11. Синицин Е. А. Оптимизация передаточной функции нерекурсивного фильтра 2-го порядка при вобуляции. — Вопросы радиоэлектроники, 1982, вып. 14, с. 29—33.
12. Шильман С. В. Метод производящих функций в теории динамических систем. — М. : Наука, 1978.—335 с.
13. Иванников А. П., Кондратьев А. Н., Сморкалова В. М. Автоматизация расчета дискретных параметрических фильтров верхних частот. Мат. обеспечение САПР.— Горький : ГГУ, 1984, с. 41—52.
14. Иванников А. П., Кондратьев А. Н. Фильтровая система компенсации с повышенным динамическим диапазоном. — В сб. РИПОРТ, 1977, № 6. Рукопись деп. в ВИМИ, № 3-5163.
15. Сморкалова В. М., Кондратьев А. Н., Шильман С. В. Метод синтеза параметрических цифровых фильтров в частотной области. Рукопись деп. в ВИНИТИ, РЖ, 1984, № 9, № 3536-84 Деп.
16. Иванников А. П., Кондратьев А. Н., Сморкалова В. М. Синтез дискретных параметрических фильтров. — Автоматизация проектирования в электронике.— Киев, Техніка, 1984, № 30, с. 74—76.

Поступила в редакцию 15.02.85.

УДК 621.372.542:376.56

РЕКУРСИВНЫЕ ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ С ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЕЙ

ПОГРИБНОЙ В. А., ЯВОРСКИЙ Б. И.

Даны методы расчета коэффициентов и моделирования работы рекурсивных цифровых фильтров с линейной дельта-модуляцией.

Дельта-модуляция (ДМ) с равномерным шагом квантования и постоянной частотой дискретизации применяется в цифровой фильтрации благодаря простоте реализации и помехозащищенности [1]. Следует заметить, что методы расчета и построения рекурсивных цифровых фильтров (РЦФ) с применением ДМ известны для случая, когда отсчеты представлены в формате линейной ДМ, а коэффициенты — в формате импульсно-кодовой модуляции (ИКМ) [2, 3].

Методы расчета, моделирования на ЭВМ и построения РЦФ, в которых все величины представлены в формате ДМ (РЦФДМ), не разработаны. Это ограничивает применение ДМ в реализациях РЦФ. В настоящей статье даны методы расчета, моделирования и вариант практической реализации РЦФДМ, полученные во взаимосвязи форматов [4, 5] ИКМ и линейной ДМ.

Введем обозначения: $T_д$ — период дискретизации при ДМ; $e^{(x)}$ — шаг квантования входного сигнала в формате ДМ; $\{\hat{x}_i\}$, $\{\hat{y}_i\}$ — аппроксимации входного и выходного сигналов $x(t)$, $y(t)$ соответственно в формате ИКМ; $e^{(h)}$, $e^{(g)}$ — шаги квантования коэффициентов фильтра в формате ДМ; $\{\hat{h}_r\}$, $\{\hat{g}_r\}$ — аппроксимации последних в формате ИКМ. Для гармонического сигнала $x(t)$, исходя из его максимальной амплитуды U_m и частоты $f_в$, частота дискретизации дельта-модулятора, при которой последний не перегружается [1]

$$T_д^{-1} \geqslant 2\pi U_m f_в / | e^{(x)} |. \tag{1}$$

Введем исходные выражения, полученные на основании [6]:

$$e_k^{(x)} = \begin{cases} \varepsilon^{(x)}, & x_k - \hat{x}_k \geqslant 0; \\ -\varepsilon^{(x)}, & x_k - \hat{x}_k < 0; \end{cases}$$

$$\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1} = e_k^{(x)}; \qquad \hat{x}_k = \sum_{i=1}^{k} e_i^{(x)}; \qquad \hat{x}_k = 0 \text{ при } k < 1. \tag{2}$$

Для выходного одноразрядного двоичного кода $\{L_k\}$ дельта-модулятора справедливо равенство $L_k = (e_k^{(x)} + \varepsilon^{(x)})/2\varepsilon^{(x)}$. Для значений выходных отсчетов запишем:

$$\Delta y_n = y_n - y_{n-1}, \qquad \text{откуда } y_n = y_{n-1} + \Delta y_n,$$

$$\Delta(\Delta y)_n = \Delta y_n - \Delta y_{n-1}, \quad \text{—»—} \ \Delta y_n = \Delta y_{n-1} + \Delta(\Delta y)_n.$$

Шаги квантования $e_r^{(h)}$, $e_r^{(g)}$ связаны с $\hat{h}_r$, $\hat{g}_r$ выражениями, аналогичными (2). В общем случае $|e^{(\cdot)}| \neq 1$, однако для упрощения часто принимают $\varepsilon^{(\cdot)} = 1$, а при выполнении последующих арифметических операций 0 кода $\{L_k\}$ преобразуют в -1. Тогда перемножение вырождается в суммирование по модулю 2 с отрицанием, при сдвиге оперируют кодом $\{L_k\}$, и при аппаратурной реализации ЦФ в формате ДМ получают выигрыш по сравнению с форматом ИКМ. Проигрыш заключается в более высокой частоте дискретизации $T_д^{-1} \gg T^{-1} \geqslant 2f_в$. Алгоритм работы РЦФДМ представим, исходя из [7]

$$y_n = \sum_{m=0}^{M_д-1} x_{n-m} h_m - \sum_{m=1}^{M_д-1} y_{n-m} g_m, \quad n \geqslant 1. \tag{3}$$

В [4] показано, что для формата ДМ

$$\Delta(\Delta y)_k = \sum_{m=0}^{M_д-1} e_{k-m}^{(x)} e_m^{(h)} - \sum_{m=1}^{M_д-1} \Delta(\Delta y)_{k-m} e_m^{(g)}. \tag{4}$$

Для РЦФ результат фильтрации во временной области с учетом (3), (4) во взаимосвязи форматов смешанного, соответствующего алгоритму Стилтьеса, ДМ и ИКМ:

$$y_n = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{m=0}^{M_д-1} e_{i-m}^{(x)} \hat{h}_m - \sum_{m=1}^{M_д-1} \Delta y_{i-m} \hat{g}_m \right), \tag{5}$$

$$y_n = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{i} \left(\sum_{m=0}^{M_д-1} e_{k-m}^{(x)} e_m^{(h)} - \sum_{m=1}^{M_д-1} \Delta(\Delta y)_{k-m} e_m^{(g)} \right), \tag{6}$$

т. е. для получения результата в формате ИКМ, в РЦФ требуются дополнительные суммирования. Передаточные функции РЦФ, согласно (5), (6), тогда соответственно равны:

$$H(z) = \sum_{m=0}^{M_д-1} \hat{h}_m z^{-m} \Big/ \left(1 + \sum_{m=1}^{M_д-1} \hat{g}_m z^{-m} \right),$$

$$H^{(д)}(z) = \sum_{m=0}^{M_д-1} e_m^{(h)} z^{-m} \Big/ \left(1 + \sum_{m=1}^{M_д-1} e_m^{(g)} z^{-m} \right). \tag{7}$$

Одинаковые по абсолютной величине шаги квантования в полученных формулах обычно предполагаются равными 1, что необходимо при замене умножения в формате ИКМ суммированием по модулю 2 с отрицанием в формате ДМ. Как следует из (7), все комплексно-сопряженные полюсы передаточной функции РЦФ будут находиться на единичном круге z-плоскости, что соответствует работе на грани устойчивости.

Для обеспечения устойчивой работы необходимо, чтобы $\sum_{m=1}^{M_g-1} e_m^{(g)} z^{-m} < 1$, что можно обеспечить, например, путем выбора $|e^{(g)}| < 1$. Однако выбор $|\varepsilon^{(g)}| \neq 1$ при равных 1 величинах остальных шагов препятствует осуществлению суммирования по модулю 2 с отрицанием, так как последнее производится лишь с кодовыми значениями $L_i^{(\cdot)} \in \{0,1\}$, в которые преобразуются одинаковые по абсолютной величине шаги квантования. Указанную трудность можно преодолеть следующим образом:

$$|\Delta(\Delta y)| = \varepsilon^{(g)} = \varepsilon^{(x)} = \varepsilon^{(h)} = 1, \quad e_k^{(g)M} = M^{(m)} e_k^{(g)} = \begin{cases} M^{(m)}\varepsilon^{(g)}, & g_k - \hat{g}_k \geqslant 0, \\ -M^{(m)}\varepsilon^{(g)}, & g_k - \hat{g}_k < 0, \end{cases}$$

где $M^{(m)} \in (0,1)$ — масштабирующий множитель в формате ИКМ. В результате этого операции над кодовыми значениями: $\overline{L_{k-m}^{(x)} \oplus L_m^{(h)}}$, $\overline{L_{k-m}^{(y)} \oplus L_m^{(g)}} \in \{0,1\}$, соответствующие произведениям $e_{k-m}^{(x)} e_m^{(h)}$ и $\Delta(\Delta y)_{k-m} e_m^{(g)}$, можно производить обычным способом. При таком выборе величин шагов и масштабирующего множителя выражение (4) примет вид

$$\Delta(\Delta y)_k = \sum_{m=0}^{M_\text{д}-1} e_{k-m}^{(x)} e_m^{(h)} - M^{(m)} \sum_{m=1}^{M_\text{д}-1} \Delta(\Delta y)_{k-m} e_m^{(g)}, \quad e_r^{(x)} = \Delta(\Delta y)_r = 0, \quad r < 1. \tag{8}$$

Отметим, что умножение числа $M^{(m)}$ на соответствующую сумму осуществляется в позиционном коде, так как результат суммирований по модулю 2 с отрицанием поступает в реверсивные счетчики, выходные сигналы которых представляют соответствующие суммы в правой части (8) в позиционном коде. За счет некоторой неточности АЧХ, возникающей при таком методе, обеспечивается устойчивая работа РЦФ, так как полюсы в этом случае будут лежать внутри единичного круга

$$H_\text{м}^{(\text{д})}(z) = \sum_{m=0}^{M_\text{д}-1} e_m^{(h)} z^{-m} \Big/ \left(1 + M^{(m)} \sum_{m=1}^{M_\text{д}-1} e^{(g)} z^{-m}\right).$$

С учетом сказанного значение $M^{(m)}$ следует выбирать, исходя из обеспечения устойчивости РЦФ и точности АЧХ. Практически значение $M^{(m)}$ зависит от отношения $\mu = T/T_\text{д}$, $T = (2f_\text{в})^{-1}$, где $f_\text{в}$ — верхняя частота спектра сигнала и максимального значения y_k, а умножение на $M^{(m)}$ сводится к сдвигу позиционного кода соответствующего числа в сторону младших разрядов.

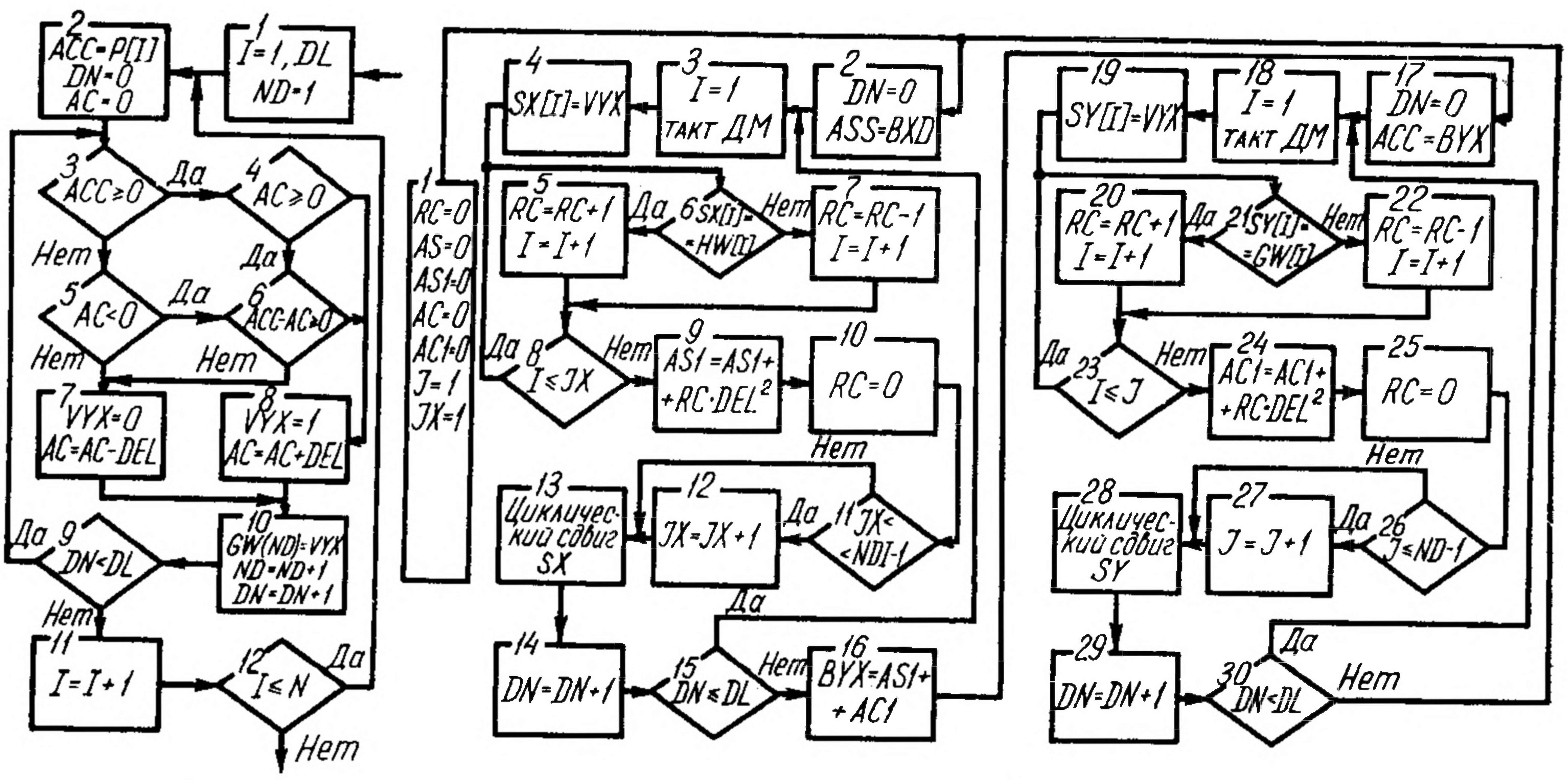
Конкретная схема РЦФДМ обычно состоит из каскадно соединенных звеньев-резонаторов, представляющих собой прямые или канонические формы второго порядка из рекурсивных и нерекурсивных частей, содержащих регистры сдвига, различные сумматоры, реверсивные счетчики [1, 2, 3].

Для определения коэффициентов РЦФДМ на основе расчета РЦФ с ИКМ [8] предлагается следующая методика.

Исходя из значения амплитуды $u_y^{(\max)} = |H|_\text{р} u_x^{(\max)}$, где $u_x^{(\max)}$ — максимальная амплитуда гармонического входного сигнала резонансной частоты $f_\text{р}$; $|H|_\text{р}$ — модуль передаточной функции цифрового резонатора в формате ИКМ для значения $f_\text{р}$, находится частота дискретизации $T_\text{д}^{-1}$ согласно (1), причем в данном случае $u_m = u_y^{(\max)}$, $|e^{(\cdot)}| \geqslant u_x^{(\min)}$, где $u_x^{(\min)}$ — минимальное значение амплитуды входного сигнала. Если $T_\text{д}^{-1}$ слишком большое, его можно уменьшить до приемлемой величины соответствующим выбором отношения $u_m/\varepsilon^{(\cdot)} < u_y^{(\max)}/u_x^{(\min)}$. Другим путем уменьшения является применение усилителя с автоматической регулировкой усиления.

Полученные согласно [8] последовательности $P[I]$, $Q[I]$ коэффициентов рекурсивной и нерекурсивной частей РЦФ-резонаторов (звеньев), представленные в формате ИКМ, квантуются с помощью ДМ (рис. 1, *а*), где AC — старое значение аппроксимации при ДМ; ACC — новое значение аппроксимации при ДМ; DEL — шаг квантования при ДМ; VYX — выходной код дельта-модулятора; ND — количество заполненных ячеек регистра GW (или HW); N — количество коэффициентов в исходной последовательности; I — текущий номер коэффициента исходной последовательности; DN — номер текущего такта ДМ; DL — число тактов ДМ на период ИКМ.

Расчет проверяется при помощи имитационной модели РЦФДМ (рис. 1, *б*), где JX — количество заполненных ячеек регистра SX; $AS1$ — содержимое сумматора нерекурсивной части РЦФДМ; RC — состояние



а *б*

Рис. 1

реверсивного счетчика; AS — старое значение аппроксимации во входном ДМ; J — количество заполненных ячеек регистра SY; $AC1$ — содержимое сумматора рекурсивной части РЦФДМ; AC — старое значение аппроксимации в ДМ рекурсивной части РЦФДМ; ASS — новое значение аппроксимации во входном ДМ; HW, GW — регистры ДМ-последовательностей коэффициентов; BXD — новый отсчет входного сигнала в формате ИКМ; остальные обозначения те же, что и на рис. 1, *а*. При этом сравниваются импульсные характеристики или АЧХ исходного РЦФ в формате ИКМ и имитационной модели РЦФДМ, при помощи любого известного метода (например, по критерию среднеквадратичной ошибки). При неудовлетворительном результате необходимо увеличить частоту $T_д^{-1}$, уменьшая величину $\varepsilon^{(\cdot)}$.

В имитационной модели РЦФДМ отсчеты входного сигнала x_n (BXD) — десятичные числа с плавающей запятой. При их дельта-модуляции осуществляется суммирование или вычитание предыдущего аппроксимированного квантованного отсчета (AC) и значение шага квантования $\varepsilon<1$ (DEL), которые также являются десятичными числами с плавающей запятой. Выходной код дельта-модулятора L_k (VYX) принимает значение 1 или 0. Произведение двух ДМ-последовательностей представляет собой сумму слагаемых $\overline{L_i \oplus L_k}$. Тогда результат последующих суммирований $AC1$ будет представлен в целочисленном виде и возможны случаи, когда $AC1 \gg y_n$, $n=\overline{0, \infty}$. Поэтому результат $AC1$ при подаче на выходной сумматор масштабируется, так как его значение в α/β раз больше, где β — произведение истинных значений $\varepsilon^{(\cdot)}$; α — произведение принятых значений $\varepsilon^{(\cdot)}$. В данном случае $\varepsilon^{(\cdot)}$ определяется из (1), $\alpha=1$, $\beta=\varepsilon^2$. Тогда масштабирующий коэффициент в рекурсивной части, необходимый для обеспечения устойчивости, равен ε^2 (на рис. 1, *б* $M^{(m)}$ соответствует DEL^2).

Для сохранения модуля коэффициента передачи умножение на аналогичный коэффициент осуществляется и в нерекурсивной части РЦФДМ. Практически в конкретной реализации такое умножение осуществляется путем сдвига кода в реверсивном счетчике.

Приведем для иллюстрации метода некоторые результаты расчета рекурсивного резонатора с ДМ, в основе алгоритма которого лежит выражение

$$\hat{y}_n = \hat{h}_0\hat{x}_n + \hat{h}_2\hat{x}_{n-2} + \hat{g}_1\hat{y}_{n-1} - \hat{g}_2\hat{y}_{n-2} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\mu} e_{0k}^{(h)}e_i^{(x)} + \sum_{i=1}^{n-2}\sum_{k=1}^{\mu} e_{2k}^{(h)}e_i^{(x)} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{\mu} e_{1k}^{(g)}\Delta y_i - \sum_{i=1}^{n-2}\sum_{k=1}^{\mu} e_{2k}^{(g)}\Delta y_i,$$

где $\hat{h}_0=1$; $\hat{h}_2=-1$; $\hat{g}_1=1{,}5588458$; $\hat{g}_2=-0{,}81$, что соответствует $Tf_p=1/12$ (рис. 2, *а*, *б*). В регистрах HW, GW такого РЦФДМ содержатся отдельные коэффициенты разностного уравнения, представленные в формате

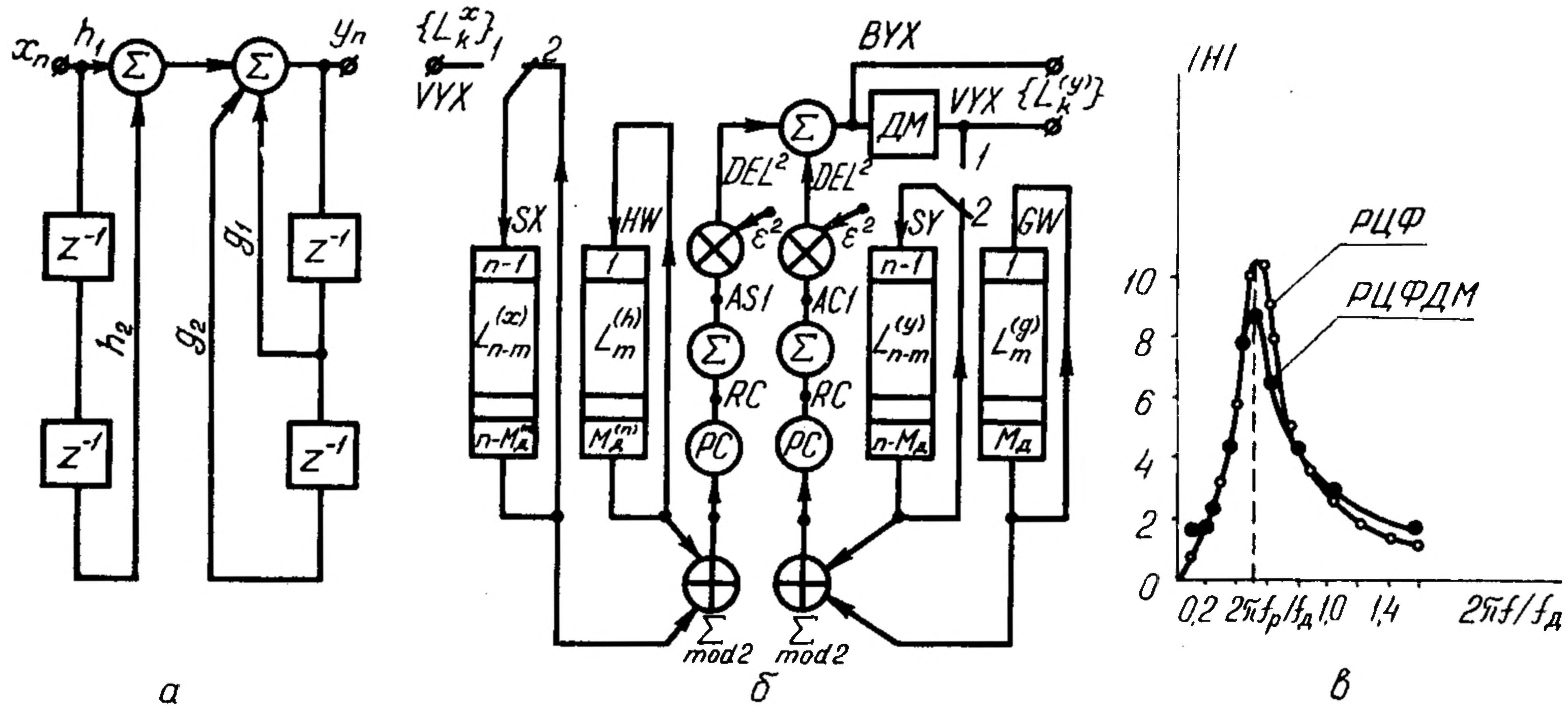


Рис. 2

ДМ по правилу (2). Число отсчетов, аппроксимирующих каждый коэффициент, выбрано одинаковым и равным $\mu=64$, что определило величину $\varepsilon=DEL=2/64$. Для коэффициентов, по абсолютной величине меньших максимального, указанные регистры содержат соответствующее число символов нулевого дельта-кода вида ...010101. Например, для коэффициентов рекурсивной части РЦФ $P(I)$, $I=1{,}2$ (в данном случае $P(1)=1{,}5588458$, $P(2)=-0{,}81$), соответствующие коэффициенты РЦФДМ $GW(ND)$, $ND=\overline{1{,}128}$ будут равны: 1 ... 1 для $ND=1 \ldots 50$; 01 ... ... 01 для $ND=51 \ldots 64$; 0 ... 0 для $ND=65 \ldots 90$ и 10 ... 10 для $ND=91 \ldots$ ... 128. Реверсивные счетчики РС производят дозированное суммирование произведений по модулю 2 с отрицанием в позиционном коде. Их выходные величины составляют соответственно:

$$\sum_{l=1}^{i}\sum_{m=1}^{M_д} e_m^{(h)}e_{l-m}^{(x)} \text{ и } \sum_{l=1}^{i}\sum_{m=1}^{M_д} e_m^{(g)}\Delta(\Delta y)_{l-m},$$

где $M_д=p\mu$; p — количество коэффициентов. Каждая из таких сумм накапливается в сумматоре $AS1$ или $AC1$ соответственно, масштабируется с помощью множителя $M^{(m)}$, после чего поступает на выходной сумматор. На рис. 2, *в* приведены АЧХ РЦФ с ИКМ и РЦФДМ. Некоторое несовпадение АЧХ обусловлено наличием перегрузки по крутизне и дрейфом коэффициентов вследствие шумов зернистости при принятом μ.

При реализации РЦФДМ получен выигрыш в оборудовании и быстродействии по сравнению с ЦФДМ нерекурсивного типа, поскольку длина регистров $M_д$ для хранения коэффициентов и ДМ-последовательностей сигналов во втором случае определяется количеством ИКМ отсчетов импульсной характеристики, необходимом для реализации ЦФ с малыми эффектами усечения (колебаниями Гиббса), что для случая, приведенного в примере, составляет как минимум три периода, т. е. 36 весовых коэффициентов (для РЦФДМ всего четыре коэффициента).

ЛИТЕРАТУРА

1. Стил Р. Принципы дельта-модуляции. — М. : Связь, 1979.—368 с.
2. Kouvaras N. Operation on delta-modulated signals and their application on the realization of digital filters. — REE, 1978, v. 48, N 9, p. 431—438.
3. Kouvaras N. Some novel elements for delta-modulated signal processing.— REE, 1981, v. 51, N 5, p. 241—249.
4. Погрибной В. А. Цифровой спектральный анализ с использованием дельта-модуляции. — ДАН УССР, 1982, Сер. А, № 6, с. 74—79.
5. Погрибной В. А. Дельта-модуляция в аппаратурном спектральном анализе.— Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 7, с. 1352—1361.
6. Роча Л. Ф., Чернуски-Фриас Б., Орда К. Вычисление свертки и корреляции при помощи дельта-модуляторов. — ТИИЭР, 1980, т. 68, № 8, с. 90—92.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М. : Мир, 1978.—848 с.
8. Яворский Б. И., Домбровский З. И. Расчет цифровых полосовых фильтров типа Чебышева. — Радиотехника, 1981, т. 36, № 10, с. 79—81.

Поступила в редакцию после переработки 21.06.84.

УДК 621.391.8

ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

ЛЕБЕДЕВ Е. К.

Рассмотрены устройства цифровой обработки сигналов в остаточных классах. Описаны статистические свойства бинарной случайной последовательности (СП) $x_S[kT]$ в S-м разряде порождающей марковской СП R-разрядных чисел $x[kT]$. Представлен оптимальный алгоритм обнаружения марковских сигналов в системе остаточных классов (СОК). Показано, что оптимальная цифровая фильтрация в СОК уменьшает объем памяти весовых коэффициентов и увеличивает быстродействие по сравнению со случаем использования позиционных кодов.

Одной из актуальных проблем цифровой обработки информации является ограничение разрядности чисел в СЦВМ при сохранении энергетической эффективности систем. С этой точки зрения представляет интерес реализация алгоритмов цифровой фильтрации в остаточных классах. Это снижает ошибки округления и предопределяет параллельность выполнения алгебраических действий над числами без учета разрядных связей в них [1]. Правильность восстановления результата в СОК не увеличивает энергетические потери [2, 3]. Сущность использования СОК состоит в следующем.

Если каждое из целых чисел случайной последовательности СП $x[kT]$ представлено R разрядами, то в соответствии с теоремой об остатках [2] их можно разбить на ν R_S-разрядных частей так, что числа S-го разряда $x_S[kT]$ определяются соотношением $x_S[kT]=\langle x[kT]\rangle N_S$, где $\langle \dots \rangle N_S$ — операция вычета по модулю N_S. В этом случае алгебраические действия можно заменить действиями над их вычетами (остатками) с последующим восстановлением результата.

Цифровое устройство, работа которого основана на использовании непозиционной системы счисления, показано на рис. 1, *а*. Выполнением