

УДК 539.4

**М. Шульженко, докт. техн. наук; П. Гонтаровський, канд. техн. наук;
Н. Гармаш, канд. техн. наук; І. Мележик, канд. техн. наук**

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

РОЗРАХУНКОВЕ ОЦІНЮВАННЯ РОЗВИТКУ ТРІЩИНИ ПРИ ЦИКЛІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ З ВИКОРИСТАННЯМ ПАРАМЕТРІВ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ

Резюме. Запропоновано методіку розрахунку кінетики тріщин при багаторежимному високотемпературному циклічному навантаженні, що базується на концепції накопичення розсіяних пошкоджень. Тепловий і напружено-деформований стан конструкції визначено за допомогою методу скінченних елементів для різних режимів навантаження. Для оцінювання накопичуваної пошкодженості металу від малоциклової втоми використано методіку, яка застосовується для оцінювання ресурсу роторів і корпусів турбін. Розмахи еквівалентних пружно-пластичних деформацій визначено за принципом Нейбера. Оцінювання пошкодженості проведено за кривими малоциклової втоми з використанням гіпотези лінійного підсумовування пошкоджень. При досягненні пошкодженістю критичного значення у вершині тріщини, матеріал вважається зруйнованим, а тріщина підростає стрибкоподібно. Наведено приклад розрахунку. Результати порівняно з даними, отриманими з використанням рівняння Періса.

Ключові слова: кінетика тріщин, циклічне навантаження, механіка розсіяних пошкоджень, розмахи пружно-пластичних деформацій, число циклів до руйнування.

M. Shulzhenko, P. Gontarowsky, N. Garmash, I. Melezhik

COMPUTATION ESTIMATION OF THE CRACK DEVELOPMENT UNDER CYCLIC LOADING USING DISSIPATED DEMAGES PARAMETERS

Summary. The method of calculation of cracks kinetics under multimode hightemperature cyclic loading, based on the concept of accumulation of the dissipated damages, is proposed. The heat and the stress-strain state of structures is determined while using the finite element method for different loads. To estimate the accumulated damage of metal caused by the low-cycle fatigue there was used technique that is used to estimate the operation life of turbine rotors and bodies. Maximum values of local elastic stresses are reduced to the calculated temperature, at which the maximum temperature is taken in this area in the stationary mode of operation. Amplitudes of equivalent elasto-plastic deformations are determined on the basis of the Neyber method. The estimation of fracture is carried out according to the low-cycle fatigue curves using linear summation fracture hypothesis. Under critical fracture values in the crack tip, the material is considered to be destroyed, and the crack grows sharply. The example of calculations is proposed. The software for computation of cracks kinetics in elements of constructions is developed. As an example application of the technique plate, which loaded from-zero cycle, is considered. The crack is located on one side of the plate in its middle. Calculations of kinetics of cracks in the plate are conducted for different temperatures and materials. The results are compared with data, which obtained with using of Paris equation for mechanics of a brittle failure.

Key words: crack, kinetics cyclic loading, dissipated damages mechanic, amplitude of elasto-plastic deformation, number of cycles before fracture.

Вступ. Для оцінювання ресурсу конструкцій з тріщинами, які розвиваються при циклічному навантаженні, зазвичай застосовуються моделі та методи механіки руйнування, використовуються кінетичні діаграми втомного руйнування типу Періса [1]. Такі діаграми визначаються при великій кількості експериментальних випробувань спеціальних зразків з тріщинами при експлуатаційних температурах і навантаженнях, що вимагає застосування складного обладнання та значних затрат часу. Найчастіше характеристики тріщиностійкості матеріалів, необхідні для розрахунку ресурсу

елементів, у довідкових даних відсутні.

Останнім часом розвиваються методи аналізу руйнування, засновані на оцінюванні накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі при пружно-пластичному циклічному деформуванні й повзучості, що базуються на використанні даних випробувань гладких зразків. При цьому використовуються характеристики пружно-пластичної поведінки матеріалу і накопичення пошкодженості в області вершини на шляху розвитку тріщини, які визначаються чисельно за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ) зі згущенням сітки в її вершині [2].

У даній роботі запропонована інженерна методика розрахунку кінетики тріщини для плоских або осесиметричних елементів при багаторежимному високотемпературному циклічному навантаженні, яка заснована на концепції накопичення розсіяних пошкоджень.

Тепловий і напружено-деформований стан конструкції визначається за допомогою МСЕ для різних режимів навантаження, зокрема і для пускових режимів з різних теплових станів, що спостерігаються, наприклад, у парових турбінах. Для оцінювання накопичуваної пошкодженості металу від малоциклової втоми використовується методика [3], рекомендована для оцінювання ресурсу роторів і корпусів турбін [4, 5]. Малоциклова втома оцінюється за максимальним значенням місцевих пружних напружень, приведених до розрахункової температури, за яку приймається максимальна температура в цій області на стаціонарному режимі експлуатації. Розмахи еквівалентних пружно-пластичних деформацій визначаються згідно з принципом Нейбера [3]. За ним, з використанням експериментальних кривих втоми при ізотермічному симетричному циклі навантаження, знаходиться число циклів до появи тріщини. Оцінка пошкодженості при багаторежимному циклічному навантаженні визначається з використанням гіпотези лінійного підсумовування пошкоджень [6]. При досягненні в одному з елементів значення параметра пошкоджуваності, близького до одиниці, він виключається з подальшого розгляду. Вважається, що цей елемент зруйнувався, а тріщина просувається стрибкоподібно на його довжину. При цьому фіксується пошкоджуваність, досягнута в інших елементах конструкції. Потім здійснюється перерахунок напружено-деформованого стану конструкції з новою довжиною тріщини. Конструкція піддається подальшому багаторежимному циклічному навантаженню. При цьому оцінюється накопичення пошкодження в усіх елементах на шляху розвитку тріщини, яке підсумовується з пошкодженням, що досягнуте в них при останньому руйнуванні елемента. При досягненні в одному з наступних елементів критичного пошкодження, його виключали з подальшого розгляду, а описану вище процедуру розрахунку повторювали до лавиноподібного руйнування конструкції.

Нижче наведемо основні розрахункові співвідношення і описано порядок обчислень. Для всіх режимів навантаження за допомогою МСЕ здійснюється розрахунок напруженого стану в пружній постановці в області поширення тріщини при кількох можливих її довжинах. Згущення сітки в районі вершини (близько 10 – 20 мм) для передбачуваних довжин тріщини для зручності обчислень є однаковим. Експериментальними дослідженнями встановлено [7], що радіуси закруглень у вершині розрізу, менші за 0,1 мм, не впливають на втомні руйнування конструкцій. Виходячи з цього, для визначення напружено-деформованого стану біля вершини тріщини з достатньою точністю розміри мінімальних скінченних елементів повинні бути 0,1 – 0,2 мм. Для розв'язання задачі кінетики тріщини методом скінченних елементів з такою дрібною дискретизацією біля вершини тріщини необхідні великі об'єми обчислень. На основі отриманих значень максимальних і мінімальних еквівалентних напружень у циклі j -го режиму навантаження для тріщин завдовжки l_k $\sigma_{\max}(l_k, x_l)$, $\sigma_{\min}(l_k, x_l)$, де x_l ($l=1, 2, \dots, k$) – відстані від вершини тріщини до центрів скінченних

елементів, шляхом квадратичної інтерполяції обчислюється розподіл напружень в рівновіддалених точках x_i з кроком d_l стрибкоподібного просування тріщини (орієнтовно $d_l = 0,1 - 0,5$ мм). Отримані напруження приводяться до безрозмірного вигляду і до розрахункової температури T_r за формулами

$$\bar{\sigma}_{e \max j}(l_k, x_i) = \frac{\sigma_{e \max j}(l_k, x_i) \cdot E(T_r)}{E(T_{\max j}) \sigma_{02}^u(T_{\max j})},$$

$$\bar{\sigma}_{e \min j}(l_k, x_i) = \frac{\sigma_{e \min j}(l_k, x_i) \cdot E(T_r)}{E(T_{\min j}) \sigma_{02}^u(T_{\min j})},$$

де $\sigma_{02}^u(T) = \frac{\sigma_{0,2}(T) \cdot E(T) \cdot 0,8}{E(T)}$; $T_{\max j}$, $T_{\min j}$ – температури в моменти виникнення

максимальних і мінімальних еквівалентних напружень у циклі при j -му режимі навантаження; $E(T)$, $\sigma_{02}(T)$ – модуль пружності й умовна границя текучості при багатоцикловому навантаженні, які залежать від температури T [3].

За поточною довжиною тріщини l_t , яка в початковий момент дорівнює l_1 , із застосуванням квадратичної інтерполяції визначали епюри максимальних і мінімальних еквівалентних напружень $\bar{\sigma}_{e \max j}(l_t, x_i)$, $\bar{\sigma}_{e \min j}(l_t, x_i)$ за раніше знайденими розподілами $\bar{\sigma}_{e \max j}(l_k, x_i)$, $\bar{\sigma}_{e \min j}(l_k, x_i)$ для найближчих значень довжин тріщини l_k . За розмахами безрозмірних пружних напружень обчислювали значення допоміжної величини [3]

$$C_j(x_i) = \frac{(\bar{\sigma}_{e \max j}(l_t, x_i) - \bar{\sigma}_{e \min j}(l_t, x_i))^2 (\sigma_{02}^u(T_{\max}) + \sigma_{02}^u(T_{\min}))}{4,616 E(T_p) \cdot (\varepsilon_{02}^u(T_{\max j}) + \varepsilon_{02}^u(T_{\min j}))},$$

за якою згідно з принципом Нейбера визначали безрозмірні розмахи пружно-пластичних деформацій $\Delta \bar{\varepsilon}_j(x_i)$, де $\varepsilon_{02}^u(T) = \frac{\sigma_{02}^u}{E(T_r)} + 0,002$.

При цьому використовували діаграму деформування матеріалу в безрозмірних величинах $\bar{\sigma}_{ei}(\bar{\varepsilon}_{ei})$, $\bar{\varepsilon}_{ei} = \varepsilon_{ei} / \varepsilon_{02}^u$ для розрахункової температури.

Приведення до амплітуд деформацій для симетричного циклу навантаження здійснено за формулою [3]

$$\varepsilon_{ai}(x_i) = \frac{\Delta \bar{\varepsilon}_j(x_i) \cdot \Delta \varepsilon_{02}^u}{2} + \frac{\sigma_{-1}(T_r)(1 + r_j(x_i))}{1,157 E(T_r)(4 - 2r_j(x_i))},$$

де $r_j(x_i) = \frac{\bar{\sigma}_{e \min j}(l_t, x_i)}{\bar{\sigma}_{e \max j}(l_t, x_i)}$ – коефіцієнти асиметрії циклів.

У разі використання узагальненого принципу Нейбера [8] допоміжна величина для визначення пружно-пластичних деформацій має вигляд

$$C(\bar{\varepsilon}_{ei}, m) = \bar{\sigma}_{ei}^m(\bar{\varepsilon}_{ei}) \cdot \bar{\varepsilon}_{ei}^{2-m},$$

де m – показник степеня, що набуває значення від 0 до 2. У класичному принципі Нейбера $m = 1$.

Розроблено програмне забезпечення для розрахунку кінетики тріщин в елементах конструкцій, для якого задано такі дані:

K_N – кількість режимів циклічного навантаження;

dN_j ($j = 1, 2, \dots, N_N$) – відносна доля циклів кожного режиму навантаження;

T_r , $T_{\max j}$, $T_{\min j}$ ($j = 1, 2, \dots, N_N$) – розрахункова температура і температури в моменти появи максимальних і мінімальних напружень;

x_i ($i=1, 2, \dots, k$) – відстані від вершини тріщини до центрів скінченних елементів при розрахунку епюр максимальних і мінімальних напружень МСЕ;

$\sigma_{\max}(l_k, x_i)$, $\sigma_{\min}(l_k, x_i)$ – епюри максимальних і мінімальних напружень на шляху росту тріщини глибиною l_k при j -му режимі навантаження;

d_l – крок стрибкоподібного підростання тріщини.

Властивості матеріалу $E(T)$, $\sigma_{02}(T)$, $\sigma_{-1}(T)$, $N(T, \varepsilon_a)$, $\bar{\sigma}_{ei}(\bar{\varepsilon}_{ei})$, m для зручності користування програмою занесено в програмний модуль, а в даних для розрахунку задано лише номер матеріалу n_m , який набуває значення: 0 – для сталі 25Х1М1Ф (Р2МА); 1 – для сталі 20Х3МВФА(ЭИ-415); 2 – для сталі 15Х1М1ФЛ.

Кількість матеріалів можна доповнювати.

При визначенні пошкодженості при багаторежимному циклічному навантаженні вводили узагальнений цикл за числом усіх циклів навантаження N . Узагальнений цикл усереднює пошкодження від усіх режимів навантаження. Кожен j -й режим характеризується максимумом і мінімумом напружень у циклі й числом таких циклів N_j . Число циклів до руйнування N_{pj} від j -го режиму навантаження визначали з кривих втоми з використанням значень амплітуди пружно-пластичних деформацій. Прирости пошкодженості від j -го режиму навантаження в узагальненому циклі знаходили за формулою

$$\Delta\P_j(x_i) = \frac{1}{N_{pj}(x_i)} d_{N_j},$$

де $d_{N_j} = N_j / N$ – відносна частка циклів j -го режиму в загальному числі циклів.

Прирощення пошкоджуваності за один узагальнений цикл від усіх режимів навантаження – $\Delta\P(x_i) = \sum_{j=1}^{K_N} \Delta\P_j(x_i)$.

Число циклів до руйнування в елементі довжиною dl , найближчому до вершини тріщини довжиною l_t , визначали за формулою

$$N_t = \frac{1 - \Pi(x_1)}{\Delta\P(x_1)},$$

де $\Pi(x_1)$ – накопичена пошкоджуваність у вершині тріщини за час підростання її до поточної довжини l_t . Кількість циклів, за які тріщина досягла довжини l_t , визначали так:

$$N(l_t) = \sum N_t.$$

Пошкоджуваність в інших точках x_i на шляху зростання тріщини після руйнування чергового елемента d_l визначали за формулою

$$\Pi(x_{i+1}) = \Pi(x_i) + \Delta\P(x_i) \cdot N_t.$$

Далі розрахунок повторюється для тріщини довжиною $l_t = l_t + d_l$ до наступного руйнування.

В якості прикладу застосування методики розглянуто пластину шириною 10 см і довжиною 24 см, навантажену віднульовим циклом із розтягуючими напруженнями $\sigma_{\max} = 100$ МПа. Тріщина з початковою довжиною 2 см розташована з одного боку пластини в її середині (рис. 1).

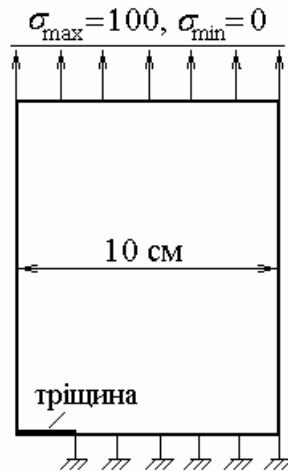


Рисунок 1. Схема пластини з тріщиною

Figure 1. Scheme of the cracked plate

Значення максимальних розтягуючих еквівалентних напружень $\sigma_{\max j}$ в МПа для тріщин довжиною l_k наводяться в таблиці 1.

Таблиця 1

Значення пружних максимальних напружень на відстані x_l від вершини тріщини

x_l , мм	Довжина тріщини l_k , мм				
	20	30	40	50	60
0,1	1528	2252	3318	4950	7723
0,34	865	1281,7	1877,5	2799,8	4363,3
0,676	583,5	862,7	1258,0	1870,1	2902,5
1,14	434,3	638,1	926,4	1370	2112,4
1,809	342,6	499,4	720,1	1056,9	1604
2,727	273,3	402,9	575,3	835,3	1257,4
4,018	233,7	331	466,0	666,1	980,8
5,825	198,6	275,1	379,6	529,6	752,8
8,355	171,3	230,1	308,2	414,1	553,4
11,525	151,5	196,0	252,3	320,3	383,8
14,915	138,7	171,5	212,2	249,8	248,6
18,305	130,2	156,0	182,3	194,6	135,6
22,5	122,5	140,3	152,5	136,3	6,0

Тут x_l – відстані від вершини тріщини до центрів скінченних елементів на продовженні тріщини.

Результати порівняння логарифмів швидкостей росту тріщини $\lg v$ мм/цикл для пластини з матеріалу Р2МА при температурі 535 °С з кроками $d_l = 0,1$ і $0,2$ мм, обчислені за цією методикою, наведено в 2-му і 3-му рядках таблиці 2. У другому і третьому рядках наведено результати, отримані за даною методикою, в останньому – за рівнянням Періса [9]

$$v \text{ мм/цикл} = C_N \cdot \Delta K^n = 7,67 \cdot 10^{-10} \Delta K^{3,846},$$

де ΔK МПа $\sqrt{\text{м}}$ – розмах коефіцієнта інтенсивності напружень.

Таблиця 2

Порівняння результатів, отриманих за даною методикою і рівнянням Періса

l_i , мм	20	30	40	50	60
$\lg v$ мм/цикл, $d_l=0,1$ мм,	-3,11	-2,54	-2,079	-1,518	-0,778
$\lg v$ мм/цикл, $d_l=0,2$ мм,	-3,12	-2,55	-2,099	-1,556	-0,813
ΔK МПа $\sqrt{м}$	34,24	50,81	74,73	112,04	175,53
$\lg v$ мм/цикл за Перісом	-3,21	-2,66	-1,91	-1,23	-0,483

Коефіцієнти в рівнянні Періса отримано за даними випробувань у лабораторії турбінного заводу.

Було виконано також розрахунки такої пластини зі сталі 15Х1М1ФЛ при температурах 200 і 540°C, а також при температурі 540°C, але при навантаженні в 10 разів менше. Результати швидкості росту тріщини для цих випадків наведено на рис. 2 (криві відповідно 1, 2, 3). Там же наведено результати, отримані за допомогою рівняння Періса (криві відповідно 1', 2', 3'). Константи рівняння Періса при температурі 200°C складають $C_N = 2,42 \cdot 10^{-9}$ мм/цикл, $n = 3,22$ (дані фірми «Альстон»), при температурі 540°C – $C_N = 3,42 \cdot 10^{-9}$ мм/цикл, $n = 4,07$.

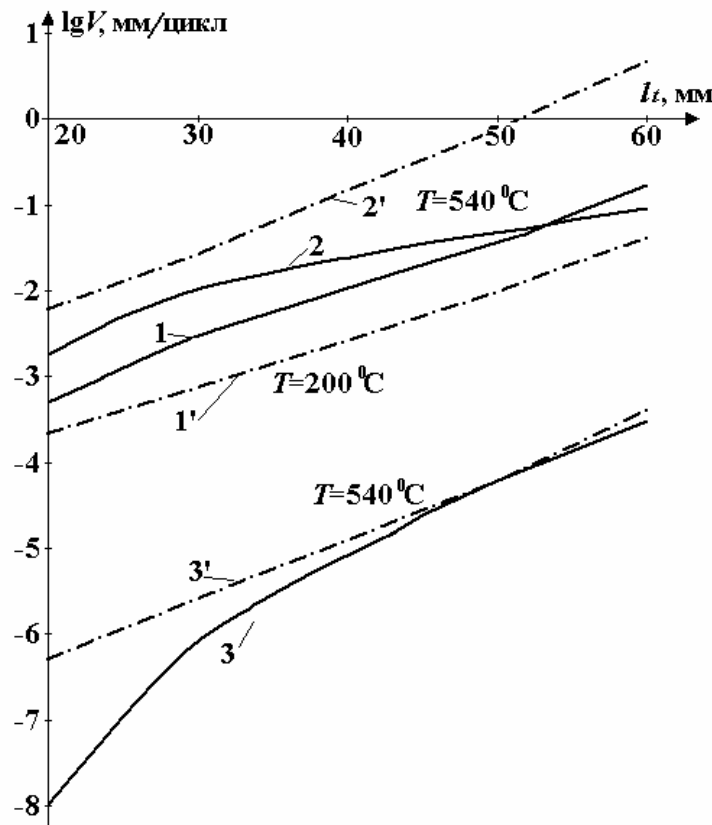


Рисунок 2. Порівняння швидкості росту тріщини в пластині зі сталі 15Х1М1ФЛ, отриманих за даною методикою і за рівняннями Періса

Figure 2. Comparison of the crack growth rate in the plate made of steel 15H1M1FL, obtained by this technique and according to the Paris equations

Слід зазначити, що в останньому випадку при низьких навантаженнях і глибині тріщини від 20 до 30 мм коефіцієнти інтенсивності напружень були близькі до порогового значення $3,42 < \Delta K < 6,08$, що не враховується в рівнянні Періса. Це пояснює значне завищення швидкості росту тріщини, отриманої за механікою крихкого

руйнування.

На рис. 3 наведено криві підростання тріщини в пластині для різних температур і матеріалів. Суцільними лініями показано результати, отримані за даною методикою, а пунктирними – за рівняннями Періса. Різниця за часом руйнування як в один, так і в інший бік для сталі 15X1M1ФЛ не перевищує трьох разів, що залежить від узгодження кривих втоми з константами в рівнянні Періса. Для сталі P2MA збіг результатів значно кращий.

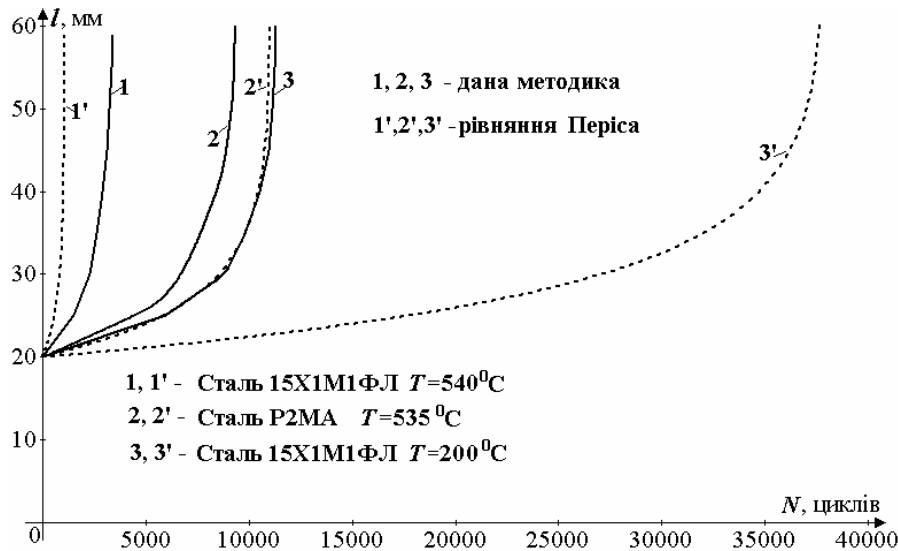


Рисунок 3. Порівняння росту тріщини в часі, отриманого за даною методикою і за рівняннями Періса

Figure 3. Comparison of the crack growth in time, obtained by this technique and according the Paris equations

Висновки. Враховуючи широкий діапазон зміни температур і навантажень і беручи до уваги великий розкид експериментальних даних з різних джерел як при випробуваннях зразків з тріщинами (констант в рівнянні Періса), так і при отриманні кривих втоми для гладких зразків, можна вважати отримані результати прийнятними. Похибки вносять: використання узагальненої діаграми деформування, приведення амплітуд деформацій до розрахункової температури і симетричного циклу навантаження, інтерполяцію напруженого стану із застосуванням методу Нейбера і т.п.

Для узгодження результатів розрахунків з експериментом можна використовувати такі засоби, як вибір еквівалентних напружень у вигляді критерію Писаренка-Лебедева [10] $\sigma_i = \chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1$, який рекомендується для матеріалів, що мають неоднакову міцність при розтягуванні й стисненні, а також показника m в узагальненому методі Нейбера.

Conclusions. Taking into account the wide range of variation of temperatures and pressures, as well as the large scattering of experimental data from different sources for testing cracked specimens (the constants in the Paris equation) and while obtaining fatigue curves for smooth specimens, the results can be considered acceptable. Errors can be generated using a generalized diagram of deformation, strain amplitudes bringing the estimated temperature and symmetric load cycle, the stressed state interpolating using the Neybera method etc.

In order to correlate the results of calculation and experiment such means as selection of equivalent stresses according to the Pisarenko-Lebedev criterion [10] $\sigma_i = \chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1$, which

is recommended for materials with varying tensile strength and compression and index m in the generalized Neuberger method can be used.

Список використаної літератури

1. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие. Т. 4. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов [Текст] / О.Н. Романив, С.Я. Ярема, Г.Н. Никифорчин и др. – Киев: Наук. думка, 1990. – 680 с.
2. Голуб, В.П. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении [Текст] / В.П. Голуб, А.Д. Погребняк. – Киев: Наук. думка, 1994. – 228 с.
3. Детали паровых стационарных турбин. Расчет на малоцикловую усталость: РТМ 108.021.103-85 [Текст]. – Взамен РТМ 108.021.103-76; введ. 01.07.86. – Л.: НПО ЦКТИ, 1986. – 48 с.
4. Шульженко, Н.Г. Задачи термочности, вибродиагностики и ресурса энергоагрегатов (модели, методы, результаты исследований): моногр. [Текст] / Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Б.Ф. Зайцев. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 с.
5. Визначення розрахункового ресурсу та оцінка живучості роторів і корпусних деталей турбін: СОУ-Н МЕНВ 40.1-21677681-52:2011 [Текст]. – К.: ОЕП «ГРІФРЕ»: М-ство енергетики та вугільної промисловості України, 2011. – 42 с. – (Нормативний документ Міненерговугілля України. Методичні вказівки).
6. Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение [Текст] / Дж. Коллинз. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
7. Хейвуд, Р.Б. Проектирование с учетом усталости [Текст] / Р.Б. Хейвуд. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
8. Прочность и долговечность элементов энергетического оборудования [Текст] / Б. Поспишил, А.Л. Квитка, Г.Н. Третьяченко и др. – Киев: Наук. думка, 1987. – 216 с.
9. Когаев, В.П. Расчёты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность [Текст] / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
10. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии [Текст] / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – Киев: Наук. думка, 1976. – 415 с.

Отримано 07.08.2013