

УДК 681.3

Роман Рогатинський, Лілія Рогатинська

ФОРМУВАННЯ ПОТОКІВ СИПКОГО ВАНТАЖУ В МАШИНАХ НЕПЕРЕРВНОГО ТРАНСПОРТУ

В статті розглянуто концепцію моделювання потоків сипкого вантажу в машинах неперервного транспорту. Така модель передбачає узагальнений формалізований опис вибору траєкторії переміщення вантажу; вибору структурної схеми машини неперервного транспорту; робочого тягового органу з приводом; реологічної моделі вантажу; взаємодії робочих поверхонь з вантажем. Приведено загальні принципи розробки таких моделей, що дозволяє значну частину процедур вибору машин неперервного транспорту проводити на комп'ютерних моделях.

Основне призначення машин неперервного транспорту (конвеєрів) — транспортування насипних та штучних вантажів в безперервному режимі за заданою траєкторією. Вони знайшли широке застосування в різних галузях промисловості, як окремі виконавчі машини та складові агрегати технологічних комплексів. Широка різноманітність типів конвеєрів, необхідність врахування великої кількості факторів утруднює вибір їх типорозмірів та ускладнює параметричну та структурну оптимізацію [1,2]. Тому актуальною є розробка повнофункціональних моделей машин неперервного транспорту з формалізованим описом процесу формування потоків вантажу робочими органами конвеєрів, що дозволяє значну частину процедур такого вибору проводити на комп'ютерних моделях.

Основними вихідними даними при проектуванні конвеєрів є їх продуктивність, особливі вимоги щодо впливу на вантаж, що задаються умовами технологічного процесу, геометричне розташування зон завантаження та розвантаження. Проектування машин неперервного транспорту передбачає вибір траєкторії транспортування, типу технологічного обладнання, тягового органу з приводом, робочі поверхні якого діють на транспортований матеріал.

Відповідно, комплексна модель переміщення вантажу робочими органами передбачає узагальнений формалізований опис системи на різних рівнях, де розглядаються такі моделі: вибору траєкторії переміщення вантажу; структурної схеми машини неперервного транспорту; робочого тягового органу з приводом; реологічної моделі вантажу; взаємодії робочих поверхонь з вантажем.

Для вибору раціональної траєкторії транспортування використовують методи оптимізації на графах, хвильові алгоритми тощо. З технологічної точки зору, траса транспортування, як правило, складається з прямолінійних та колових ділянок, на яких, при потребі, розміщуються зони перевантаження з відповідними механізмами.

В загальному вигляді, траєкторію транспортування, що задає відповідну трасу, доцільно описувати в параметричному вигляді [3]

$$x = x(\tau); \quad y = y(\tau); \quad z = z(\tau), \quad (1)$$

де τ — незалежний параметр.

Елементарна довжина траси визначається залежністю

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}^2(\tau) + \dot{z}^2(\tau)} d\tau \quad (2)$$

Відповідно, довжина ділянки траси, що визначається біжучим параметром τ

$$s = \int_0^{\tau^*} \sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}^2(\tau) + \dot{z}^2(\tau)} d\tau \quad (3)$$

Для прямого гвинтового конвеєра вибирають нерухому систему координат $Oxyz$, в якій вісь Oz , зазвичай, направлена по осі гвинтового конвеєра, а вісь Ox — горизонтально.

Тоді рівняння гвинтового робочого органу з незалежними параметрами лінійним u_1 та кутовим v_1 визначається за відомими залежностями:

$$x_1 = u_1 \cos(v_1 + \omega t + v_{01}) \quad y_1 = u_1 \sin(v_1 + \omega t + v_{01}) \quad z_1 = cv_1, \quad (4)$$

де c — параметр кроку T гвинта, $c = v_1 T / (2\pi)$; ω ; — кутова швидкість гвинтового робочого органу; v_{01} — початкове значення параметру v_1 на час $t=0$.

Рівняння нерухомого жолоба радіусом R_2 з незалежними лінійним u_2 та кутовим v_2 параметрами:

$$x_2 = R_2 \cos v_2; \quad y_2 = R_2 \sin v_2; \quad z_2 = u_2. \quad (5)$$

Для прямого гвинтового конвеєра $s = \tau$ і параметри v_1 та u_2 пов'язані з біжучим параметром довжини траси залежностями:

$$v_1 = s/c; \quad u_2 = s. \quad (6)$$

За умови контакту частинки вантажу одночасно з поверхнями жолоба та гвинтового робочого органу, її розміщення при транспортуванні однозначно визначається біжучим кутовим параметром

$$\theta = s/c + \omega t + v_{01}. \quad (7)$$

Одним із найпростіших випадків передачі вантажу від точки A_0 до A_1 за непрямою траєкторією є використання гнучкого гвинтового конвеєра. В цьому випадку вісь Oy нерухомої системи координат $Oxyz$ доцільно направити вертикально, протилежно до напрямку вектора сили земного тяжіння, а вісь Oz — вздовж проекції вектора напрямку траси на горизонтальну площину Oxy . Введемо біжучу систему координат $O'x'y'z'$, початок якої розмістимо по трасі на віддалі s від початку базової системи координат, а вісь $O'x'$ — паралельно до площини Oxz .

Однорідні координати біжучої системи $O'x'y'z'1$ з координатами системи $Oxyz1$ пов'язані залежністю

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & x(s) \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & y(s) \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & z(s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де α_{ij} — напрямні косинуси ортів системи $O'x'y'z'$ в $Oxyz$.

Для вказаних вище умов орти системи $O'x'y'z'$ мають вигляд [3]:

$$\begin{aligned} \bar{i} &= \{\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}\} = \{\dot{z}_s / \sqrt{\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2}, 0, \dot{x}_s / \sqrt{\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2}\}, \\ \bar{j} &= \{\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}\} = \{-\dot{x}_s \dot{y}_s / \sqrt{\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2}, 0, \dot{y}_s \dot{z}_s / \sqrt{\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2}\}, \\ \bar{k} &= \{\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}\} = \{\dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s\}. \end{aligned}$$

В біжучій системі координат $O'x'y'z'$, що знаходиться на віддалі $s = u_2$ від початку конвеєра, лінії перетину гнучкого шнеку та жолоба з координатною площиною $O'x'y'$, яка визначає поточне розміщення виділеного елемента вантажу, опишуться рівняннями:

$$x'_1 = u_1 \cos(v'_1 + \omega t + v'_{10}); \quad y'_1 = u_1 \sin(v'_1 + \omega t + v'_{10}); \quad z'_1 = 0, \quad (9)$$

$$x'_2 = R_2 \cos v'_2; \quad y'_2 = R_2 \sin v'_2; \quad z'_2 = 0. \quad (10)$$

Кутові параметри v_i та v'_i для просторового розміщення траси пов'язані залежністю [3]

$$v'_i = (v_i + \varphi_x - \Delta\varphi_r). \quad (11)$$

де φ_x та $\Delta\varphi_r$ — прирости кутового параметра розміщення гвинтової поверхні від кручення та зміщення головної нормалі у вибраній системі координат [3].

В нерухомій системі координат рівняння поверхонь гвинтового робочого органу та жолоба визначаються із врахуванням (9), (10) згідно з перетворенням (8):

$$\begin{aligned} x_i(u_i, v_i) &= x(s) + \alpha_{11} x'_i + \alpha_{12} y'_i, \\ y_i(u_i, v_i) &= y(s) + \alpha_{21} x'_i + \alpha_{22} y'_i, \\ z_i(u_i, v_i) &= z(s) + \alpha_{31} x'_i + \alpha_{32} y'_i. \end{aligned} \quad (12)$$

Залежності (12) є основними, що описують робочі поверхні гвинтового конвеєра, які діють на вантаж.

За умови транспортування елементарного об'єму вантажу A , що прилягає до поверхонь гнучкого гвинтового робочого органу та жолоба ($\rho_A = u_1 = R_2; z'_A = z'_1 = 0$), його розміщення в нерухомій системі координат однозначно визначатиметься кутовим параметром θ , який, аналогічно до (7), рівний

$$\theta = s/c + \omega t + v_{oi} + \varphi_\chi - \Delta\varphi_r. \quad (12)$$

Розглянемо конвеєри з неперервним замкнутим тяговим робочим органом, що подає вантаж поступально, на прикладі скребкового конвеєра. Оскільки полотно конвеєра є нерозривною стрічкою і рухається по замкнутій траєкторії, то кожна точка полотна, в ідеалі, має однакову лінійну швидкість $v_0 = ds/dt = R_0\omega_0$, де R_0 та ω_0 радіус та кутова швидкість привідного барабана; s — параметр траси по довжині. Кутове зміщення β напрямку руху полотна визначається біжучими кривою k_s та крученням χ_s траси. Для плоских конвеєрів із замкнутою траєкторією тягового робочого органа $\chi = 0$ і на його довжині L , що визначається довжиною замкнутого контуру, повинна виконуватись умова

$$\beta_L = \int_0^L k_s ds = 2\pi. \quad (13)$$

Базову нерухому систему координат $Oxuz$ доцільно розмістити з напрямленням Oz співвісно з віссю привідного барабана, а вісь Oy — паралельно до земної поверхні. Для привідного, направляючих, натяжних барабанів (зірочок, дисків) власні системи координат, що обертаються разом із ними, також розміщують співвісно до їх осей. Тоді довільна точка $A_i(x_{iA}, y_{iA}, z_{iA}, 1)$ в системі однорідних координат обертових барабанів в базовій системі матиме координати $A_0(x_{0A}, y_{0A}, z_{0A}, 1)$ [4]. Їх зв'язок записується в матричному вигляді $P = M_{Li} M_{\Omega i} P_i$, де $P = (x, y, z, 1)$ — матриця координат системи $Oxyz$; $P_i = (x_i, y_i, z_i, 1)$ — матриця координат системи $O_i x_i y_i z_i$; M_{Li} та $M_{\Omega i}$ — матриці лінійних та обертових переміщень відповідно. В розгорнутому вигляді система має вигляд

$$\begin{pmatrix} x_{0A} \\ y_{0A} \\ z_{0A} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_s v_0 t + \Delta\varphi_i) & \sin(k_s v_0 t + \Delta\varphi_i) & 0 & \Delta x_i \\ -\sin(k_s v_0 t + \Delta\varphi_i) & \cos(k_s v_0 t + \Delta\varphi_i) & 0 & \Delta y_i \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{iA} \\ y_{iA} \\ z_{iA} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

де v_0 — лінійна швидкість полотна; $\Delta\varphi_i$ — кутове початкове зміщення i -го барабана (диска); Δx_i , Δy_i та Δz_i — координати барабанів (дисків) в базовій системі.

На основі аналізу траси робиться розбиття траєкторії на ділянки та реалізується перехід від системи координат скребка $X_{ck} O_{ck} Y_{ck}$ до системи координат вантажу, який знаходиться на полотні конвеєра $X_k O_k Y_k$. Координати скребка на i -ій ділянці на віддалі l_i будуть:

$$x_i(s) = \int_0^{l_i} \cos[s_i \cdot k(s)] ds, \quad y_i(s) = -\int_0^{l_i} \sin[s_i \cdot k(s)] ds, \quad z_i(s) = u_i, \quad (15)$$

де для прямолинійних віток ($x_i(s) = s_i$) розроблені відповідні алгоритми їх зв'язку з ділянкою на барабані.

При цьому зв'язок початку системи координат наступної ділянки із попередньою, довжиною L_i , матиме вигляд $X_{i+1} = X_i + x_i(L_i)$; $Y_{i+1} = Y_i + y_i(L_i)$. Кутове зміщення осей координат при цьому становитиме $\Delta\beta_i = k_i L_i$.

Скребок при транспортуванні вантажу під дією постійного навантаження відхиляється від свого положення на кут γ_k і під дією поточних збурень, що викликають коливні зміщення, на кут $\Delta\gamma_k$. Одночасно скребок робить коливні рухи за рахунок поперечних коливань тягового органу конвеєра.

Колівання стрічки обумовлюється конструкційними та технічними особливостями конвеєра і характеру його експлуатації. В загальному вигляді це можна записати так:

$$\Delta x_k(s, \tau) = A_x(s) \sin(\omega_k \tau + \varphi_k), \quad \Delta y_k(s, \tau) = A_y(s) \sin(\omega_k \tau + \varphi_k), \quad (16)$$

де $A_x(s)$, $A_y(s)$ — біжучі амплітуди коливань стрічки вздовж осей $O_k X_k$ і $O_k Y_k$; ω_k — кутова частота коливань полотна в площині $X_k O_k Y_k$; φ_k — кут зміщення коливань полотна.

Кутові коливні рухи скребка залежать від конструкційних параметрів, а також від характеру дій зовнішніх зусиль

$$\Delta\gamma_k(s, \tau) = \gamma(s) \sin(\omega_{ck} \tau + \varphi_{ck}), \quad (17)$$

де $\gamma(s)$ — амплітуда змінної частини кута повороту скребка; ω_{ck} — кутова частота кутових коливань скребка; φ_{ck} — кут зміщення коливань скребка.

Наведені залежності дозволяють отримати формалізований опис робочих поверхонь машин неперервного транспорту, в т.ч. рухомих, методами диференціальної геометрії та аналітично опи-

сати зв'язки, що накладаються на вантаж. Зокрема, шукані нормальні складові реакцій поверхонь \bar{N}_i на вантаж будуть направлені по нормалі $\cdot \bar{n}_i$ до робочих поверхонь, а складові від сил тертя \bar{F}_i — протилежно до відносної швидкості \bar{v}_{iA} вантажу по поверхні робочого органу:

$$\bar{N}_i = N_i \cdot \bar{n}_i, \quad \bar{F}_i = -\mu_i N_i \bar{v}_{iA}. \quad (18)$$

Якщо потік вантажу формується двома робочими поверхнями, відповідно, має одну ступень вільності й описується одним незалежним параметром, наприклад θ , то рівняння руху зв'язного вантажу, що переміщується масивом (як одне ціле), набуде вигляду

$$(\ddot{x}_\theta - g_x) \begin{vmatrix} c_{y1} & c_{y2} \\ c_{z1} & c_{z2} \end{vmatrix} + (\ddot{y}_\theta - g_y) \begin{vmatrix} c_{z1} & c_{z2} \\ c_{x1} & c_{x2} \end{vmatrix} + (\ddot{z}_\theta - g_z) \begin{vmatrix} c_{x1} & c_{x2} \\ c_{y1} & c_{y2} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

де $\ddot{x}_\theta, \ddot{y}_\theta, \ddot{z}_\theta$ — складові прискорення вантажу, як функції незалежного параметра; g_x, g_y, g_z — проекції вектора прискорення вільного падіння на осі координат; c_{xi}, c_{yi}, c_{zi} — напрямні косинуси вектора реакції i -ої поверхні до відповідної координатної осі.

Для випадку вільного переміщення по одній робочій поверхні, зв'язний вантаж матиме дві ступені вільності й рівняння його руху матимуть вигляд

$$c_{x1} / (\ddot{x}_\theta - g_x) = c_{y1} / (\ddot{y}_\theta - g_y) = c_{z1} / (\ddot{z}_\theta - g_z). \quad (20)$$

Залежності (19) та (20) не дозволяють адекватно описати рух вантажу, в якому частинки мають власні переміщення в потоці. Відтворення таких переміщень можливо в моделях, в яких робочі поверхні та кожна частинка вантажу, а також їх взаємодія, мають відповідний формалізований опис. Для цього робочі поверхні конвеєрів, а також поверхні частинок описуються в неявному вигляді R -функціями одиничного градієнта (f_i) [5], для яких $\cdot \bar{n}_i = \text{grad } f_i$. Фізична взаємодія частинок вантажу між собою та з робочими поверхнями для малих швидкостей зближення визначається за моделлю Герца як сила ударної взаємодії двох тіл при пружному контакті [5]

$$P_{ij} = k_{ij} r_{ij} u_{ij} = [k_{ij} / (K_i + K_j)^{1/2}] u_{ij}^{3/2}, \quad (21)$$

де k_{ij} — коефіцієнт, що враховує пружні властивості тіла контакту; u_{ij} — величина жорсткого зближення в контактній задачі Герца, визначається за рівнем поля, що описується нормальним рівнянням поверхонь зближення; r_{ij} — розрахунковий радіус площадки контакту; K_i та K_j — кривини поверхонь частинок в точці контакту.

Переміщення робочих поверхонь задаються аналітично. Рівняння руху чи рівняння Лагранжа 1 роду кожної частинки у векторній формі мають вигляд [5]:

$$\sum_{j=1}^k (\bar{P}_{ij} + \bar{F}_{ij}) - m_i \bar{a}_i + \bar{G}_i = 0; \quad \sum_{j=1}^k [(\bar{r}_{ij}^{\wedge} + \bar{\delta}_{ij}^{\wedge}) \times (\bar{P}_{ij}^{\wedge} + \bar{F}_{ij}^{\wedge}) + \sum_{j=1}^k T_{ij}^{\wedge} - \bar{L}_{oi}^{(e)}] = 0, \quad (22)$$

де \bar{P}_{ij} та \bar{P}_{ij}^{\wedge} — вектори нормальних сил пружної взаємодії за моделлю Герца, задані, відповідно, в загальній та власній системах координат; \bar{F}_{ij} та \bar{F}_{ij}^{\wedge} — відповідні вектори тангенціальних сил; \bar{r}_{ij} та \bar{r}_{ij}^{\wedge} — відповідні радіуси-вектори ij -ої зони контакту; m_i , \bar{a}_i та \bar{G}_i — маса, прискорення та сила тяжіння i -го об'єкту, відповідно; $\bar{\delta}_{ij}^{\wedge} = \bar{F}_{ij} v_i (4r_{ij} G)$ — тангенціальне зміщення площадки контакту від сили \bar{F}_{ij}^{\wedge} при швидкості зближення v_i та модулі кручення G ; $\bar{L}_{oi}^{(e)}$ — векторна сума моментів сил.

Крутні моменти \bar{T}_{ij}^{\wedge} складають незначну частину силових факторів, що діють на частинку (менше 2–3%), а тому у спрощеній моделі вони не враховуються. У розгорнутій формі рівняння (22) приймають вигляд:

$$\sum_{i=1}^k P_{ij} \left[\text{grad}(f_i) - \frac{\mu \Delta \bar{v}_{ej}}{|\Delta \bar{v}_{ej}|} \right] - m_i \bar{a}_i + \bar{G}_i = 0;$$

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} \left\{ (\bar{r}_{ij}^{\wedge} + \bar{\delta}_{ij}^{\wedge}) \times \left[\text{grad}(f_i^{\wedge}) - \frac{\mu \Delta \bar{v}_{ej}^{\wedge}}{|\Delta \bar{v}_{ej}^{\wedge}|} \right] \right\} - \bar{L}_{oi}^{(e)} = 0. \quad (23)$$

Тут перше рівняння систем (22), (23) записано в інерційній системі координат, а друге — у власній системі координат об'єкта.

У рухомій системі координат $\bar{L}_{oi}^{(e)} = \frac{dK_{oi}^{\wedge}}{dt} + (\bar{\omega}_0^{\wedge} \times \bar{K}_{oi}^{\wedge})$, де \bar{K}_{oi}^{\wedge} — кінетичний момент частинки.

Виведені залежності та розроблені алгоритми дають можливість побудувати ефективну комп'ютерну модель процесу формування потоків вантажів в машинах неперервного транспорту,

отримати його координати та параметри руху в будь-який момент часу. Складові її елементи апробовані при моделюванні транспортування вантажу гвинтовими конвеєрами, в т.ч. гнучкими шнеками, прутковими та скребковими конвеєрами.

Висновки. Комплексна модель переміщення вантажу робочими органами, що передбачає узагальнений формалізований опис вибору траєкторії переміщення вантажу, вибору структурної схеми машини неперервного транспорту, реологічної моделі вантажу у вигляді сукупності частинок вантажу, взаємодії робочих поверхонь з вантажем, дозволяє в режимі комп'ютерного обчислюваного експерименту моделювати формування потоку вантажу рухомими робочими поверхнями машин. Цим уже на етапі проектування закладається вибір раціонального типу машин неперервного транспорту та їх структурної схеми

Література.

1. Зенков Р. Л. Машины непрерывного транспорта / Р. Л. Зенков, И. И. Ивашков, Л. Н. Колобов. — М. : Машиностроение, 1987. — 320 с.
2. Конвейеры: Справочник / Р. А. Волков, А. Н. Гнутов, В. К. Дьячков и др, Под общ. ред. Ю. А. Пертена. — Л.: Машиностроение, 1984. — 367 с, с ил.
3. Гевко Б. М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин / Б. М. Гевко, Р. М. Рогатынский. — Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1989. — 176 с.
4. Рогатинський Р. М. Модель скребкового конвеєра / Р. Рогатинський, О. Рогатинська // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми сучасних технологій виготовлення та надійності передач з гнучким зв'язком» 19–20 грудня 2011 р. — Тернопіль: Крок, — 2011, — С. 90–91.
5. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики / В. Л. Рвачев — К.: Техніка, 1987. — 232 с.
6. Рогатинський Р. М. Модель контактної взаємодії частинки вантажу з робочими поверхнями сільськогосподарських машин /

Р. М. Рогатинський, О. В. Дудін, О. Р. Рогатинська // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства «Механізація сільськогосподарського виробництва», 2003. — Вип. 21. — С. 222–228.

Roman Rogatynskyi, Liliia Rogatynska

FORMATION OF THE BULK MATERIAL FLOWS IN CONTINUOUS TRANSPORTATION MACHINES

The conception of the modeling of bulk material flows in continuous transportation machines is considered. Such a model provides generalized formal description of the choice of a bulk load's motion trajectory, the choice of a structural configuration of continuous transportation machine, a working traction organ and a drive, a rheological model for the bulk load; an interaction between the working surfaces and the bulk material. The general principles of such models development which allows performing a considerable part of the procedures needed to chose the continuous transportation machines with use of the computer models are presented.