

ТЕОРІЯ МІРЯННЯ ЯК СИГНАЛЬНО-СИСТЕМНА ПРОБЛЕМА ТА ЇЇ АКСІОМАТИЗАЦІЯ

^{1,2} Ярослав ДРАГАН, ³ Любомир СІКОРА, ² Богдан ЯВОРСЬКИЙ

¹ Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України
вул. Наукова 5, Львів 79000

² Тернопільський державний технічний університет
імені Івана Пулюя
вул. Руська 56, Тернопіль 46000

³ Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем
вул. Січових Стрільців 21/2, Львів 79000

Редакція отримала статтю 27 вересня 2000 р.

У розвиток концепцій міряння фізичних величин обґрунтовано трактування теорії міряння як сигнально-системної проблеми та вироблено раціоналізовану порівняно з відомою раніше системою її аксіом.

Для складних систем (медичних, квантово-механічних та ін. [1]) єдиним джерелом відомостей про них є процес висилання сигналу чи то у вигляді хвиль, коливань чи потоку частинок, що переносять відомості від системи до спостерігача [2]. Єдиним способом видобування відомостей із сигналу є його опрацювання (належне перетворення) як фізичного об'єкта. Для планування експерименту з відбору сигналу, а тим більше, для проектування та інженерного розрахунку потрібних засобів його опрацювання, використовується певна, адекватна ситуація, теорія, що охоплює модель сигналу, його формування та перетворення. Фактично маємо знати відомості про складну систему – джерело сигналу, інакше неможливо побудувати його теорію. Але під час наукових досліджень формальне трактування сигналу спирається на логічний аналіз емпіричної процедури міряння як визначення у висліді виконання цієї процедури числового значення відповідної фізичної величини. Це призводить до некоректного трактування перенесених на складну систему результатів дослідження простих однофакторних систем.

У роботі для уникнення цієї некоректності описано застосування сигнально-системної концепції до теорії міряння, що дає змогу узгодити всі ланки процесу дослідження складних систем.

Інформативна характеристика сигналу – це таке відображення ознаки досліджуваного об'єкта (назагал, системи), що міру її прояву можна виражати за допомогою чисел, та існує емпірична процедура

і потрібні засоби для такого вираження (відображення, зіставлення). Цю процедуру і називають мірянням величини інформативної ознаки сигналу. Вона полягає у порівнянні міряної величини з фізично з нею однорідною, прийнятою за одиницю, або ж відомим чином (виразом, законом) пов'язаною з одиницею міри ознаки, та визначенні їх відношення. Однорідність при цьому означає факт, що вислід міряння не є звичайним дійсним, а так званім іменованим числом (із указуванням одиниць міри). Це узгоджується з відомим давно Бріджменовим операціоналізмом.

Суть сигнально-системної концепції в теорії міряння є синтезом ідей операціоналізму Бріджмена з фізики та принципів аналого-цифрового перетворення значень фізичної величини, отримуваних від сенсорів (первинних перетворювачів). Логіка роботи будь-якого перетворювача сигналу реалізує певний (усвідомлений явно дослідником і проєктантом перетворювача чи ні) алгоритм. Він же ґрунтується на математичній моделі як об'єктові відповідного розділу математики, що досить повно відбиває у своїй структурі в конструктивній і стислій формі суттєві, з огляду розв'язуваних задач, міряння в даному разі, суттєві властивості фізичного об'єкта з точністю до значень параметрів та характеристик, які створюють потрібні ступені вільності для належної інформативної місткості сигналу та забезпечення ефективності розроблюваних на підставі цієї моделі алгоритмів.

Сигнал, що тепер набув трактування як загальнофізичне поняття, слід розуміти як фізичний процес – засіб перенесення (у просторі / часі) відомостей про досліджуваний об'єкт від цього об'єкта до приладу – реєстратора. Сигнал виступає на перший план, коли дослідник працює зі складними об'єктами, які трактуються засобами сучасної теорії систем [1] із її принципами цільності (голізму) та цілеспрямованої функційності. За Берталанфі, природні об'єкти є цільними сутностями – чимось більшим ніж сума їхніх частин, тому дослідник мусить вести мову про сигнальний аспект взаємодії, тобто про цикли: відбір, передавання, перетворення й опрацювання відомостей, а отже, і їхніх фізичних носіїв, якими є сигнали. У фізиці ця концепція (хоч і мала би бути очевидною, особливо для дослідників як мікро-, так і космо-явищ) явного конструктивного формування ще не набула і не посіла належного їй місця у мисленні фізиків.

Традиційно подають процедуру відображення у числа $x \rightarrow x_q = Nu$, де u – одиниця міри, N – ціле число, як $Nu \leq x < (N+1)u$. За допомогою характеристичної функції $\chi_A(\cdot)$ множини A (її індикатора) замір можна подати як $x_q = Nu\chi_{[Nu, (N+1)u)}(x)$, а це рівнозначне виразу $x_q = uE(x/u)$, де $E(\cdot)$ – ціла частина числа [2].

Сигнал зазвичай є динамічним об'єктом, тобто змінним у часі, тому його доцільно трактувати як залежну від часу сукупність фізичних величин, що є значеннями характеристичної ознаки досліджуваного об'єкта, які знаходять емпірично шляхом міряння. Це відповідає відомому серед фізиків афоризмові: теорія визначає, що і як можна спостерігати.

Якщо будувати модель сигналу для мірничих потреб, то слід брати до уваги найсуттєвішу, часто чомусь зовсім незауважану властивість, що практично відображення у числа може бути зреалізо-

ване тільки у числа раціональні, зображувані скінченною кількістю десяткових знаків. Це рівнозначне скінченній точності або ж фактові, що відображення в інтервали і веде до традиційної концепції похибки – в найпростішому випадку Едрейна-Гаусса-Лапласа з енергетичною (дисперсійною) вагою і нормальним розподілом. А теоретико-множинні дії над інтервалами (загалом у метричному просторі – в найпростішому випадку v) дають клас борелевих множин, коли зчислення кількість таких дій не виводить поза цей клас, тобто цей клас стає розширенням класу всіх інтервалів. Тому при побудові теорії мірвання слід мати на увазі, що адитивний щодо операції диз'юнктивного об'єднання клас множин із v , який містить усі інтервали, є класом борелевих множин. Тоді математично коректно означається функція розподілу міри, подібно як це зробив Г. Крамер для ймовірностей, і для мірництва як визначення інтервальних значень випадкових величин на числовій осі. Коли вагу похибки трактувати як імовірність, то моделлю стає відома у теорії ймовірностей випадкова величина, а модель її часової зміни – випадковий процес. Цей факт дає підставу для застосування ймовірнісних методів у мірництві, що для мірвання сигналів означає використання енергетичної теорії сигналів та систем (ЕТСС) [2].

Причиною вибору ЕТСС [3,4] для побудови та нормування метрологічних характеристик є замкнутість математичних структур її аналітичного варіанта та можливість означення понять метрології за їх допомогою. Насамперед це стосується таких фундаментальних понять, як вимірювання; результат вимірювання, роздільність результатів вимірів, похибка вимірювання та використання їх на всіх етапах життєвого циклу інформаційно-вимірювальних систем (ІВС).

У модерних варіантах теоретичної метрології, а фактично теорії шкал, ці поняття означено в межах аксіоматики, побудованої на поняттях топологічного простору (тобто, синтетично). Вважається, що об'єкти метрологічної теорії і практики незалежні [5,6].

Запропонований у цих публікаціях підхід годі вважати коректним, бо, як підкреслено в Математичній енциклопедії, топологія – розділ математики, призначенням якого є з'ясування і дослідження засобами математики ідеї неперервності, отже, корінної властивості простору і часу і щодо гомеоморфізмів – взаємно однозначних і неперервних в обидва боки відображень. І упродовж десятиліть центральними проблемами загальної топології були проблеми метризації – запровадження у множині точок простору такої метрики, що породжує дану топологію простору. Тому доцільно базувати практику мірництва на ЕТСС, апаратом якої є варіанти гільбертових просторів, і будувати її на таких положеннях, де замість топології використано слабший “варіант” структури – метрику [7].

Аксіома 1. Кожному висліді вимірювального експерименту ставиться у відповідність елемент x множини X .

Аксіома 2. Серії вислідів вимірювальних експериментів, які стосуються одного й того ж об'єкта вимірювань і проведені за однакових умов, ставиться у відповідність алгебра підмножин множини X .

Аксіома 3. У просторі вислідів вимірювальних експериментів X задається міра q , яку означено на σ -алгебрі підмножини τ .

З такої системи аксіом випливають наслідки.

Наслідок 1. Множина X є зліченною.

Це означає, що проведення нескінченно великого числа вимірів не суперечить теорії.

Наслідок 2. Усякому вимірювальному експерименту ставиться у відповідність вимірний простір (X, τ, q) .

Тобто результативність кожного експерименту не суперечить теорії і подається нею як приписання міри. Узгоджений з теорією і такий об'єкт практичної метрології, як роздільність результатів вимірів. Потенційна роздільність засобу вимірів описується як система околів простору (X, τ) . Похибка вимірів означається теорією за допомогою метрики $\rho(q_i, q_j)$.

Означення. Похибка вимірів подається у просторі з мірою точної верхньої межі відстані $\rho(\cdot, \cdot)$ між парами елементів множини $\{q\}$

$$\sup_{i,j} \{\rho(q_i, q_j); \quad i, j = 1, 2, \dots; \quad q_i \in \{q\}\}.$$

Наведене означення похибки не вимагає точного (або, як задекларовано в означенні похибки, даному в стандарті, – дійсного) значення вимірюваної величини, а також узгоджене з практикою, коли говорять про класи точності мірювальних приладів.

Наведена система аксіом не є єдиною, але вона достатня для розуміння стилю аксіоматичного підходу в метрології. Такий підхід розв'язує основні проблеми теорії та практики вимірювань (показує існування гомоморфного відображення властивостей емпіричної системи в математичну модель, установлює єдність, інваріантність шкал чи шкальних перетворень), проте лише на одну стадію, один етап життєвого циклу ІВС – її експлуатацію. Для розвитку його на інші етапи потрібно означити ізоморфізми між моделями різних етапів.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Bertalanffy L. General System Theory. - New York, George Brazillier, 1995. 295 p.
- [2] Драган Я., Сікора Л., Яворський Б. Основи сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний апарат, фізичне тлумачення. - Львів, ЕБТЕС, 1999. 132 с.
- [3] Драган Я. Енергетична концепція як підсумок розвитку та основа сучасної лінійної теорії моделей стохастичних сигналів. Фіз. збірник. Львів, НТШ. 1993. 1. 222-223.
- [4] Драган Я., Сікора Л., Яворський Б. Енергетична теорія як підстава специфікацій, а її доповнення в сенсі Неванлінни – реалізація алгоритмів опрацювання стохастичних сигналів. Комп'ютерні технології друкарства. - Львів, Укр. акад. друкарства, 1998. 99-101.
- [5] Марченко Б.Г., Щербак Л.М. Сучасна концепція побудови теорії вимірювання. Доп. НАН України. 1999. № 10. 85-88.
- [6] Марченко Б.Г., Щербак Л.М. Основи теорії вимірювання. Праці Ін-ту електроенергетики НАН України: Електроенергетика, 1999. 221-230.

- [7] Федотов А.М. Линейные некорректные задачи со случайными ошибками в данных. - Новосибирск, Наука, 1982. 190 с.

**A MEASUREMENT THEORY AS A SIGNAL-SYSTEM
PROBLEM AND ITS AXIOMATIZATION**

^{1,2} Yaroslav DRAGAN, ³ Lyubomyr SIKORA, ² Bohdan YAVORSKY

¹ Karpenko Physico-mechanical Institute
5 Naukova St., Lviv 79000

² Ivan Pul'uy Ternopil State Technical University
56 Ruska St., Ternopil 46000, Ukraine

By means of further development of physical quantities measurement concepts there is grounded the interpretation for the measuring theory as a signal - system problem as well as a rationalized system of axioms for this theory is worked out.