

УДК 621.91.01

І. Луців, докт. техн. наук; Р. Лещук, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

## ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПІДСИСТЕМ ВЕРСТАТНОГО ОСНАЩЕННЯ АДАПТИВНОГО ТИПУ

**Резюме.** Розроблено математичну модель динамічної поведінки пружної системи верстатно-інструментального оснащення в умовах багатолезового оброблення із кінематичними міжінструментальними зв'язками. Отримані динамічні характеристики підсистем верстатного оснащення адаптивного типу доцільно використовувати для частотного та алгебро-теоретичного аналізу динамічної стійкості розглядуваної системи до автоколиваний при власне усталеному стружкоутворенні.

**Ключові слова:** верстатно-інструментальне оснащення, динамічна характеристика, динамічна стійкість, багатолезове оброблення.

I. Lutsiv, R. Leshchuk

## DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF ADAPTIVE TYPE TOOL ACCESSORIES SUBSYSTEMS

**The summary.** The simulation model of dynamical behavior of machine-tool accessories system with intertool kinematic links in multiedge machining is developed. The dynamical characteristics of adaptive type tool accessories subsystems are obtained. There characteristics can be used for algebraistic and frequency analysis of dynamical stability of the system mentioned in the conditions of stable chip-cut developing.

**Key words:** machine-tool accessories, dynamical characteristics, dynamical stability, multiedge machining.

**Постановка проблеми.** Дослідження коливань верстатно-інструментальних систем показують, що вібрації у процесі різання, особливо автоколивання, різко обмежують реалізацію технологічних можливостей оброблення. Виявлення причин виникнення коливань характеризується множиною підходів, пояснень, обґрунтувань. Найбільш розповсюдженою і розвинутою є теорія, за якою вібрації при різанні виникають через зсув за фазою між силою різання і товщиною зрізуваного шару, що наочно математично ілюструється відповідною динамічною характеристикою. Аналіз динамічної стійкості системи верстата потребує як урахування динамічної характеристики процесу різання, так і врахування зв'язків в еквівалентній пружній системі (ЕПС). Різноманіття методів уникнення і запобігання вібраціям та відсутність якогось одного універсального методу показує, що ефективно уникнення коливань при впровадженні у верстатно-інструментальну систему нових зв'язків можливе лише при вивченні конкретної динаміки цієї системи.

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** Розрахункова динамічна модель верстатно-інструментального оснащення (ВІО) є умовним зображенням його у вигляді інерційних елементів, жорсткостей, демпфуючих зв'язків і векторів зусиль різання. У динаміці верстатів прийнято говорити про ЕПС верстата, яка спрощено відображає пружно-дисипативні характеристики об'єкта і їх взаємозв'язки безвідносно до процесів у двигунах, багатьох механізмах та процесах тертя. При розробленні розрахункових моделей верстата їх формують в основному як сукупності зосереджених мас. Це викликано намаганням створити якнайпростіші математичні моделі, які б можна було проаналізувати в загальному вигляді. Окрім того, важливо достатньо точно розрахувати пружні, дисипативні та інерційні характеристики розрахункової схеми. При великому

числі ступенів вільності це неможливо, і помилка від такої невизначеності, як правило, значно перевищує похибку від неточності розрахунку системи з меншою кількістю ступенів вільності. Деякі автори [1, 2] вважають, що найраціональнішими для аналітичного дослідження є моделі динамічної системи верстата із кількістю ступенів вільності 2...3. При побудові розрахункових схем необхідно враховувати специфіку різних компонувань верстатів, загальноприйняті допущення, інформацію про частотні характеристики вузлів та елементів верстата і його оснащення.

Для вивчення автоколивань верстатно-інструментального оснащення першочергове значення має урахування динамічної характеристики процесу різання, яку описують залежністю зміни сили різання у часі від відносного зміщення заготовки і різального інструменту, що зумовили цю зміну. Дослідники неодноразово [3, 4, 5] пропонували нелінійні залежності сили різання від швидкості й подачі. У даний час найбільш розповсюджена динамічна характеристика процесу різання за В.А. Кудиновим [6]. Окремі динамічні параметри цієї характеристики (в тому числі коефіцієнт різання) доводиться обчислювати на основі експерименту. У той же час ці параметри доцільно розраховувати за допомогою широківідомих степеневих емпіричних залежностей зусилля різання від елементів режимів і умов оброблення [7,8].

**Мета роботи і постановка завдання.** Для дослідження динаміки верстатного оснащення адаптивного типу необхідно визначити динамічні характеристики підсистем розглядуваної динамічної системи. Об'єднання таких підсистем із відповідними характеристиками дозволить обґрунтовано зробити висновки про динамічну стійкість ВІО при багатолезовому обробленні.

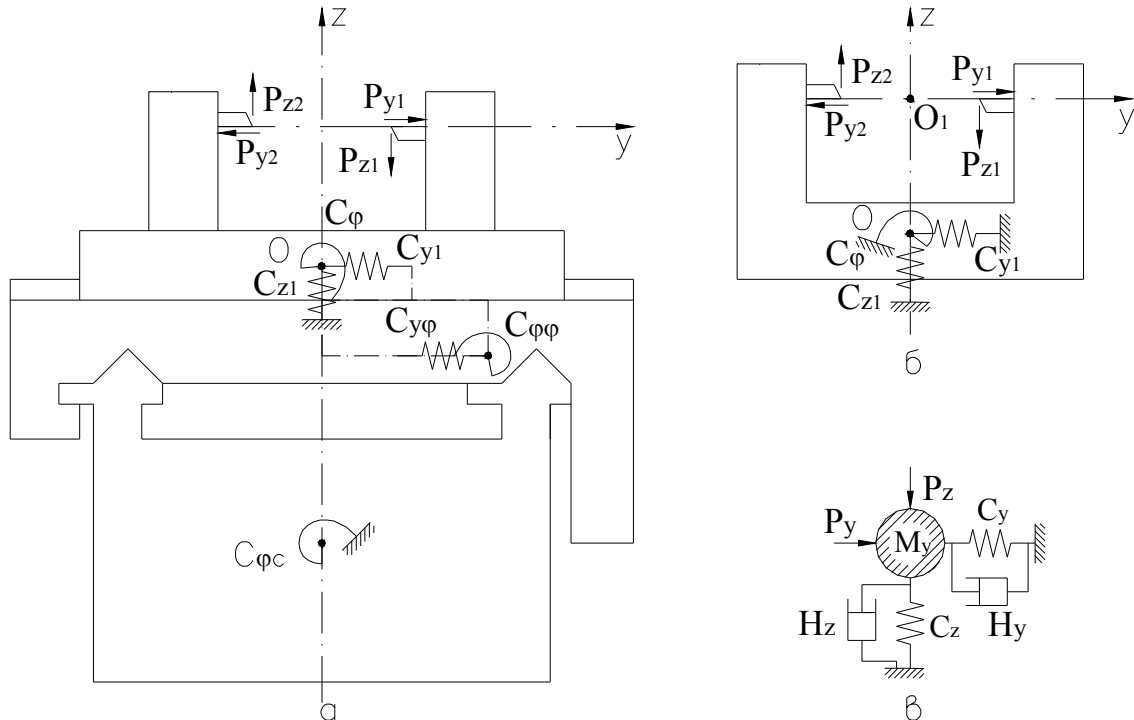
**Результати досліджень.** У розглядуваному випадку при обробленні із кінематичним міжінструментальним зв'язком (КМІЗ) надзвичайно важливим моментом є вплив цього зв'язку на технологічні схеми оброблення, суттєві зміни у формуванні зусиль різання, відмінності у компонувальних рішеннях ВІО та інші фактори.

Розглянемо формування динамічних розрахункових моделей верстатно-інструментального оснащення із КМІЗ на прикладі багатолезового токарного оброблення. Сучасні уявлення про динаміку металорізальних верстатів зображають пружну систему токарного верстата як сукупність підсистем інструменту, заготовки і процесу різання. Зокрема, розрахункові схеми підсистеми інструменту (супорти, каретки і т.д.) моделюють у вигляді сукупності пружних чи жорстких тіл, розділених пружно-дисипативними стиками. Розрахункові схеми підсистеми заготовки (яка, як правило, містить шпіндельний вузол, оброблювану деталь, задній центр і т.д.) – це звичайні пружні балки на пружних опорах із зосередженими масами. Якщо припустити, що зв'язок між підсистемою заготовки і підсистемою супортної групи через станину є слабким, то стає можливо розбити розрахункову схему на дві й розглянути їх окремо. Таке спрощення цілком виправдане і для усього діапазону практично реальних випадків дає задовільні результати. При цьому також враховують незначний вплив несучої системи на процес різання, а в даному випадку навпаки – домінуючий вплив КМІЗ на формування товщини зрізуваного шару.

При розробленні розрахункової моделі надзвичайно важливий аналіз парціальних частот елементів системи. У даній постановці ми врахували лише умовно низькочастотні коливання (саме до цих коливань можна зарахувати осциляції механізму КМІЗ), які визначають динамічні похибки максимальної амплітуди. Тому при формуванні динамічної моделі не беремо до уваги елементів, які мають власні частоти, що перевищують 300 Гц.

Якщо розглядати систему супортної групи токарного верстата, то аналіз парціальних частот і амплітуд вимушених коливань дозволяє зупинитись на плоскій схемі розгляду в площині YOZ. При цьому враховуємо, що, як правило, при достатній жорсткості й довжині напрямних верстата та відповідній довжині (в осьовому напрямку) супорта нехтують поворотом навколо осі У. Оскільки поворотні деформації елементів супортної групи навколо осі Z (із урахуванням до того ж яскраво вираженої

симетрії оснащення) не спричиняють суттєвих зміщень різальних елементів, ними також можна знехтувати. Тоді надалі розглядати розрахункову модель доцільно в площині YOZ (рис.1а). Найбільші відносні розмахи амплітуди при цьому у вказаному діапазоні частот дають: середня частина станини, фартук і каретка з різцетримачем [2]. При цьому слід врахувати, що в діапазоні частот до 80-300 Гц у верстатів кілька резонансів, частоти яких близькі між собою, хоч токарні верстати мають різні конструкції і маси.



**Рис. 1. Розрахункова схема супортної групи токарного верстата:**  
 а) загальна схема; б) спрощена схема різцевого блока; в) схема одномасової системи

Каретка з різцетримачами коливається як одне ціле, і найбільш суттєвими деформаціями є коливання уздовж осей Y і Z та поворот навколо осі X. Поворотні вібрації навколо осі X набагато переважають поворотні деформації навколо інших осей за формулою коливань. Враховуючи станину досить жорсткою і те, що величини резонансних деформацій станини значно нижчі (у 3...5 разів) від деформацій інших елементів та симетричну конструкцію верстатно-інструментального оснащення із КМІЗ, не враховуватимемо поворотну жорсткість  $C_{\phi\phi}$  станини.

Окрім того, приводячи жорсткість  $C_{y\phi}$  до точки O і враховуючи, що власні частоти коливань навколо осі X різцетримача з кареткою і фартука практично збігаються, при цьому коливаючись як одне ціле, для спрощення подальшого аналізу переходимо до відносно нескладної схеми (рис.1б).

При обробленні на традиційних однорізцевих верстатах лінії дії дотичної і горизонтальної складових сили різання не проходять через центр жорсткості пружної системи верстата, це створює так званий координатний зв'язок між узагальненими координатами, що може призвести до структурної нестійкості. Конструкція ж оснащення при багатолезовому обробленні, на відміну від цього, має геометричну симетрію (деяку асиметрію, зумовлену кріпленням різців, не враховуємо через їхні незначні розміри порівняно із розмірами елементів супортної групи). Окрім того, при застосуванні в оснащенні напрямних симетричної конструкції умови функціонування різних стиків однакові. Отже, можна наближено твердити, що в даній постановці (розгляду динамічної моделі в умовах структурної стійкості системи різання) центр кручення супортної групи лежить на осі Z.

Враховуємо, що в точці  $O_1$  на пружну систему діють рівнодійна від тангенціальних складових зусиль різання ( $\bar{P}_{z1} + \bar{P}_{z2} + \dots + \bar{P}_{zn}$ ), рівнодійна від радіальних складових

зусиль різання ( $\bar{P}_{y1} + \bar{P}_{y2} + \dots + \bar{P}_{yn}$ ) і рівнодійний обертовий момент  $T$ . В ідеальному випадку рівнодійні складових зусиль різання дорівнюють нулю. Проте в динаміці ці зусилля відмінні від нульового значення і їх можна зобразити як рівнодійні зміни тангенціальних  $P_z$  і радіальних  $P_y$  складових сил різання.

При розгляді деформації еквівалентної схеми в точці  $O_1$  отримаємо, що  $C_z = C_{z1}$ , а  $C_y = \frac{C_{y1} \cdot C_\phi}{[C_{y1}(K^* + Z_{01}) + C_\phi]}$ , де  $K^*$  – коефіцієнт пропорційності між зміною рівнодійної  $P_y$  і рівнодійної обертового моменту  $T$ .

Таким чином, можемо з достатньою для порівняльного розгляду точністю наближено перейти до одномасової моделі пружної системи супортної групи токарного верстата. З урахуванням дисипативних зв'язків розрахункова схема прийме вигляд, як зображено на рис.1в. При цьому слід мати на увазі, що приведена маса системи при коливаннях уздовж осі  $Y$  дорівнює  $M_y$ , а вздовж осі  $Z$  –  $M_z$ .

Розглянемо систему шпindelної групи токарного верстата, яка несе заготовку. Зосередимося на випадку закріплення заготовки в центрах. При цьому враховуємо, що шпindelна бабка спотворює коливання шпинделя верстата і з тими ж частотами, тому її коливань не враховуємо. Шпindel разом з його деталями розглядають як балку на пружних опорах, причому балка замінюється зосередженими масами [2].

Оскільки в роботі аналізуємо оброблення поверхонь обертання, то заготовка і її опори внаслідок їхньої симетрії мають приблизно однакові властивості по всіх осях, що проходять через лінію симетрії деталі. Тому в роботі розглядатимемо попередньо плоску схему в площині  $YOX$  (рис.2а), врахувавши лінійно залежні коливання уздовж осей  $Y$  та  $Z$ , оскільки визначальні деформації системи завжди розраховують по осі  $U$ .

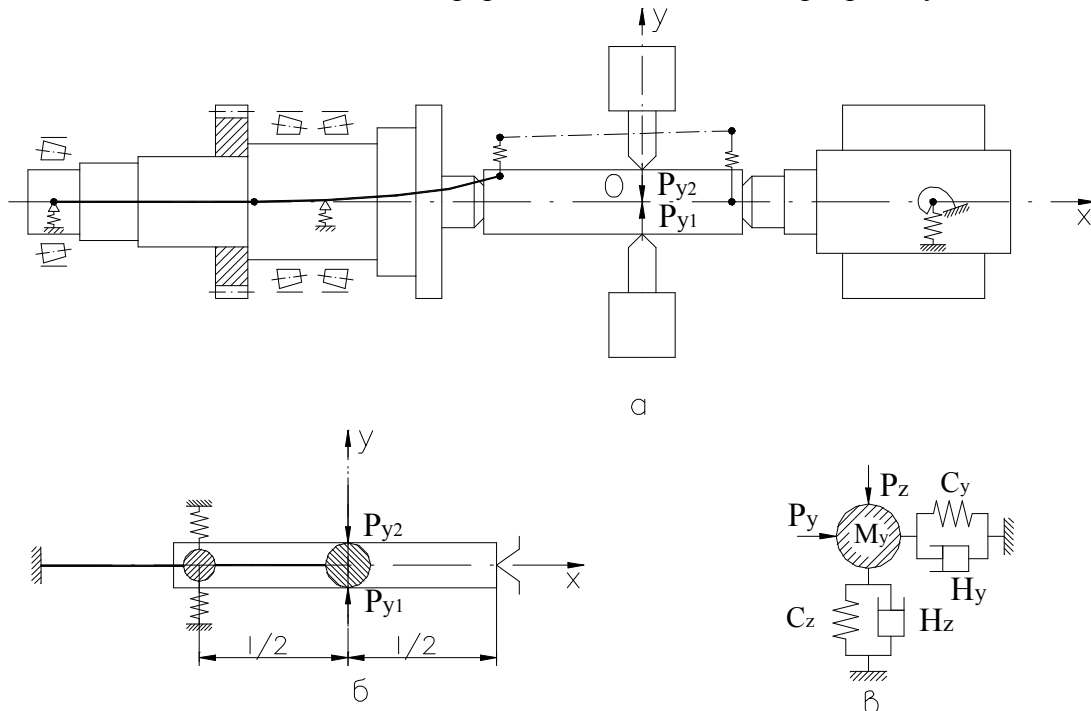


Рис. 2. Розрахункова схема шпindelної групи токарного верстата:

а) загальна схема; б) спрощена схема шпindelного вузла; в) схема одномасової системи

Задню бабку зображено як жорстке тіло, яке деформується у радіальному напрямку та повертається навколо осі  $Z$ . Оскільки ці повороти (з урахуванням функціонування КМІЗ) для нашого розгляду несуттєві, то доцільно враховувати лише перші переміщення.

Найцікавішим є елемент розрахункової схеми, який імітує деталь. При однолезовому обробленні та низьких жорсткісних властивостях заготовка визначально впливає на еквівалентну пружну систему верстата. Зобразити її жорсткою балкою

можливо лише у випадку оброблення, коли її довжина співрозмірна з діаметром. Проте при багатолезовому обробленні із КМІЗ маємо ситуацію, коли статичні сили різання вирівняні, й на систему заготовки діють лише рівнодійні змін складових сил різання від різних різальних елементів. Отже, в площині, яка перпендикулярна до лінії центрів і проходить через вершини різальних елементів, умовно встановлено “фіктивні опори”, які додатково підтримують деталь, і жорсткість цих “опор” визначається жорсткістю самого процесу різання. У цьому випадку практично нівелюється і роль задньої бабки. Тому враховуючи те, що шпиндель (на основі попереднього розрахунку) з певним наближенням можна привести до системи з одним ступенем вільності, розрахункову модель трансформуємо до схеми рис.2б. Зрозуміло, що таку еквівалентну систему можна легко привести до одномасової і з урахуванням демпфуючих зв’язків зобразити у вигляді, як показано на рис.2в. При цьому розглядаємо коливання уздовж осей  $Y$  і  $Z$ . На систему діють зміни рівнодійних  $P_y$  і  $P_z$  сил різання. У даному випадку жорсткості схеми є близькими до наведених жорсткостей шпинделя у передній опорі, а наведені маси враховують вплив інерційних властивостей заготовки на масу шпиндельної групи згідно з існуючими методиками [2].

Таким чином, для порівняльного аналізу стійкості до автоколивань спрощено можна зобразити пружну систему верстата двома еквівалентними пружними системами супортної і шпиндельної груп у вигляді одномасових систем із різнонаправленими жорсткостями.

Динамічна модель КМІЗ – це багатомасова система з пружно-демпфуючими зв’язками. Інерційні властивості рухомих у напрямку подачі кріпильних елементів із різальними лезами при  $n$ -лезовому обробленні зображено  $n$ -ною кількістю зосереджених мас із масами  $m$  (рис.3а). Інерційні властивості власне КМІЗ з передавальною функцією механізму вирівнювання  $\Pi_{\text{КМІЗ}}$  зображено обертовою масою з моментом інерції  $I$  (кут повороту  $\varphi^*$ ). Пружні властивості КМІЗ імітуються жорсткостями  $C_x$  і дисипативними ланками з коефіцієнтами в’язкого тертя  $h_x$ . При врахуванні осьових жорсткостей  $C_p$  різальних елементів узагальнена динамічна модель КМІЗ набуває завершеного вигляду. Якщо інерцією  $I$  власне вирівнюючого елемента можна знехтувати порівняно із інерційними властивостями інших компонентів – або ж привести до зони різання, то доцільно здебільшого використовувати схеми, наведені на рис.3б,в.

Об’єднання описаних динамічних моделей систем верстата, заготовки і КМІЗ в єдиній схемі дозволяє сформулювати закінчену розрахункову динамічну схему для багатолезового оброблення у вигляді просторової багатомасової моделі з інерційними і пружно-демпфуючими зв’язками.

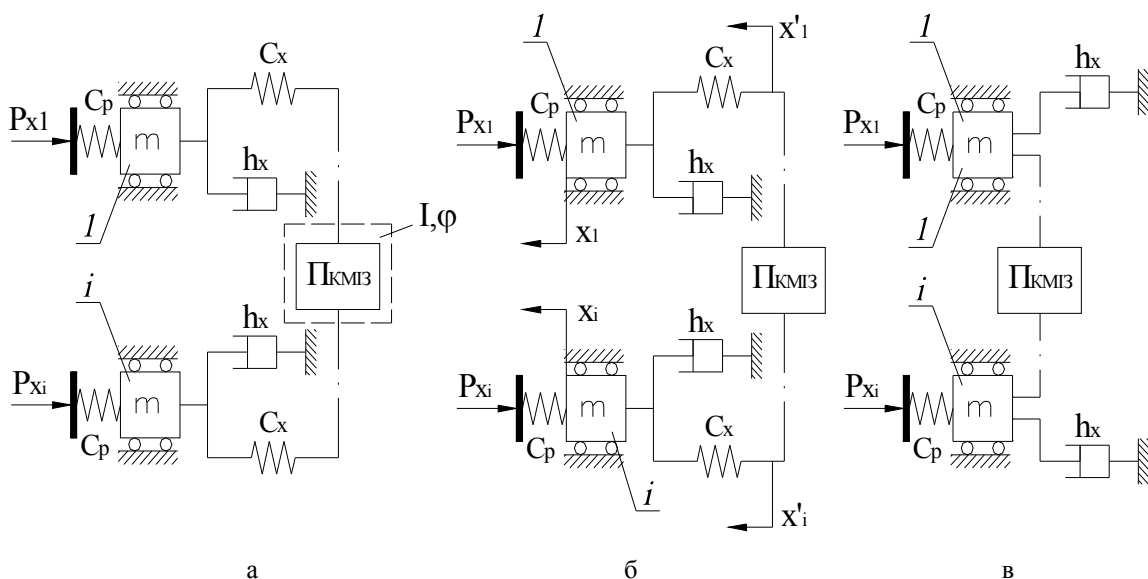


Рис. 3. Розрахункові схеми пружно-дисипативної підсистеми КМІЗ:

а) з урахуванням інерційних властивостей КМІЗ; б) з урахуванням жорсткості й демпфуючих

властивостей КМІЗ; в) з урахуванням демпфуючих властивостей КМІЗ

Для побудови математичної моделі стійкості верстатно-інструментального оснащення до автоколивань при багатолезовому обробленні із КМІЗ необхідно визначити динамічні характеристики підсистем розрахункової моделі.

Розглянемо підсистеми ВІО окремо, враховуючи залежності між вхідними і вихідними величинами підсистем. Такі залежності при змінній у часі вхідній координаті є динамічними характеристиками цих підсистем. При аналізі підсистем подамо їхні характеристики лінійно, описавши підсистеми лінійними диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами. Таке спрощення дозволяє подати динамічні характеристики підсистем у вигляді їхніх передавальних функцій, що відображають відношення вихідної координати підсистеми до вхідної. Форма запису при цьому – операторна або частотна.

Як показано вище, динамічна перетворююча система верстатно-інструментального оснащення із КМІЗ – це сукупність динамічних характеристик ЕПС, механізму КМІЗ і процесу різання, які взаємопов'язані.

ЕПС верстата складається із двох підсистем: підсистеми супортної групи (інструменту) і підсистеми заготовки. Ці підсистеми в загальному випадку можна розглядати як паралельні. Практика оброблення показує, що в кожному конкретному випадку різання домінуючою є одна із цих підсистем, і процес доцільно аналізувати з врахуванням лише домінуючої підсистеми. При цьому еквівалентна пружна система верстатно-інструментального оснащення буде розчленована на дві незалежні підсистеми.

Динамічну характеристику пружної підсистеми супортної групи (інструменту) можна отримати, аналізуючи систему диференціальних рівнянь руху цієї підсистеми при багатолезовому різанні, записаних стосовно розрахункової схеми (рис. 1в):

$$\begin{cases} M_y \ddot{y} + H_y \dot{y} + c_y y = P_y \\ M_z \ddot{z} + H_z \dot{z} + c_z z = P_z, \end{cases} \quad (1)$$

де  $P_y$  і  $P_z$  – рівнодійні змін радіальних і тангенціальних складових зусиль різання;  $M_y$  і  $M_z$  – інерційні характеристики ЕПС у відповідних напрямках.

Враховуючи те, що в даному випадку коливання уздовж осей  $Y$  і  $Z$  взаємозалежні, розглядатимемо окремо динамічні характеристики по радіальних і дотичних осциляціях. Враховуючи, що співвідношення між змінними складовими радіальних і тангенціальних зусиль можна виразити формулою  $P_y = \mu_{тр} \cos \varphi \cdot P_z$ , де  $\mu_{тр}$  – коефіцієнт тертя стружки до передньої поверхні різального елемента;  $\varphi$  – головний кут у плані цього елемента, перейдемо до виразу передавальної функції еквівалентної пружної системи супортної групи (інструменту) у вигляді

$$W_{ЕПС}^c = \frac{y}{P_z} = \frac{\mu_{тр} \cdot \cos \varphi}{M_y S^2 + H_y S + C_y} \quad (2)$$

де  $S = d/dt$  – оператор диференціювання по часу.

Таким чином, пружну систему супортної групи можна змоделювати лінійною коливною ланкою другого порядку (однополюсовою однокоординатною системою, зосередженою у центрі деталі).

Аналогічно, розглядаючи диференціальні рівняння руху пружної підсистеми заготовки відповідно до розрахункової схеми рис.2в,

$$\begin{cases} m_y \ddot{y} + h_y \dot{y} + c_y y = P_y, \\ m_z \ddot{z} + h_z \dot{z} + c_z z = P_z; \end{cases}$$

можна отримати передавальну функцію еквівалентної пружної системи у випадку домінуючого впливу підсистеми заготовки

$$W_{\text{ЕПС}}^3 = \frac{\mu_{mp} \cdot \cos \varphi}{m_y S^2 + h_y S + c_y}. \quad (3)$$

Зазначені передавальні функції (2), (3) є динамічними характеристиками ЕПС багатолезового верстатно-інструментального оснащення.

Застосуємо такий же підхід до аналізу пружно-дисипативної підсистеми механізму КМІЗ. Визначимо характеристику, розглянувши розрахункову модель, зображену на рис.3б.

Диференціальні рівняння руху елементів механізму КМІЗ при n-лезовому обробленні можна записати у вигляді

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 + h_x \dot{x}_1 + c_x (x_1 - x'_1) = -P_{x_1}, \\ \dots \\ m \ddot{x}_i + h_x \dot{x}_i + c_x (x_i - x'_i) = -P_{x_i}, \\ \dots \\ m \ddot{x}_n + h_x \dot{x}_n + c_x (x_n - x'_n) = -P_{x_n}, \end{cases} \quad (4)$$

де  $P_{x_1}, \dots, P_{x_n}$  – зміни осьових складових сил різання, що діють на різальні елементи.

При цьому справедливо, що внаслідок функціонування КМІЗ  $c_x (x_1 - x'_1) = \dots = c_x (x_i - x'_i) = \dots = c_x (x_n - x'_n) = \frac{c_x}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

Отже, система диференціальних рівнянь (4) набуде такого вигляду:

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 + h_x \dot{x}_1 + \frac{c_x}{n} \sum_{i=1}^n x_i = -P_{x_1}; \\ \dots \\ m \ddot{x}_i + h_x \dot{x}_i + \frac{c_x}{n} \sum_{i=1}^n x_i = -P_{x_2}; \\ \dots \\ m \ddot{x}_n + h_x \dot{x}_n + \frac{c_x}{n} \sum_{i=1}^n x_i = -P_{x_n}. \end{cases} \quad (5)$$

Врахуємо симетричне розміщення різальних елементів по периметру деталі й помножимо ліві й праві частини кожного із рівнянь на величину  $\cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right]$ . Після додавання отримаємо:

$$\begin{aligned} & m \sum_{i=1}^n \ddot{x}_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right] + h_x \sum_{i=1}^n \dot{x}_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right] + \\ & + \frac{c_x}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right] \right\} = - \sum_{i=1}^n P_{x_i} \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Уведемо позначення  $\sum_{i=1}^n x_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right] = x$ . При симетрії компоновання інструментального оснащення трактуємо його як неузгодження осьових положень вершин різальних елементів. Зауважимо також, що  $\sum_{i=1}^n \cos \frac{2\pi}{n} (i-1) = 0$ . Тоді отримаємо:

$$m \ddot{x} + h_x \dot{x} = - \sum_{i=1}^n P_{x_i} \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n} (i-1) \right]. \quad (7)$$

Оскільки права частина цього рівняння є величиною прямо пропорційною зміні

в часі рівнодійної тангенціальних складових зусиль різання, то

$$m\ddot{x} + h_x \dot{x} = -\mu_{mp} \cdot \sin \varphi \cdot P_z, \quad (8)$$

а, отже, передавальну функцію механізму КМІЗ можна подати у вигляді

$$W_{\text{КМІЗ}} = -\frac{\mu_{mp} \sin \varphi}{mS^2 + h_x S}. \quad (9)$$

Далі розглядатимемо несприятливі, щодо забезпечення вібростійкості, випадки і використовуватимемо динамічну характеристику процесу різання без урахування демпфування у формі аперіодичної ланки [6]  $W_p = k_p / (1 + T_p S)$ .

При багатолезовому обробленні в різанні беруть участь відразу  $n$  різальних лез, тому передавальна функція процесу різання стосується кожного леза зокрема.

Так, при дволезовому точінні зміни товщини зрізуваних шарів на кожному різці при їхніх зміщеннях в осьовому напрямку на величини  $x_1$  та  $x_2$  і еквівалентної пружної системи – в радіальному напрямку на величину  $y$  можна записати такими виразами:

$$w_1 = x_1 \sin \varphi - y \cos \varphi; \quad w_2 = x_2 \sin \varphi + y \cos \varphi.$$

Для випадку  $n$ -лезового оброблення при симетричному розміщенні різальних лез з однакою геометрією по периметру заготовки зміна товщини зрізу на  $i$ -ому різальному елементі

$$w_i = x_i \cdot \sin \varphi - y \cdot \cos \varphi \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right]; \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Таким чином, процес різання на окремих лезах описуємо системою  $n$ -диференціальних рівнянь:

$$P_{zi} = T_p \cdot \ddot{z}_i = k_p \left\{ x_i \sin \varphi - y \cos \varphi \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] \right\}; \quad i = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Помножимо кожне із цих рівнянь на величину  $\cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right]$  і просумуємо їх.

Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n P_{zi} \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] + T_p \sum_{i=1}^n \ddot{z}_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] = \\ & = k_p \left\{ \sin \varphi \sum_{i=1}^n x_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] - \cos \varphi \cdot y \cdot \sum_{i=1}^n \cos^2 \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Величина  $\sum_{i=1}^n P_{zi} \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right]$  – це тангенціальна складова рівнодійної зміни сил різання  $P_z$ . Тоді, враховуючи означене вище,  $\sum_{i=1}^n x_i \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] = x$  і ввівши

позначення  $\sum_{i=1}^n \cos^2 \left[ \frac{2\pi}{n}(i-1) \right] = q$ , отримаємо динамічну характеристику

еквівалентного (сумарного) процесу різання на всіх  $n$ -різальних елементах

$$P_z + T_p \cdot \ddot{z}_z = k_p (x \sin \varphi - qy \cos \varphi) \quad (13)$$

або в операторній формі

$$(1 + T_p \cdot S) \cdot \tilde{P}_z(S) = k_p [\tilde{x}(S) \sin \varphi - \tilde{y}(S) q \cdot \cos \varphi]. \quad (14)$$

**Висновок.** Отримані динамічні характеристики еквівалентної пружної системи



вирівнювального механізму КМІЗ і еквівалентного (“сумарного”) процесу різання доцільно використовувати для частотного та алгебро-теоретичного аналізу динамічної (вібраційної) стійкості розглядуваної системи до автоколивань при власне усталеному стружкоутворенні.

#### **Література**

1. Каминская В.В. Расчетный анализ динамических характеристик токарных станков разных компоновок / В.В. Каминская, А.В. Еремин // Станки и инструмент. – 1985. – №7. – С. 3 – 6.
2. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков / Кедров С.С. – М.: Машиностроение, 1978. – 199 с.
3. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / Жарков И.Г. – Л.: Машиностроение, 1986. – 184 с.
4. Мурашкин Л.С. Прикладная нелинейная механика станков / Л.С. Мурашкин, С.Л. Мурашкин. – Л.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
5. Нагорняк С.Г. Предохранительные механизмы металлообрабатывающего оборудования / С.Г. Нагорняк, И.В. Луцив. – К.: Техніка, 1992. – 72 с.
6. Кудинов В.А. Динамика станков / Кудинов В.А. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
7. Луцив И.В. Об определении статической и динамической характеристики процесса резания / И.В. Луцив, С.Г. Нагорняк // Резание и инструмент. – Київ: Техніка, 1989. – Вып. 41. – С. 64 – 67.
8. Tomkow J. Modelling cutting process in dynamic stability analysis of machine tools / J. Tomkow, K. Marchelek // Int.J.Mach.Tools. Manufact. vol. 35. – 1995. – No4. – P. 534 – 545.

Одержано 25.11.2009р.