoku**.

Згідно [15] *характеристична функція* процесів (8.3) безмежно подільна і може бути представлена в канонічній формі Колмогорова

$$f_{\xi}(u) = \exp \left\{ ium_{\xi} + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{iux} - 1 - iux) \frac{dK_{\xi}(x)}{x^2} \right\}, \quad (8.6)$$

де $\{m_{\xi}, K_{\xi}(x)\}$ – параметри характеристичної функції у формі (8.6). Параметр m_{ξ} є математичним сподіванням процесів (8.3) і визначається формулою

$$m_{\xi} = m_{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt,$$

у якій $m_{\eta} = \mathbf{M}[\eta(1)]$.

Функція $K_{\xi}(x)$ називається *пуассонівською спектральною функцією Колмогорова* і обчислюється за формулою

$$K_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} K_h(x, y) dK_{\eta}(y),$$

де $K_{\eta}(y)$ – пуассонівська спектральна функція Колмогорова породжуючого процесу, а ядро перетворення $K_h(x, y)$ дорівнює

$$K_h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(\tau) E[x - yh(\tau)] d\tau.$$

Якщо функція $K_{\xi}(x)$ є абсолютно неперервною, то існує пуассонівська спектральна щільність

$$k_{\xi}(x) = \frac{dK_{\xi}(x)}{dx}.$$

У роботі [4] одержані загальні формули, що дозволяють знаходити параметри канонічного подання (8.6) характеристичної функції кавітаційного шуму (8.3) з експоненціальною формою імпульсу $h(t) = p_m \exp(-t/\tau_0) E(t)$:

$$m = m_\eta p_m \tau_0 ; \quad (8.7)$$

$$K_\xi(x) = \frac{p_m^2 \tau_0}{2} \left[K_\eta \left(\frac{x}{p_m} \right) - \left(\frac{x}{p_m} \right)^2 L_\eta \left(\frac{x}{p_m} \right) \right], \quad (8.8)$$

де величина p_m пропорційна статичному тиску, а стала τ_0 приймає значення в діапазоні $10^{-8} \dots 10^{-5}$ с, $E(t)$ – одинична функція; $L_\eta(x)$ – пуассонівська спектральна функція Леві породжуючого процесу.

Формули (8.7) і (8.8) дозволяють знаходити закон розподілу кавітаційного шуму (8.3) для різних породжуючих процесів $\eta(\tau)$. В окремому випадку моделі (8.4), в якій амплітуди η_k мають показниковий розподіл з параметром β , пуассонівська спектральна функція (8.8) кавітаційного шуму приймає вигляд

$$K_\xi(x) = \lambda \tau_0 \int_0^x z e^{-\frac{\beta}{p_m} z} dz.$$

Пуассонівська спектральна щільність в даному випадку дорівнює

$$k_\xi(x) = \lambda \tau_0 x e^{-p_m^{-1} \beta x} E(x)$$

і відповідає гамма-розподілу з параметрами масштабу $p_m \beta^{-1}$ і форми $\lambda \tau_0$, тому в даній задачі можна отримати точний вираз для щільності ймовірностей кавітаційного шуму:

$$p_\xi(x) = (p_m \beta^{-1})^{-\lambda \tau_0} [\Gamma(\lambda \tau_0)]^{-1} x^{\lambda \tau_0 - 1} e^{-p_m^{-1} \beta x},$$

де $\Gamma(x)$ – гамма-функція.

На рис. 8.4 представлені графіки пуассонівської спектральної щільності і щільності ймовірностей кавітаційного шуму (8.4) з показниковим розподілом амплітуд.

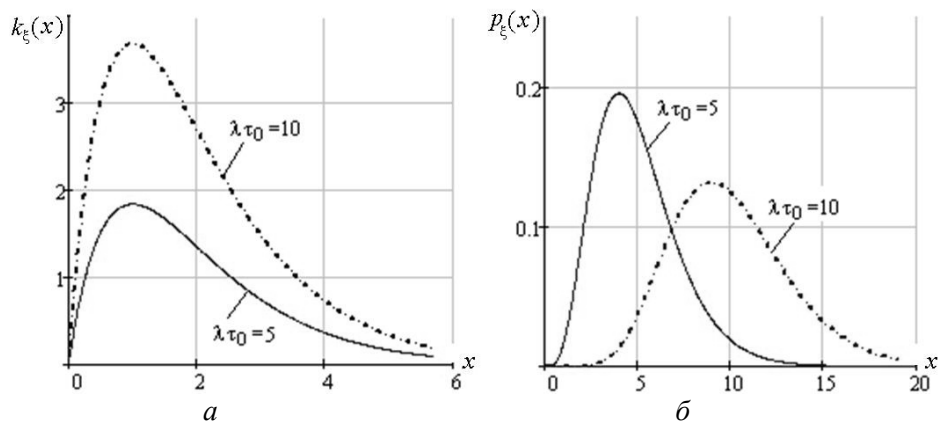


Рис. 8.4. Графіки пуассонівської спектральної щільності (а) і щільності ймовірностей (б)

У загальному випадку щільність ймовірностей кавітаційного шуму можна обчислити лише в деяких окремих випадках, що обумовлене безмежною подільністю їх характеристичної функції.

При наближеному знаходженні щільності ймовірностей часто застосовується їх апроксимація відрізками ортогональних рядів, коефіцієнти яких часто виражаються через *кумулянтні коефіцієнти* γ_s розподілу

$$\gamma_s = \frac{\kappa_s}{\kappa_2^{s/2}},$$

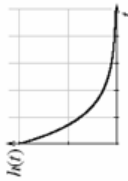
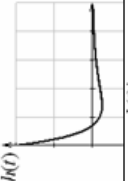
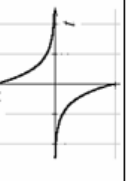
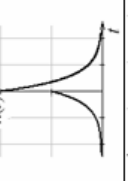
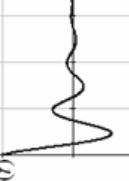
де κ_s – кумулянти, які для лінійних випадкових процесів дорівнюють

$$\kappa_s = \kappa_{s\eta} \int_{-\infty}^{\infty} h^s(t) dt = \kappa_{s\eta} h_s,$$

де $\kappa_{s\eta}$ – кумулянти процесу $\eta(\tau)$ при $\tau=1$ [19]. Відзначимо, що коефіцієнт γ_1^{-1} називається *коефіцієнтом варіації*, $\gamma_2 = 1$, а коефіцієнти γ_3 і γ_4 називаються, відповідно, *коефіцієнтами асиметрії* і *ексцесу*.

У табл. 8.2 наведені вирази для кумулянтів акустичного сигналу витoku з типовими формами імпульсів.

Таблиця 8.2. Кумулянти типових моделей акустичного сигналу витіку

Форма імпульсу	Вигляд	Кумулянти
$h(t) = p_m \exp(-t/\tau_0) E(t)$		$\kappa_s = \kappa_{\eta s} p_m^s \frac{\tau_0^s}{s!}$
$\begin{cases} h(t) = 0, & t < 0, \\ h(t) = p_{m1} \exp(-t/\tau_1) - \\ - p_{m2} \exp(-t/\tau_2), & t > 0 \end{cases}$		$\kappa_s = \kappa_{\eta s} \sum_{k=0}^s \frac{s!}{k!(s-k)!} p_{m1}^{s-k} (-p_{m2})^k \left(\frac{s-k}{\tau_1} + \frac{k}{\tau_2} \right)^{-1}$
$\begin{cases} h(t) = -p_{m1} \exp(t/\tau_1), & t < 0, \\ h(t) = p_{m2} \exp(-t/\tau_2), & t > 0 \end{cases}$		$\kappa_s = \kappa_{\eta s} \left((-p_{m1})^s \frac{\tau_1}{s} + p_{m2}^s \frac{\tau_2}{s} \right)$
$\begin{cases} h(t) = p_{m1} \exp(t/\tau_1), & t < 0, \\ h(t) = p_{m2} \exp(-t/\tau_2), & t > 0 \end{cases}$		$\kappa_s = \kappa_{\eta s} \left(p_{m1}^s \frac{\tau_1}{s} + p_{m2}^s \frac{\tau_2}{s} \right)$
$h(t) = p_m \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{\tau_0}\right) \cos \omega_0 t E(t)$		$\kappa_s = \kappa_{\eta s} p_m^s 2^{1-s} \times$ $\times \left[\sum_{k=0}^{[(s-1)/2]} \binom{s}{k} \left(\frac{\omega_0}{\tau_0} \right)^2 + (s-2k)^2 \omega_0^2 \right] \frac{\omega_0}{\tau_0} + \frac{1+(-1)^s}{2} \left[\frac{s}{s+1} \left(\frac{\omega_0}{\tau_0} \right)^2 \right]$

У роботі [4] отримані вирази для обчислення кумулянтних коефіцієнтів кавітаційного шуму (8.3) з експоненціальною формою імпульсів:

$$\gamma_s = \frac{2^{s/2}}{s} \tau_0^{1-s/2} \gamma_{s\eta},$$

де $\gamma_{s\eta}$ – кумулянтні коефіцієнти породжуючого процесу, що містять інформацію про середнє число кавітуючих бульбашок і їх радіуси.

Нехай в моделі кавітаційного шуму (8.3) радіуси η_k розподілені за показниковим законом з параметром β . В цьому випадку кумулянтні коефіцієнти дорівнюють

$$\gamma_s = (s-1)! (\lambda \tau_0)^{1-\frac{s}{2}}. \quad (8.9)$$

Формула (8.9) відповідає кумулянтним коефіцієнтам гамма-розподілу з параметром форми $k = \lambda \tau_0$. В табл. 8.3, 8.4 наведені значення кумулянтних коефіцієнтів і кумулянтів 3–6 порядків кавітаційного шуму для різних значень параметра λ при $\tau_0 = 10^{-6}$, $p_m = 1$.

Таблиця 8.3. Кумулянтні коефіцієнти кавітаційного шуму

$\lambda \tau_0$	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
0,5	2,828	12	67,892	480
1	2	6	24	120
2	1,414	3	8,485	30
5	0,894	1,2	2,147	4,8
10	0,633	0,6	0,759	1,2
20	0,447	0,3	0,268	0,3
100	0,2	0,06	0,024	0,012

З табл. 8.3 випливає, що при малих значеннях середнього числа λ кавітаційних бульбашок значення кумулянтних коефіцієнтів досягають великих значень, при цьому їх значення співпадають із значеннями відповідних кумулянтних коефіцієнтів показникового розподілу, із зростанням сталої часу або інтенсивності

виникнення елементарних імпульсів розподіл акустичного сигналу витоків наближається до гауссівського.

Таблиця 8.4. Кумулянти кавітаційного шуму

$\lambda \tau_0$	κ_3	κ_4	κ_5	κ_6
0,5	1	3	12	60
1	2	6	24	120
2	4	12	48	240
5	10	30	120	600
10	20	60	240	1200
20	40	120	480	2400
100	200	600	2400	12000

8.4. Структура комп'ютеризованої системи моніторингу витоків у трубопроводах теплових мереж

Розглянемо принципи побудови системи моніторингу виявлення витоків в трубопроводі.

Згідно положень, викладених у ДСТУ-Н Б В.2.5-37:2008, автоматизована система моніторингу виявлення витоків в трубопроводі призначена для забезпечення функціонування теплових мереж, передачі інформації про їх стан по каналах зв'язку в диспетчерський пункт (сервер) для наступної обробки з метою оцінювання та прийняття рішення щодо виявлення несправностей, запобігання і ліквідації наслідків дестабілізуючих факторів у режимі реального часу, а також передачі інформації про надзвичайну ситуацію у диспетчерський пункт вищого рівня.

Система моніторингу в будь-якому її виконанні складається з чотирьох основних підсистем [7]:

вимірювальні датчики і засоби зв'язку;

засоби аналізу сигналів;

засоби зберігання даних і їх відображення (як правило, персональний комп'ютер);

пакет програм для моніторингу (підсистема звернення до баз даних, відображення результатів аналізу, порівняння з порогоми, побудови трендів).

Оскільки сучасна система моніторингу повинна виконувати діагностичні функції, її невід'ємною частиною є підсистема ухвалення діагностичних рішень. Це може бути:

експерт чи оператор, що використовує експертні підсистеми;
підсистема штучного інтелекту, що виконує функції експерта (для автоматичних систем).

Архітектуру (або топологію) систем автоматизованого (зокрема – комп'ютеризованого) управління трубопроводами можна побудувати за двома принципами: так званим «острівним» принципом [13, 16] та материковим. Острівний принцип характерний для підприємств трубопровідного транспорту з різнорідними за функціональним призначенням підрозділами та підприємств, структурні підрозділи яких володіють великою мірою самостійності і вирішують задачі автоматизації і комп'ютеризації на власний вибір, не погоджуючи рішення, що приймаються, з іншими підрозділами. В результаті в рамках підприємства функціонує велика кількість інформаційних систем різного призначення, з устаткуванням різних виробників, що приводить до ускладнення процесів обміну інформацією між системами і вході збору зведеної інформації по всьому підприємству. Залишається необхідність ручної обробки інформації на проміжних етапах і на завершальному етапі, що приводить до підвищення трудомісткості і до додаткових помилок і спотворень.

На рис. 8.5 зображено гіпотетичну структуру «острівної» системи управління продуктопроводом [25]. На кожній ділянці продуктопроводу реалізується своя технічна і організаційна структура. Обмін інформацією здійснюється по стандартних каналах зв'язку.

На сьогоднішній день для позбавлення зазначених недоліків переходять до єдиної інформаційної системи, сформованої за материковим принципом на базі систем паспортизації і моніторингу об'єктів.

Розвиток автоматизації систем управління технологічними процесами привів до впровадження системи диспетчерського управління та збору даних (SCADA – Supervisory Control And Data Acquisition).

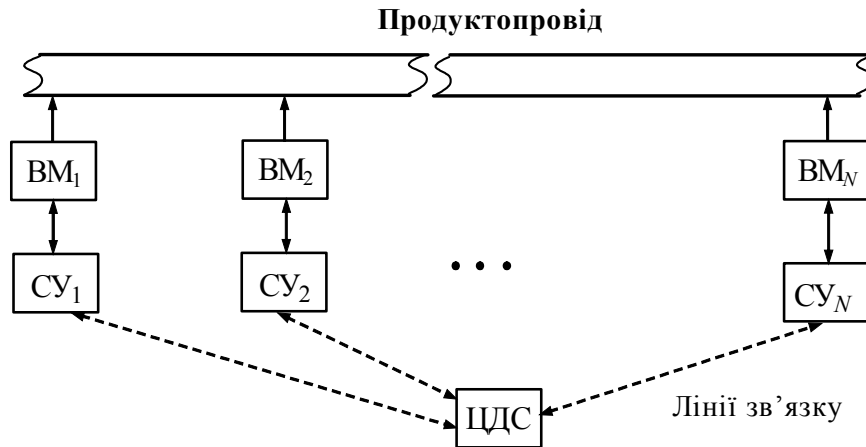


Рис. 8.5. Структура системи управління «острівного» типу:
 BM_i – виконавчий механізм; CY – система управління;
 ЦДС – центральна диспетчерська служба

Застосування SCADA в системах магістральних продуктопроводів привело до використання архітектури «клієнт-сервер», що складається з чотирьох функціональних компонентів [16]:

- інтерфейс користувача–оператора;
- керування даними;
- мережі та служби;
- служби реального часу.

Зазначені служби є швидкодіючими процесорами, які керують резидентною частиною бази даних, оповіщення про події, виконують дії по керуванню системою, передачу даних про події на інтерфейс користувача. Зважаючи на великий простір рознесення окремих об'єктів управління ця архітектура має бути розподіленою і, до певної міри, децентралізованою, тобто мати декілька рівноправних серверів. Кількість серверів залежить як від фізичного розміру (протяжності) продуктопроводу, так і від кола вирішуваних завдань на кожній ділянці продуктопроводу.

У роботі [25] наведена загальна архітектура інформаційно-керуючої системи продуктопроводом, що має три рівні: центральний і районні диспетчерські служби та нижчий (експлуатаційний) рівень збору і обробки інформації про стан власне продуктопроводу, зокрема, його цілісності і відсутності локальних пошкоджень (рис. 8.6).

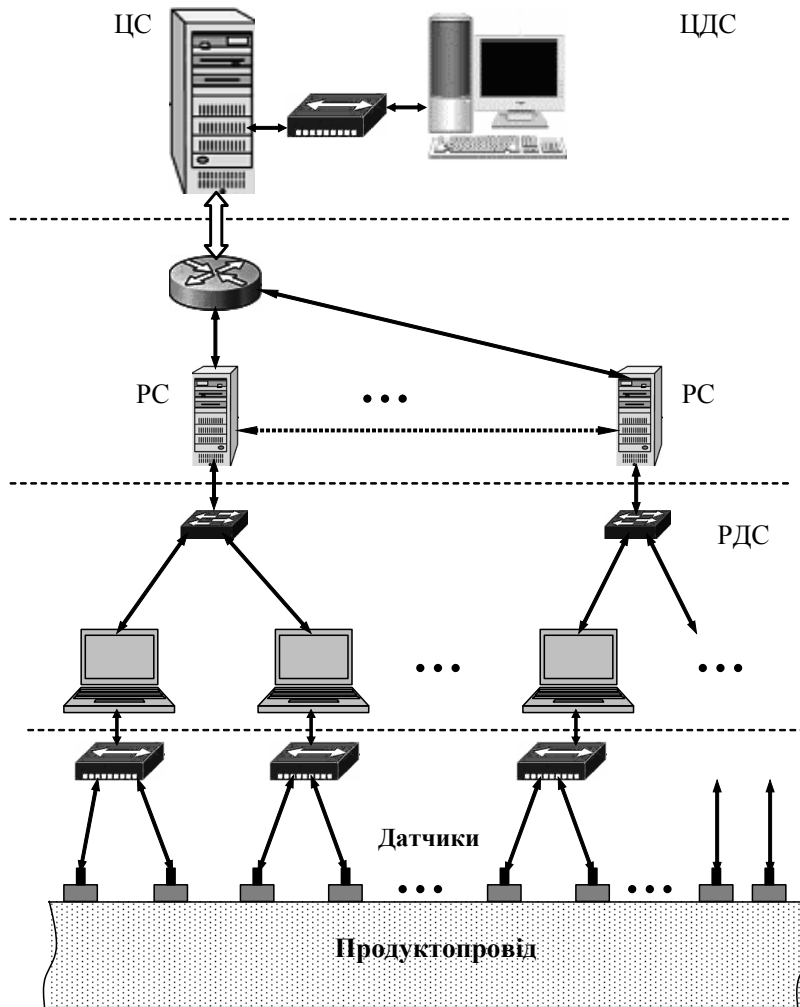


Рис. 8.6. Архітектура єдиної інформаційно-керуючої системи продуктопроводу: ЦДС – центральна диспетчерська служба; ЦС – центральний сервер; РДС – районна диспетчерська служба; РС – районні сервери

Сигнали від датчиків через концентратори або мережні адаптери поступають на комп'ютери (клієнти) районної диспетчерської служби. Після обробки інформація про стан ділянок продуктопроводу поступає через комутатори на районні сервери, де накопичується в модулях розподіленої бази даних і знань. У разі потреби інформація про стан однієї з ділянок продуктопроводу

поступає на інший районний сервер. При виявленні аварійної ситуації інформація про аварію поступає на сервер центральної диспетчерської служби. Для зв'язку центрального сервера з районними серверами і для відділення телефонного трафіку від трафіку даних і від трафіків інших видів доцільно використовувати маршрутизатор або програмний комутатор (Softswitch).

Сучасні апаратні і програмні засоби системи диспетчерського управління та збору даних, системи телемеханіки забезпечують ефективне управління експлуатаційною ділянкою магістрального трубопроводу [16]. В реальному часі відстежуються зміни всіх технологічних режимів перекачки.

Застосування сучасних технологій SCADA в автоматизованих системах управління є недостатнім для повної оцінки технічного стану об'єкта та потребує розробки систем функціональної діагностики.

Для моніторингу герметичності трубопроводу слід застосовувати систему виявлення витоків, що реалізована як складова систем моніторингу трубопроводом чи легко інтегрована до їх складу. Системи телемеханіки, що входять до складу системи моніторингу, призначені для контролю режимних параметрів та забезпечення відключення аварійної ділянки за мінімальний час шляхом дистанційної подачі команд на найближчі до місця витoku виконуючі механізми (засувки, крани), а також аварійної зупинки насосів чи іншого обладнання. Контроль герметичності трубопроводу повинен виконуватись на базі застосування математичних методів і алгоритмів шляхом обробки даних, що надходять з контрольного пункту.

Узагальнена структурна схема системи телемеханіки СТН-3000 з системою виявлення витоків наведена на рис. 8.7 [28].

Контрольовані пункти системи лінійної телемеханіки (КП СЛТМ) оснащені прецизійними датчиками тиску та температури. Контрольовані пункти на кінцях контрольованої ділянки оснащуються витратомірами транспортованого продукту. До програмного забезпечення контролера ControlWave КП СТН-3000 додаються функції попередньої обробки для задач системи виявлення витoku. Канал зв'язку в пункті керування СЛТМ реалізований через локальну обчислювальну мережу (ЛОМ Ethernet).

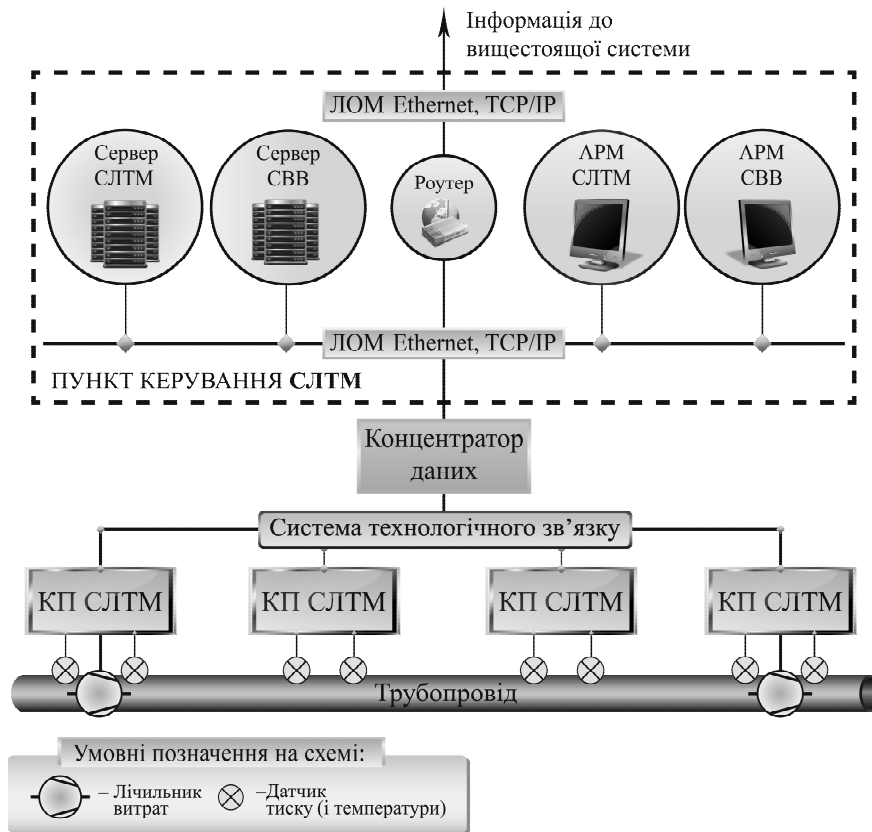


Рис. 8.7. Узагальнена структурна схема системи телемеханіки поєднана з системою виявлення витоків

Таким чином автоматизовану (комп'ютеризовану) систему моніторингу трубопроводом доцільно будувати за багаторівневою ієрархічною архітектурою:

нижній рівень – рівень датчиків і первинних аналізаторів.

верхній рівень – рівень прикладного програмного забезпечення (ППЗ).

На рис. 8.8 схематично зображено структуру відповідності рівнів загальної системи керування та комп'ютерної мережі продуктопроводу.

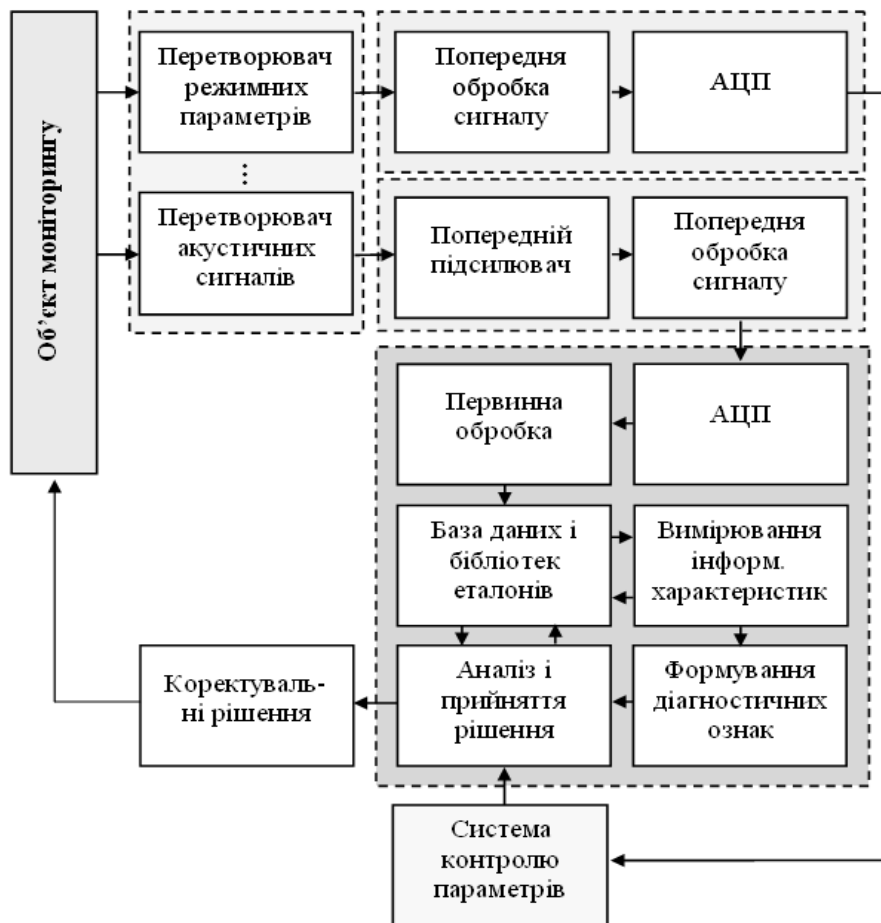


Рис. 8.8. Структурна схема автоматизованого комплексу моніторингу трубопроводу теплових мереж

Комп'ютеризована система моніторингу витоків у трубопроводах теплових мереж, працюючих під тиском, повинна базуватися на трьох основних елементах: концептуальній частині, апаратній частині і програмному забезпеченні. Концептуальна частина, що являє собою загальний алгоритм роботи системи, дозволяє провести перерозподіл функцій між апаратними і програмними засобами системи з позицій, перш за все, мінімізації електронних засобів.

Розглянемо діагностичну складову щодо виявлення витоків системи моніторингу трубопроводу.

Задача виявлення порушення герметичності трубопроводного обладнання може бути розглянута за допомогою підходу, засно-

ваному на аналізі акустичних сигналів, що генеруються витокком під дією перепаду тисків у навколишньому середовищі [12, 16, 25, 26]. Для реалізації даного підходу на практиці слід розробити виявляч, який дозволяє із заданою вірогідністю встановити наявність акустичного сигналу витокку на фоні завади, якою є шум робочої рідини, що протікає трубопроводом.

Розглянемо спосіб акустичного виявлення витокку рідини на ділянці трубопроводу [5].

Схема ділянки, що діагностується, наведена на рис. 8.9. Нехай точка x_0 – місце виникнення течі в об'єкті діагностування, точки x_1 й x_2 – координати початку й кінця ділянки контролюваного трубопроводу.

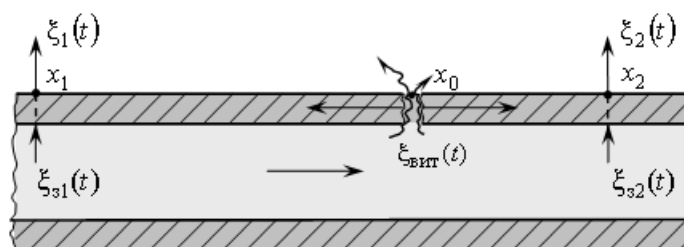


Рис. 8.9. Схема ділянки трубопроводу, що досліджується

Внаслідок перепаду тиску в точці x_0 відбувається витік робочої речовини із труби, що супроводжується генерацією широкосмугових акустичних коливань із неперервним спектром. Механізм випромінювання акустичних сигналів різний, однак найбільший енергетичний внесок у їхній утворення вносять турбулентні й кавітаційні процеси. Акустичний сигнал витокку, що сформувався, $\xi_{\text{вит}}(t)$, поширюється трубою в обидві сторони від точки x_0 , у напрямку точок x_1 і x_2 . Досліджуваний сигнал реєструється електроакустичними перетворювачами, установленими в точках x_1 і x_2 .

Структурна схема формування акустичного сигналу представлена на рис. 8.10, на якому A_1, A_2 – інтегральні коефіцієнти послаблення сигналу витокку на ділянках $l_1 = x_0 - x_1$ і $l_2 = x_2 - x_0$, $0 \leq A_1, A_2 \leq 1$; τ_1, τ_2 – затримки приходу сигналу витокку в точки x_1 і x_2 ,

$$\tau_1 = \frac{l_1}{c}, \quad \tau_2 = \frac{l_2}{c},$$

де c – швидкість звуку в трубопроводі; $\xi_{31}(t)$ і $\xi_{32}(t)$ – акустичні завади в точках прийому, викликані переважно турбулентністю рухомої робочої речовини.

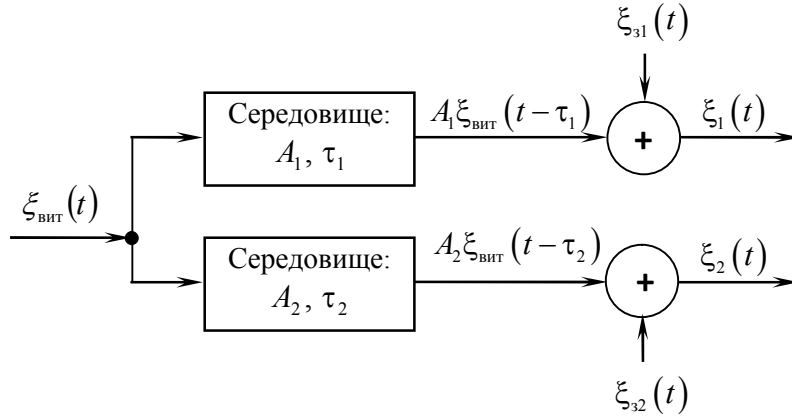


Рис. 8.10. Схема формування досліджуваного акустичного сигналу

Сигнали $\xi_1(t)$ й $\xi_2(t)$ на виході перетворювачів описуються наступними виразами:

$$\xi_1(t) = A_1 \xi_{\text{вит}}(t - \tau_1) + \xi_{31}(t); \quad (8.10)$$

$$\xi_2(t) = A_2 \xi_{\text{вит}}(t - \tau_2) + \xi_{32}(t). \quad (8.11)$$

У загальному випадку сигнали $\xi_{\text{вит}}(t)$, $\xi_{31}(t)$ і $\xi_{32}(t)$ є нестационарними, оскільки залежать від тиску в трубопроводі й температури теплоносія. Однак на коротких проміжках часу (близько декількох хвилин), що необхідні для обробки, ці сигнали можна вважати стаціонарними. З фізичних міркувань можна припустити, що сигнал витоку й завади є незалежними процесами. Крім того, завади в точках x_1 і x_2 теж можна вважати незалежними процесами з однаковими імовірнісними характеристиками. Враховуючи виконі припущення, формули для обчислення дисперсій

D_1 і D_2 сигналів (8.10), (8.11) і їх взаємної кореляційної функції $R_{12}(\tau)$ мають вигляд

$$D_1 = A_1^2 D_{\text{виг}} + D_3; \quad (8.12)$$

$$D_2 = A_2^2 D_{\text{виг}} + D_3; \quad (8.13)$$

$$R_{12}(\tau) = A_1 A_2 R_{\text{виг}}(\tau - \tau_0), \quad (8.14)$$

де $D_{\text{виг}}$, D_3 – дисперсії сигналу витоку й завади, $D_{31} = D_{32} = D_3$; $R_{\text{виг}}(\tau)$ – кореляційна функція сигналу витоку; τ_0 – зсув кореляційної функції $R_{\text{виг}}(\tau)$, $\tau_0 = \tau_2 - \tau_1$.

Функція $R_{12}(\tau)$ має максимум у точці $\tau = \tau_0$, який дорівнює

$$\max_{\tau} R_{12}(\tau) = R_{12}(\tau_0) = A_1 A_2 D_{\text{виг}}. \quad (8.15)$$

Принцип виявлення сигналу витоку $\xi_{\text{виг}}(t)$ полягає в наступному. Якщо витік у контрольованому трубопроводі відсутній, то $D_1 = D_2 = D_3$, $R_{12}(\tau) = 0$. За наявності витоку можливі дві крайні ситуації. У першій з них витік знаходиться посередині контрольованої ділянки, тобто $x_0 = 0,5(x_1 + x_2)$. У цьому разі $\tau_0 = 0$, $A_1 = A_2 = A_{0,5}$, де $A_{0,5}$ – послаблення сигналу на ділянці довжиною $0,5(x_1 + x_2)$, тому формули (8.12) – (8.15) матимуть наступний вигляд:

$$D_1 = D_2 = A_{0,5}^2 D_{\text{виг}} + D_3;$$

$$R_{12}(\tau) = A_{0,5}^2 R_{\text{виг}}(\tau); \quad \max_{\tau} R_{12}(\tau) = A_{0,5}^2 D_{\text{виг}}.$$

Тоді критерієм наявності витоку є виконання умови

$$\max_{\tau} R_{12}(\tau) > 0.$$

Виконання нерівностей $D_1 > D_3$, $D_2 > D_3$ не може бути критерієм виявлення сигналу витоку, оскільки в процесі контролю дисперсія завади D_3 може змінювати своє значення й на підставі

цієї зміни, наприклад, збільшення D_3 , може бути помилково прийнято рішення про появу сигналу витоку в трубі.

У другій крайній ситуації точка x_0 може знаходитися поблизу однієї із точок x_1 або x_2 установки електроакустичних перетворювачів. Якщо, наприклад,

$$x_0 \approx x_1, \text{ та } A_1 \approx 1, A_2 \approx 0, \tau_0 = \tau_2,$$

тоді з формул (8.12) – (8.15) випливає, що

$$D_1 \approx D_{\text{внт}} + D_3; \quad D_2 \approx D_3;$$

$$R_{12}(\tau) \approx 0.$$

У цьому випадку критерієм наявності витоку є виконання умов

$$D_1 > D_2 \text{ або } D_1 < D_2.$$

Таким чином, при виконанні умови

$$\max_{\tau} R_{12}(\tau) = 0 \tag{8.16}$$

вноситься рішення про відсутність витоку, а при виконанні однієї з умов

$$\max_{\tau} R_{12}(\tau) > 0, \quad D_1 \neq D_2 \tag{8.17}$$

вноситься рішення про наявність витоку.

Структурна схема акустичної системи виявлення витоків наведена на рис. 8.11. Тут Т – труба; ЕАП-1, ЕАП-2 – електроакустичні перетворювачі; ПП-1, ПП-2 – попередні підсилювачі; КЗ-1, КЗ-2 – канали зв'язку; БОАС – блок обробки акустичних сигналів, який складається з АЦП, з'єднаного з персональним комп'ютером, і програмного забезпечення. Електроакустичні перетворювачі ЕАП-1 і ЕАП-2 встановлюють на очищену металеву бічну поверхню труби контрольованого ділянки трубопроводу.

Акустична система виявлення витоку працює в такий спосіб. Сигнали $\xi_1(t)$ та $\xi_2(t)$ на виході електроакустичних перетворювачів ЕАП-1 і ЕАП-2 підсилюються попередніми підсилювачами ПП-1 і ПП-2 і передаються по каналах зв'язку КЗ-1 і КЗ-2 у блок обробки акустичних сигналів.

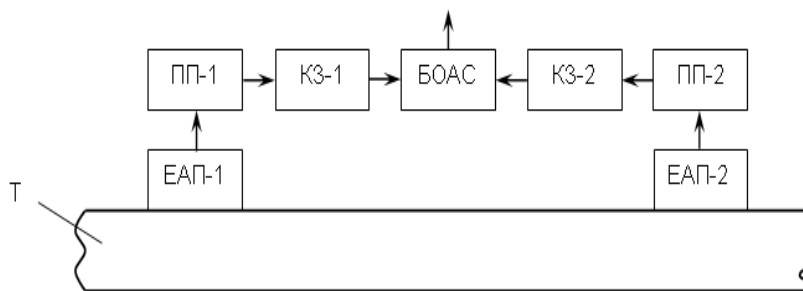


Рис. 8.11. Структурна схема акустичної системи виявлення витоків у трубопроводі

Далі в БОАС обчислюються дисперсії D_1 й D_2 сигналів (8.12), (8.13) і їх взаємна кореляційна функція $R_{12}(\tau)$, за формулами (8.14), (8.15). Якщо виконується умова (8.16), тоді БОАС виносить рішення про відсутність витоків, а при виконанні однієї з умов (8.17) – про його наявність.

На практиці БОАС може бути реалізований аналоговими й цифровими вимірювальними пристроями. З погляду компактності, мобільності, побудови систем моніторингу й зберігання більших об'ємів експериментальних даних інтерес представляють цифрові пристрої. Тоді в результаті вимірювання сигнали $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ перетворюються в цифрову форму й одержують дві вибірки статистичних даних (ξ_1, \dots, ξ_N) і (ξ'_1, \dots, ξ'_N) , кожна об'ємом N з невідомими математичним сподіванням і дисперсією. По сукупностях вибірових значень одержують оцінки параметрів, які являють собою функції від випадкових величин, тому також є випадковими величинами. Критерій вибору тієї або іншої оцінки базуються на перевірці основних властивостей оцінок – незміщеності, слухності й ефективності [1].

Як оцінки параметрів використовуються оцінки математичного сподівання \hat{m} й дисперсії \hat{D} , одержувані по вибірці статистичних даних (ξ_1, \dots, ξ_N) , які є незміщеними й слухними і визначаються виразами

$$\hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_k ; \quad \hat{D} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\xi_k - \hat{m})^2 .$$

Розглянемо оцінки кореляційної функції в дискретній формі. Нехай є послідовність $\xi(n)$, $n = \overline{0, N-1}$, ергодичного випадкового процесу. Оцінка кореляційної функції записується в наступному виді:

$$\hat{R}_{12}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=0}^{N-k-1} \xi_1(n) \xi_2(n+k).$$

Таким чином комп'ютеризована система моніторингу витоків у трубопроводах теплових мереж повинна легко інтегруватися до складу системи моніторингу технічного стану теплових мереж, повинна поєднувати комплексну систему спостережень, оцінки й діагнозу стану елементів теплових мереж. У її завдання входить інформаційне забезпечення прийняття управлінських рішень технічними фахівцями й ремонтним персоналом експлуатуючих організацій. У цілому система моніторингу повинна допомогти формувати технічну політику організації в області забезпечення надійності теплових мереж. Експлуатація теплових мереж з використанням системи моніторингу витоків у трубопроводах відкриє додаткові резерви для підвищення їхнього ресурсу й надійності.

Література

1. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Акимова Н. В. Дистанционное обнаружение течей в трубопроводах // Материалы V-й международной специализированной выставки и научного конгресса Гео-Сибирь-2009. – Новосибирск: Сибирская государственная геодезическая академия, 2009. – С. 137–142.
3. Акустическая диагностика и контроль на предприятиях топливно-энергетического комплекса / В. М. Баранов, А. И. Гриценко, А. М. Карасевич и др. – М.: Наука, 1998. – 304 с.
4. Бабак В. П., Гармаш О. В., Красильников А. И., Полобюк Т. А. Стохастическая модель и вероятностные характеристики акустических сигналов утечки жидкости в трубопроводах теплоэнергетического оборудования // Неруйнівний контроль та

- технічна діагностика – UkrNDT-2012: збірник доповідей 7-ї Національної науково-технічної конференції. – К., 2012. – С. 232–237.
5. *Бабак В. П., Красильников А. И., Полобюк Т. А.* Способ акустического обнаружения утечки жидкости в трубопроводах теплоэнергетического оборудования // Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики: материалы двадцать первой международной конференции, Гурзуф, 07–11 октября 2013 г. – С. 148–151.
 6. *Баранов Н., Вальчук А., Данилов С.* Система обнаружения поврежденных трубопроводов «Капкан» // Алгоритм Безопасности. 2005. – № 4. – <http://www.algorithm.org/arch/arch.php?id=11&a=85>
 7. *Барков А. В., Баркова Н. А.* Интеллектуальные системы мониторинга и диагностики машин по вибрации // Труды Петербургского энергетического института повышения квалификации Минтопэнерго Российской Федерации и Института вибрации США. – 1999 г. – <http://www.vibrotek.ru/russian/biblioteka/book16>
 8. *Беляев С. А., Литвак В. В., Солод С. С.* Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС. – Томск: Изд-во НТЛ, 2008. – 218 с.
 9. *Борисов Г. Б.* Анализ современных систем автоматизации котельных // Теплоэнергетика. – 2010. – № 6. – С. 2–11.
 10. *Гончаров А. М.* Внедрение системы мониторинга состояния технологического оборудования тепловых сетей, опыт и перспектива использования / Протокол заседания секции «Теплофикация и теплоснабжение» Научно-технического совета ОАО РАО «ЕЭС России». – Москва, 05 декабря 2007 г. – 13 с.
 11. *Гончаров А. М.* Методы диагностики тепловых сетей, применяемые в реальных условиях эксплуатации действующих тепловых сетей ОАО «МТК» // Новости теплоснабжения. – 2007. – № 6. – http://www.nts.ru/6_2007.html
 12. *Дробот Ю. Б., Грешиников В. А., Бачегов В. Н.* Акустическое контактное течеискание. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с.
 13. *Зырин Н. В., Кашанов И. Г.* Автоматизация: от «островковой» к «материковой» // Трубопроводный транспорт (Теория и практика). – 2006. – № 1(3). – С. 093–096.

14. Кошкин С. Ю. Как правильно выбрать корреляционный течеискатель // Научно-технический журнал «MEGATECH». – 2011. – № 2–3. – С. 52–56.
15. Красильников А. И. Обоснование возможности исследования импульсных акустических шумов методом пуассоновских спектров // Акустика и ультразвуковая техника: Респ. межвед. научно-техн. сб. – 1988. – Вып. 23. – С. 133–140.
16. Кутуков С. Е. Информационно-аналитические системы магистральных трубопроводов. – М.: СИП РИА, 2002. – 324 с.
17. Кутуков С. Е. Проблема повышения чувствительности, надежности и быстродействия систем обнаружения утечек в трубопроводах // Нефтегазовое дело. – 2004. – Т.2. – С. 29–45.
18. Лапшин Б. М., Овчинников А. Л., Чекалин А. С. Разработка и применение акустико-эмиссионных течеискателей // В мире неразрушающего контроля. – 2009. – № 2(44). – С. 18–22.
19. Левковский Ю. Л. Структура кавитационных течений. – Л.: Судостроение, 1978. – 224 с.
20. Марченко Б. Г., Щербак Л. Н. Линейные случайные процессы и их приложения. – К.: Наук. думка, 1975. – 144 с.
21. Миниович И. Я., Перник А. Д., Петровский В. С. Гидродинамические источники звука. – Л.: Судостроение, 1972. – 480 с.
22. Мишкин Г. Б. Краткий обзор систем обнаружения утечек российских производителей // Молодой ученый. – 2011. – Т.1, № 2. – С. 41–47.
23. Назарчук З. Т., Скальський В. Р. Акустико-емісійне діагностування елементів конструкцій: Науково-технічний посібник: У 3 т. Т.1. Теоретичні основи методу акустичної емісії. – К.: Наук. думка, 2009. – 287 с.
24. Неразрушающий контроль: Справочник: В 8 т. / Под общ. ред. В. В. Клюева. Т.2: В 2 кн. Кн. 1: Контроль герметичности / А. И. Евлампиев, Е. Д. Попов, С. Г. Сажин и др.; Кн. 2: Вихретоковый контроль / Ю. К. Федосенко, В. Г. Герасимов, А. Д. Покровский и др. – 2-е изд., испр. – М.: Машиностроение, 2006. – 688 с.
25. Пономаренко А. В. Рациональный выбор параметров и структуры корпоративных информационно-вычислительных сетей для трубопроводных систем // Проблеми інформатизації та управління: збірник наукових праць – К.: НАУ, 2010. – Вип. 3(31). – С. 132–138.

26. *Притужалов А. Д., Капитонов Н. Л., Воронцов А. В., Капитонов А. М.* Контроль утечек в трубопроводной арматуре в процессе эксплуатации // Технологии нефти и газа. – 2012. – № 3. – С. 50–53.
27. *Раянов Р.* Неразрушающий контроль при эксплуатации городских трубопроводов // ТехСовет. – 2011. – № 6, июнь. – С. 31–32.
28. СОУ в СЛТМ СТН-3000. Техническая информация / ЗАО «АтлантикТрансгазСистема». – <http://www.atgs.ru>
29. *Супрунчик В. В.* Безопасность трубопроводного транспорта углеводородов // Минеральные ресурсы России. Экономика и управление. – 2007. – № 6. – С. 51–54.
30. *Термінологічний словник з неруйнуючого контролю: Довідковий посібник / Упорядники І. П. Білокур, О. С. Боровіков, В. В. Лубяний та ін.* – К.: ІСДО, 1995. – 228 с.
31. *Тимошкин А. С.* Приборы для определения состояния и мест повреждений трубопроводов тепловых сетей // Новости теплоснабжения. – 2001. – № 02. – <http://www.ntsnn.ru>.
32. *Dieter Meinert, Michael Gorny, Ansgar Pollmann, Jie-Wei Chen and Andrea Garbi.* Monitoring Acoustic Noise in Steel Pipelines // 7th International Pipeline Conference, September 29 – October 3, 2008, Calgary, Alberta, Canada. – 2008, ASME. – P. 509–516.
33. *Stuart Hamilton and Bambos Charalambous.* Leak. Detection. Technology and Implementation. – July 2013. – 112 p. – <http://www.iwapublishing.com>.



МОНІТОРИНГ ТЕПЛОСПОЖИВАННЯ

9

- 9.1. Шляхи підвищення ефективності систем теплоспоживання
- 9.2. Моделювання процесів у системах керування теплоспоживанням та їх автоматизація
- 9.3. Блочні індивідуальні теплові пункти та підвищення їх ефективності за рахунок використання сонячної енергії
- 9.4. Побудова систем моніторингу теплоспоживання

9.1. Шляхи підвищення ефективності систем теплоспоживання

Теплова енергетика України на початку XXI століття опинилася перед проблемою ресурсного забезпечення. Найкраще і колись найдешевше паливо – природний газ – перейшло до розряду дефіцитних, за песимістичними прогнозами вичерпання його світових запасів прогнозується вже в 2050-х роках. Внаслідок цього має місце стійка тенденція зростання ціни природного газу, що призводить до зростання вартості теплової енергії та електроенергії.

Сектор теплоенергетики в Україні характеризується суттєвими втратами на всіх етапах роботи (генерація теплової енергії – транспортування теплоносія – об'єкти ЖКГ) і найменш ефективним серед країн Європи. Україна витрачає на третину більше палива на виробництво однієї гікалорії тепла, у сім - вісім разів більше на транспортування та в три – п'ять разів вищі втрати в будівлях, аніж інші європейські держави, кількість аварій на теплотрасах за останні десять років збільшилися майже у п'ять разів.

Загальновідомо, що в Україні добре розвинена система централізованого забезпечення населення тепловою енергією (див. табл. 9.1) [5,9,12].

Табл. 9.1. Рівень забезпечення централізованою тепловою енергією (станом на 01.01.2014р.)

	Кількість населених пунктів, од.	Населення, тис. чол.
Міста	291	15 600
Селища міського типу	173	231
Села	92	41
ВСЬОГО	556	15 872

Наведемо основні дані (станом на 01.01.2014р.) по числу об'єктів генерації теплової енергії Україні та їх потужності: котельних – 32725 (152 тис. МВт), котлів – 75830, ТЕС (на балансі ЖКГ) – 4 (1980 МВт (т)), ТЕС (всього >20 МВт(е)) - 48 (25,2 тис. МВт(е)), АЕС – 4 (13,1 тис. МВт (е)). При цьому протяжність теплових мереж складає - 21,5 тис. км (двотрубні), споживання

природного газу – 14 % (10 млрд. м³), доля централізованого тепlopостачання - 65%, доля котельних у виробництві теплової енергії – 75%, доля природного газу в котельних – 67% [3].

На жаль, централізована система опалення в нашій країні характеризується інерційністю: корекція температури теплоносія на джерелі теплоти відпрацьовується з помітним відставанням. Більш того, централізована система завжди орієнтована на середнього споживача, в результаті чого в будівлях, розташованих ближче до джерела теплоти, завжди спостерігаються завищені параметри теплоносія. Прагнучи забезпечити собі комфортні умови для проживання та роботи, ми відкриваємо кватирки, і тепло, за яке ми платимо, йде на вулицю. А отже, тут і криється джерело економії енергоресурсів. Заощадити на теплоспоживанні можна встановивши в теплопункті будівлі автоматизовану систему керування теплоспоживанням [3, 8,10,11,15]. Вона призначена для регулювання теплоспоживання шляхом збільшення або зменшення потоку теплоносія в будівлю в залежності від його реальних потреб у даний момент.

Основні завдання автоматизованих систем керування теплоспоживанням:

1. Усунення подачі на об'єкт теплоносія із завищеними («перетопи») і із заниженими параметрами, при цьому регулювання параметрів теплоносія в залежності від температури зовнішнього повітря відбувається з мінімальною інерцією - автоматизована система керування теплоспоживанням виконує корекцію миттєво.

2. Регулювання температури теплоносія в зворотному трубопроводі тепломережі для виключення застосування штрафних санкцій з боку енергопостачальних організацій за перевищення даної температури. Автоматизована система керування теплоспоживанням дозволяє обмежити відбір теплоносія з мережі і запустити його зі зворотного трубопроводу повторно в систему опалення. І так до тих пір, поки його температура не досягне норми.

3. Економія теплової енергії за рахунок зниження температури теплоносія в нічні години, а також у вихідні та святкові дні. Наприклад, якщо цех працює в три зміни без вихідних, то даний режим не застосуємо, якщо ж в нічні години та у вихідні (святкові) дні персонал в цеху відсутній, то є можливість знижувати температуру теплоносія на цей час.

4. Підтримання заданого температурного режиму в будівлі по датчикам, розміщеним в контрольних приміщеннях. Це не дасть економії, але забезпечить комфортні умови для проживання та роботи. Складність полягає в підборі контрольного приміщення для установки датчика з урахуванням того, що температура в ньому буде впливати на клімат у всій будівлі. Використовується, як правило, для об'єктів з чітко визначеним контрольним приміщенням, де необхідно забезпечити найбільший комфорт з неперервним розкладом: кінотеатри, басейни і т.д.

Для досягнення енергетичної ефективності будівель використовуються різні методи, які включають:

- організацію і створення комерційних вузлів обліку для оцінки фактичного теплоспоживання;
- підвищення ефективності внутрішньої системи теплоспоживання (зокрема шляхом установки енергоефективних приладів опалення);
- підвищення теплової ефективності будівлі;
- зниження теплоспоживання за рахунок автоматизації систем опалення - а саме застосування засобів автоматизації теплових пунктів.

Два останніх методи дають, як правило, найбільший економічний ефект, проте необхідно враховувати, що найбільший економічний ефект може бути отриманий в умовах бездефіцитного теплопостачання, коли у споживачів більшу частину опалювального сезону спостерігалися «перетопи». Як правило, це споживачі, розташовані поруч із джерелом теплоти (котельнями).

Досвід застосування вузлів обліку теплової енергії показує, що в ряді випадків фактичне споживання тепла за показниками приладів обліку є вище нормованого, що пов'язано з цілим рядом причин.

Для скорочення теплоспоживання в житлових будинках, без погіршення умов комфортного проживання громадян, необхідно виконати цілий ряд заходів по енергозбереженню одним з яких, і найбільш економічно ефективним, є застосування систем автоматичного погодозалежного регулювання подачі теплоносія в теплових пунктах будівель.

Застосування автоматизованих систем керування теплоспоживанням дозволяє виділити основні чинники економії теплової енергії (див. табл. 9.2) [1,3,4,10,15].

Табл. 9.2. Основні фактори економії при застосуванні автоматизованих систем керування теплоспоживанням

Основні фактори економії при застосуванні АСКТ	Економічний ефект у % від загального теплоспоживання	
	для житлових будівель (на рік)	для виробничих і адміністративних будівель (на рік)
Зниження температури повітря в приміщеннях будівель в години відсутності там людей - вихідні та святкові дні, нічний час	немає	10 - 15
Зняття вимушених «перетопів» в перехідні, міжсезонні періоди	4 - 8	2 - 6
Зняття впливу на втрати тепла інерції теплової мережі	3 - 5	3 - 5
Можливість нормованого зниження навантаження на опалення в години максимального навантаження на гаряче водопостачання	1 - 3	немає
Корекція температурного графіка по фактичній продуктивності приладів опалення	7 - 15	7 - 15
Управління температурою опалення з урахуванням побутових тепловиділень	4 - 7	немає
Економічний ефект за рахунок застосування графіка якісного регулювання	3 - 4	3 - 4
Сумарна середня економія при застосуванні автоматичного регулювання подачі теплоносія	15 - 30	25-35

Зняття вимушених «перетопів» в перехідні, міжсезонні періоди. Застосування систем регулювання температури опалення на теплових пунктах дозволяє досягти 30-40% економії в ці періоди опалення. Актуальність регулювання подачі теплоносія в міжсезонний період підвищується в силу підвищення загального значення позитивних температур зовнішнього повітря в осінньо-зимовий період (осінь-зима; зима-весна).

Зняття впливу на втрати тепла інерції теплової мережі. Температура в мережах не може швидко змінюватися. У багатьох районах України різниця між денними і нічними температурами може досягати 10-20 С. Теплова інерція будівлі як правило не вистачає для компенсації цих змін. В результаті, можливі «перетопи» в денні години, отже, втрати тепла або «недотопи» в нічні години, що призводить до перевитрат дорожчої електроенергії за рахунок включення побутових нагрівальних приладів. Цей фактор можна оцінити тільки орієнтовно, в межах 3-5% загального теплоспоживання.

Можливість нормованого зниження навантаження на опалення в години максимального навантаження на гаряче водопостачання. У години максимального водорозбору системи гарячого водопостачання (ранкові та вечірні години) навантаження на опалення знижується, після чого відбувається компенсація, але вже меншою кількістю теплової енергії. Це дозволяє домогтися додатково 1-3% економії.

Корекція температурного графіка за фактичною продуктивністю приладів опалення. Коригування проектного температурного графіка опалення будівлі з урахуванням усунення запасів, які закладають проектувальники при визначенні необхідної площі опалювальних приладів. Ефект економії від автоматизації теплового пункту в даному випадку може становити від 7 до 15%

Управління температурою опалення з урахуванням побутових тепловиділень. Частка побутових тепловиділень в тепловому балансі будівлі може досягати 14% загальної витрати на опалення. Для того, щоб врахувати ці виділення і не перетоплювати житлові будівлі необхідно застосовувати різні алгоритми регулювання для житлових і адміністративних (виробничих) будівель. Температурний графік теплових мереж, як правило, розраховується для споживачів другої групи. Застосування спеціаль-

них алгоритмів для житлових будівель дозволить отримати економію до 7% від загального теплоспоживання будівлі.

Економічний ефект за рахунок застосування графіка якісного регулювання. При якісному регулюванні всі приміщення знаходяться по теплу в рівних умовах, а, отже, може бути застосоване глибоке регулювання з найбільшим економічним ефектом (вищезгадане відноситься до гідравлічно відрегульованих систем).

9.2. Моделювання процесів у системах керування теплоспоживанням та їх автоматизація

Одним з ключових питань у створенні автоматизованої системи керування теплоспоживанням будівлі є вибір математичної моделі і алгоритму, що описує процес теплопередачі в будівлі від гарячого теплоносія, що надходить із котельної, і підтримки заданого теплового. Така модель, з одного боку, повинна враховувати всі основні взаємозв'язані чинники, що визначають роботу системи і тепловий режим будівлі, як то витрати теплоносіїв, зміна їх температур, величини теплових опорів огороження будівлі, температури повітря усередині будівлі і зовні неї, коефіцієнти теплообміну повітря з поверхнями огороження. А з іншого боку вона повинна бути достатньо простою і гнучкою, щоб дозволяти адекватно описувати суттєво різні види і конструкції будівель і систем теплопостачання, не виходячи за межі допустимих похибок.

Основними рівняннями, що формують вид моделі, є рівняння теплопровідності і теплових балансів теплоносіїв, а також граничні умови, що визначають теплообмін між середовищами, які беруть участь в процесі передачі теплоти. У випадку, що розглядається, задача теплопровідності як одновимірної, так і просторової [1,15], принципово може розглядатися як в стаціонарній або квазістаціонарній, так і в нестаціонарній постановках. Враховуючи ускладнення задачі, а також неістотний вплив цього чинника на її рішення у зв'язку з високими показниками теплової інерції будівель на цьому етапі задача розглядається як стаціонарна. Частина задачі, пов'язана з особливостями роботи системи при переході

на неробочий режим, розглядається як квазістаціонарна, що відповідає рівнянню

$$dq = -\lambda \text{grad} \frac{dQ}{dx}, \quad (9.1)$$

де Q – тепловий потік; q – питомий тепловий потік, що проходить крізь огорожувальні конструкції; λ – коефіцієнт теплопровідності.

У переважній більшості випадків для отримання рівняння управління для автоматизованої системи керування теплоспоживанням використовується одновимірне стаціонарне рівняння теплопровідності. Це виправдано і доцільно при модернізації систем теплоспоживання існуючих будівель, теплові характеристики елементів яких і самої будівлі в цілому істотно відрізняються порівняно з розрахунковими проектними, а розрахунок і облік їх зміни вельми ускладнений. Отже розгляд задачі в дво- і тривимірній постановці, враховуючи складність опису математичної моделі і обліку всіх чинників, може бути доцільним і виправданим практично тільки під час проектування нової будівлі і системи його теплоспоживання [11]. З цих причин запропонована тепла математична модель базується на стаціонарному одновимірному рівнянні теплопровідності еквівалентної плоскої стінки з граничними умовами 3-го роду на внутрішніх і зовнішніх поверхнях будівлі. Питомі теплові потоки до внутрішньої і від зовнішньої поверхонь будівлі (огорожувальної конструкції) дорівнюють:

$$q = \alpha_1 (t_{п_1} - t_{ср_1}) = \alpha_2 (t_{ср_2} - t_{п_2}), \quad (9.2)$$

де α_1, α_2 – коефіцієнти тепловіддачі від повітря в будівлі до внутрішньої поверхні огороження і від зовнішньої поверхні огороження до зовнішнього повітря; $t_{п_1}, t_{п_2}$ – температура повітря всередині і зовні будівлі; $t_{ср_1}, t_{ср_2}$ – температура на внутрішній і зовнішній поверхнях огорожувальної конструкції.

Вводячи коефіцієнт теплопередачі або повний тепловий опір огороження цей питомий тепловий потік для одновимірної стаціонарної задачі теплопровідності можна виразити як:

$$q = k(t_{n_1} - t_{n_2}) = (t_{n_1} - t_{n_2})/R_0, \quad (9.3)$$

причому:

$$k = 1/R_0 = 1/(1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2), \quad (9.4)$$

де k – коефіцієнт теплопередачі; R_0 – питомий тепловий опір огородження.

Наведені вище рівняння одержані для плоскої одновимірної задачі теплопровідності. Висхідним допущенням побудови теплової моделі є положення еквівалентності зведених середньоінтегральних теплових характеристик фізичної і розрахункової моделі об'єкту – теплових потоків, що підводяться і відводяться, коефіцієнтів тепловіддачі, коефіцієнтів теплопровідності, температур на внутрішніх і зовнішніх поверхнях огорожувальної конструкції, і таким чином середньоінтегральних питомих теплових опорів огорожувальної конструкції об'єкту, і зведених питомих теплових опорів моделі. При цьому в моделі здійснюється приведення теплових характеристик таких елементів будівлі як заскленні ділянки, дах через відповідний перерахунок їх площ до однорідних по теплопровідності стін будівлі. Наступними основними рівняннями, що визначають вид моделі, є рівняння теплових балансів теплоносіїв в системі теплоспоживання будівлі і автоматизованої системи керування теплоспоживанням (рис. 9.1).

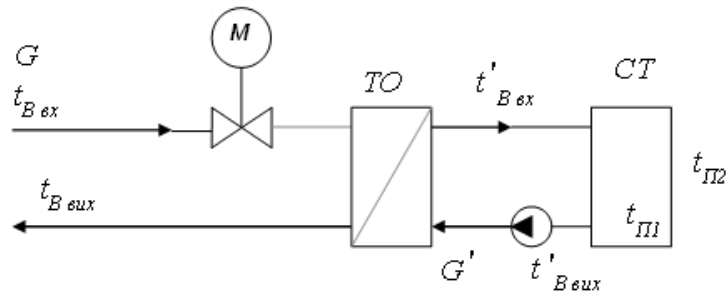


Рис. 9.1. Теплова схема функціонування автоматизованої системи керування теплоспоживанням:
 М – електромагнітний клапан; СТ – система теплоспоживання;
 ТО – теплообмінник

Тепловий потік теплоносія з котельної:

$$Q = G \cdot c_B (t_{B_{\text{вх}}} - t_{B_{\text{вих}}}), \quad (9.5)$$

а для теплоносія у внутрішньому контурі системи теплоспоживання будівлі:

$$Q' = G' \cdot c_B (t'_{B_{\text{вих}}} - t'_{B_{\text{вх}}}), \quad (9.6)$$

де Q, Q' – теплові потоки; G, G' – витрата теплоносія в зовнішньому та внутрішньому контурах; $t_{B_{\text{вх}}}, t'_{B_{\text{вх}}}, t_{B_{\text{вих}}}, t'_{B_{\text{вих}}}$ – температури теплоносія (води) в зовнішніх і внутрішніх контурах на вході і виході з ТО; c_B – теплоємність води.

Приймається умова рівності цих теплових потоків, хоча вони дещо відрізнятимуться на величину теплових втрат від зовнішніх поверхонь теплообмінника до навколишнього повітря. Величина цих втрат не повинна бути суттєвою. Уточнити її можна при відповідній підготовці експерименту.

Беручи до уваги рівняння передачі теплоти від повітря всередині будівлі до зовнішнього повітря через огорожувальні конструкції (9.2) і виражаючи величину теплового потоку через тепловий опір огороження (9.3) та прирівнюючи рівняння теплового потоку теплоносія і теплового потоку, що проходить через огорожувальні конструкції, і, вводячи в праву частину рівняння величину теплового потоку, одержану від теплоносія на компенсацію тепловтрат від вентиляції і інфільтрації, отримаємо початкове рівняння регулювання роботи автоматизованої системи керування теплоспоживанням будівлі:

$$G \cdot c_B (t_{B_{\text{вх}}} - t_{B_{\text{вих}}}) / F_{\Sigma} = (t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}) / R_0 + Q_{\text{вент}} / F_{\Sigma}, \quad (9.7)$$

де $Q_{\text{вент}}$ – тепловий потік на компенсацію тепловтрат, пов'язаних з повітрообміном при вентиляції і інфільтрації приміщень будівлі; F_{Σ} – сумарна зведена зовнішня площа огорожувальної конструкції.

Тепловий потік на компенсацію тепловтрат, пов'язаних з повітрообміном:

$$Q_{\text{вент}} = m \cdot \rho \cdot c_{\text{п}} \cdot V (t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}), \quad (9.8)$$

де m – кратність повітрообміну в будівлі за одиницю часу; ρ – щільність повітря; $c_{\text{п}}$ – теплоємність повітря; V – об'єм приміщень будівлі.

Величина кратності повітрообміну в будівлі залежить від багатьох чинників, точний облік яких практично неможливий. Найвірогідніший діапазон зміни цього параметру від 0,15 до 0,7 [11].

Якщо вибрати як регульований параметр, що забезпечує заданий тепловий режим в будівлі, величину витрати теплоносія, то основне рівняння управління автоматизованої системи керування теплоспоживанням матиме вигляд:

$$G = \left((t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}) F_{\Sigma} / R_0 + Q_{\text{вент}} \right) / c_{\text{в}} (t_{\text{в}_\text{вх}} - t_{\text{в}_\text{вих}}), \quad (9.9)$$

яке після перетворень набуває кінцевого вигляду:

$$G = \frac{t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}}{c_{\text{в}} (t_{\text{в}_\text{вх}} - t_{\text{в}_\text{вих}})} \left(\frac{F_{\Sigma}}{R_0} + n \cdot m \right), \quad (9.10)$$

де n – коефіцієнт, $n = \rho \cdot c_{\text{п}} V$.

Розглянемо тепер використання прямої і зворотної задачі теплопровідності в розробці і дослідженнях автоматизованої системи керування теплоспоживанням.

З (9.10) можна також одержати рівняння для здійснення якісного регулювання автоматизованої системи керування теплоспоживанням за рахунок зміни температури на виході з системи. В основі викладеного підходу розв'язку задачі, по суті, лежить розв'язок прямої задачі теплопровідності, коли за заданих граничних умов 3-го роду, що входять в зведений питомий опір будівлі, температур середовищ, а також втрат теплоти на компенсацію інфільтрації і вентиляції повітря в будівлі, визначаються необхідна витрата і тепловий потік первинного теплоносія. Достовірність і точність визначення основного параметра управління автоматизованої системи керування теплоспоживанням – витрати тепло-

носія залежать, в першу чергу від достовірності і точності визначення приведенного питомого теплового опору огорожувальної конструкції (R_0). Наступною компонентою за рівнем впливу на ці чинники є кратність повітрообміну приміщень будівель (m).

Слід зазначити, що достовірність і точність розрахункового визначення величини R_0 при модернізації систем теплоспоживання існуючих будівель, особливо давно побудованих, а таких більшість, пов'язані з серйозними ускладненнями, викликаними як станом самих огорожувальних конструкцій, зокрема, застосування дахів, із зміною теплофізичних властивостей матеріалів огороження, їх вологовмістом, нерівномірністю розподілу тепловтрат по поверхнях огороження і ін. Аналогічна ситуація складається і з розрахунком кратності повітрообміну, що враховує інфільтрацію і вентиляцію повітря в будівлі. Тому похибка розрахунку величин R_0 і m , залежних від названих вище чинників, багато з яких визначити вельми важко, може виявитися достатньо великою. Проте як перший етап під час розрахунків і розробці автоматизованої системи керування теплоспоживанням будівлі такий підхід цілком прийнятний. Після здійснення модернізації системи теплоспоживання і створення автоматизованої системи керування теплоспоживанням, як правило, проводиться етап випробувань і наладки автоматизованої системи керування теплоспоживанням в цілому, супроводжуваний установкою приладів вимірювання і проведенням експериментів щодо визначення основних теплових і гідравлічних характеристик і параметрів систем. Це створює можливість не тільки довести до розрахункових значень основні параметри тепlopостачання і автоматизованої системи керування теплоспоживанням, але і одержати початкові дані для уточнення розрахункової моделі автоматизованої системи керування теплоспоживанням, зокрема, таких параметрів як R_0 , коефіцієнтів тепловіддачі до і від огорожувальної конструкції, а також температур середовищ і теплоносіїв. Цей етап уточнення параметрів моделі, по суті, є розв'язком зворотної задачі теплопровідності, коли за одержаними в експерименті вихідними даними про сумарний тепловий потік, що підводиться в будівлю, температурам повітря всередині і зовні будівлі, а також температурам внутрішніх і зовнішніх поверхонь огорожувальної конс-

трукції визначається середньоінтегральний тепловий опір огорожувальної конструкції. Середньоінтегральні величини коефіцієнтів тепловіддачі повітря всередині і зовні огороження еквівалентні аналогічним величинам натурального об'єкту. Таким чином, використовуючи рівняння (9.7) і (9.8), одержуємо:

$$G \cdot c_B (t_{B_{\text{вх}}} - t_{B_{\text{вих}}}) / F_{\Sigma} = (t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}) / R_0 + n \cdot m (t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}) / F_{\Sigma}, \quad (9.11)$$

з якого визначається R_0 :

$$R_0 = F_{\Sigma} / (G \cdot c_B (t_{B_{\text{вх}}} - t_{B_{\text{вих}}}) / (t_{\text{п}_1} - t_{\text{п}_2}) - n \cdot m). \quad (9.12)$$

Коефіцієнт тепловіддачі від повітря в будівлі до внутрішньої поверхні огороження може бути визначений з рівняння:

$$\alpha_1 = G \cdot c_B (t_{B_{\text{вх}}} - t_{B_{\text{вих}}}) / F_{\Sigma} (t_{\text{п}_1} - t_{\text{ст}_1}). \quad (9.13)$$

Аналогічним чином визначають коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні огорожувальної конструкції. На початковому етапі розробки автоматизованої системи керування теплоспоживанням необхідне розрахункове значення зведеного теплового опору огорожувальної конструкції будівлі. Достовірність і точність його розрахунку визначається і коректується далі в процесі наладки і випробувань автоматизованої системи керування теплоспоживанням і всієї системи теплопостачання будівлі.

Наведемо деякі результати апробації моделі з використанням експериментальних даних, одержаних при експлуатації автоматизованої системи керування теплоспоживанням [1]. Як зазначено вище, достовірність і похибки розрахункового визначення основних параметрів, що входять в рівняння управління роботою автоматизованої системи керування теплоспоживанням, залежать, в першу чергу, від достовірності і точності визначення приведенного питомого теплового опору огорожувальної конструкції, а також кратності повітрообміну приміщень будівлі. Досягти необхідної достовірності і точності розрахункового їх визначення достатньо важко. Особливо, коли це торкається модернізації побудованих систем тепло споживання і давно побудованих будівель.

Проте на першому етапі при розробці автоматизованої системи керування теплоспоживанням будівлі використання розрахункових величин R_0 можна визнати за прийнятне і, практично, безальтернативне. Ще складніша ситуація з визначенням кратності вентиляції будівлі m , оскільки вона визначає величину важливої складової рівняння теплового балансу, а саме, кількість теплоти, що витрачається на підігрів холодного повітря, що вентилюється в будівлі. Розрахувати величину m з урахуванням змін і стану будівлі, що відбулися, вельми складно, тому доводиться орієнтуватися на закладені в проект значення, або вибирати їх по рекомендаціях відповідних державних будівельних норм.

При наладці і дослідному доведенні автоматизованої системи керування теплоспоживанням будівлі визначають основні теплові і гідравлічні характеристики і параметри автоматизованої системи керування теплоспоживанням. Використовуючи підходи, які вживаються при вирішенні зворотних задач теплопровідності, можна уточнити експериментальні значення величини питомого теплового опору – рівняння (9.12) і величини коефіцієнтів тепловіддачі від і до повітря від поверхонь огороження – рівняння (9.13). Для цього необхідно відповідна підготовка експерименту. Це, перш за все, вимірювання кількості підведеної теплоти, температур повітря всередині і зовні будівлі, температур поверхонь стін і вікон всередині і зовні будівлі. В рамках даного підходу до вирішення задачі уточнення основних параметрів рівняння теплового балансу також слід проводити уточнення величини кратності повітрообміну. Для цього необхідно провести варіантні розрахунки області можливих змін витрати води за рівнянням (9.12) при різних вибраних значеннях кратності повітрообміну в будівлі. За експериментальними значеннями температур гарячої води з котельної на вході і виході з системи тепло споживання будівлі і її витраті, температур повітря всередині і зовні будівлі, узятих за результатами проведених експериментів, при розрахунковому значенні середньоінтегрального питомого теплового опору огороження будівлі і зміні кратності повітрообміну в межах від 0,15 до 0,5 побудовані криві, що визначають діапазон можливих змін витрати теплоносія. Залежності зміни витрат теплоносія від температури зовнішнього повітря і заданої комфортної температури

всеревині будівлі при різних значеннях параметра m наведені на рис. 9.2 [4].

На цей же рисунок нанесена крива експериментальних результатів вимірювань витрат теплоносія, що надходить з котельної. Ця крива перетинається з розрахунковою кривою, побудованою при ступені кратності повітрообміну $m = 0,5$ і найближча до неї.

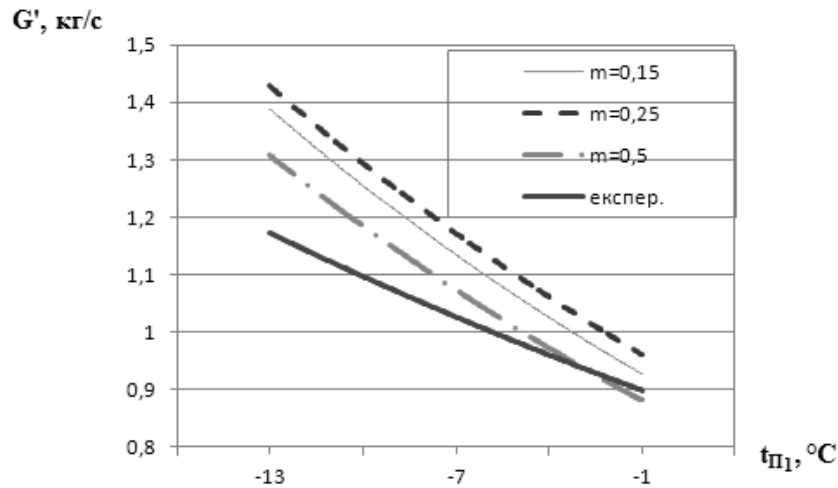


Рис. 9.2. Залежність витрат гарячого теплоносія від температури зовнішнього повітря

Можна припустити, що права частина кривої дійсних витрат від точки перетину знаходиться в області більших значень кратності повітрообміну, ніж 0,5, а ліва частина кривої – в області менших величин такої кратності. Таким чином, вірогідно, що степінь кратності повітрообміну в будівлі при зміні температурних режимів у випадку, який нами розглядається, не зберігається постійною. Цю обставину необхідно враховувати в рівнянні управління роботою автоматизованої системи керування теплоспоживанням.

Найважливішим параметром, що визначає температурний режим будівлі, є приведений питомий тепловий опір огорожувальної конструкції. Одержані експериментально вихідні дані використані для проведення розрахунків щодо визначення величин і характеру змін питомого теплового опору огорожувальної

конструкції [11]. Строго кажучи, величина приведенного теплового опору огородження повинна залишатися практично постійною, оскільки складові сумарного теплового опору огородження, що змінюються – опори тепловіддачі від повітря до внутрішньої поверхні стінки і від зовнішньої поверхні її до зовнішнього повітря, на порядок менше приведенного опору стін. На рис. 9.3 наведені криві зміни зведених питомих теплових опорів огороджувальної конструкції залежно від температури зовнішнього повітря при двох постійних значеннях ступеня кратності повітрообміну $m = 0,15$ і $m = 0,25$. Можна побачити, що значення питомих опорів дещо змінюються. Фізичне пояснення цього факту можна побудувати на визнанні зміни ступеня кратності повітрообміну в будівлі при зміні температур зовнішнього повітря. Таким чином, дослідження зміни ступеня кратності повітрообміну в будівлі є однією з важливих умов для побудови математичної моделі управління автоматизованої системи керування тепло споживанням [10].

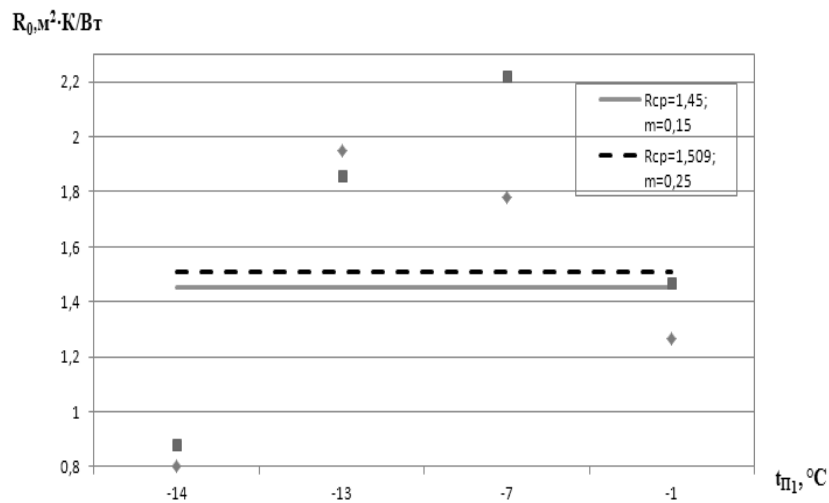


Рис. 9.3. Залежність питомого теплового опору огороджувальної конструкції від температури зовнішнього повітря

Одержані результати розрахунків характерні цілям вирішення прямої задачі теплопровідності. Проте одержані експериментальні дані дозволяють розглядати цю задачу теплопровідності як зворотну і визначати параметри теплопередачі – зміну питомого теплового опору огородження залежно від кратності пові-

трообміну, оскільки тепловий потік, що підводиться до системи, вимірюється експериментально, як і температури повітря всередині і зовні будівлі. При виміряних температурах на поверхнях стін будівлі аналогічно визначаються із рівняння (9.13) величини коефіцієнтів тепловіддачі від і до повітря для внутрішніх і зовнішніх поверхонь будівлі.

На основі наведеного математичного моделювання можна побудувати алгоритм роботи блоку управління (рис. 9.4) [10].

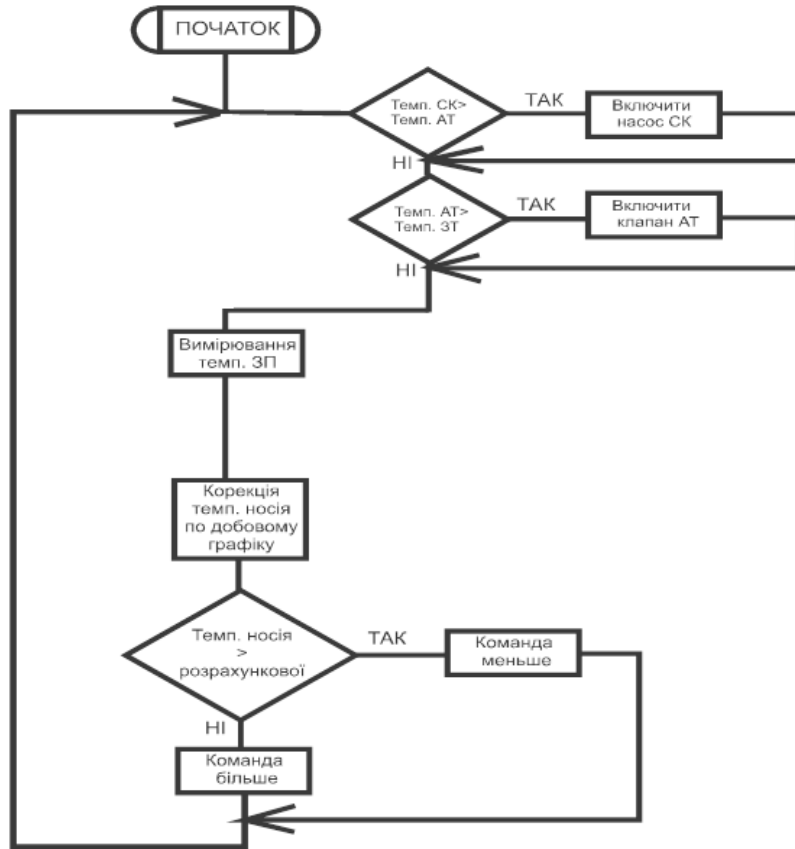


Рис. 9.4. Структурна схема алгоритму роботи блоку управління

Враховуючи різноманітний характер споживання тепла в опалювально-вентиляційних установках і в системах гарячого водопостачання, центральне регулювання систем тепlopостачан-

ня потрібно доповнювати індивідуальним регулюванням [3]. Це дозволить:

- оптимізувати розподіл теплового навантаження в тепломережі;
- адекватно керувати гідравлічним і тепловим режимами внутрішньої системи теплоспоживання будівлі;
- знизити витрату теплоносія в тепломережі;
- економити енергоресурси;
- зменшити негативну дію на навколишнє середовище.
- захистити місцеві системи від аварії, розрегулювання і спорожнень.

Автоматизація теплових пунктів включає наступні завдання: організацію обліку і контролю теплоспоживання абонентом і автоматизацію регулювання теплоспоживання абонентами при поліпшенні рівня теплового комфорту в обслуговуваних приміщеннях і раціональному розподілі теплової енергії.

При цьому розв'язуються наступні завдання керування:

- регулювання температури теплоносія, що подається в систему опалення, залежно від температури зовнішнього повітря;
- регулювання температури теплоносія, що повертається в тепломережу, згідно з температурою зовнішнього повітря по заданому температурному графіку;
- прискорений прогрів ("натоп") будівлі після зниженого теплоспоживання;
- корекція режиму теплоспоживання за температурою повітря в приміщенні;
- обмеження температури теплоносія в подаючому трубопроводі системи опалення.

Вказані процеси в тепловому пункті можна здійснити, перейшовши з кількісного методу регулювання теплоспоживання абонента на якісно-кількісний метод. З технічної точки зору для цього необхідно замінити устаткування, нездатне працювати в нових гідравлічних умовах, на устаткування, що дозволяє вирішувати поставлені задачі. До замінюваного устаткування відноситься, перш за все, гідроелеватор. Нерегульований гідроелеватор при коливанні витрати в системі опалення створює протилежний енергозбереженню ефект – в той час, коли закриваються термо-

регулятори і зменшується витрата теплоносія, починає зростати температура теплоносія на його виході.

Автоматично регульований гідроелеватор хоча і здатний забезпечити якісно-кількісне регулювання теплоносія в системі з постійним гідравлічним режимом по заданому температурному графіку відпуску теплоти. Проте у разі квазістаціонарного режиму, характерного для однотрубних систем опалення з терморегуляторами на опалювальних приладах, при закритті терморегуляторів у цього гідроелеватора також спостерігається нестабільне регулювання, викликане зростанням опору системи через незбалансованість обвідних або замикаючих ділянок вузлів об'язування опалювальних приладів. Тому модернізація теплових пунктів припускає повну відмову від вживання гідроелеваторів і їх заміну на циркуляційні насоси.

Автоматизацію існуючого теплового пункту виконують в наступній послідовності дій [10]:

- 1) ретельне обстеження фактичного стану системи;
- 2) вибір конкретної схеми абонентського вводу, відповідного устаткування, забезпечення його працездатності;
- 3) визначення етапів виконання робіт безпосередньо по автоматизації.
- 4) власне монтаж, при необхідності з попереднім демонтажем.

На першому кроці детальним технічним і теплогідравлічним обстеженням визначають:

- проектні і фактичні витрати теплоносія;
- проектні і фактичні годинні, а також місячні теплові навантаження;
- проектні і фактичні параметри теплоносія на вводі – середні значення і їх відхилення, як в робочому, так і в аварійному режимі роботи тепломережі;
- вміст газів, твердих частинок і хімічних домішок в теплоносії;
- наявність відкладень на внутрішніх поверхнях труб і арматури;
- наявність в трубах блукаючих струмів, різниці потенціалів і вібрацій;
- джерела завад для електронних пристроїв;

стабільність електроживлення.

Одержують вказані дані, як розрахунковим методом, так і методом прямих вимірів.

Автоматизацію теплових пунктів можна здійснити поетапно або в один етап. На першому етапі встановлюють тепломір і насос, або тільки тепломір. На другому — пластинчастий теплообмінник і автоматичні клапани. Найкращим варіантом модернізації теплового пункту є його автоматизація в один етап (рис. 9.5) [10]. Інженерні системи будівлі при автоматизації теплового пункту залишаються без зміни. Проте можлива подальша їх модернізація шляхом встановлення автоматичних терморегуляторів на вузли обв'язування опалювальних приладів системи опалення і установки терморегуляторів на циркуляційні трубопроводи системи гарячого водопостачання.

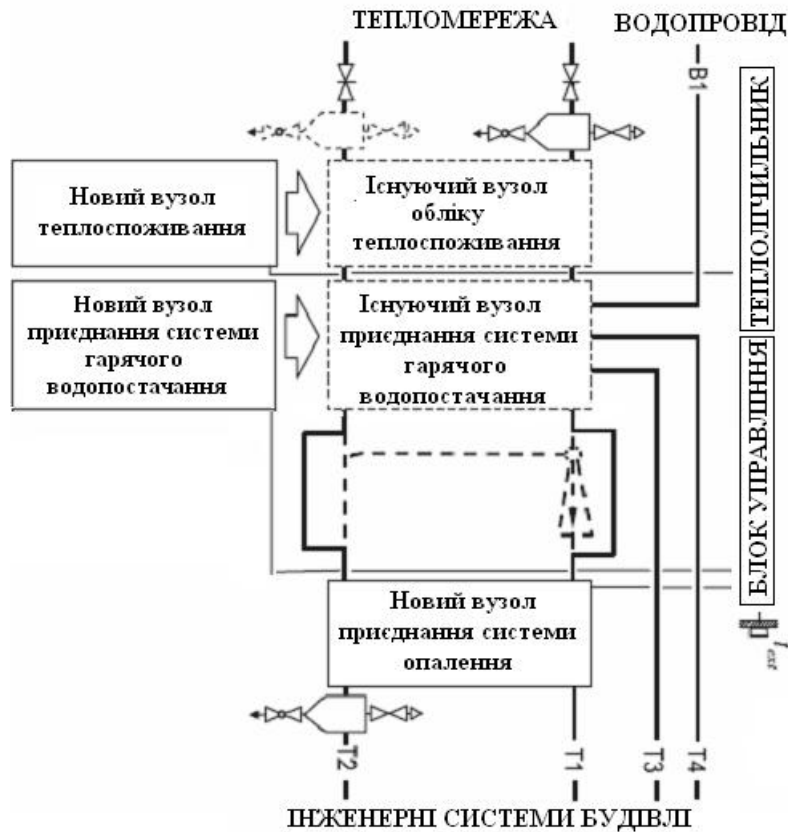


Рис. 9.5. Схема заміни вузлів при модернізації та автоматизації теплового пункту

У всіх теплових системах економія тепла ґрунтується на керуванні його споживанням. При централізованому теплопостачанні головною керуючою ланкою є автоматизована системи керування тепло споживанням, що у свою чергу керується контролером (блоком управління).

В табл. 9.3 наведені дані для порівняння основних характеристик імпортованих та вітчизняного (розробки Інституту технічної теплофізики НАН України) блоків управління автоматизованих систем керування теплоспоживанням [1,10].

Табл. 9.3. Основні функціональні параметри блоків управління автоматизованих систем керування теплоспоживанням

Основні функції	Модуль управління (Danfoss)	Програмований контролер (Danfoss)	Панельний комп'ютер (Danfoss, Siemens)	Блок управління (ІТТФ)
Робота в автономному режимі	+	+	+	+
Робота в складі системи диспетчеризації	+	+	+	+
Потреба додаткового програмного забезпечення	-	-	+	-
Дисплей	-	текстовий	графічний	графічний
Побудова мнемосхеми з показниками безпосередньо на БК	-	-	+	+
Перегляд погодинних графіків основних показників	-	-	+	+
Робота по погодинному графіку	-	додатковий модуль	+	+
Архівування даних	-	додатковий модуль	+	+
Збереження архіву на носію інформації	-	-	+	+

9.3. Блочні індивідуальні теплові пункти та підвищення їх ефективності за рахунок використання сонячної енергії

Існує два підходи до побудови автоматизованих систем керування теплоспоживанням.

Один з них полягає в тому, що монтаж теплового пункту зі складових частин виробляється на місці його використання, тобто в будинку, часто в підвальному приміщенні.

Другий підхід, що здобуває останнім часом все більшу популярність, полягає в монтажі теплового пункту в умовах стаціонарного виробництва, причому конструкція такої автоматизованої системи керування теплоспоживанням істотно відрізняється від зібраного на місці експлуатації, тому що він виконується у вигляді закінченого комплектного виробу й у зібраному вигляді доставляється на місце використання.

Зібрані в заводських умовах теплові пункти прийнято називати блочними індивідуальними тепловими пунктами (БІТП), втім, таку назву не можна вважати сталою, оскільки такий пункт часто містить системи підготовки гарячої води, комерційного обліку тепла й теплоносія, обліку холодної води, систему так званого «погодного» регулювання теплоспоживання, тобто є повноцінною автоматизованою системою керування теплоспоживанням.

Обидва підходи мають свої переваги й недоліки і, на нашу думку, ще довго будуть мати право на існування. Необхідно привести деякі з передумов, які стимулюють зростаючу популярність використання автоматизованих систем керування теплоспоживанням у готовому, блочному вигляді:

1. Складність інженерних завдань. Процес побудови БІТП складається з декількох етапів:

реконструкція систем опалення й гарячого водопостачання (наприклад, переведення залежного приєднання в незалежне, або відкритої системи в закриту);

організація комерційного обліку тепла й теплоносія в системах опалення й гарячого водопостачання, часто з диспетчеризацією показань;

побудова систем автоматичного регулювання теплоспоживання;

відмова від центральних теплових пунктів і перехід на індивідуальні теплові пункти.

2. Поява на ринку сучасних компактних пластинчастих теплообмінників за розумними цінами.

3. Дефіцит на місцях впровадження досвідчених кваліфікованих проєктувальників.

4. Відсутність висококваліфікованого персоналу для монтажу теплового пункту.

На наш погляд, це далеко не повний перелік можливих передумов. Що ж все-таки це БТП і які його переваги й недоліки? БТП - це зібрані на одній або декількох рамах у загальну конструкцію окремі функціональні вузли, що включають у себе прилади комерційного обліку тепла й теплоносія, погодного регулювання, різного роду технологічне й контрольне обладнання.

Принципово БТП може складатися з наступних вузлів:

а) вузол підготовки теплоносія, у якому можуть створюватися стабільні гідравлічні режими роботи системи опалення, передбачене устаткування для приєднання до теплової мережі, забезпечується очищення теплоносія й вимірюються основні технологічні параметри. До складу вузла може входити запірні арматура (кульові крани або засувки), устаткування для видалення домішок у теплоносії (брудовики й фільтри) і контрольні – вимірювальні прилади для визначення тиску й температури теплоносія (манометри, термометри або термоманометри);

б) вузол комерційного обліку тепла й теплоносія, у якому здійснюється облік фактичного споживання зазначених величин об'єктом, дається інформація про технологічні параметри тепла, що постачається, часто із застосуванням технологій надання вилученого доступу до цієї інформації. Комерційний облік спожитого тепла й теплоносія здійснюється лічильником тепла, до складу якого входять перетворювачі витрат і термометри, а також теплообчислювач, що обробляє й зберігає отриману від перетворювачів інформацію. Для передачі накопиченої інформації споживачеві тепла у вузлі може розміщуватися апаратура системи моніторингу чи диспетчеризації, яка, крім зазначених, може виконувати пожежно – охоронні функції ;

в) вузол автоматичного «погодного» регулювання теплопостачання, що забезпечує підтримку оптимального температурно-

го графіку для створення заданих комфортних кліматичних умов на об'єкті, а також дає можливість зниження кількості спожитого тепла за рахунок зменшення «перетопів». Також одна з важливих функцій даного вузла – забезпечення стабільного гідравлічного режиму з метою рівномірного постачання всіх споживачів теплоносієм. Вузол містить регулювальний клапан з електроприводом, електричний циркуляційний насос, датчики температури для визначення температури теплоносія й повітря (усередині приміщення й ззовні), а також електронний керуючий блок (термоконтролер), що забезпечує керування зазначеним устаткуванням по закладених алгоритмах;

г) вузол підготовки води для системи гарячого водопостачання, у якому незалежно від зовнішніх умов у тепловій мережі підтримується нормативна температура гарячої води; вузол також забезпечує необхідну швидкодію для видачі потрібної кількості води споживачеві. Часто вузол містить теплообмінник для нагрівання водопровідної води, а також швидкодіючий клапан для забезпечення необхідної кількості гарячої води при постійній нормативній температурі;

д) вузол вентиляції, у якому забезпечується подача необхідної кількості тепла в системи вентиляції об'єкта. Вузол може містити теплообмінник з набором необхідної запірної - регулюючої арматури та контрольно - вимірювальних приладів.

Виходячи з наведеної інформації, БТПП можуть розрізнятися за потужністю, що вимірюється в Гкал/год, складом устаткування й, відповідно, габаритами.

БТПП до теплових мереж можуть підключатися по двох видах принципових схем: по незалежній і залежній. У першому варіанті теплоносії теплової мережі й теплоносії внутрішнього контуру опалення об'єкта розділені, БТПП містить у своєму складі теплообмінник, що забезпечує поділ контурів опалення. У другому, теплоносії з теплової мережі потрапляє в систему опалення об'єкта; теплообмінник теж може бути присутнім, але у вузлі підготовки гарячої води.

Що ж позитивного одержує споживач, використовуючи БТПП?

1. БТПП - тепловий пункт заводської готовності. Цим забезпечується висока якість виготовлення відповідно до діючих норм і правил. Устаткування проходить комплексну перевірку, у тому

числі обпресування підвищеним тиском. Прилади й системи змонтовані строго за вимогами, що забезпечує їх правильну й довговічну працездатність (рис.9.6-9.7).

2.Різко скорочуються терміни монтажу теплового пункту на об'єкті: залишається підключитися до теплової мережі й трубопроводів внутрішньої системи об'єкта, а також підвести електроживлення (якщо потрібно) і сигнали із зовнішніх датчиків (якщо вони є). Немало значущим є й той факт, що знижуються вимоги до кваліфікації персоналу.

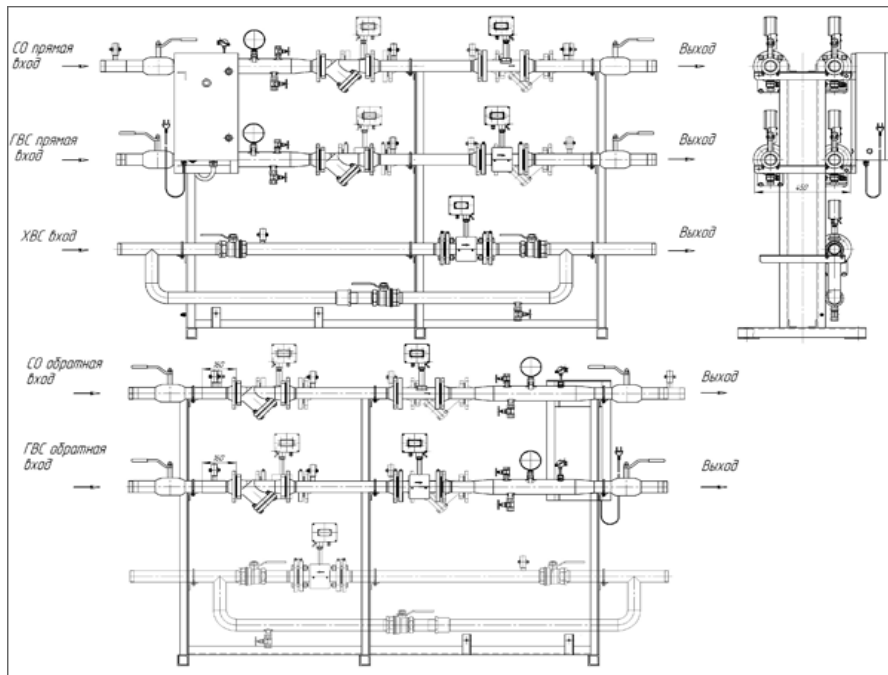


Рис.9.6. Приклад креслення модуля блочного індивідуального теплового пункту

3.Компактність БТП дозволяє розміщувати його в умовах дефіциту місця, або використовувати площі, що вивільнилися, для інших цілей.

4.У випадку нового будівництва, або при реконструкції об'єкта використання БТП повністю виключає витрати на будівництво центрального теплового пункту. При цьому значно знижують-

ся витрати на прокладання або ремонт трубопроводів до об'єкту, на експлуатацію й обслуговування теплового пункту.

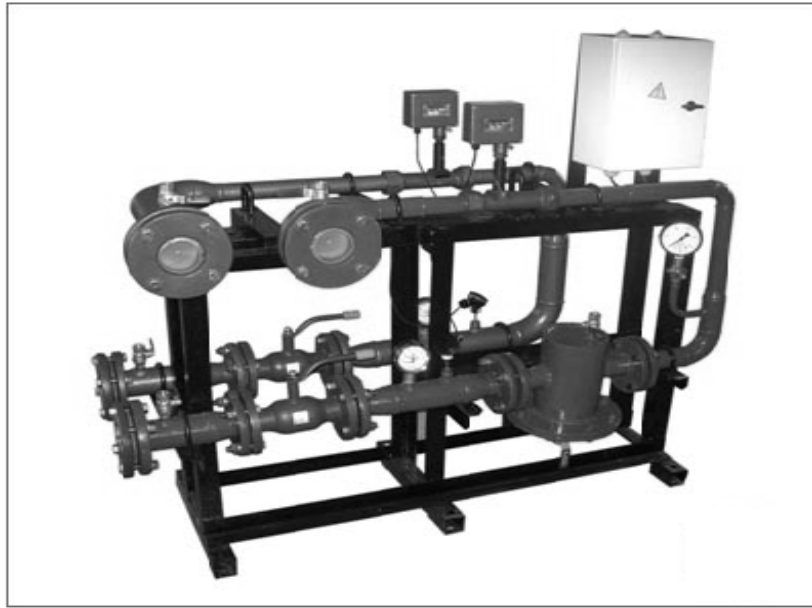


Рис.9.7. Зовнішній вигляд модуля блочного індивідуального теплового пункту

Звичайно, поряд з перевагами, мають місце деякі недоліки. У їх число входять:

необхідність нести додаткові витрати на транспортування й вантажно-розвантажувальні операції;

обмеження внаслідок геометричних розмірів дверних прорізів і приміщень, що викликає труднощі при транспортуванні БІТП на об'єкт;

нестандартні схеми окремих БІТП, що вимагає індивідуального підходу й збільшує терміни поставки .

Однак, як показує досвід, переваги значно перекривають недоліки, тим більше що виробники БІТП постійно працюють над оптимізацією виробу. У даний час кілька підприємств пропонують до реалізації блочні теплові пункти. Можна згадати таких виробників як "Alfa Laval", "Danfoss", "Grundfos", "Wilo", "GST", "SWEP" та ін.

Кожен модуль являє собою закінчений виріб на власній рамі, має у своєму складі необхідне механічне, технологічне, електричне й електронне обладнання, що забезпечує виконання заданих функцій. Наприклад, модуль обліку містить у собі:

вузол підготовки теплоносія із приєднувальними арматурами, регуляторами перепаду тиску (якщо необхідно), спускниками й термометрами, брудовиком;

вузол комерційного обліку тепла й теплоносія, що має у своєму складі лічильник тепла з системою диспетчеризації (за замовленням), шафу електричну, у якій розміщені електричні елементи й електронні блоки;

при необхідності, вузол комерційного обліку гарячої й (або) холодної води;

для забезпечення безпеки при експлуатації передбачена можливість підключення датчиків пожежно-охоронної сигналізації й затоплення, що сигналізують про загоряння, затоплення й несанкціоноване проникнення в приміщення теплового вузла відповідно.

Монтаж первинних перетворювачів витрати і термометрів опору виконаний із урахуванням всіх вимог експлуатаційної документації, що забезпечує достовірні вимірювання з нормативними похибками. Здача такого модуля в комерційний облік немає ніяких складностей, так як він виконаний відповідно до діючих норм і правил. Габаритні розміри та вага модуля забезпечують можливість роботи з ним без використання вантажопідійомних механізмів в тісних приміщеннях та дверних отворах.

Модуль керування містить у собі елементи системи автоматичного керування, змонтовані на окремій легкій рамі, запірну арматуру та прилади контролю параметрів. Електронна частина системи розміщена в шафі керування, яка розташована безпосередньо на модулі у зручному для обслуговування місці.

Практично весь час процес виготовлення модулів починається з підготовки індивідуального технічного проекту. З однієї сторони, в проекті можна врахувати всі специфічні вимоги місцевої теплопостачальної організації, і перед виготовленням модулів ІТП узгодити його в постачальників тепла, що прискорить та спростить процес здачі об'єкту. З іншої сторони, такий підхід

збільшує термін виконання всієї роботи і не дозволяє виробляти модулі на склад.

При подальшому розповсюдженні БІПІ необхідно прийняття нормативного документу, в якому тепловий пункт (або модуль) розглядався б як сертифікована одиниця обладнання зі своїми описаними функціями і проектувальник передбачив би БІПІ як «елемент» на схемі. Такий підхід дозволив би стандартизувати цей вид обладнання та спростив би процес оснащення об'єктів корисними енергозберігаючими технологіями. На рис.9.8 показаний приклад процесу збирання блочного теплового пункту на виробництві.



Рис. 9.8. Збирання блочного теплового пункту на виробництві

В системах автоматичного регулювання теплоспоживання (рис. 9.9) теплообмінники опалення та гарячого водопостачання підключаються в залежності від співвідношення навантажень у відповідності з вимогами нормативних документів.

Цим досягається максимальне охолодження теплоносія (тобто максимальний відбір тепла), що знижує необхідну витрату води

на кожну будівлю. У випадку, коли для підігріву гарячої побутової води недостатньо тепла води, що пройшла через контур опалення, система регулювання перемикає теплообмінники в режим паралельної роботи, і тоді теплопродуктивність системи гарячого водопостачання збільшується. Крім того, можна застосовувати так зване підключення за схемою запозичення, за якою при миттєвому зростанні витрати гарячої побутової води контур опалення перекидається частково або повністю.



Рис. 9.9. Загальний вигляд блочного теплового пункту з системою автоматичного регулювання теплоспоживання

Розрахунок теплообмінників проводиться завжди згідно самим критичним умовам експлуатації. Так, теплообмінник гарячого водопостачання розраховується на основі літнього режиму роботи, оскільки літом температура води теплової мережі знаходиться на мінімальному рівні. А розрахунок теплообміннику опалення проводиться на основі зимового режиму роботи, при максимальній температурі теплоносія. Використовуються наступні

розрахункові температури: для теплообмінників гарячого водопостачання - $70^{\circ}\text{C}/42^{\circ}\text{C}$ для первинного контуру (теплова мережа) та $5^{\circ}\text{C}/95^{\circ}\text{C}$ для вторинного контуру (система гарячого водопостачання); для теплообмінників опалення - $150^{\circ}\text{C}/70^{\circ}\text{C}$ для первинного контуру (теплова мережа) та $70^{\circ}\text{C}/95^{\circ}\text{C}$ для вторинного контуру (система опалення).

При розрахунку теплообмінників з метою врахування реальних умов розрахункова температура первинного контуру системи опалення зазвичай приймається $130^{\circ}\text{C}/70^{\circ}\text{C}$.

Серед теплообмінників усіх типів найвищу теплообмінну здатність мають пластинчасті теплообмінники (рис.9.10).

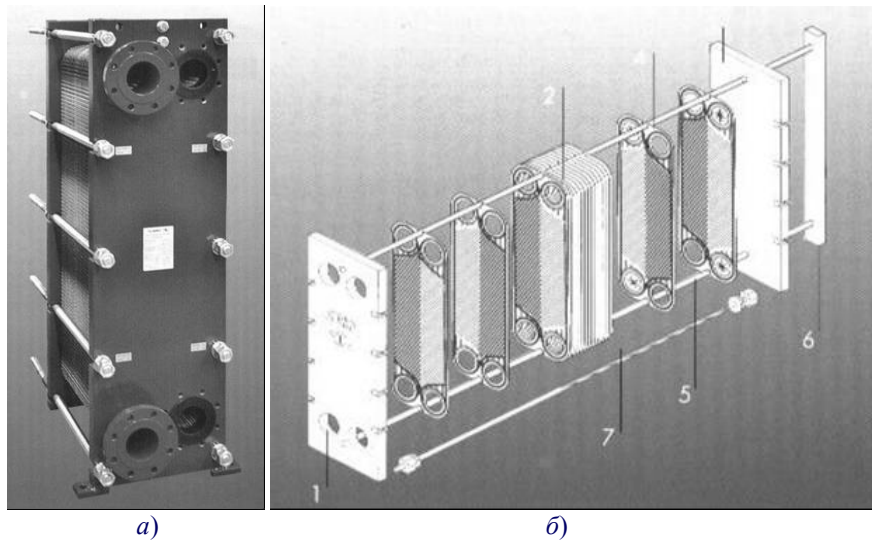


Рис.9.10. Пластинчастий теплообмінник ФУНКЕ-ТКМ:
а – загальний вигляд, б – розбірна конструкція

Вони мають також ряд інших суттєвих переваг у порівнянні з іншими типами подібного обладнання [8]:

завдяки турбулентному потоку теплообмін проходить найбільш інтенсивно (примусова конвекція);

турбулентний режим роботи теплообмінника зводить до мінімуму забруднення теплообмінних поверхонь;

пластинчастий теплообмінник легко розбирається для обслуговування та ремонту – висока ремонтпридатність;

очистка пластинчастого теплообмінника (якщо вона необхідна) вимагає набагато менше витрат праці, ніж теплообмінників інших типів – висока сервісопридатність;

об'єм води у теплообміннику невеликий, внаслідок чого температурне регулювання здійснюється швидко;

пластинчасті теплообмінники можуть бути дуже гнучко підібрані за потужністю, а внаслідок, при необхідності, їх потужність може бути легко змінена;

як матеріал пластин може використовуватися нержавіюча або кислотостійка сталь (звичайний матеріал – сталь AISI 304); відсутня небезпека корозії завдяки можливості правильно підібрати матеріал пластин;

конструкція пластинчастого теплообмінника така, що можливий витік внаслідок неправильної збірки легко виявити та відразу ж усунути;

вода теплової мережі не може змішуватися з водою мережі споживача.

Оскільки, саме теплообмінники відіграють найбільш істотну роль, при виборі теплового пункту необхідно в найбільшій мірі приймати до уваги тип та характеристики теплообмінників.

Як було відмічено вище, задачею теплового пункту є надійний та ефективний теплообмін між водою теплової мережі і водою, що циркулює в мережі споживача. Надійність передбачає використання матеріалу, що перешкоджає корозії, і такої конструкції, яка полегшує обслуговування та, при необхідності, очистку.

Наприклад, широко розповсюджений в Україні пластинчастий теплообмінник ФУНКЕ-ТКМ є розбірним (рис.9.10), тобто його легко розбирати для контролю, обслуговування та очищення, що дуже важливо, враховуючи якість води в Україні.

Для теплообмінників системи гарячого водопостачання дуже важливо також за будь-яких обставин повністю виключити можливість потрапляння води теплової мережі, в якій можуть знаходитися токсичні хімікати, у воду контуру гарячого водопостачання.

Конструкція теплообмінників ФУНКЕ-ТКМ така, що у випадку витіку через ущільнення, вода, що протекла з будь-якої точки теплообмінника, потрапляє лише на його зовнішню поверхню, де витік легко може бути помічений, і його можливо відремонтува-

ти. А витік безпосередньо через пластини (з одного контуру в інший) неможливий завдяки використанню корозійностійких матеріалів.

З метою виявлення можливих дефектів по частині матеріалів та виготовлення, теплообмінник піддається на заводі гідравлічним випробуванням тиском, що суттєво перевищує робочий тиск.

Як уже було відмічено, з точки зору споживача дуже важливо, щоб теплообмінник відрізнявся високою ефективністю. Пластинчасті теплообмінники ФУНКЕ-ТКМ більш ефективні, ніж теплообмінники практично всіх інших типів. Крім того, пластини цих теплообмінників спроектовані та виготовлені спеціально для використання в системах центрального опалення.

У споживача через деякий час після початку експлуатації теплового пункту може виникнути необхідність збільшення його потужності – наприклад, при збільшенні опалювальних площ. Цього легко можна добитися при застосуванні теплообмінників ФУНКЕ-ТКМ, шляхом збільшення кількості пластин. При цьому необхідності виконувати які-небудь інші монтажні роботи не виникає.

З точки зору джерела тепла – котельної установки – важливо, щоб у системі споживача відбувалися невеликі втрати тиску і максимальна утилізація тепла; тоді необхідна кількість теплової енергії може бути передана споживачеві меншою кількістю води, що дозволить добитися істотної економії.

Конструкція теплового пункту має наступну відмінну особливість: вода теплової мережі проходить через декілька ступенів охолодження, остання з яких – це холодна вода, яка підігривається для приготування гарячої побутової води. Іншими словами, конструкція теплообмінників ФУНКЕ-ТКМ і теплових пунктів забезпечують максимальну утилізацію тепла теплової мережі.

Пластинчастий теплообмінник складається з двох кінцевих пластин, між якими десятьма натяжними болтами закріплені проміжні пластини з нержавіючої сталі. За допомогою регулюючих болтів пластинам забезпечується правильне положення при його збиранні (рис. 9.9).

За допомогою спеціальних міжпластинних ущільнювачів потік рідини розподіляється по каналах в необхідному напрямку.

Теплообміннику не потрібно особливого фундаменту. Його можна встановлювати прямо на підлозі. Кількість пластин чітко визначена для необхідної потужності. Теплообмінники проектуються з урахуванням різниці температур і тисків води, що поступає з траси.

Для розрахунку теплообмінника необхідні такі вихідні дані:

розрахункова потужність;

температури (реальні) первинного контуру (води, що поступає з траси);

бажані (розрахункові) температури вторинного контуру (системи споживача);

допустиме падіння тиску в теплообміннику.

Якщо замовник не може назвати повних вихідних даних, виробники (проектувальники) можуть порадижити до застосування деякі найпоширеніші й найбільш використовувані варіанти. Було б невірно думати, що теплообмінники однієї потужності мають опалювальні поверхні однакових розмірів, а, відповідно й однакову кількість пластин. Для визначення кількості теплових пластин у теплообміннику задається температура навколишнього середовища й припустимі втрати тиску в теплообміннику.

Далі порівняємо деякі найбільш використовувані та температурні графіки, що задаються в технічних умовах, і побачимо, що різниця в кількості пластин при однакових потужностях може бути значною.

1) При тій самій кількості пластин потужність тим більше, чим вище:

температура води в опалювальній трасі (первинний контур);

різниця температур вхідної й вихідної води, як первинного, так і вторинного контуру (Δt_1 і Δt_2), що прямо пов'язано із середньою різницею температур Δt_k , що, у свою чергу, визначає теплову потужність:

$$Q = k \cdot \Delta t_k \cdot F(W), \quad (9.14)$$

$$\Delta t_l = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln(\Delta t_1 / \Delta t_2)}, \quad (9.15)$$

де Q - теплова потужність (Вт); k – коефіцієнт теплопровідності (Вт/м² · °К); F – опалювальна площа (м²); Δt_l – середня різниця

(логарифмічна) температур ($^{\circ}\text{K}$); t_1' - температура прямого потоку на трасі ($^{\circ}\text{C}$); t_1'' - температура зворотного потоку на трасі ($^{\circ}\text{C}$); t_2' - температура прямого потоку опалювальної системи ($^{\circ}\text{C}$); t_2'' - температура зворотного потоку опалювальної системи ($^{\circ}\text{C}$).

Якщо $\Delta t_1 / \Delta t_2 \leq 1,8$; то середню різницю температур можна розраховувати і так:

$$\Delta t_{\text{л}} \approx \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{2}. \quad (9.14)$$

Повністю метод розрахунку пластинчастих теплообмінників наведений, наприклад, в [10].

2) При одній і тій же потужності кількість пластин тим менше, чим більше:

різниця температур у первинному контурі;

різниця температур у вторинному контурі;

допустимі втрати тиску в первинному й вторинному контурі.

3) Небажано (див. пункт 1) задавати занадто малу різницю температур прямої і зворотної води в первинному та у вторинному контурах.

Приклад: Температурний режим 130-75 / 70-95 $^{\circ}\text{C}$ призводить до збільшення числа пластин на 40%, щоб вода вторинного контуру прохолоджувала зворотну воду первинного контуру з 80 $^{\circ}\text{C}$ до 75 $^{\circ}\text{C}$.

Температурний режим 130-70 / 70-95 $^{\circ}\text{C}$, що часто задається в технічних умовах, практично недосяжний, тому що вода опалювальної системи не може охолодити воду, що надходить назад на трасу до власної температури. Вищенаведений режим реальний тільки, якщо система розімкнута.

Температурний режим 60-20 / 5-55 $^{\circ}\text{C}$, у порівнянні з режимом 70-30 / 5-55 $^{\circ}\text{C}$, вимагає в 4 рази більше пластин, а, у порівнянні з режимом 60-25 / 5-55 $^{\circ}\text{C}$, вимагає в 3 рази більше пластин.

4) Не бажано (див. пункт 2) задавати занадто малі втрати тиску в теплообміннику. Чим менші допустимі втрати в теплообміннику, тим більшою повинна бути площа поверхні теплообміну, а відповідно, збільшується кількість пластин і ціна теплообмінника. Оптимальними втратами тиску можна вважати втрати до 20 кПа.

Якщо ж ми задамо занадто великі втрати тиску, це може призвести до того, що прийдеться встановлювати насос більшої потужності. У кожному конкретному випадку варто знаходити оптимальне рішення.

З метою підвищення енергоефективності системи було запропоновано використання сонячних колекторів та акумуляції тепла [8,10], що на 5-7% зменшує витрати теплової енергії.

З урахуванням результатів, наведених у [1,2], була розроблена теплова схема функціонування системи керування теплоспоживанням з сонячними колекторами і акумулятором тепла, представлена на рис. 9.11.

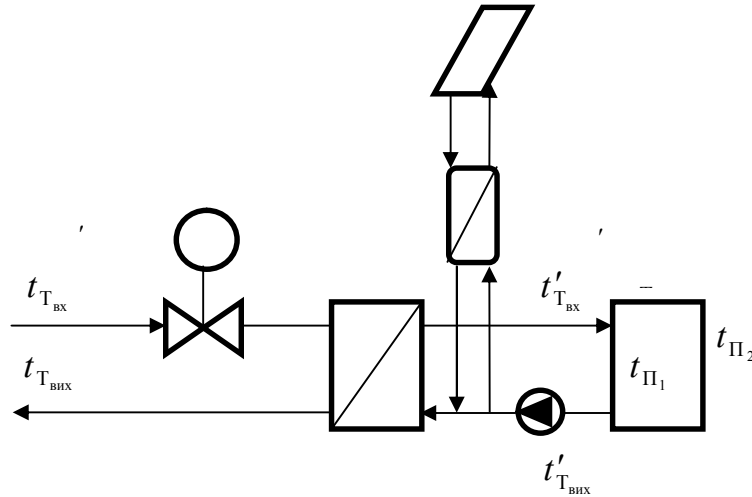


Рис. 9.11. Теплова схема функціонування СКТ з сонячними колекторами і акумулятором тепла

Для побудови математичної моделі керування теплоспоживанням за висхідне рівняння якісного регулювання роботи системи управління теплоспоживанням з сонячними колекторами було взято відношення добутку витрати теплоносія, теплоємності води, різниці температур теплоносія в первинному контурі на вході та виході з теплообмінника до сумарної приведені зовнішньої площі огороження, яке дорівнює сумі відношень різниці температур всередині і зовні будівлі до питомого теплового опору огороження та теплового потоку компенсації тепловтрат, пов'язаних з повітрообміном при вентиляції і інфільтрації приміщень будівлі, до сумарної приведені зовнішньої площі огороження і різниці відношення добутку середньодобового сонячного теплового потоку за опалювальний сезон і площі сонячних колекторів до сумарної приведені зовнішньої площі огороження:

$$G \cdot c_B (t_{T_{\text{вх}}} - t_{T_{\text{вих}}}) / F_{\Sigma} = (t_{\Pi_1} - t_{\Pi_2}) / R_0 + Q_{\text{вент}} / F_{\Sigma} - q_{\text{СК}} \cdot F_{\text{СК}} / F_{\Sigma}, \quad (9.15)$$

Як параметр регулювання, що забезпечує заданий тепловий режим в будівлі, зазвичай, використовують величину витрати теплоносія. Тоді основне рівняння управління блоку керування системи управління теплоспоживанням з сонячними колекторами матиме наступний вигляд:

$$G = \left[(t_{\Pi_1} - t_{\Pi_2}) \cdot (F_{\Sigma} / R_0 + k \cdot m) - q_{\text{СК}} \cdot F_{\text{СК}} \right] / \left[c_B (t_{T_{\text{вх}}} - t_{T_{\text{вих}}}) \right]. \quad (9.16)$$

На основі даної математичної моделі був розроблений алгоритм роботи блоку управління даної системи [2], а структурна схема системи керування теплоспоживанням з сонячними колекторами та акумулятором тепла приведена на рис. 9.12.

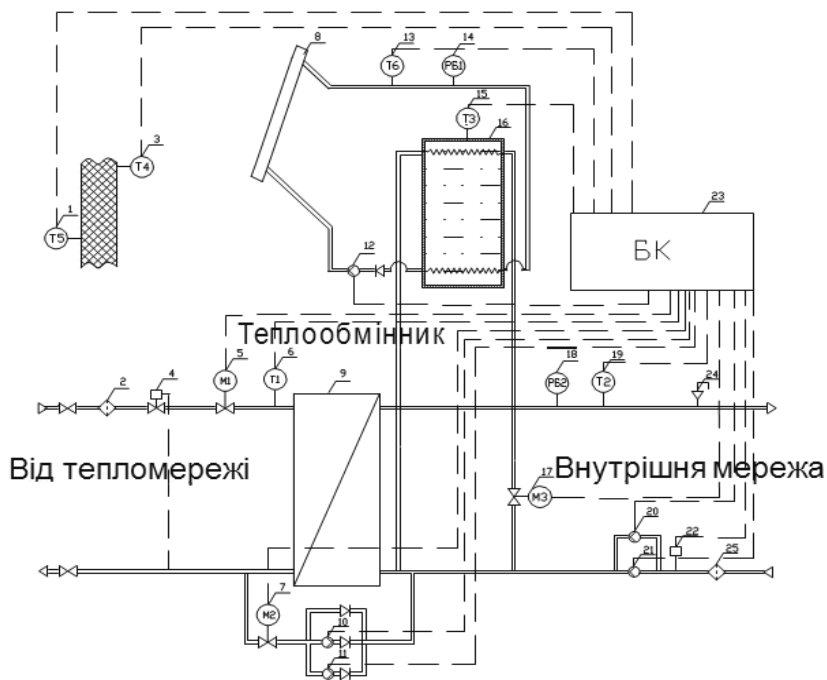


Рис. 9.12. Структурна схема автоматизованої системи керування теплоспоживанням з сонячними колекторами та акумулятором тепла

При проходженні в міжпластинних зазорах теплообмінника 9 нагріваючий теплоносій первинного контуру передає тепло через тонколистові пластини теплоносію вторинного контуру, який нагрівається, забезпечуючи гідравлічну розв'язку вторинного контуру від теплових мереж. Циркуляцію теплоносія забезпечують циркуляційні насоси 20, 21 переважно з мокрим ротором.

Датчик сухого ходу 22 дає сигнал на блок керування для виключення насосів 20 та 21 при падінні тиску перед насосом нижче заданого рівня. При недостатній кількості теплоносія у вторинному контурі за допомогою блока керування відкривається електромагнітний клапан 7 і у систему подається додатковий теплоносій з тепломережі. У випадку коли тиск первинного контуру (тепломережі) однаковий або нижчий за вторинний, включаються насоси підкачки 10 та 11.

Якщо температура зворотного теплоносія вторинного контуру менша за температуру акумулятора тепла 16, то запірний електромагнітний клапан 17 відкритий. Коли температура зворотного теплоносія вторинного контуру більша за температуру акумулятора тепла, то запірний електромагнітний клапан закритий.

Блок контролю розраховує температуру теплоносія, що подається в систему опалення, в залежності від температури зовнішнього повітря 1 по температурному графіку та добових графіках, які програмуються під час наладки системи.

Система нагрівання від сонячного колектора 8 працює наступним чином. Поки температура теплоносія в системі сонячного колектора більша за температуру акумулятора тепла, циркуляційний насос теплоносія сонячного колектора 12 працює. Теплоносій циркулює через сонячний колектор, нагрівається і віддає своє тепло акумулятору тепла сонячного колектора через теплообмінник. Якщо температура теплоносія в системі сонячного колектора менша за температуру акумулятора тепла, то блок контролю вимикає циркуляційний насос теплоносія сонячного колектора, і циркуляція припиняється. Під час роботи систем опалення у весняний та осінній періоди, коли достатня кількість сонячних днів, час від часу буде виконуватись умова – температура акумулятора тепла більша за температуру теплоносія, що подається в систему опалення. Система буде переходити в режим роботи від

акумулятора тепла сонячного колектора, що збільшить економію енергоресурсів центрального тепlopостачання.

На рис. 9.13 представлені фотографії розроблених в ІТТФ НАН України автоматизованих систем керування теплоспоживанням та їх елементів, які встановлені та експлуатуються декілька років на ряді адміністративних та житлових будівель у м. Києві та м.Боярці Київської області [2,3].

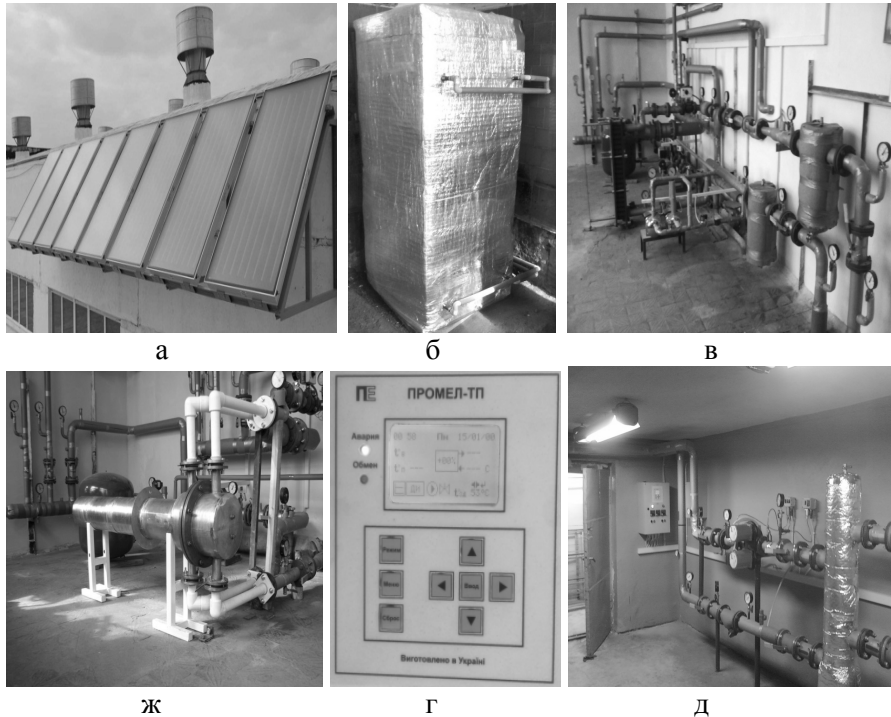


Рис. 9.13. Автоматизовані систем керування теплоспоживанням виробництва ІТТФ НАН України та їх елементи: а - сонячні колектори, б - акумулятор тепла, в - система з пластинчастим теплообмінником, г - система з трубчастим теплообмінником, д - блок керування, ж - система з вузлом змішування

В табл. 9.4 і 9.5 представлені експериментальні дані за опалювальний сезон 2013-2014 рр. для двох видів систем керування теплоспоживанням, які встановлені на корпусах ІТТФ НАН України [2].

Табл. 9.4. Корпус №1 площею 4,4 тис. м²
(встановлена автоматизована система керування теплоспоживанням)

Період	Всього, Гкал	Гкал/ м ²	грн/ м ²
Листопад 2013 р.	43,4	0,0099	7,56
Грудень 2013 р.	83,2	0,0189	14,48
Січень 2014 р.	92,0	0,0209	16,01
Лютий 2014 р.	67,05	0,0152	11,64
Березень 2014 р.	71,73	0,0163	12,49
Квітень 2014 р.	16,5	0,0038	2,91

Табл. 9.5. Корпус №7 площею 4,8 тис. м²
(встановлена автоматизована система керування теплоспоживанням
з сонячними колекторами та акумулятором тепла)

Період	Всього, Гкал	Гкал/ м ²	грн/ м ²
Листопад 2013 р.	45,6	0,0095	7,28
Грудень 2013 р.	90,5	0,0188	14,4
Січень 2014 р.	94,4	0,0196	15,01
Лютий 2014 р.	69,07	0,0144	11,03
Березень 2014 р.	71,83	0,0150	11,49
Квітень 2014 р.	16,2	0,0034	2,6

Проаналізувавши експериментальні дані за опалювальний сезон 2013/2014 рр., бачимо, що автоматизовані систем керування теплоспоживанням з сонячними колекторами більш ніж на 5% ефективніші за автоматизовані систем керування теплоспоживанням, розглянуті в роботі [1], враховуючи те, що питомі теплові опори огорожуючих конструкцій будівель, де були встановлені системи керування теплоспоживанням, приблизно однакові.

Звичайно, наведені результати можуть відрізнятися в кожному опалювальному сезоні, що залежить від погодних умов та сонячної активності і кількості сонячних днів.

9.4. Побудова систем моніторингу теплоспоживання

В загальному вигляді при побудові систем моніторингу в теплоенергетиці можна виділити такі основні різновиди систем моніторингу:

система моніторингу теплопостачання – це комплексна система спостереження, діагностування стану, оцінки та прогнозу стану об'єктів генерації теплової енергії, стану теплових мереж та споживачів тепла;

система моніторингу стану теплових мереж це комплексна система спостереження, діагностування стану, оцінки та прогнозу стану теплових мереж в процесі експлуатації;

система моніторингу теплоспоживання – це система спостереження, діагностування стану теплотехнічних засобів на об'єктах споживачів теплової енергії та управління теплоспоживанням.

Метою створення і функціонування систем моніторингу об'єктів теплоенергетики є підвищення надійності і безпеки систем теплопостачання та тепло споживання, зменшення витрат на проведення відновлювальних робіт шляхом реалізації заходів по попередженню, запобіганню, виявленню і ліквідації аварійних ситуацій.

Процес моніторингу забезпечує постійне оперативне отримання достовірної інформації про функціонування об'єктів теплоенергетики. Моніторинг повинен дати можливість забезпечення ефективності вироблення, транспортування і споживання теплової енергії на рівні фізичних і економічних показників. Послуга по теплопостачанню (опалення та гаряче водопостачання) повинна бути на відповідному рівні якості і встановлена відповідальність за дотримання договірних зобов'язань між усіма учасниками теплопостачання та тепло споживання. Моніторинг є необхідним зворотним зв'язком, без якого ефективне управління і вдосконалення теплопостачання та теплоспоживання неможливе [12,13].

Найпростіша можливість реалізації процесу отримання інформації про параметри системи теплоспоживання з використання стандартної апаратури фірми Danfoss наведена на рис. 9.14.

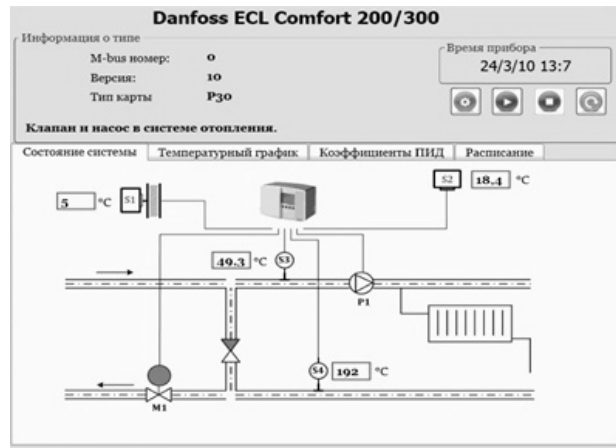


Рис. 9.14. Приклад стандартної системи візуалізації контролю функціонування клапана та насоса в системі опалювання

Структуру побудови систем моніторингу теплоспоживання будівель в цілому представлено на рис. 9.15 та 9.16 [11-12]. Слід розрізняти поняття моніторингу та диспетчеризації, які широко вживаються в системах теплокомуненерго та житлово-комунальному господарстві.

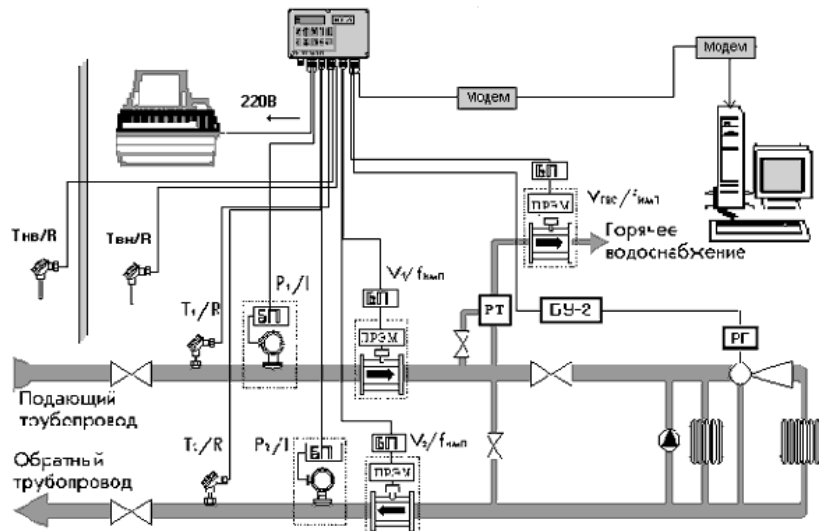


Рис. 9.15. Структура системи моніторингу теплоспоживання будівлі

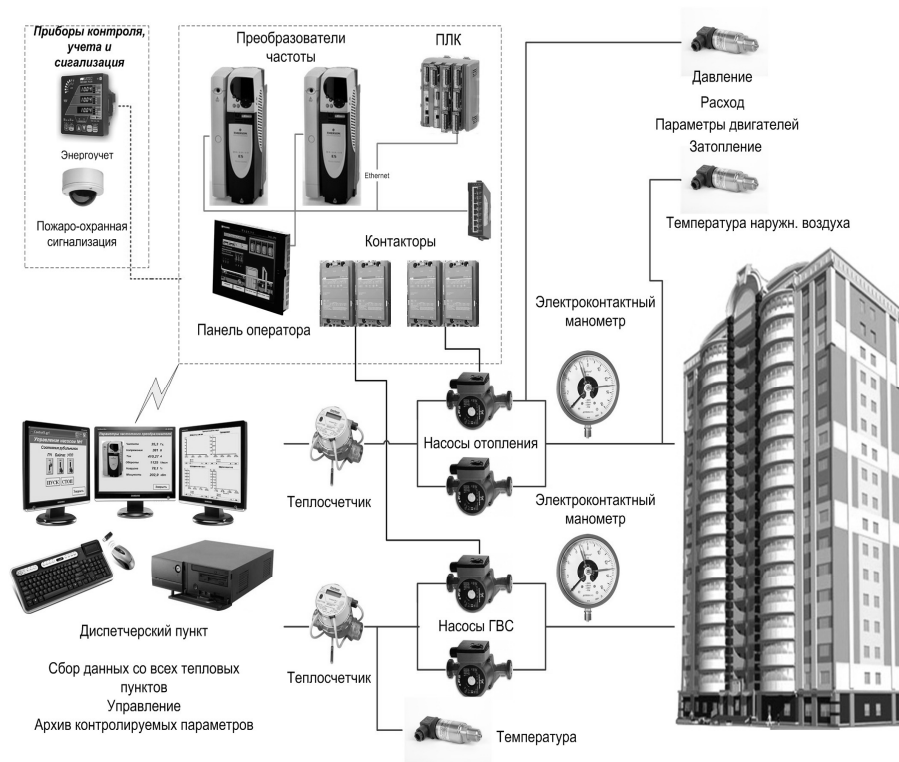


Рис. 9.16. Приклад структури системи моніторингу та диспетчеризації житлового будинку

Система диспетчеризації дозволяє автоматизувати процес обліку енергоресурсів, збору та надання інформації в зручному вигляді для оператора. Збір інформації з теплолічильників може бути здійснений в районі міста або цілому місті, підприємстві або будь-якому іншому місці, де потрібно автоматизований збір інформації про споживаних енергоресурсах систем теплоспоживання та контроль стану мереж тепловодопостачання. Застосування диспетчерської системи дозволяє оперативно реагувати на аварійні ситуації в мережах тепловодопостачання і вчасно усувати їх, не допускаючи серйозних наслідків. На основі зібраної інформації система може формувати звітні відомості параметрів теплоспоживання конкретних вузлів за обраний користувачем період, для подальшого надання в теплопостачальних організацій. Зводити баланс постачання та споживання енергоресурсів,

що дозволяє побудувати тісні відносини між постачальником і споживачем.

В єдину систему можуть бути об'єднані як один, так і декілька пунктів теплопостачання і теплоспоживання та відповідно підрахунок і контроль теплової енергії (виробленої та спожитої) може здійснюватися як в маленьких, так і в більших масштабах, районах і містах [12-13]. Структура можливої реалізації систем диспетчеризації представлена на рис. 9.17 та 9.18.

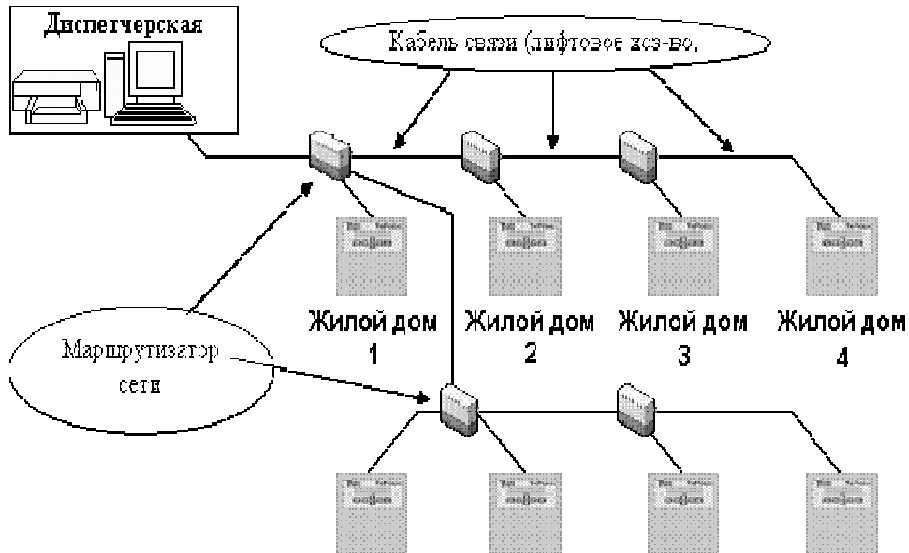


Рис.9.17. Структура системи диспетчеризації теплоспоживання в масштабах мікрорайону

Завдання, які вирішуються системою диспетчеризації:

- автоматичний збір даних з вимірювальних пристроїв;
- комерційний і технологічний облік енергоресурсів;
- автоматизоване регулювання опалення, гарячого та холодного водопостачання в теплових пунктах будинків;
- економія енергоресурсів;
- виявлення та усунення нештатних ситуацій;
- формування відомостей обліку за шаблонами;
- організація контролю над роботою устаткування і станом приміщень.

Система диспетчеризації дозволяє здійснювати:
 ведення обліку витрати енергетичних ресурсів;
 автоматичний моніторинг стану великого числа вузлів обліку
 і параметрів теплоспоживання;
 організацію контролю та управління в режимі тепло- і енергопостачання;
 автоматичний аналіз режиму і видачу оперативних рекомендацій щодо підвищення ефективності тепловодопостачання.

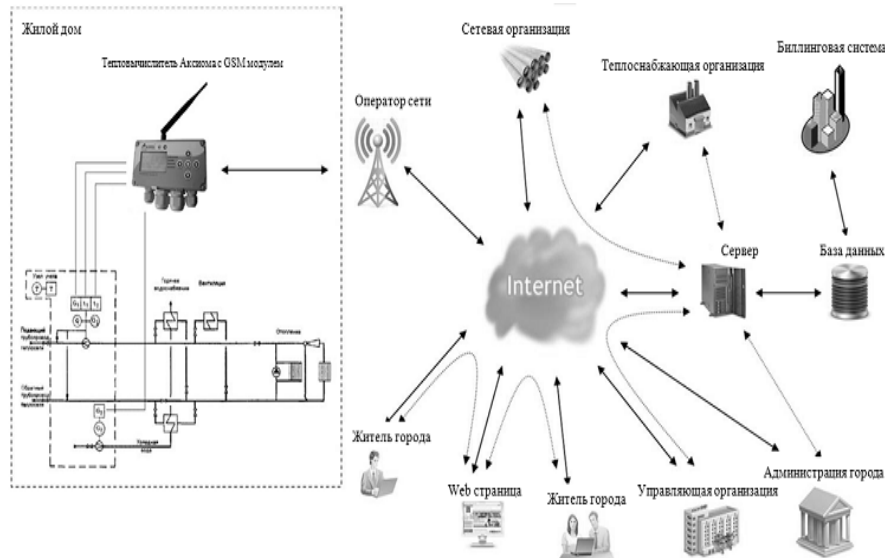


Рис.9.18. Структура системы диспетчеризації теплоспоживання в масштабах міста

Система диспетчеризації дозволяє отримати економію ресурсів за кількома напрямками:

зниження витрат за рахунок виявлення втрат у мережах тепlopостачання;

зниження витрат на експлуатацію та забезпечення безперебійної роботи обладнання за рахунок своєчасного реагування персоналу на потребують втручання ситуації;

можливість комерційного зниження витрат на енергоносії за рахунок оптимального регулювання параметрів теплоспоживання та технологічного обліку енергоресурсів;

ведення автоматизованого обліку експлуатаційних ресурсів інженерного обладнання для проведення своєчасного технічного обслуговування;

забезпечення оперативної взаємодії експлуатаційних служб;

планування проведення профілактичних і ремонтних робіт на інженерних системах;

документування технологічних процесів, роботи інженерних систем і дій персоналу.

Система диспетчеризації дозволяє контролювати і управляти технологічними параметрами:

контроль температури і тиску теплоносіїв;

управління включенням і відключенням насосів;

регулювання подачі (відпуску) теплоти на опалення будівель;

регулювання температури води для гарячого водопостачання;

регулювання перепаду тиску мережної води;

регулювання відпустки холодного водопостачання.

Основний ефект від впровадження систем моніторингу об'єктів теплопостачання та теплоспоживання полягає в тому, що їх використання дозволяє забезпечити якісно новий рівень управління технологічними процесами вироблення, транспортування і споживання теплових ресурсів з використанням вимірювального обладнання нового покоління та сучасних інформаційних технологій.

Можливості систем моніторингу об'єктів теплопостачання та теплоспоживання орієнтовані на забезпечення безперебійного та якісного теплопостачання, підтримку оптимальних (енергоєфективних) експлуатаційних режимів об'єктів теплоенергетики, а також отримання реального економічного ефекту і, як наслідок, - стримування зростання тарифів на теплову енергію та гарячу воду.

Література

1. Бабак В.П. Автоматизований пункт керування теплоспоживанням / Бабак В.П., Білека Б.Д., Назаренко А.О. // Промышленная теплотехника. – 2013. – т.35, №1. – с. 57-64.

2. Бабак В.П. Система керування теплоспоживанням з сонячними колекторами та акумулятором тепла / Бабак В.П., Назаренко О.О., Назаренко А.О. // Промышленная теплотехника. – 2013. – Т.35, № 4. – С. 31-38.
3. Бабак В.П. Автоматизовані системи керування теплоспоживанням - сучасний стан та перспективи впровадження / Бабак В.П., Назаренко О.О., Назаренко А.О. // Промышленная теплотехника. – 2014. – Т.36, № 6. – С. 38-45.
4. Гершкович В.Ф. Энергосбережение в зданиях. – К.: Киев ЗНИИЭП, 2004. – 24 с.
5. Долінський А.А. Перспективи зниження витрат природного газу в системах центрального тепlopостачання України / Сігал О.І., Кучин Г.П., Корінчук К.О., Логвин В.О. // Промышленная теплотехника. – 2014. – Т.36, № 6. – С. 5-11.
6. Загирняк М. В. Опыт внедрения и использования автоматизированной системы мониторинга температурных режимов и удаленного управления теплоснабжением Кременчугского национального университета / Загирняк М. В., Перекрест А. Л. // Электротехнические и компьютерные системы. - 2014. - № 15 (91). – С.423–426.
7. Кузнецов Р.С. К анализу достоверности результатов измерений в задачах учета тепловой энергии // Датчики и системы. – 2008. – №7. – С.45-47.
8. Патент України №72168. Автоматизований тепловий пункт / Долінський А.А., Бабак В.П., Назаренко О.О., Жовнорук Є.Г., Тихонюк А.В., Назаренко А.О. – Опубл. 10.08.2012. Бюл. №15
9. Патон Б.Є. Проект державної цільової програми модернізації комунальної теплоенергетики на 2012-2016 роки – інноваційна основа технологічного оновлення систем тепло забезпечення населених пунктів України / Патон Б.Є., Долінський А.А., Басок Б.І., Базєєв Є.Т.// Вісник НАН України. – 2012, №9. – С. 14-28.
10. Пырков В.В. Современные тепловые пункты. Автоматика и регулирование. – К.: ПДП «Такі справи», 2007. – 252 с.
11. Соколов Е.Я. Теплофикация и тепловые сети. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с .

12. Стратегія енергозбереження в Україні: Аналітично-довідкові матеріали. Т. 2: Механізми реалізації політики енергозбереження / За ред. В.А. Жовтянського, М.М. Кулика, Б.С. Стогнія. – К.: Академперіодика, 2006. – 600 с.
13. Финогеев А.Г. Система удаленного мониторинга и управления сетями теплоснабжения на базе сенсорных сетей / Финогеев А.Г., Дильман В.Б., Маслов В.А., Финогеев А.А. // Прикладная информатика. – 2011. - № 3(33). – С. 83-89.
14. Хейфец А.И. Внедрение системы мониторинга состояния технологического оборудования тепловых сетей, опыт и перспектива использования // Энергосовет. – 2010. - № 7(12). – С. 16-21.
15. Чистович С.А. Автоматизированные системы теплоснабжения и отопления / Чистович С.А., Авервянов В.К., Темпель Ю.Я. – Л.: Стройиздат, 1987. – 184 с.
16. Allard F., Seppänen O. European actions to improve energy efficiency of buildings// *Rehva Journal*. –2008.– vol. 45, № 1. – pp.10-20.
17. Brumbaugh J.E. HVAC Fundamentals. – E.: Wiley Publishing, 2004. – vol.1.
18. Directive 2006/32/EC of the European Parliament and of the Council on Energy End – use Efficiency and Energy Services // *Official Journal of the European Union*. - 2006. - Vol. 49. - Pp. 64 – 85.
19. Torkar J., Goricanec D., Krope J. Economical heat production and distribution// *Proceedings of the 3rd IASME/WSEAS Int. Conference on Heat Transfer, Thermal Engineering and Environment – 2005*. – Pp. 18-23.
20. Second National Energy Efficiency Action Plan (NEEAP) of the Federal Republic of Germany. Federal Ministry of Economics and Technology. Berlin, (BMW) Public Relations. - 2011.- 110p.

Додаток А. Безмежно подільні закони розподілу

Шумові сигнали зазвичай розглядають як суму великої кількості незалежних імпульсів з випадковими параметрами [5]. Більшість задач імовірнісного аналізу та статистичної обробки шумових сигналів базуються на гауссівській моделі досліджуваних випадкових процесів.

Застосування гауссівської моделі зазвичай обумовлюється центральною граничною теоремою та дає можливість успішно застосовувати на практиці результати теорії випадкових процесів та математичної статистики, що ґрунтуються на припущенні про гауссівський розподіл досліджуваних процесів. Однак слід зазначити, що центральна гранична теорема справедлива лише в результаті виконання умов Ліндеберга [1, 6], які в прикладних задачах зазвичай не перевіряються. Для багатьох шумових сигналів умови Ліндеберга не виконуються, тому їх розподіл відрізняється від гауссівського.

Згідно з сучасною теорією додавання випадкових величин [2, 4] клас граничних законів для сум незалежних випадкових величин співпадає з класом безмежно подільних законів розподілу, що включає окремим випадком гауссівський розподіл. Розглянемо основні визначення та властивості цього класу відповідно до робіт [1–4].

Визначення А.1. Функція розподілу $F(x)$ і відповідна їй характеристична функція $f(u)$ називаються безмежно подільними, якщо для будь-якого цілого додатного числа n існує така характеристична функція $f_n(u)$, що

$$f(u) = [f_n(u)]^n. \quad (\text{A.1})$$

Функція $f_n(u)$ у формулі (А.1) визначається функцією $f(u)$ однозначно:

$$f_n(u) = [f(u)]^{\frac{1}{n}},$$

при цьому обирається головна гілка кореня n -го степеня.

Клас безмежно подільних випадкових величин визначається наступним чином.

Визначення А.2. Випадкова величина ξ з функцією розподілу $F(x)$ називається безмежно подільною, якщо для будь-якого натурального числа n ця випадкова величина може бути представлена у вигляді суми незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ з однією і тією ж функцією розподілу $F_n(x)$, що залежить від кількості доданків n . Очевидно, що безмежно подільна функція розподілу $F(x)$ є n -кратною згорткою функцій розподілу $F_n(x)$.

Наведені визначення еквівалентні та відносяться до розподілів в будь-якому скінченному просторі, однак в подальшому ми обмежимося розглядом лише одновимірних розподілів.

Наведемо декілька прикладів безмежно подільних законів розподілу.

1. Вироджений розподіл:

$$f(u) = e^{iua}; \quad f_n(u) = e^{\frac{iua}{n}}.$$

2. Нормальний розподіл з параметрами m, σ^2 :

$$f(u) = \exp\left\{i um - \frac{\sigma^2 u^2}{2}\right\}; \quad f_n(u) = \exp\left\{iu \frac{m}{n} - \frac{\sigma^2 u^2}{2n}\right\}.$$

3. Розподіл Пуассона з параметром λ :

$$f(u) = \exp\{\lambda(e^{iu} - 1)\}; \quad f_n(u) = \exp\left\{\frac{\lambda}{n}(e^{iu} - 1)\right\}.$$

4. Розподіл Коші з параметрами a, b :

$$f(u) = \exp\{iua - b|u|\}; \quad f_n(u) = \exp\left\{iu \frac{a}{n} - \frac{b}{n}|u|\right\}.$$

5. Гамма-розподіл з параметрами β, c :

$$f(u) = \left[1 - \frac{i u}{\beta}\right]^{-c}; \quad f_n(u) = \left[1 - \frac{i u}{\beta}\right]^{-\frac{c}{n}}.$$

Розглянемо елементарні властивості безмежно подільних ха-

ракетристичних функцій, що сформульовані у вигляді теорем, доведення яких наведені, наприклад, в [3, 4].

Теорема А.1. Безмежно подільна ракетристична функція не має нулів на дійсній осі. Обернене твердження не завжди має місце, тобто ракетристична функція, що не має дійсних нулів, не може бути безмежно подільною.

Наведену теорему можна використовувати для того, щоб показати, що даний розподіл не є безмежно подільним. Зокрема, ракетристична функція

$$f(u) = \frac{\sin au}{au}$$

випадкової величини ξ , розподіленої рівномірно на інтервалі $[-a, a]$, в силу теореми А.1 не є безмежно подільною.

Теорема А.2. Добуток довільної скінченої кількості безмежно подільних ракетристичних функцій безмежно подільний.

З теореми А.2 випливає, що, якщо $f(u)$ – безмежно подільна ракетристична функція, то функція $|f(u)|$ також безмежно подільна.

Теорема А.3. Ракетристична функція, що є границею послідовності безмежно подільних ракетристичних функцій, безмежно подільна.

Теорема А.2 і А.3 дають достатні умови безмежної подільності ракетристичних функцій та є, по суті, теоремами замкненості, оскільки вони показують, що клас безмежно подільних розподілів замкнений по відношенню до деяких операцій.

Наступні теореми, доведення яких містяться, наприклад, в [3], відіграють суттєву роль при побудові безмежно подільних ракетристичних функцій та визначенні їх структури.

Теорема А.4 (теорема неперервності). Нехай $\{F_n(x)\}$ – послідовність функцій розподілу, а $\{f_n(u)\}$ – послідовність відповідних їм ракетристичних функцій.

Послідовність $\{F_n(x)\}$ слабо збігається до функцій розподілу $F(x)$ тоді і тільки тоді, коли послідовність $\{f_n(u)\}$ збігається при кожному u до деякої неперервної в нулі функції $g(u)$. При

цьому гранична функція $g(u)$ співпадає з характеристичною функцією $f(u)$ розподілу $F(x)$.

Теорема А.5 (теорема Б. де Фінетті). Характеристична функція є безмежно подільною тоді і тільки тоді, коли вона може бути представлена у вигляді

$$f(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} \exp \left\{ p_n [g_n(u) - 1] \right\},$$

де p_n – додатні числа, а $g_n(u)$ – деякі характеристичні функції.

Теорема А.6. Границя послідовності добутку скінченної кількості характеристичних функцій пуассонівського типу безмежно подільна. Вірно і навпаки. Будь-яка безмежно подільна характеристична функція може бути представлена як границя послідовності добутку скінченної кількості характеристичних функцій пуассонівського типу.

При вивченні класу безмежно подільних законів розподілу важливу роль відіграють теореми про канонічне подання безмежно подільних характеристичних функцій. Вони дають повну характеристику класу розподілів, що розглядаються, та дозволяють з'ясувати неелементарні властивості безмежно подільних законів. Наведемо формулювання цих теорем, доведення яких можна знайти в літературі, що цитується.

Теорема А.7 (канонічне подання Колмогорова). Функція $f(u)$ є характеристичною функцією деякого безмежно подільного розподілу зі скінченною дисперсією тоді і тільки тоді, коли справедливе подання

$$f(u) = \exp \left\{ ium + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{iux} - 1 - iux) \frac{dK(x)}{x^2} \right\}, \quad (\text{A.2})$$

де m – дійсне число, а $K(x)$ – неспадна обмежена функція, така, що $K(-\infty) = 0$. Підінтегральна функція при $x = 0$ вважається рівною $-u^2/2$. Подання (А.2) єдине, причому відповідність між $f(u)$ і парою $\{m, K(x)\}$ взаємно однозначна.

Теорема А.8 (канонічне подання Леві). Функція $f(u)$ є безмежно подільною характеристичною функцією тоді і тільки тоді, коли вона може бути представлена у вигляді

$$f(u) = \exp \left\{ iua - \frac{\sigma^2 u^2}{2} + \int_{|x|>0} \left(e^{iux} - 1 - \frac{iux}{1+x^2} \right) dL(x) \right\}, \quad (\text{A.3})$$

де a – дійсне число; $\sigma^2 \geq 0$;

$$L(x) = \begin{cases} M(x), & x < 0; \\ N(x), & x > 0. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Функції $M(x)$, $N(x)$ в формулі (A.4) задовольняють наступним умовам:

а) $M(x)$ і $N(x)$ не спадають на інтервалах $(-\infty; 0)$ та $(0; \infty)$ відповідно;

б) $M(-\infty) = N(\infty) = 0$;

в) інтеграли $\int_{-\varepsilon}^0 x^2 dM(x)$ та $\int_0^{\varepsilon} x^2 dN(x)$ скінченні при будь-якому $\varepsilon > 0$.

Подання (A.3) єдине, а відповідність між $f(u)$ та набором $\{a, \sigma^2, L(x)\}$ взаємно однозначна.

Теорема А.9 (канонічне подання Леві – Хінчина). Функція $f(u)$ є безмежно подільною характеристичною функцією тоді і тільки тоді, коли вона може бути представлена наступним чином

$$f(u) = \exp \left\{ iua + \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{iux} - 1 - \frac{iux}{1+x^2} \right) \frac{1+x^2}{x^2} dG(x) \right\}, \quad (\text{A.5})$$

де a – деяке дійсне число, $G(x)$ – неспадна обмежена функція така, що $G(-\infty) = 0$. Підінтегральний вираз при $x = 0$ визначається з умови неперервності та дорівнює $-u^2 / 2$. Подання (A.5) єдине і відповідність між $f(u)$ та набором $\{a, G(x)\}$ взаємно однозначна.

Набори $\{m, K(x)\}$, $\{a, \sigma^2, L(x)\}$ або $\{a, G(x)\}$ називаються параметрами характеристичної функції безмежно подільного закону розподілу, а функції $K(x)$, $L(x)$ і $G(x)$ – пуассонівськими спектральними функціями Колмогорова, Леві та Леві – Хінчина відповідно [4].

Між функціями $K(x)$, $L(x)$ та $G(x)$, що входять у вирази (A.2)–(A.5), існує однозначний зв'язок, який визначається наступними формулами:

$$\sigma^2 = G(+0) - G(-0) = K(+0) - K(-0); \quad (\text{A.6})$$

$$m = a + \int_{-\infty}^{\infty} x dG(x) = a + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3}{1+x^2} dL(x); \quad (\text{A.7})$$

$$a = m - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dK(x); \quad (\text{A.8})$$

$$K(x) = \int_{-\infty}^x (1+y^2) dG(y) = \int_{-\infty}^x y^2 dL(y); \quad (\text{A.9})$$

$$G(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{1+y^2} dK(y) = \int_{-\infty}^x \frac{y^2}{1+y^2} dL(y); \quad (\text{A.10})$$

$$L(x) = \begin{cases} M(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1+y^2}{y^2} dG(y) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{y^2} dK(y), & x < 0; \\ N(x) = -\int_x^{\infty} \frac{1+y^2}{y^2} dG(y) = -\int_x^{\infty} \frac{1}{y^2} dK(y), & x > 0. \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Вирази (A.6)–(A.11) дозволяють переходити від одного канонічного подання до іншого в залежності від постановки конкретної задачі, а також для найбільш зручної фізичної інтерпретації отриманих результатів.

Розглянемо докладніше властивості параметрів канонічного подання Колмогорова. Параметр m , що входить до подання (A.2), є математичним сподіванням безмежно подільної випадкової величини ξ , тобто $\mathbf{M}[\xi] = m$.

Пуассонівська спектральна функція $K(x)$ має наступні властивості:

- 1) неспадна;
- 2) неперервна зліва;
- 3) обмежена, причому $K(-\infty) = 0$, $\mathbf{D}[\xi] = K(\infty)$.

Таким чином, спектральна функція $K(x)$ є (з точністю до постійного множника) функцією розподілу та може бути кусково-

постійною, абсолютно неперервною чи функцією змішаного типу.

Якщо безмежно подільна характеристична функція $f(u)$ задана в неканонічній формі, то пуассонівську спектральну функцію $K(x)$ можна знайти наступним чином. Введемо функцію

$$\varphi(u) = \ln f(u) = ium + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{iux} - 1 - iux) \frac{dK(x)}{x^2},$$

обираючи головну гілку логарифму, тобто таку гілку, для якої $\varphi(0) = 0$.

Диференціюючи функцію $\varphi(u)$ два рази по u , отримуємо:

$$\frac{d^2\varphi(u)}{du^2} = i^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{iux} dK(x) = -g(u). \quad (\text{A.12})$$

З виразу (A.12) видно, що функція $g(u)$ є перетворенням Фур'є – Стілтєса від пуассонівської спектральної функції $K(x)$ та має наступні властивості:

- 1) $g(0) = \sigma^2$;
- 2) $|g(u)| \leq g(0) = \sigma^2$;
- 3) $g(-u) = \overline{g(u)}$;
- 4) $g(u)$ рівномірно неперервна для всіх $u \in (-\infty, \infty)$.

Функції $K(x)$ та $g(u)$ зв'язані між собою взаємно однозначно, тому пуассонівську спектральну функцію $K(x)$ можна отримати за відомою функцією $g(u)$, використовуючи формулу обернення [1, 3]

$$K(x_2) - K(x_1) = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \frac{e^{-iux_1} - e^{-iux_2}}{iu} g(u) du, \quad (\text{A.13})$$

де x_1, x_2 – точки неперервності функції $K(x)$.

Припустимо, що функція $g(u)$ задовольняє умові

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(u)| du < \infty.$$

В цьому випадку пуассонівська спектральна функція $K(x)$ є

абсолютно неперервною [3], тому існує пуассонівська спектральна щільність $k(x) = K'(x)$, яка є неперервною [3], а формула обернення (А.13) приймає вигляд

$$k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(u) e^{-iux} du .$$

В табл. А.1 наведені параметри канонічного подання Колмогорова деяких безмежно подільних розподілів. Параметри подань Леві та Леві – Хінчина можна отримати з використанням табл. А.1 і формул (А.6)–(А.11).

Таблиця А.1. Параметри канонічного подання Колмогорова

Розподіл	Характеристична функція, $f(u)$	Параметр зсуву, m	Пуассонівська спектральна функція, $K(x)$
Вироджений	e^{iua}	a	0
Нормальний	$\exp\left\{iut - \frac{\sigma^2 u^2}{2}\right\}$	m	$\sigma^2 E(x)$
Пуассона	$\exp\{\lambda(e^{iu} - 1)\}$	λ	$\lambda E(x-1)$
Гамма	$\left[1 - \frac{iu}{\beta}\right]^{-c}$	$\frac{c}{\beta}$	$\begin{cases} 0, & x < 0; \\ c \int_0^x y e^{-\beta y} dy, & x > 0 \end{cases}$

Зазначимо проблеми, що виникають при аналізі законів розподілу безмежно подільних випадкових величин. Відомо [2, 3], що для безмежно подільних розподілів точне знаходження функції розподілу (щільності імовірностей) є в загальному випадку нерозв'язним завданням. В явному вигляді ці функції розподілу записуються для обмеженої кількості розподілів, наприклад, гауссівського, Коші, гамма, Пуассона та від'ємного біноміального. У зв'язку з цим задачу дослідження законів розподілу безмежно подільних випадкових величин доцільно вирішувати використовуючи параметри канонічного подання їх характеристичних функцій.

Література

1. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей: Учебник – Изд. 8-е испр. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
2. *Золотарев В. М.* Современная теория суммирования независимых случайных величин. – М.: Наука, 1986. – 416 с.
3. *Лукач Е.* Характеристические функции: Пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 424 с.
4. *Петров В. В.* Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
5. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Часть I. Случайные процессы. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
6. *Сенатов В. В.* Центральная предельная теорема: точность аппроксимации и асимптотические разложения – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 352 с.

Додаток Б. Випадкові процеси з незалежними приростами

Випадковим процесом з незалежними приростами називається процес $\eta(t)$, $t \in T$, якщо випадкові величини

$$\eta(t_0), \eta(t_1) - \eta(t_0), \dots, \eta(t_n) - \eta(t_{n-1}) \quad (\text{Б.1})$$

є незалежними для всіх $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ з T .

Зазначимо, що якщо в наведеному визначенні випадкові величини (Б.1) некорельовані, то $\eta(t)$ – випадковий процес з некорельованими приростами.

Для того, щоб задати багатовимірні розподіли випадкового процесу з незалежними приростами, достатньо задати його одно-вимірний розподіл в точці t_0 , а також розподіл приростів:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{\eta(t_0) < x_0; \eta(t_1) - \eta(t_0) < x_1; \dots; \eta(t_n) - \eta(t_{n-1}) < x_n\} = \\ = F(x_0, t_0) \prod_{k=1}^n F(x_k, \Delta t_k), \quad n = 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

де $F(x_0, t_0)$ і $F(x_k, \Delta t_k)$ – функції розподілу випадкової величини $\eta(t_0)$ та приростів $\eta(t_k) - \eta(t_{k-1})$, а $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $k = \overline{1, n}$.

Зазвичай випадкові процеси з незалежними приростами розг-

лядаються на додатній півосі часу, тобто $\eta(t)$, $t \in [0; \infty)$, та приймається, що $t_0 = 0$ і $\mathbf{P}\{\eta(0) = 0\} = 1$.

Багатовимірною характеристичною функцією процесу з незалежними приростами $\eta(t)$, $t \in [0; \infty)$ виражається через характеристичні функції $f_{\Delta\eta}(v_k; t_{k-1}, t_k)$ його приростів наступним чином:

$$f(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \prod_{k=1}^n f_{\Delta\eta}(v_k; t_{k-1}, t_k),$$

де $v_k = \sum_{j=k}^n u_j$, $k = 1, 2, 3, \dots$

П. Леві показав [3], що довільний процес з незалежними приростами $\eta(t)$ в загальному випадку може бути представлений сумою трьох компонентів:

$$\eta(t) = a(t) + \eta_d(t) + \eta_n(t),$$

де $a(t)$ – не випадкова функція, $\eta_d(t)$ – дискретний процес з незалежними приростами, $\eta_n(t)$ – стохастично неперервний процес з незалежними приростами; ці процеси незалежні між собою.

Випадковий процес $\eta(t)$ називається *стохастично неперервним*, якщо імовірність розриву в деякій фіксованій точці t дорівнює нулю, тобто

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbf{P}\{[\eta(t + \Delta t) - \eta(t)] > \varepsilon\} = 0,$$

де ε – як завгодно мале додатне число.

Стохастично неперервні випадкові процеси містять лише змінні точки розриву, тобто такі, що залежать від результату. Зазначимо, що в загальному випадку з неперервності випадкового процесу не впливає неперервність його реалізацій, зворотнє твердження завжди має місце.

Випадковий процес $\eta_d(t)$ має фіксовані точки t_k розривів і, відповідно, не є стохастично неперервним. Якщо додати до процесу $\eta_d(t)$ відповідним чином підібрану не випадкову функцію, можна звести ці розриви до розривів першого роду. Стохастично неперервний процес $\eta_n(t)$ згідно з [3] може мати розриви (стрибки) тільки першого роду, які не є фіксованими.

Клас стохастично неперервних випадкових процесів з незалежними приростами добре вивчений [2–5] в теоретичному плані. В подальшому будемо розглядати стохастично неперервні процеси з незалежними приростами, називаючи їх для скорочення просто процесами з незалежними приростами та позначаючи $\eta(t)$.

Випадковий процес $\eta(t)$ з незалежними приростами називається *однорідним*, якщо для будь-яких t і τ розподіл величини $\eta(t+\tau) - \eta(t)$ не залежить від t . Розглянемо основні типи випадкових процесів з незалежними приростами.

Гауссівським процесом з незалежними приростами називається випадковий процес $w(t)$, $t \in [0; \infty)$, $\mathbf{P}\{w(0) = 0\} = 1$, прирости якого незалежні та мають гауссівський розподіл з параметрами $m_w(t) = \mathbf{M}[w(t)]$ та $\sigma_w^2(t) = \mathbf{D}[w(t)]$. Математичне сподівання $m_w(t)$ процесу $w(t)$ є неперервною функцією, а його дисперсія – неперервною монотонно неспадною функцією.

Характеристична функція процесу $w(t)$ дорівнює

$$f_w(u, t) = \exp \left\{ i u m_w(t) - \frac{u^2 \sigma_w^2(t)}{2} \right\}.$$

Якщо виконується умова $m_w(t) = m_w t$ і $\sigma_w^2(t) = \sigma_w^2 t$, тоді процес $w(t)$ називається [1, 5] *однорідним броунівським рухом*, а при $m_w = 0$ і $\sigma_w^2 = 1$ – *вінерівським процесом*.

Зазначимо, що майже всі реалізації гауссівського процесу з незалежними приростами є неперервними, причому це єдиний процес з незалежними приростами, у якого є така властивість.

Процесом Пуассона називається випадковий процес $\pi(t)$, $t \in [0, \infty)$, $\mathbf{P}\{\pi(0) = 0\} = 1$, у якого для будь-яких $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ випадкові величини $\pi(t_2) - \pi(t_1), \dots, \pi(t_n) - \pi(t_{n-1})$ незалежні та розподілені за законом Пуассона з параметром $\Lambda(t)$, тобто

$$\mathbf{P}\{[\pi(t) - \pi(s)] = k\} = \frac{[\Lambda(t) - \Lambda(s)]^k}{k!} e^{-\Lambda(t) + \Lambda(s)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

для всіх $0 \leq s \leq t$.

Параметр процесу Пуассона $\Lambda(t) = \mathbf{M}[\pi(t)]$ при $t > 0$ є довільною неперервною монотонно неспадною функцією, а при $t \leq 0$ дорівнює нулю. Характеристична функція процесу Пуассона дорівнює

$$f_{\pi}(u, t) = \exp\{\Lambda(t)[e^{iu} - 1]\}.$$

Процес Пуассона зростає у випадкові моменти часу t_k стрибками, що дорівнюють одиниці, а його математична модель має вигляд:

$$\pi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} E(t - t_k),$$

де $E(t)$ – одинична функція, $v(t)$ – кількість стрибків, які відбулися на інтервалі $[0, t]$,

$$\mathbf{P}\{v(t) = k\} = \frac{\Lambda^k(t)}{k!} e^{-\Lambda(t)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (\text{Б.2})$$

де $\Lambda(t)$ – середня кількість цих стрибків.

Якщо виконується умова $\Lambda(t) = \lambda t$, $\lambda > 0$, тоді процес $\pi(t)$ є однорідним. Послідовність моментів часу $0 < t_1 < \dots < t_n$ з інтервалу $[0; \infty)$ називається випадковим однорідним пуассонівським потоком подій з параметром $\lambda > 0$, який має фізичний зміст інтенсивності потоку подій, тобто їх кількості за одиницю часу. Інтервали часу $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ між сусідніми подіями є незалежними випадковими величинами, які мають однаковий показниковий розподіл, тобто їх функція розподілу має вигляд:

$$F_{\Delta t}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0; \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t > 0. \end{cases}$$

Узагальнений процес Пуассона будується наступним чином. Нехай у випадкові моменти часу $t_k \in [0, t)$ відбуваються події, кількість яких $v(t)$ на інтервалі $[0, t]$ має імовірність, визначену за формулою (Б.2).

Розглянемо довільну послідовність незалежних однаково ро-

зподілених випадкових величин η_k з функцією розподілу $F_\eta(x)$ та характеристичною функцією $f_\eta(u)$ припускаючи, що ці величини не залежать від t_k . Тоді узагальнений процес Пуассона $\pi(t)$ при $t > 0$ визначається за формулою

$$\pi(t) = \sum_{k=1}^{v(t)} \eta_k E(t-t_k). \quad (\text{Б.3})$$

Всі реалізації узагальненого процесу Пуассона є кусково-постійними функціями, стрибки яких в точках t_k дорівнюють η_k .

Характеристична функція процесу (Б.3) дорівнює

$$f_\pi(u, t) = \exp\{\Lambda(t)[f_\eta(u) - 1]\}.$$

З'ясуємо структуру стохастично неперервних випадкових процесів з незалежними приростами.

В роботах [3, 5] показано, що будь-який процес з незалежними приростами $\eta(t)$ може бути представлений у вигляді:

$$\eta(t) = \eta_0(t) + \int_{|x|>1} x v(t, dx) + \int_{|x|\leq 1} x \tilde{v}(t, dx). \quad (\text{Б.4})$$

Охарактеризуємо доданки, що входять до формули (Б.4). Випадковий процес $\eta_0(t)$ є неоднорідним процесом з незалежними гауссівськими приростами.

Випадковий процес $v(t, A)$ – кількість точок $s \in [0, t)$, $t \in [0, T]$, для яких $\eta(s+0) - \eta(s-0) \in A$, тобто кількість стрибків вихідного випадкового процесу $\eta(t)$ на інтервалі $[0, t)$, значення яких потрапили у множину A .

Процес $v(t, A)$ є стохастично неперервним стрибкоподібним процесом з одиничними стрибками і має пуассонівський розподіл

$$\mathbf{P}\{v(t, A) = k\} = \frac{\Pi^k(t, A)}{k!} e^{-\Pi(t, A)},$$

де $\Pi(t, A) = \mathbf{M}[v(t, A)]$ – середня кількість цих стрибків; $k = 0, 1, 2, \dots$; процес $\tilde{v}(t, A)$ дорівнює $\tilde{v}(t, A) = v(t, A) - \Pi(t, A)$.

Процеси $\eta_0(t)$ і $v(t, A)$ незалежні.

Випадковий процес $\pi(t, A) = \int_A x v(t, A)$ є сумою стрибків вихідного процесу $\eta(t)$, які відбулися до моменту часу $t \in [0, T]$ та потрапили у множину A .

Таким чином, будь-який стохастично неперервний випадковий процес з незалежними приростами без гауссівської складової є сумою (зліченною або незліченною) незалежних узагальнених процесів Пуассона.

Характеристична функція процесів з незалежними приростами є безмежно подільною [3, 5] і може бути представлена в одній з трьох канонічних форм. Зокрема, одновимірна характеристична функція процесів $\eta(t)$ у формі Колмогорова описується виразом

$$f_\eta(u, t) = \exp \left\{ i u m_\eta(t) + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{i u x} - 1 - i u x) x^{-2} dK_\eta(x, t) \right\}, \quad (\text{Б.5})$$

де $m_\eta(t)$ – математичне сподівання процесу $\eta(t)$; $K_\eta(x, t)$ – його пуассонівська спектральна функція Колмогорова.

Зазначимо основні властивості [3, 5] параметрів $\{m_\eta(t), K_\eta(x, t)\}$ канонічного подання (Б.5).

1. Функція $m_\eta(t)$ є неперервною функцією при $t > 0$, а при $t \leq 0$ $m_\eta(t) = 0$.

2. Функція $K_\eta(x, t)$ є неперервною неспадною по t функцією при $t > 0$ і $K_\eta(x, t) = 0$ при $t \leq 0$.

3. Функція $K_\eta(x, t)$ є неперервною зліва неспадною по x функцією, причому $\lim_{x \rightarrow -\infty} K_\eta(x, t) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} K_\eta(x, t) = D_\eta(t)$, де $D_\eta(t) = \kappa_2(t)$ – дисперсія процесу $\eta(t)$.

З останньої властивості видно, що при будь-якому фіксованому $t > 0$ властивості пуассонівської спектральної функції співпадають з властивостями функції розподілу, за виключенням властивості нормування.

4. Дисперсія $D_\eta(t)$ – неперервна неспадна функція при $t > 0$,

а при $t \leq 0$ $D_\eta(t) = 0$.

5. Необхідна та достатня умова однорідності процесу $\eta(t)$ полягає в тому, що $m_\eta(t) = m_\eta t$, $K_\eta(x, t) = c_\eta t K_\eta(x)$, де m_η і $c_\eta > 0$ – деякі сталі, а функція $K_\eta(x)$ – неперервна зліва неспадна функція, $K_\eta(-\infty) = 0$, $K_\eta(\infty) = D_\eta$, $D_\eta > 0$ – деяка стала.

Наведемо параметри канонічного подання характеристичної функції (Б.5) основних типів процесів з незалежними приростами.

Гауссівський процес з незалежними приростами.

$$m_w(t) = \mathbf{M}[w(t)]; \quad K_w(x, t) = E(x)\sigma_w^2(t) = E(x)D_w(t).$$

Процес Пуассона

$$m_\pi(t) = \Lambda(t); \quad K_\pi(x, t) = \Lambda(t)E(x-1).$$

Узагальнений процес Пуассона

$$m_\pi(t) = \Lambda(t) \int_{-\infty}^{\infty} x dF_\eta(x) = m_\eta \Lambda(t); \quad K_\pi(x, t) = \Lambda(t) \int_{-\infty}^x x^2 dF_\eta(x).$$

Випадкові процеси з незалежними приростами широко використовуються при побудові математичних моделей реальних фізичних явищ в радіофізиці, радіотехніці, акустиці, біомедицині.

Література

1. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
2. Дуб Дж. Вероятностные процессы: Пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. литер., 1956. – 605 с.
3. Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение: Пер. с англ. – М.: Наука, 1972. – 376 с.
4. Лозв М. Теория вероятностей: Пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. литер., 1962. – 719 с.
5. Скороход А. В. Случайные процессы с независимыми приращениями. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1986. – 320 с.

Додаток В. Використання класичних ортогональних поліномів для знаходження щільності імовірностей

При знаходженні щільності імовірностей негауссівських інформаційних сигналів в більшості випадків необхідно застосовувати наближені методи, серед яких найбільш універсальним є метод подання щільності імовірностей у вигляді ряду по ортогональних поліномах.

Не порушуючи загальності, розглянемо задачу наближеного знаходження щільності імовірностей випадкової величини ξ , у якої існують початкові моменти α_s , використовуючи формулу [5]

$$p_n(x) = \rho(x) \sum_{k=0}^n c_k \phi_k(x), \quad (B.1)$$

де $\phi_k(x)$ – система поліномів, ортогональних з ваговою функцією $\rho(x)$; c_k – коефіцієнти розкладу, що є функціями моментів.

В формулі (B.1) зазвичай використовуються класичні ортогональні поліноми – Ерміта, Лагерра та Якобі для стандартних щільностей імовірностей, які подібні до вагової функції $\rho(x)$. В загальному випадку довільна випадкова величина $\tilde{\xi}$ з початковими моментами $\tilde{\alpha}_s$ і середнім квадратичним відхиленням $\tilde{\sigma}$ повинна бути зведена до стандартної випадкової величини ξ .

Розглянемо конкретні випадки таких перетворень.

1. Нехай випадкова величина $\tilde{\xi}$ визначена на інтервалі $(-\infty; \infty)$. Тоді використовуються поліноми Ерміта, а перетворення має вигляд $\xi = \tilde{\sigma}^{-1}(\tilde{\xi} - \tilde{m})$.

2. Якщо випадкова величина $\tilde{\xi}$ визначена на інтервалі $(0; \infty)$, то використовуються поліноми Лагерра, а перетворення має вигляд $\xi = \tilde{\beta}^{-1} \tilde{\xi}$, де $\tilde{\beta} = \tilde{m}^{-1} \tilde{\sigma}^2$.

3. Якщо випадкова величина $\tilde{\xi}$ визначена на інтервалі $[x_{\min}; x_{\max}]$, то використовуються поліноми Якобі – Лежандра та Чебишова першого і другого роду, а перетворення має вигляд $\xi = d(\tilde{\xi} - x_0)$, де $x_0 = 0,5(x_{\min} + x_{\max})$, $d = (x_{\max} - x_0)^{-1}$.

Наведемо в кожному випадку вигляд вагових функцій і орто-

гональних поліномів, а також значення коефіцієнтів розкладення.

Ряди по поліномах Ерміта. Поліноми Ерміта $\varphi_k(x) = H_k(x)$ визначаються наступним чином [4, 6]

$$H_k(x) = (-1)^k e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^k}{dx^k} \left(e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$$

і є ортогональними на інтервалі $(-\infty; \infty)$ з ваговою функцією

$$\rho(x) = \rho_H(x) = e^{-\frac{x^2}{2}};$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_k(x) H_l(x) \rho_H(x) dx = \sqrt{2\pi} k! \delta_{kl},$$

де δ_{kl} – символ Кронекера.

Наведемо вигляд кількох перших поліномів Ерміта $H_k(x)$:

$$H_0(x) = 1; \quad H_1(x) = x; \quad H_2(x) = x^2 - 1;$$

$$H_3(x) = x^3 - 3x; \quad H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3;$$

$$H_5(x) = x^5 - 10x^3 + 15x; \quad H_6(x) = x^6 - 15x^4 + 45x^2 - 15.$$

Подання (В.1) приймає наступний вигляд:

$$p_{Hn}(x) = \rho_H(x) \sum_{k=0}^n c_{Hk} H_k(x). \quad (\text{В.2})$$

Коефіцієнти розкладення (В.2) дорівнюють [2, 4]:

$$c_{H0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}; \quad c_{H1} = c_{H2} = 0; \quad c_{H3} = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \alpha_3; \quad c_{H4} = \frac{1}{24\sqrt{2\pi}} [\alpha_4 - 3];$$

$$c_{H5} = \frac{1}{120\sqrt{2\pi}} [\alpha_5 - 10\alpha_3]; \quad c_{H6} = \frac{1}{720\sqrt{2\pi}} [\alpha_6 - 15\alpha_4 + 30].$$

Зазначимо, що при значеннях коефіцієнтів розкладення $c_{Hk} = 0$, $k \geq 1$, вираз (В.2) дорівнює щільності імовірностей нормального розподілу з параметрами $m = 0$ і $\sigma = 1$.

Ряди по поліномах Лагерра. Поліноми Лагерра $\varphi_k(x) = L_k^{(\lambda)}(x)$ визначаються наступним чином [6]

$$L_k^{(\lambda)}(x) = e^x \frac{x^{-\lambda}}{k!} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x} x^{k+\lambda}),$$

де $\lambda > 0$ – параметр поліномів Лагерра, і є ортогональними на ін-

тервалі $(0; \infty)$ з ваговою функцією $\rho(x) = \rho_L(x) = e^{-x} x^\lambda$:

$$\int_0^{\infty} L_k^{(\lambda)}(x) L_l^{(\lambda)}(x) \rho_L(x) dx = \frac{\Gamma(k + \lambda + 1)}{k!} \delta_{kl},$$

де $\Gamma(x)$ – гамма-функція.

Наведемо кілька перших поліномів Лагерра $L_k^{(\lambda)}(x)$:

$$L_0^{(\lambda)}(x) = 1; \quad L_1^{(\lambda)}(x) = (\lambda + 1) - x;$$

$$L_2^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{2!} [\lambda_{1,2} - 2x(\lambda + 2) + x^2];$$

$$L_3^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{3!} [\lambda_{1,3} - 3x\lambda_{2,3} + 3x^2(\lambda + 3) - x^3];$$

$$L_4^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{4!} [\lambda_{1,4} - 4x\lambda_{2,4} + 6x^2\lambda_{3,4} - 4x^3(\lambda + 4) + x^4];$$

$$L_5^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{5!} [\lambda_{1,5} - 5x\lambda_{2,5} + 10x^2\lambda_{3,5} - 10x^3\lambda_{4,5} + 5x^4(\lambda + 5) - x^5];$$

$$L_6^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{6!} [\lambda_{1,6} - 6x\lambda_{2,6} + 15x^2\lambda_{3,6} - 20x^3\lambda_{4,6} + 15x^4\lambda_{5,6} - 6x^5(\lambda + 6) + x^6],$$

де $\lambda_{k,l} = (\lambda + k)(\lambda + k + 1)(\lambda + k + 2) \dots (\lambda + l)$ означає добуток складових від $(\lambda + k)$ до $(\lambda + l)$, наприклад, $\lambda_{1,3} = (\lambda + 1)(\lambda + 2)(\lambda + 3)$.

Подання (В.1) приймає наступний вигляд:

$$p_{Ln}(x) = \rho_L(x) \sum_{k=0}^n c_{Lk} L_k^{(\lambda)}(x). \quad (\text{В.3})$$

При виборі параметра λ як $\lambda = \frac{m^2}{\sigma^2} - 1$ коефіцієнти розкладення (В.3) дорівнюють [1]:

$$c_{L0} = \frac{1}{\Gamma(\lambda + 1)}; \quad c_{L1} = c_{L2} = 0; \quad c_{L3} = \frac{1}{\Gamma(\lambda + 4)} [\alpha_2(\lambda + 3) - \alpha_3];$$

$$c_{L4} = \frac{1}{\Gamma(\lambda + 5)} [3\lambda_{3,4}\alpha_2 - 4(\lambda + 4)\alpha_3 + \alpha_4];$$

$$c_{L5} = \frac{1}{\Gamma(\lambda + 6)} [6\lambda_{3,5}\alpha_2 - 10\lambda_{4,5}\alpha_3 + 5(\lambda + 5)\alpha_4 - \alpha_5];$$

$$c_{L6} = \frac{1}{\Gamma(\lambda+7)} [10\lambda_{3,6} \alpha_2 - 20\lambda_{4,6} \alpha_3 + 15\lambda_{5,6} \alpha_4 - 6(\lambda+6)\alpha_5 + \alpha_6].$$

Зазначимо, що у випадку, коли коефіцієнти розкладення $c_{Lk} = 0$, $k \geq 1$, вираз (В.3) має вигляд

$$p(x) = \frac{e^{-x} x^\lambda}{\Gamma(\lambda+1)},$$

що дорівнює щільності імовірностей гамма-розподілу

$$p(x) = \frac{\Psi^\delta}{\Gamma(\delta)} x^{\delta-1} e^{-\psi x} E(x)$$

з параметрами $\delta = \lambda + 1$ і $\psi = 1$.

Ряди по поліномах Лежандра. Поліноми Лежандра $\Phi_k(x) = P_k(x)$ визначаються наступним чином [6]:

$$P_k(x) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{dx^k} (x^2 - 1)^k$$

і ортогональні на інтервалі $[-1, 1]$ з ваговою функцією $\rho(x) = 1$:

$$\int_{-1}^1 P_k(x) P_l(x) dx = \frac{2}{2k+1} \delta_{kl}.$$

Наведемо вирази декількох перших поліномів Лежандра:

$$P_0(x) = 1; P_1(x) = x; P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1); P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x);$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3); P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x);$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5).$$

Подання (В.1) приймає наступний вигляд:

$$p_{Pn}(x) = \sum_{k=0}^n c_{Pk} P_k(x). \quad (\text{В.4})$$

Коефіцієнти розкладення (В.4) дорівнюють [3]:

$$c_{P0} = \frac{1}{2}; c_{P1} = \frac{3}{2}m; c_{P2} = \frac{5}{4}(3\alpha_2 - 1); c_{P3} = \frac{7}{4}(5\alpha_3 - 3m);$$

$$c_{p_4} = \frac{9}{16}(35\alpha_4 - 30\alpha_2 + 3); \quad c_{p_5} = \frac{11}{16}(63\alpha_5 - 70\alpha_3 + 15m);$$

$$c_{p_6} = \frac{13}{32}(231\alpha_6 - 315\alpha_4 + 105\alpha_2 - 5).$$

Ряди по поліномах Чебишова першого роду. Поліноми Чебишова першого роду $\varphi_k(x) = T_k(x)$ визначаються наступним чином [6]:

$$T_k(x) = \cos(k \arccos x)$$

і ортогональні на інтервалі $[-1, 1]$ з ваговою функцією

$$\rho(x) = \rho_T(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\int_{-1}^1 T_k(x) T_l(x) \rho_T(x) dx = \begin{cases} 0, & k \neq l; \\ \pi/2, & k = l \neq 0; \\ \pi, & k = l = 0. \end{cases}$$

Наведемо кілька перших поліномів Чебишова першого роду:

$$T_0(x) = 1; \quad T_1(x) = x; \quad T_2(x) = 2x^2 - 1; \quad T_3(x) = 4x^3 - 3x;$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1; \quad T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x;$$

$$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1.$$

Подання (В.1) приймає наступний вигляд:

$$p_{Tn}(x) = \rho_T(x) \sum_{k=0}^n c_{T_k} T_k(x). \quad (\text{В.5})$$

Коефіцієнти розкладення (В.5) дорівнюють [3]:

$$c_{T_0} = \frac{1}{\pi}; \quad c_{T_1} = \frac{2}{\pi} m; \quad c_{T_2} = \frac{2}{\pi}(2\alpha_2 - 1); \quad c_{T_3} = \frac{2}{\pi}(4\alpha_3 - 3m);$$

$$c_{T_4} = \frac{2}{\pi}(8\alpha_4 - 8\alpha_2 + 1); \quad c_{T_5} = \frac{2}{\pi}(16\alpha_5 - 20\alpha_3 + 5m);$$

$$c_{T_6} = \frac{2}{\pi}(32\alpha_6 - 48\alpha_4 + 18\alpha_2 - 1).$$

Ряди по поліномах Чебишова другого роду. Поліноми Чебишова другого роду $\varphi_k(x) = U_k(x)$ визначаються наступним чином [6]:

$$U_k(x) = \frac{\sin[(k+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}$$

і ортогональні на інтервалі $[-1, 1]$ з ваговою функцією $\rho(x) = \rho_U(x) = \sqrt{1-x^2}$:

$$\int_{-1}^1 U_k(x)U_l(x)\rho_U(x)dx = \begin{cases} 0, & k \neq l; \\ \pi/2, & k = l. \end{cases}$$

Наведемо кілька перших поліномів Чебишова другого роду:

$$U_0(x) = 1; U_1(x) = 2x; U_2(x) = 4x^2 - 1; U_3(x) = 8x^3 - 4x;$$

$$U_4(x) = 16x^4 - 12x^2 + 1; U_5(x) = 32x^5 - 32x^3 + 6x;$$

$$U_6(x) = 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1.$$

Подання (В.1) приймає наступний вигляд:

$$p_{U_n}(x) = \rho_U(x) \sum_{k=0}^n c_{Uk} U_k(x). \quad (\text{В.6})$$

Коефіцієнти розкладення (В.6) дорівнюють:

$$c_{U0} = \frac{2}{\pi}; c_{U1} = \frac{4}{\pi}m; c_{U2} = \frac{2}{\pi}(4\alpha_2 - 1); c_{U3} = \frac{2}{\pi}(8\alpha_3 - 4m);$$

$$c_{U4} = \frac{2}{\pi}(16\alpha_4 - 12\alpha_2 + 1); c_{U5} = \frac{2}{\pi}(32\alpha_5 - 32\alpha_3 + 6m);$$

$$c_{U6} = \frac{2}{\pi}(64\alpha_6 - 80\alpha_4 + 24\alpha_2 - 1).$$

Потрібно зазначити, що у випадку, коли у виразах (В.4–В.6) коефіцієнти розкладення $c_k = 0$, $k \geq 1$, перетворення $\tilde{p}(x) = 2p_n(2x-1)$ являє собою щільність імовірностей бета-розподілу

$$p(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, \quad x \in [0;1]$$

з параметрами:

$a = b = 1$ – для рядів по поліномах Лежандра;

$a = b = 0,5$ – для рядів по поліномах Чебишова першого роду;

$a = b = 1,5$ – для рядів по поліномах Чебишова другого роду.

Література

1. *Берегун В. С., Дрозденко О. І., Красильніков О. І.* Особливості використання поліномів Лагерра для ортогональних подань щільності імовірностей // *Електроніка и связь*. – 2005. – №28. – С. 31–35.
2. *Берегун В. С., Красильніков О. І.* Особливості використання поліномів Ерміта для ортогональних подань щільності імовірностей // *Електроніка и связь*. – 2005. – №27. – С. 34–42.
3. *Берегун В. С., Красильніков О. І.* Особливості використання поліномів Лежандра та Чебишева для ортогональних подань щільності імовірностей // *Електроніка и связь*. – 2005. – №29. – С. 59–64.
4. *Крамер Г.* Математические методы статистики / пер. с англ. А. С. Мони́на и А. А. Петро́ва; под. ред. А. Н. Колмогоро́ва. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
5. *Красильніков О. І., Берегун В. С.* Систематизація ортогональних подань щільності імовірності випадкових процесів // *Електроніка та системи управління*. – 2010. – № 3 (25). – С. 28–35.
6. *Суетин П. К.* Классические ортогональные полиномы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 480 с.

Наукове видання

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ТЕХНІЧНОЇ ТЕПЛОФІЗИКИ

**Бабак Віталій Павлович, Бабак Сергій Віталійович,
Берегун Віктор Сергійович, Богачев Ігор Володимирович,
Гармаш Оксана Вікторівна, Красильников Олександр Іванович,
Єременко Володимир Станіславович, Куц Юрій Васильович,
Полобюк Тетяна Анатоліївна, Щербак Леонід Миколайович**

Інформаційне забезпечення моніторингу об'єктів теплоенергетики

Монографія

За редакцією чл.-кор. НАН України В. П. Бабака

Підп. до друку 19.01.2015. Формат 70×100/16. Папір офс. Друк цифр.
Умов. друк. арк. 41,0. Тираж 300 пр. Зам. № 9

Віддруковано ТОВ «Поліграф-Сервіс»
03057, Київ-57, вул. Желябова, 2-А