

**УДК 539.3**

**Г.Т. Сулим<sup>1</sup>, д.ф-м.н., проф., О. П. Ясній<sup>2</sup>, к.т.н., доц., Я.М. Пастернак<sup>3</sup>, к.ф-м.н.**

<sup>1</sup>Львівський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

<sup>2</sup>Тернопільський національний технічний університет, Україна

<sup>3</sup>Луцький національний технічний університет, Україна

## **ІМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ МНОЖИННИМ РОЗТРІСКУВАННЯМ ЗА ТЕРМОВТОМИ**

**G.T. Sulym, Dr., Prof., O.P. Yasniy, Ph.D, Assoc. Prof., Ia.M. Pasternak, Ph.D.  
PROBABILISTIC MODELING OF FATIGUE FRACTURE BY MEANS OF  
MULTIPLE CRACKING UNDER THERMAL FATIGUE**

Одним із чинників, що впливає на міцність елементів конструкцій є термовтома матеріалів, яка супроводжується розтріскуванням поверхні елементів конструкцій. При цьому типовою є поява мережі поверхневих тріщин.

Швидкість росту мікротріщин залежить від термомеханічних властивостей матеріалу, структури його будови, температурно-силових умов експлуатації, взаємного розташування мікротріщин та відстані між ними і має статистичний характер.

Сучасні норми проектування для промисловості враховують таку невизначеність за допомогою емпіричних коефіцієнтів запасу міцності. Такий підхід не дає можливості кількісно оцінити ризики, пов'язані із проектними рішеннями. Запропоновані підходи до оцінювання термічної втоми переважно є детермінованими. Тому важливою є розробка імовірнісних моделей.

Модель множинного розтріскування. Сумарний вплив теплової втоми характеризуватимемо величиною пошкодженості  $D$  ( $0 < D < 1$ ), яка є нормально розподіленою випадковою змінною.

Середню густину дефектів за циклічного теплового навантажування можна описати такою залежністю:

$$\rho(N) = \frac{2a_0}{d^2(N)} = \rho_{\max} D(N), \quad (1)$$

де  $a$  – середня півдовжина дефектів;  $\rho_{\max} = 2a/d_{\min}^2$  – максимальна густина дефектів;  $d_{\min}$  – мінімальна відстань між дефектами.

Середню довжину  $2a$  тріщини пов'яжемо із механічними чинниками за формулою Періса.

Вважатимемо, що утворену внаслідок термовтоми мережу мікрodefektів можна наблизити подвійно періодичною системою прямолінійних колінеарних тріщин завдовжки  $2a(N)$ , центри яких розташовані у вузлах квадратної ґратки з періодом повторюваності рівним  $d(N)$ . З похибкою, меншою за 1 % [1, 2], розв'язки для КІН можна наблизити аналітичним виразом, отриманим для антиплоскої деформації середовища із подвійно періодичною мережею тріщин [3]:

$$K_1(N) \approx K_0(a, d) \sqrt{\pi a(N) S_0}; \quad K_0(a, d) = \sqrt{\frac{K(k)(1+a_m k) \operatorname{sn}(z, k)}{2\lambda a_m (1-a_m k) K(k_r) \operatorname{dn}(z, k)}}; \quad (2)$$
$$\lambda = \frac{2a(N)}{d(N)}; \quad k = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad z = \lambda K(k); \quad a_m = \frac{\operatorname{cn}(z, k)}{\operatorname{dn}(z, k)}; \quad k_r = \frac{2\sqrt{ka_m}}{1+ka_m}.$$

Тут  $K(k)$  – повний еліптичний інтеграл першого роду;  $\operatorname{sn}(z, k)$ ,  $\operatorname{cn}(z, k)$ ,  $\operatorname{dn}(z, k)$  – функції Якобі.

Запропонована модель дає можливість методами числового розв'язування відповідних диференціальних рівнянь моделювати втому і деградацію матеріалів за дії теплового навантаження.

Розглянемо термовтому сталі 25X1M1Ф за трикутної форми термоциклу. Кількість циклів до термічного руйнування від розмаху напруження термоциклу  $S_0$  за даними [4] визначається за такою апроксимаційною формулою:

$$\xi_0 \equiv \lg N_0 = \frac{777,16 - S_0}{114,29} \quad (3)$$

Одержано залежності пошкодженості  $D$  від кількості циклів теплового навантаження для  $S_0 = 100, 200$  та  $300$  МПа. Вибране середньоквадратичне відхилення  $s$  дало змогу локалізувати основний етап нагромадження пошкоджень в межах  $N = 10^3 \div 10^6$  термоциклів (залежно від прикладеного механічного навантаження).

Швидкість росту втомної тріщини [мм/цикл] у сталі 25X1M1Ф за  $600$  °C описується такими параметрами формули Періса:  $C = 6,6 \times 10^{-9}$ ,  $n = 3,26$  при  $\Delta K_I$ , обчисленому в МПа $\sqrt{\text{м}}$  [5]. Вважаючи, що унаслідок термовтоми зароджуються мікротріщини завдовжки  $2a_0 = 1$  мм, а максимальна густина тріщин при руйнуванні рівна  $\rho_{\max} = 0,91$  мм $^{-1}$ .

Побудовано залежності середніх довжин тріщин та відстаней між ними від кількості циклів навантаження для сталі 25X1M1Ф. Отримано, що до моменту досягнення граничної кількості циклів  $N_0$  при заданому навантаженні тріщини зростають у 2–2,5 рази.

### **Література**

Pasternak Ia. Doubly periodic arrays of cracks and thin inhomogeneities in an infinite magneto-electroelastic medium / Ia. Pasternak // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2012. – 36. – No. 5. – P. 799–811.

Пастернак Я. Регулярні системи тонких неоднорідностей в анізотропному тілі / Я. Пастернак, Г. Сулим // Вісник ТНТУ. – 2011. – 16. – № 3. – С. 49–56.

Xiao J. Exact solution for orthotropic materials weakened by doubly periodic cracks of unequal size under antiplane shear / J. Xiao, C. Jiang // Acta Mechanica Solida Sinica. – 2009. – Vol. 22, No. 1. – P. 53–63.

Клипачевський В.В. Використання графічного програмування при випробуваннях матеріалів на термічну втому та циклічну міцність / В.В. Клипачевський, М.М.Теслюк // Проблеми міцності. – 2011. – №1. – С. 142–152.

О. Yasniy. Probabilistic modeling of surface crack growth in a roll of continuous casting machine / О. Yasniy, P. Maruschak, Y. Lapusta // International Journal of Fracture. – 2011. – Vol. 172, No 1. – P. 113–120.