

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Тернопільський національний технічний університет  
імені Івана Пулюя

Кафедра  
радіотехнічних систем

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ  
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ  
з дисципліни  
“ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПЕРЕДАВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ”**

Для студентів всіх форм навчання  
за напрямом 6.050901 “Радіотехніка”,  
професійна орієнтація на спеціальність 7.05090102  
“Апаратура радіозв’язку, радіомовлення і телебачення”

Тернопіль 2013

Методичні вказівки розроблені у відповідності з навчальним планом спеціальності 7.05090102 “Апаратура радіозв’язку, радіомовлення і телебачення”.

**Укладачі:** *Промович Ю.Б., Пастух О.А.*

**Рецензент:**

**Відповідальний за випуск:** *Яськів В.І.*

Методичні вказівки розглянуто і затверджено на засіданні кафедри радіотехнічних систем.

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_». \_\_\_\_\_ 200\_\_ р.

Методичні вказівки схвалені та рекомендовані до друку на засіданні методичної комісії факультету контрольно-вимірювальних та радіокомп’ютерних систем Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_». \_\_\_\_\_ .200\_\_ р.

Методичні вказівки складені з урахуванням матеріалів літературних джерел, наведених у переліку.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ .....	5
Лабораторна робота № 1 Дискретизація сигналів.....	6
Лабораторна робота №2 Експериментальне визначення ентропії повідомлення .....	10
Лабораторна робота №3 Економне кодування з втратою інформації ....	15
Лабораторна робота №4 Економне кодування без втрати інформації. Алгоритм Шеннона-Фано .....	18
Лабораторна робота №5 Дослідження каналу зв'язку з завадами. Завадостійке кодування.....	22
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	26

## ВСТУП

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт призначені для підготовки та виконання лабораторних робіт з дисципліни “Основи теорії передавання інформації”, викладання якої забезпечує кафедра радіотехнічних систем Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя за спеціальністю 7.05090102 “Апаратура радіозв’язку, радіомовлення і телебачення”.

У методичних вказівках описано 5 лабораторних робіт, які входять до складу програми із вказаної дисципліни. Лабораторні роботи виконуються на ПК у програмному середовищі Matlab. У методичних вказівках приведено: необхідні теоретичні відомості з теорії передавання інформації, завдання, які повинен виконати студент, можливі схеми рішень завдань, та основні функції програмного середовища Matlab потрібні для виконання завдань. Наведено вимоги щодо опрацювання результатів та вимоги до оформлення звіту. Вміщено також перелік контрольних питань.

## **ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**

Лабораторні роботи з курсу проводяться в лабораторіях кафедри радіотехнічних систем Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Дотримання правил техніки безпеки є обов'язковою умовою виконання лабораторних робіт. Для забезпечення цієї вимоги кожен студент на вступному занятті повинен ознайомитися з вимогами правил техніки безпеки, про що вказує відмітка у відповідному журналі та отримати допуск до виконання лабораторних робіт у викладача.

Забороняється заходити в лабораторію без дозволу викладача або когось із допоміжного персоналу кафедри. Не дозволяється знаходитись в лабораторії у верхньому одязі. Студенти, які тимчасово не задіяні на роботі із ПЕОМ чи приладами, повинні знаходитись в місці, вказаному викладачем. Забороняється без дозволу викладача вмикати лабораторні установки, користуватись приладами, які не використовуються для виконання даної лабораторної роботи, а також переносити прилади з місця на місце. При виявленні несправності негайно повідомити про це викладача, або когось із допоміжного персоналу кафедри, хто знаходиться в лабораторії.

Загалом необхідним є обов'язкове виконання всіх правил техніки безпеки та пожежної безпеки, які передбачені державними стандартами та інструкцією по університету.

Порушення правил техніки безпеки може призвести до нещасних випадків і веде за собою адміністративну та кримінальну відповідальність. Студент, який порушив правила техніки безпеки в лабораторії, не допускається до занять. Допуском до подальшого виконання лабораторних робіт є відповідальність за причинену шкоду та повторне проходження інструктажу по техніці безпеки з відповідною відміткою про це в журналі.

## Лабораторна робота № 1

### ДИСКРЕТИЗАЦІЯ СИГНАЛІВ

**Мета роботи:** дослідити спектр сигналу при різній частоті його дискретизації. Перевірити на практиці справедливість теореми про дискретизацію.

#### 1.1. Теоретичні відомості

Сигнал, який виражає неперервно змінну величину називається аналоговим сигналом, а представлення сигналу з використанням множини його значень, взятих за рівні проміжки часу називають дискретизованим сигналом. Якщо сигнал має обмежений частотою  $f_{\max}$  спектр, то для того щоб без втрат відновити сигнал за його дискретними відліками потрібно щоб виконувалась

**Теорема 1.** *Виттакера—Найквіста—Котельникова—Шеннона* - якщо безперервний сигнал  $x(t)$  має спектр, обмежений частотою, то він може бути однозначно і без втрат відновлений за своїми дискретними відліками, узятими з частотою  $f_d = 2f_{\max}$ , або, по-іншому, за відліками, узятими з періодом  $T_d = \frac{1}{2f_d}$ .

Теорема справедлива для сигналів, визначених на всій часовій осі, які не мають точок розриву. Оскільки реальні сигнали розглядаються на скінченному інтервалі часу та мають розриви, то їх спектр є нескінченним і тому повне відновлення їх є неможливим. Мають місце два наслідки:

- Будь-який аналоговий сигнал може бути відновлений з якою завгодно точністю за своїми дискретними відліками, узятими із частотою  $f \geq 2\Omega$ , де  $\Omega$  — максимальна частота, якою обмежений спектр реального сигналу.

- Якщо максимальна частота в сигналі перевищує половину частоти дискретизації, то способу відновити сигнал з дискретного в аналоговий без спотворень не існує.

Найбільш часто використовується спосіб дискретизації, що використовує теорему Котельникова

**Теорема 2** Котельникова. Якщо найвища частота в спектрі функції  $f(t)$  менша ніж  $f_m$ , то функція  $f(t)$  повністю визначається послідовністю своїх значень в моменти, віддалені один від одного не більше як на  $\frac{1}{2f_{\max}}$  секунд і може бути представлена рядом

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{n}{2f_{\max}}\right) \frac{\sin\left[2\pi f_{\max}\left(t - \frac{n}{2f_{\max}}\right)\right]}{2\pi f_{\max}\left(t - \frac{n}{2f_{\max}}\right)}. \quad (1.1)$$

Тут величина  $\frac{1}{2f_{\max}} = T$  означає інтервал між відліками на осі часу, а  $\frac{n}{2f_{\max}} = nT$  - час вибірки,  $s\left(\frac{n}{2f_m}\right) = s(nT)$  - значення сигналу в момент відліку.

Ряд (1.1) називають рядом Котельникова, а вибірки (відліки) сигналу  $\{s(nT)\}$  інколи називають часовим спектром сигналу.

Функція

$$u_n(t) = \frac{\sin[2\pi f_m(t - nT)]}{2\pi f_m(t - nT)} = \frac{\sin[\omega_m(t - nT)]}{2\pi\omega_m(t - nT)} \quad (1.2)$$

має такі властивості:

а) в точці  $t = nT$  вона рівна 1, так як в цій точці аргумент функції  $\frac{\sin(x)}{x}$  дорівнює 0, а значення її рівне 1;

б) в точках  $t = kT, k \neq n$  функція  $u_n(kT) = 0$ , оскільки аргумент синуса в цих точках рівний  $2\pi f_{\max}(kT - nT) = 2\pi f_{\max}(k - n)T = (k - n)\frac{1}{2f_{\max}}2\pi f_{\max} = (k - n)\pi$ , а сам синус рівний нулю;

в) спектральна густина функції  $u_n(nT)$  рівномірна в полосі частот  $|f| \leq f_{\max}$  і рівна  $\frac{1}{2f_{\max}}$ . Такий висновок можна зробити із теореми про взаємність частоти і часу пари перетворень Фур'є. ФЧХ спектральної густини лінійна і рівна  $\varphi_n(\omega) = -jnT\omega$ . Таким чином

$$u_n(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2f_{\max}} e^{-jnT\omega} & \text{при } |\omega| \leq \omega_m \\ 0 & \text{при } |\omega| > \omega_m. \end{cases} \quad (1.3)$$

Часове представлення функції  $u_n(t)$  приведено на рис. 1.1.

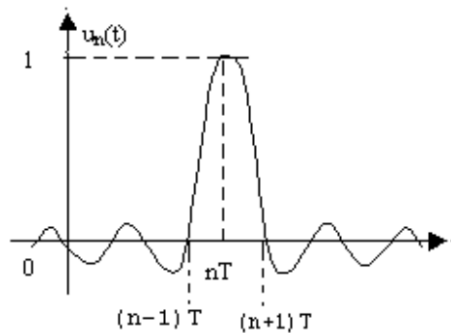


Рис. 1.1. Функція  $\varphi_n(\omega)$ . Часова область

Ряд Котельникова (1.1) має усі властивості узагальненого ряду Фур'є з базисними функціями  $u_n(nT)$ , і тому визначає функцію  $f(t)$  не лише для окремих відліків, але і у будь-який момент часу  $t$  існування сигналу.

Якщо умова  $|f| \leq f_{\max}$  не виконується, то виникне завада, зумовлена накладанням гармонік (аліасинг). Позбутись такої завади цифровою обробкою дискретизованого сигналу практично неможливо. Тому, для гарантовано правильної дискретизації, потрібно штучно, шляхом фільтрації, позбутись складових, вищих  $f_{\max}$ .

## 1.2. Завдання

1. Використовуючи апаратні засоби ПК та програмний пакет Matlab записати десятисекундну реалізацію власного голосу (Прізвище, ім'я, по батькові) та зберегти файл у форматі wav (бітрейт 44100). Завантажити файл в систему Matlab та побудувати його графік – *figure(1)*;
2. Здійснити перетворення Фур'є сигналу та привести його спектр - *figure(2)*;
3. Побудувати фільтр ковзного середнього за двома точками. Застосувати його до сигналу та отримати його спектр - *figure(3)*;
4. Здійснити передискретизацію відфільтрованого сигналу через 1, 2, 4 та через 8 відліків. - *figure(4-8)*;
5. Отримати спектри передискретизованих сигналів - *figure(9-12)*;
6. Відтворити передискретизовані сигнали з врахуванням передискретизації та зробити висновок щодо отриманих результатів;
7. Оформити звіт до лабораторної роботи.

### Працюємо з Matlab

Якщо Ваш ПК має вбудований мікрофон запис звуку можна здійснити з середовища Matlab. При цьому може використовуватись, як варіант, наступна послідовність команд :

```
Fs = 44100; % Задаємо частоту дискретизації
y = wavrecord(n,Fs,'int16'); % пишемо в масив у n відліків
wavplay(y,Fs); % відтворюємо записаний результат
```



### **1.3. Зміст звіту по лабораторній роботі**

Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

1. Короткі теоретичні відомості;
2. опис послідовності виконання роботи з приведенням програмного коду, проміжних результатів (чисельних та графічних) та коротких коментарів;
3. електронні версії отриманих програмних кодів та програм;
7. висновки до роботи з аналізом отриманих результатів.

### **1.4. Захист лабораторної роботи**

Захист лабораторної роботи передбачає:

1. оцінювання оформленого звіту;
2. опитування теоретичного матеріалу;
3. демонстрацію на ПК роботи програми;

### **1.5. Контрольні запитання**

1. Для чого потрібний і що являє собою процес дискретизації аналогового сигналу? Які функціональні пристрої для цього потрібні?
2. Сформулюйте теорему відліків. Запишіть і поясніть формулу ряду Котельникова-Шеннона. Поясніть доцільність вибору базисної системи функцій ряду?
3. Що відбувається із спектром сигналу при дискретизації?
4. Який алгоритм відновлення дискретизованого сигналу?
5. Яку функцію виконує ФНЧ перед дискретизацією?
6. В чому відмінність реального ФНЧ від ідеального?
7. Як визначити необхідну частоту зрізу?
8. До чого може привести довільний вибір частоти дискретизації?

## Лабораторна робота № 2

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ЕНТРОПІЇ ПОВІДОМЛЕННЯ

**Мета роботи:** вивчення властивостей ентропії як кількісної міри інформації.

#### 2.1. Теоретичні відомості

У 1946 американський вчений-статистик Джон Тьюкі запропонував назву БІТ (ВІТ - аббревіатура від BInary digiT), одне з головних понять ХХ століття. Тьюкі обрав біт для позначення одного двійкового розряду, здатного приймати значення 0 або 1. Шенноном запропоновано використовувати біт як одиницю виміру інформації, а мірою кількості інформації - функцію, названу ним ентропією.

Представлення інформації потребує набору символів, які творять алфавіт. В залежності від ситуації алфавіт може бути і множиною числових значень, отриманих при вимірюванні фізичної величини, і множиною цифр десяткової чи іншої системи числення, і буквами, наприклад, українського алфавіту, тощо. Для того щоб абстрагуватися від конкретного змісту інформації, тобто її смислового значення, і отримати саме загальне визначення кількості інформації, кількісну міру інформації визначають без урахування її смислового змісту, а також цінності і корисності для одержувача.

Стосовно алфавіту мови, то Шеннон зауважив, що при передачі різних букв ми передаємо різну кількість інформації. Якщо ми передаємо букви, що часто зустрічаються, то інформації менше; при передачі рідкісних букв - більше. Зв'язок між частотою (інакше ймовірністю) появи букви в повідомленні і кількістю інформації в ньому за Шенноном виражається ентропією.

Ентропія  $H_r(X)$  (за основою  $r$ ) джерела інформації обчислюється за формулою (1.1):

$$H_r(X) = - \sum_{i=1}^K p(x_i) \log(p(x_i)), \quad (2.1)$$

де  $p(x_i)$  — ймовірність отримання символу  $x_i$ ,  $X = \{x_i\}$  — повідомлення джерела інформації,  $K$  — кількість символів в алфавіті.

Чим вища ентропія повідомлення, тим більша кількість інформації в ньому закладено, тим важче її запам'ятати (записати) або передати каналом зв'язку. Кількість інформації в послідовності з  $N$  повідомлень визначається кількістю цих повідомлень і середньою ентропією джерела, тобто

$$I(N) = N \cdot H(x).$$

Ентропія як кількісна міра інформаційності джерела має такі властивості:

- 1) ентропія дорівнює нулю, якщо хоча б одне з повідомлень достовірне;
- 2) ентропія завжди більша або дорівнює нулю, є величиною дійсною і обмеженою;
- 3) ентропія джерела з двома альтернативними подіями може змінюватися від 0 до 1;
- 4) ентропія - величина адитивна: ентропія джерела, повідомлення якого складаються з повідомлень декількох статистично незалежних джерел, дорівнює сумі ентропій цих джерел;
- 5) ентропія максимальна, якщо всі повідомлення мають однакову імовірність, тобто:

$$H_{\max}(X) = \log_2 k. \quad (2.2)$$

Вираз (2.2) називається формулою Хартлі. Її легко вивести з формули Шеннона (2.3), припустивши, що  $p_i=1/k$ , де  $i=1 \dots k$ .

**Приклад 2.1.** Найчастіше за основу вибирається число 2. В такому випадку інформаційна ентропія збігається з числом бітів, якими можна закодувати інформацію. Наприклад, якщо однакова ймовірність запису в комірку пам'яті одиниці або нуля (ці дві цифри складають алфавіт), тоді

$$H_2(2) = \frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{2} \log_2 2 = 1,$$

тобто інформаційна ентропія такої комірки дорівнює 1.

**Приклад 2.2.** Знайти ентропію дискретної випадкової величини  $X$ , заданої розподілом

$x_i \in X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$p_i \in P$	0,4	0,3	0,15	0,1	0,03	0,02

За формулою (2.1) маємо:

$$H_2(X) = - \sum_{i=1}^6 p(x_i) \log(p(x_i)) = 0,4 \cdot 1,322 + 0,3 \cdot 1,737 + 0,15 \cdot 2,737 + 0,1 \cdot 3,22 + 0,03 \cdot 5,059 + 0,02 \cdot 5,644 = 2,0573 \text{ біт/повідомлення.}$$

Зображення також є носієм інформації – повідомленням. Цифрове зображення складається з окремих структурних елементів – пікселів, кожен з яких має стале значення кольору. Сучасні технічні засоби формують колір шляхом змішування трьох базових кольорів (система RGB). Аббревіатура утворена початковими буквами англійських слів red — червоний, green —

зелений та blue — синій). В системі HLS колір задається трьома параметрами: відтінком, контрастністю та яскравістю.

Цифрове зображення зберігається у вигляді файлу, в якому вказується інформація про пікселі зображення. З метою оптимізації розміру графічних файлів використовуються різні способи їх стиснення. Після збереження графічним редактором файл отримує розширення – три, інколи чотири літери після назви. За розширенням можна зробити висновок про спосіб кодування. Розглянемо деякі з цих форматів.

BMP (від англ. Bitmap Picture) — формат зберігання растрових зображень. Спочатку формат міг зберігати лише апаратно-залежні растри (англ. Device Dependent Bitmap, DDB), але з розвитком технологій відображення графічних даних формат BMP став переважно зберігати апаратно-незалежні растри (англ. Device Independent Bitmap, DIB). З форматом BMP працює величезна кількість програм, оскільки її підтримка інтегрована в операційні системи Windows і Os/2. Файли формату BMP можуть мати розширення .bmp, .dib і .rle. Крім того, дані цього формату включаються в двійкові файли ресурсів RES і в ре-файлі. Формат не використовує стиснення.

PNG (Portable Network Graphics) — растровий формат збереження графічної інформації, що використовує стиснення без втрат. PNG був створений для заміни формату GIF, графічним форматом, який не потребує ліцензії для використання. Зазвичай файли формату PNG мають розширення .png і використовують позначення MIME-типу image/png.

GIF (англ. Graphics Interchange Format) — 8-бітний растровий графічний формат, що використовує до 256 чітких кольорів із 24-бітного діапазону RGB. формат було розроблено компанією CompuServe у 1987 році, і з того часу набув широкої популярності у всесвітній павутині завдяки своїй відносній простоті та мобільності. Одними із головних особливостей формату є підтримка анімації та прозорості. Зображення у форматі GIF можуть містити не більше 256 кольорів. Це дозволяє забезпечити швидке завантаження графіки за рахунок скорочення кількості графічних даних, що зберігаються у файлі.

Формат WMF підтримує векторну і растрову графіку. Використовує палітри в 65 тис. і 16 млн кольорів. У файлі WMF використовуються ті самі команди опису графіки, які використовує сама Windows для зображення малюнків на екрані дисплея або принтера. Ці кольори — опис об'єктів, інформація про колір, растрові і текстові дані — записуються у вигляді інструкцій Windows. Для відтворення оригінального зображення ці інструкції необхідно "програти". Зображення, яке при цьому одержується, залежить від програми, що виконує інструкції. Якщо прочитати файл WMF у векторному графічному редакторі, то одержимо векторний малюнок. Якщо той самий файл прочитати у растровому редакторі, то одержимо растрове зображення.

## Працюємо з Matlab

Базовими функціями при виконанні лабораторної роботи є:

- функції для роботи з зображеннями

$I = \text{imread}(\text{‘шлях до файлу/file1.jpg’})$ ; -  $I$  присвоюється вміст файлу file1.jpg . Для зображення file1.jpg розмірністю  $N \times M$  пікселів  $I$  – двохмірний масив, кожен елемент якого містить значення інтенсивності свічення відповідного пікселя. Для звернення до елементів масиву використовується індексування. Наприклад  $M = I(i, j)$  - змінній  $M$  присвоюється значення елемента масиву  $M$  ;

Одна з команд виводу зображення на форму –  $\text{imagesc}(I)$ ;

$\text{length}(I(i,:))$  – повертає кількість елементів  $i$ -го стовпця масиву зображення  $I$ ;

- спеціальні функції для пошуку ентропії зображень

$E = \text{entropy}(I)$  – повертає значення ентропії для зображення у відтінках сірого.

## 2.2. Завдання

1. Знайти ентропію дискретної випадкової величини  $X$ , заданої розподілом  $P(x_i)$ . Значення  $P(x_i)$  взяти з таблиці 2.1 згідно варіанту.

Таблиця 2.1. Розподіл дискретної випадкової величини

Вар.	$p(x_1)$	$p(x_2)$	$p(x_3)$	$p(x_4)$	$p(x_5)$	$p(x_6)$	$p(x_7)$	$p(x_8)$	$p(x_9)$	$p(x_{10})$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,15	0,07	0,09	0,08	0,09	0,12	0,04	0,13	0,12	0,10
2	0,11	0,08	0,13	0,10	0,08	0,08	0,13	0,10	0,09	0,11
3	0,09	0,11	0,09	0,11	0,13	0,08	0,11	0,08	0,09	0,09
4	0,10	0,09	0,06	0,07	0,12	0,15	0,07	0,09	0,13	0,10
5	0,14	0,08	0,09	0,05	0,08	0,14	0,12	0,09	0,12	0,09
6	0,13	0,06	0,15	0,12	0,13	0,09	0,07	0,07	0,05	0,12
7	0,06	0,13	0,08	0,13	0,10	0,07	0,10	0,14	0,09	0,09
8	0,10	0,10	0,08	0,10	0,07	0,09	0,12	0,11	0,13	0,10
9	0,12	0,08	0,11	0,11	0,09	0,14	0,14	0,09	0,07	0,05
10	0,11	0,08	0,08	0,14	0,08	0,11	0,08	0,07	0,14	0,13
11	0,11	0,10	0,09	0,10	0,12	0,10	0,08	0,07	0,14	0,10
12	0,05	0,08	0,09	0,11	0,14	0,13	0,09	0,09	0,11	0,11
13	0,13	0,12	0,09	0,09	0,11	0,09	0,08	0,12	0,06	0,12
14	0,13	0,10	0,08	0,08	0,10	0,09	0,07	0,12	0,13	0,09
15	0,11	0,08	0,13	0,06	0,06	0,11	0,11	0,09	0,11	0,13
16	0,10	0,09	0,19	0,10	0,04	0,13	0,08	0,10	0,09	0,10
17	0,12	0,11	0,08	0,06	0,16	0,11	0,06	0,11	0,10	0,09
18	0,15	0,10	0,12	0,07	0,13	0,12	0,03	0,03	0,15	0,10
19	0,10	0,07	0,10	0,07	0,15	0,12	0,04	0,14	0,10	0,11
20	0,14	0,12	0,14	0,08	0,07	0,12	0,11	0,08	0,10	0,05
21	0,11	0,10	0,11	0,12	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,10
22	0,11	0,14	0,10	0,15	0,07	0,10	0,10	0,04	0,09	0,10
23	0,09	0,12	0,09	0,12	0,09	0,07	0,13	0,11	0,07	0,11
24	0,09	0,08	0,08	0,11	0,12	0,08	0,13	0,10	0,12	0,08
25	0,11	0,05	0,15	0,09	0,11	0,13	0,12	0,06	0,09	0,09
26	0,10	0,09	0,09	0,14	0,14	0,15	0,12	0,07	0,04	0,07
27	0,11	0,09	0,09	0,08	0,12	0,11	0,09	0,10	0,13	0,08
28	0,02	0,14	0,01	0,12	0,11	0,10	0,09	0,13	0,15	0,13
29	0,11	0,10	0,13	0,12	0,04	0,11	0,12	0,09	0,10	0,08
30	0,10	0,10	0,11	0,07	0,12	0,12	0,08	0,10	0,09	0,13

2. В середовищі Matlab<sup>®</sup> розробити програму для визначення ентропії зображення. В програмі передбачити наступні функції:

- читання файлу зображення;
  - підрахунок загальної кількості пікселів зображення;
  - групування пікселів за інтенсивністю свічення у 16 груп;
  - відображення ймовірностей (частот) значень інтенсивності свічення груп пікселів у блоках;
  - розрахунок ентропії інформації зображення за формулою (2.1);
  - розрахунок ентропії з використанням вбудованої функції;
  - відображення обчисленого значення ентропії.
3. За допомогою програми визначити ентропію для одного і того ж зображення збереженого у форматах bmp, jpeg, tiff, png.
4. Провести порівняльну оцінку одержаних результатів.
5. Оформити звіт.

**Примітка:** отримані при виконанні роботи програмні коди будуть потрібні вам в подальшому. Збережіть їх.

### 2.3. Зміст звіту по лабораторній роботі

Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

- 1) індивідуальне завдання згідно варіанту, який відповідає номеру в списку групи. Номер отримати у старости;
- 2) обчислену ентропію зображення lab2\_5.bmp за прикладом 2 (для студентів, що претендують на високий рівень оцінювання) та побудувати гістограму частот для інтенсивності свічення пікселів зображення;
- 3) обчислену ентропію зображень (lab2\_1 – lab2\_5) з використанням вбудованої функції;
- 4) текст програм з коментарями;
- 5) Зображення, що використовувались для тестування, отримані результати ентропії та їх порівняльну оцінку;
- 6) електронні версії отриманих програмних кодів та програм;
- 7) висновки до роботи з аналізом отриманих результатів.

### 2.4. Захист лабораторної роботи

Захист лабораторної роботи передбачає:

- 1) оцінювання оформленого звіту;
- 2) опитування теоретичного матеріалу;
- 3) демонстрацію на ПК роботи програми.

### 2.5. Контрольні запитання

1. Розкрийте зміст поняття ентропія;

2. Доведіть, що ентропія максимальна у випадку рівномірних повідомлень;

3. Одиниці вимірювання кількості інформації.

4. В чому відмінність підходів Шеннона та Хартлі до проблеми оцінювання кількості інформації?

### Лабораторна робота № 3

## ЕКОНОМНЕ КОДУВАННЯ З ВТРАТОЮ ІНФОРМАЦІЇ

**Мета роботи:** отримати навички економного кодування з втратою інформації. Навчитись оцінювати втрати інформації.

### 3.1. Теоретичні відомості

Є три концептуальних способи (економного кодування) стиснення даних. Перший спосіб полягає в зміні вмісту даних, другий - у зміні структури даних, а третій - в одночасній зміні як структури, так і вмісту даних.

Якщо при стисненні даних відбувається зміна їх вмісту, то метод стиснення є незворотнім, тобто при відновленні (розархівуванні) даних з архіву не відбувається повне відновлення інформації. Такі методи часто називаються методами стиснення з регульованими втратами інформації. Зрозуміло, що ці методи можна застосовувати тільки для таких типів даних, для яких втрата частини вмісту не приводить до суттєвого спотворення інформації. До таких типів даних відносяться відео- та аудіодані, а також графічні дані. Методи стиснення з регульованими втратами інформації забезпечують значно більший ступінь стиснення, але їх не можна застосовувати до текстових даних. Прикладами форматів стиснення з втратами інформації можуть бути: JPEG (Joint Photographic Experts Group) для графічних даних, MPG - для відео даних, MP3 - для аудіоданих.

Якщо при стисненні даних відбувається тільки зміна структури даних, то метод стиснення є зворотнім. У цьому випадкові з архіву можна відновити інформацію повністю. Зворотні методи стиснення можна застосовувати до будь-яких типів даних, але вони дають менший ступінь стиснення у порівнянні з незворотними методами стиснення.

Для того щоб втрати інформації були малопомітні видаляються її високочастотні складові, тобто спершу видаляються ті символи алфавіту, які найчастіше поодинокі трапляються в повідомленні. Ця процедура еквівалентна фільтрації. В цій роботі розглянемо стиснення з втратою даних двохмірних масивів (зображень). Будемо розглядати 8-ми бітні монохромні bmp зображення, кожен піксель  $x(n) \in X$  яких приймає одне з проміжних

значень з діапазону 0 (білий) до 255 (чорний). Зображення представляється у вигляді таблиці, тобто індексу  $n$  можна поставити у відповідність двійку індексів  $n \in (i, j)$ . Тут  $i$  - номер стовпця двохмірної матриці, а  $j$  - номер рядка. Зменшити розмір матриці  $A$  можна використовуючи фільтрацію. Хороші результати фільтрації забезпечують нелінійні білатеральні фільтри.

Для даного зображення  $X$ , тобто множини пікселів  $x_n$ , неспадної функції  $U()$  та околу пікселя  $N_r$  задавшись параметром регуляризації  $\lambda$  білатеральний фільтр мінімізуючи функціонал  $E()$  дає змогу отримати відфільтроване зображення (2.1).

$$E(y) = \sum_n (x_n - a_n)^2 + \lambda \sum_{k \in N_r} U(a_k - a_n)^2 \quad (3.1)$$

Формула білатерального фільтра запишеться у вигляді (3.2):

$$y(n) = \frac{x_n + \sum_{N_r} w_{nk} a_k}{1 + \sum_{N_r} w_{nk}}, \quad (3.2)$$

$$\text{де } w_{nk} = \frac{\lambda}{1 + (a_n - a_k)^2} \frac{1}{1 + \text{dist}(a_n - a_k)}.$$

Чим ближче  $a_k$  до  $a_n$  як за яскравістю так і за відстанню, тим  $w_k$  більше.

Використовуючи піраміду Лапласа можна відкинути частину інформації з зображення. При цьому отримаємо нову матрицю  $A$  за схемою:

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} = \frac{(x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22})}{4} & a_{21} = \frac{(x_{13} + x_{14} + x_{23} + x_{24})}{4} \\ a_{21} = \frac{(x_{31} + x_{32} + x_{41} + x_{42})}{4} & a_{22} = \frac{(x_{33} + x_{34} + x_{43} + x_{44})}{4} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Обчислити ступінь подібності вхідного  $X$  та вихідного  $A$  зображень можна з використанням кількісних критеріїв.

На даний час не існує універсального кількісного критерію оцінювання якості зображень, на який можна спиратись при рішенні конкретних прикладних задач. Це пов'язано з тим, що остаточна реакція спостерігача дуже складна, часто неоднозначна і залежить багато в чому від чисто суб'єктивних причин. Тому, при оцінці якості зображення користуються окремими, частковими критеріями, кожен з яких відображає якусь певну особливість зображення. В залежності від того, яку інформацію бажано виявити, для спостережуваного зображення, використовують той чи інший частковий критерій.



В першу чергу під якістю отриманого зображення  $A$  розуміють міру відповідності його зображенню оригіналу  $X$ . Через втрату частини інформації зображення  $A$  та  $X$  не будуть тотожними.

Часто розглядають три критерії якості реконструйованого зображення:

- відношення сигнал-шум;
- середньоквадратичне відхилення;
- роздільна здатність.

Відношення сигнал-шум  $q_{ш}$  визначають як відношення середнього значення до середнього відхилення, що рівне кореню квадратному із  $\delta_B^2$ .

$$q_{ш} = \frac{\bar{A}}{\sigma_B(A)}. \quad (3.4)$$

Середньоквадратичне відхилення  $\Delta^2(A)$  і проінтегроване середньоквадратичне відхилення  $\Delta^2$  визначаються виразами

$$\Delta^2(n) = \frac{[X_n - A_n]^2}{X_n^2} \quad (3.5)$$

і

$$\Delta^2 = \frac{\sum_{n=1}^{i*j} [A_n - X_n]^2}{\sum_{n=1}^{i*j} [X_n]^2} \quad (3.6)$$

відповідно. Перша величина є функцією, друга — інтегральним показником.

Ще одним критерієм якості зображення є роздільна здатність, яка визначає мінімальну відстань між двома сусідніми елементами зображення при якій вони ще розрізняються.

### 3.2. Завдання

1. Підготувати засобами растрового графічного редактора (Paint, Photoshop) своє фото з параметрами: формат bmp, розмір 512x512 пікселів, кількість градацій сірого – 256.

2. Завантажити зображення в систему Matlab, сформувавши масив  $X$  та, використовуючи вираз (3.3), здійснити його фільтрацію (фільтроване зображення – масив  $A$ ).

3. Обчислити значення ентропії для зображень  $X$  та  $A$ .

4. Використовуючи формулу (3.6) обчислити інтегральне середньоквадратичне відхилення для зображень  $X$  та  $A$ . Оскільки розмірність масивів, що відповідають зображенням різна, то перед цим проведіть перетворення фільтрованого зображення за схемою:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{11} & a_{21} & a_{21} \\ a_{11} & a_{11} & a_{21} & a_{21} \\ a_{21} & a_{21} & a_{22} & a_{22} \\ a_{21} & a_{21} & a_{22} & a_{22} \end{vmatrix}$$

5. Порівняти одержані результати.
6. Оформити звіт.

**Пам'ятка:** використовуйте коментарі при написанні коду програми, вони допоможуть Вам через деякий час швидше зорієнтуватись в коді!

### 1.3. Зміст звіту по лабораторній роботі

Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

- 1) підготоване згідно вимог пункту 1 завдання своє фото;
- 2) код програми з коментарями для проведення фільтрації зображень;
- 3) зображення результат фільтрації;
- 4) код програми та обчислені значення ентропій зображень;
- 5) висновки до роботи з аналізом отриманих результатів.

### 1.4. Захист лабораторної роботи

Захист лабораторної роботи передбачає:

- 1) оцінювання оформленого звіту;
- 2) опитування теоретичного матеріалу;
- 3) демонстрацію на ПК роботи програм.

### 1.5. Контрольні запитання

1. Призначення основних форматів графічних зображень.
2. Як відбувається стиснення інформації з втратами?
3. Проаналізуйте отримані Вами результати.

## Лабораторна робота № 4

### ЕКОНОМНЕ КОДУВАННЯ БЕЗ ВТРАТИ ІНФОРМАЦІЇ. АЛГОРИТМ ШЕННОНА-ФАНО

**Мета роботи:** вивчення принципів завадостійкого кодування. Застосування на практиці алгоритму Шеннона-Фано.

#### 4.1. Теоретичні відомості

Суть економного кодування полягає в тому, що при передачі інформаційного повідомлення одні символи трапляються рідше, інші – частіше. Використання такої особливості дає змогу зменшити кількість символів, потрібних для кодування повідомлення. Одним із яскравих способів економного кодування є метод Шеннона-Фано.

Кожному символу інформаційного алфавіту ставиться у відповідність код нульової довжини ("порожній" код) з вагою, рівною вірогідності появи символу на виході інформаційного джерела у рамках вибраної інформаційної моделі. Усі символи алфавіту сортуються по зменшенню або збільшенню їх частоти появи у повідомленні, після чого впорядкований ряд символів в деякому місці ділиться на дві частини так, щоб в кожній з них сума ваг символів була приблизно однаковою. До коду символів, що належать одній з частин, додається "0", а до коду символів, іншої частини – "1" (значення, що додається, формує крайній правий розряд коду). Кожна з окремих частин є впорядкованим рядом символів. Якщо частина містить більше за один символ, то в свою чергу ділиться на дві частини відповідно до описаного вище принципу, і до кодів символів знову додаються відповідні двійкові значення і так далі. Процес завершується тоді, коли в усіх отриманих таким чином рядах залишається рівно по одному символу.

Роботу алгоритму Шеннона-Фано можна зобразити кодовим деревом. Розглянемо його роботу на прикладі.

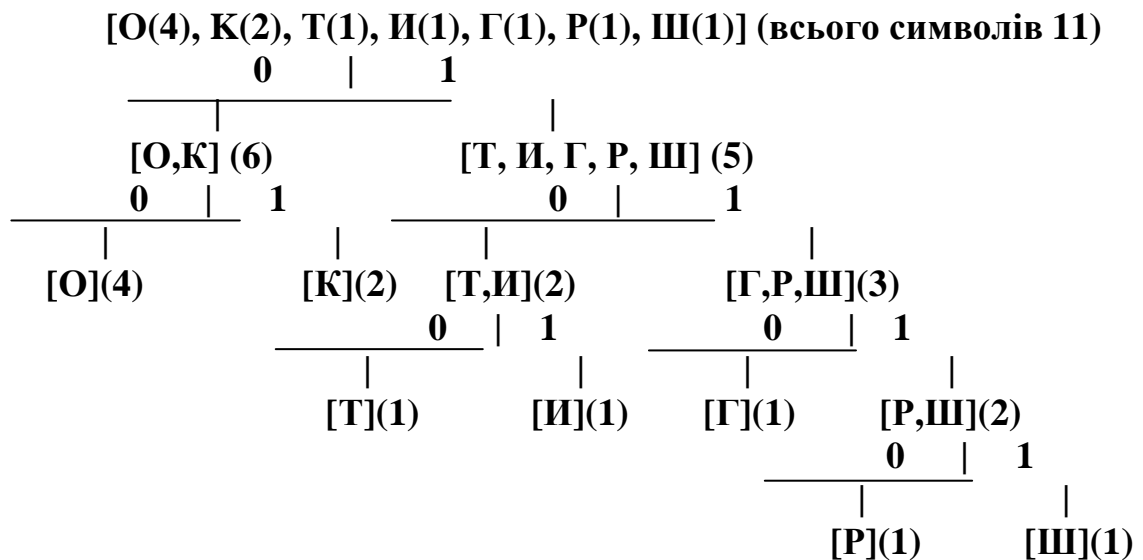
**Приклад 4.1.** Побудувати алгоритм Шеннона-Фано для повідомлення

#### «КОТИГОРОШКО»

Крок 1. Визначаємо статистику появи букв в повідомленні:

**К(2), О(4), Т(1), И(1), Г(1), Р(1), Ш(1)**

Крок 2. Будуємо систему префіксних кодів. Впорядкуємо послідовність символів в порядку спадання частоти появи їх у повідомленні.



Крок 3. Записуємо систему префіксних кодів для повідомлення

<b>К</b>	<b>О</b>	<b>Т</b>	<b>И</b>	<b>Г</b>	<b>Р</b>	<b>Ш</b>
<b>01</b>	<b>00</b>	<b>100</b>	<b>101</b>	<b>110</b>	<b>1110</b>	<b>1111</b>

#### 4.2. Завдання

1. Закодувати повідомлення алгоритмом Шеннона-Фано шляхом побудови графа. Завдання згідно варіанту (таблиця 4.1).
2. В середовищі Matlab<sup>®</sup> розробити програму для кодування повідомлення алгоритмом Шеннона-Фано. Вхідні дані програми – кодова фраза або вектор частот появи символів в повідомленні. Вихідні дані – кодова послідовність та код кожного символу послідовності.
3. Оформити звіт.

**Примітка:** отримані при виконанні роботи програмні коди будуть потрібні вам в подальшому. Збережіть їх.

#### 4.3. Зміст звіту по лабораторній роботі

Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

1. блок-схему алгоритму;
2. текст програми;
3. результат роботи програми;
6. електронні версії отриманих програмних кодів та програм;
7. висновки до роботи з аналізом отриманих результатів.

#### 4.4. Захист лабораторної роботи

Захист лабораторної роботи передбачає:

1. оцінювання оформленого звіту;
2. опитування теоретичного матеріалу;
3. демонстрацію на ПК роботи програми;

**Таблиця 4.1.** Вихідні дані до роботи

Номер варіанту	Кодова фраза
1	НЕЗАЛЕЖНІСТЬ
2	ДОРОГОВКАЗ
3	ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
4	НЕОДНОРАЗОВО
5	МОРЕПРОДУКТИ
6	ПРОМИСЛОВІСТЬ
7	ПІДВИЩЕННЯ
8	ІНТЕРКОНТИНЕНТАЛЬНИЙ
9	ДЕРЖГІРПРОМНАГЛЯД
10	ВИРОБНИЦТВО
11	МОЖНОВЛАДЦІ
12	ТЕРНОПІЛЛЯ
13	СОКОВМІСНИЙ
14	КОРОМИСЛО
15	ГРОМОВЕРЖЕЦЬ
16	НЕЗАЛЕЖНІСТЬ
17	ДОРОГОВКАЗ
18	ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
19	НЕОДНОРАЗОВО
20	МОРЕПРОДУКТИ
21	ПРОМИСЛОВІСТЬ
22	ПІДВИЩЕННЯ
23	ІНТЕРКОНТИНЕНТАЛЬНИЙ
24	ДЕРЖГІРПРОМНАГЛЯД
25	ВИРОБНИЦТВО
26	МОЖНОВЛАДЦІ
27	ТЕРНОПІЛЛЯ
28	СОКОВМІСНИЙ
29	КОРОМИСЛО
30	ГРОМОВЕРЖЕЦЬ

#### 4.5. Контрольні запитання

1. Суть економного кодування.
2. Як визначить ймовірність появи символів в повідомленні?
3. Опишіть послідовність побудови кодового дерева.
4. Як будуються кодові комбінації в алгоритмі Шеннона-Фано?

## Лабораторна робота № 5

### ДОСЛІДЖЕННЯ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ З ЗАВАДАМИ. ЗАВАДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ

**Мета роботи:** змоделювати процеси оцифрування дискретизованого сигналу, його кодування з використанням завадостійкого коду, передачу по дискретному каналу зв'язку та декодування.

#### 5.1. Теоретичні відомості

Після того як від аналогового сигналу отримано дискретні відліки проводиться їх оцифрування. При цьому використовується квантування (англ. *quantization*) неперервної або дискретної величини, під яким розуміють розбивку діапазону її значень на кінцеве число інтервалів. Існує також векторне квантування — розбивка простору можливих значень векторної величини на кінцеве число областей. Квантування часто використовується при обробці цифрових сигналів, у тому числі при стисканні звуку й зображень. Найпростішим видом квантування є заміна цілочисельного значення на натуральне число, назване коефіцієнтом квантування. Суть квантування полягає в заміні нескінченної множини можливих значень функції, в загальному випадку випадкових, скінченною множиною цифрових відліків, і виконується округленням миттєвих значень вхідної функції  $S(t)$  в моменти часу  $t_i$  до найближчих значень  $S_i(t_i) = n_i r$ , де  $r$  — крок квантування шкали цифрових відліків. Квантування з постійним кроком  $r$  називають рівномірним. Математично операція квантування може бути виражена формулою:

$$S_i(t_i) = \text{int} \left[ \frac{S(t_i)}{r} + \frac{1}{2} \right] r, \quad (5.1)$$

де оператор  $\text{int}[\bullet]$  повертає округлене значення виразу в дужках. Квантування за амплітудою — це процес заміни реальних (вимірних) значень амплітуди сигналу значеннями, наближеними з деякою точністю. Кожен з можливих рівнів називається рівнем квантування, а відстань між двома найближчими рівнями квантування називається кроком квантування. У випадку лінійного розбиття амплітудної шкали на рівні, квантування називають лінійним (однорідним). Пристрій, який здійснює квантування за рівнем та оцифрування квантів називається аналогово-цифровим перетворювачем (АЦП). Кількість рівнів квантування визначається розрядністю АЦП, тобто кількістю двійкових символів, якими буде представлятися один дискретний відлік. Для трьохрозрядного АЦП таких рівнів буде  $2^3 = 8$ , для

вісьмирозрядного -  $2^8 = 256$  На рис. 5.1. наведено приклад такого квантування.

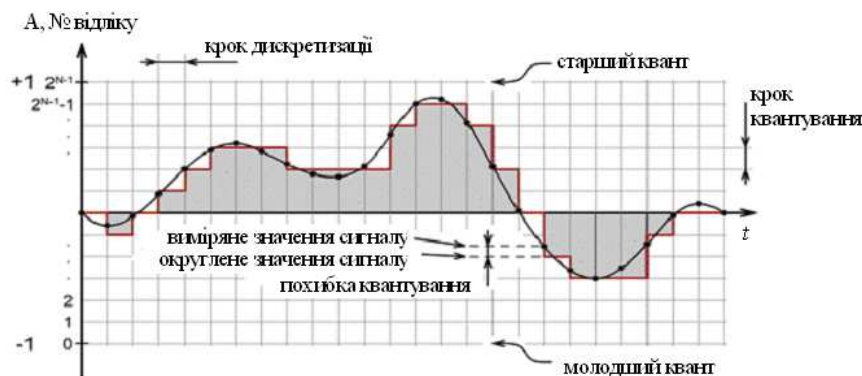


Рис. 5.1. Квантування неперервних сигналів по амплітуді [4]

Побудова кодів Хеммінга ґрунтується на принципі перевірки на парність числа одиничних символів в інформаційній послідовності. До інформаційної послідовності додається один символ, значення якого рівне 0 коли кількість одиниць в повідомленні парна і 1 – коли не парна. Якщо  $\{i\}$  - символи інформаційної послідовності, то  $r = i_1 \oplus i_2 \oplus \dots \oplus i_n$ , тобто довавання відбувається за модулем 2. Якщо  $i_1 \oplus i_1 \oplus \dots \oplus i_n \oplus r_1 = 0$  - помилки в прийнятому повідомленні немає, якщо 1 - прийняте повідомлення містить однократну помилку. Такий код називають  $(k+1, k)$  кодом. Перше число в дужках відповідає кількості елементів кодової послідовності, друге – кількості елементів інформаційної послідовності. Для кожного числа додаткових перевірочних символів  $r = (3, 4, 5)$  існує класичний код Хеммінга з маркуванням  $(n, k)$ , в якому  $(n, k) = (2^r - 1, 2^r - 1 - r)$  тобто  $(7, 4)$   $(15, 11)$ ,  $(31, 26)$ . При інших значеннях  $k$  отримується врізаний код.

### Працюємо з Matlab

Моделюючи роботу АЦП використовуйте функцію округлення до найближчого цілого **fix()**.

Для кодування/декодування інформаційної послідовності методом Хеммінга використовуються вбудовані функції системи **encode()** та **decode**.

**code = encode(msg,n,k,'hamming/fmt',prim\_poly)** – кодує повідомлення **msg** з використанням методу Хеммінга. Параметр **n** повинен бути рівний  $2^m - 1$  для всіх цілих **m** більших чи рівних 3. Параметр **fmt** означає формат даних вхідного повідомлення. Для цілих десяткових **fmt=decimal**, якщо кодові слова подані в двійковій формі – **fmt=binary**.

**msg = decode(code,n,k,'hamming/fmt',prim\_poly)** з тими ж параметрами що функція **decode()**.

## 5.2. Завдання

1. Змоделювати сигнал повідомлення заданий аналітичною функцією  $y$  згідно таблиці 5.1. Період дискретизації вибрати таким, щоб отримати 1024 відліки сигналу.
2. Провести оцифрування сигналу (отримати сигнал  $y_{ADC}$ ) використовуючи вихідні дані таблиці 5.1.
3. Закодувати інформаційне повідомлення використовуючи код Хемінга (отримати послідовність  $y_{coded}$ ).
4. Змоделювати дискретний канал зв'язку шляхом внесення в інформаційне повідомлення завади. Здійснити інверсію  $N$  бітів кодової послідовності  $y_{coded}$  та отримати нову послідовність  $y_{coded\_noise}$ .  $N$  відповідає номеру варіанту у списку журналу старости.
5. Декодувати повідомлення  $y_{coded\_noise}$  (отримати послідовність  $y_{decoded}$ ) та визначити кількість помилок у декодованій послідовності.

Таблиця 5.1. Вихідні дані до роботи

Номер варіанту	Функція	Розрядність АЦП	Округлення
1, 16	$y = 5 \sin(2\pi ft), f = 20 \Gamma y, t \in (0, 0.2]$	8	до меншого
2, 17	$y = \frac{\sin(2\pi ft)}{\pi ft}, f = 10 \Gamma y, t \in (0, 2]c$	12	до більшого
3, 18	$y = \sin(2t) \sin(2\pi ft), f = 10 \Gamma y, t \in (0, 0.5]c$	10	до ближчого
4, 19	$y = \begin{cases} t^2 - t, & t \in (0, 0.2]c \\ t, & t \in (0.2, 0.4]c \end{cases}$	8	до меншого
5, 20	$y =  \sin(2\pi ft) , f = 16 \Gamma y, t \in (0, 0.2]$	12	до більшого
6, 21	$y = \begin{cases} 2t, & t \in (0, 0.2] \\ -2t, & t \in (0.2, 0.4] \end{cases}$	4	до ближчого
7, 22	$y = 2t \sin(2\pi ft), f = 10 \Gamma y, t \in (0, 0.5]c$	10	до меншого
8, 23	$y =  \sin(2\pi ft) , f = 8 \Gamma y, t \in (0, 0.2]$	7	до більшого
9, 24	$y = \begin{cases} \sin(2\pi ft), & t \in (0, 0.2], f = 10 \Gamma y \\ \sin(2\pi ft), & t \in (0.2, 0.4], f = 20 \Gamma y \end{cases}$	8	до ближчого
10, 25	$y = \sqrt{t} \sin(2\pi ft), f = 16 \Gamma y, t \in (0, 0.4]c$	10	до меншого
11, 26	$y = \begin{cases} t, & t \in (0, 0.3] \\ 0.6 - t, & t \in (0.3, 0.6] \end{cases}$	7	до більшого
12, 27	$y = e^{-0.5t} \sin(2\pi ft), t \in (0, 0.3]$	8	до ближчого
13, 28	$y =  \cos(2\pi ft) , f = 18 \Gamma y, t \in (0, 0.2]$	10	до меншого
14, 29	$y = \sin(4t) \cos(2\pi ft), f = 10 \Gamma y, t \in (0, 0.5]c$	8	до більшого
15, 30	$y = t \sin(2\pi ft), f = 6 \Gamma y, t \in (0, 1]c$	10	до ближчого



### **5.3. Зміст звіту по лабораторній роботі**

Звіт по лабораторній роботі повинен містити:

- 1) вихідні дані до роботи;
- 2) опис виконання кожного кроку завдання з приведенням програмного коду, графіків, числових результатів та їх аналіз;
- 3) висновки до роботи.

### **5.4. Захист лабораторної роботи**

Захист лабораторної роботи передбачає:

- 1) оцінювання оформленого звіту;
- 2) опитування теоретичного матеріалу;
- 3) демонстрацію на ПК роботи програм.

### **5.5. Контрольні запитання**

1. Що таке квантування? Як воно здійснюється?
2. Побудова коду Хеммінга.
3. Які є моделі дискретного каналу зв'язку?
4. Помилки якої кратності виправляє побудований Вами код?

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Тулякова Н.О. Теорія інформації: Навчальний посібник / Н.О. Тулякова. - Суми: Вид-во СумДУ, 2008.- 212 с.
2. Мацканюк А.А. Основы теории информации и кодирования: учебное пособие для вузов / А.А Мацканюк. Сочи:РИО СГУТКД, 2010. -165 с., ил.
3. Шульгин В.И. Основы теории передачи информации. Ч.I. Экономное кодирование / В.И. Шульгин. – Учеб. Пособие. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2003. – 102с.
4. Електронні системи / Білинський Й.Й., Огородник К.В., Юкиш М.Й. – Режим доступу: [http://posibnyku.vntu.edu.ua/e\\_s/43.htm](http://posibnyku.vntu.edu.ua/e_s/43.htm).