

УДК 539.3

Дмитрий Ли́ла, Валентина Марченко

Черкасский национальный университет им. Б. Хмельницкого, Украина

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО КОЛЬЦЕВОГО ДИСКА

Dmitrii Lila, Valentina Marchenko

### INSTABILITY IN A ROTATING ELASTOPLASTIC ANNULAR DISK

Объект исследования – кольцевой круговой плоский диск, упругопластическое состояние (плоское напряженное состояние) которого обусловлено значительными центробежными усилиями и дополнительным внутренним радиальным давлением, пропорциональным квадрату угловой скорости вращения. Целью работы является разработка способа определения критической скорости вращения однородного изотропного диска (неупрочняющийся материал с условием текучести Сен-Венана), при которой теряется устойчивость путем приобретения новой плоской равновесной формы, отличной от начальной круговой. Метод исследования – метод малого параметра [2] (в рамках приближенного подхода Лейбензона–Ишлинского [3] в теории устойчивости деформируемых тел); метод возмущения формы границы [1].

Рассматривается самоуравновешенная (близкая к круговой) форма потери устойчивости исследуемого диска. Уравнение его внешнего контура с точностью до бесконечно малых первого порядка представлено в виде

$$\rho = 1 + \delta \cos n\theta,$$

где  $\rho$  – безразмерный текущий радиус,  $\delta$  – малый параметр,  $n$  – небольшой натуральный параметр, превышающий 1,  $\theta$  – полярный угол. Внутреннее контурное давление равно  $\frac{\omega^2 \gamma (b^2 - a^2)}{(3a)}$ , где  $\omega$  – постоянная угловая скорость вращения,  $\gamma$  – плотность,  $a$  и  $b$  – внутренний и внешний радиусы диска.

В первом приближении по малому параметру характеристическое уравнение относительно безразмерного критического радиуса пластической зоны  $\beta_0$  получено в виде

$$\det A(\beta_0) = 0,$$

где элементы  $a_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3, 4$ , определены [4] через  $\beta_0$ ,  $n$ , предел текучести  $\sigma_s$ , модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\nu$  и  $\beta = a/b$ . При этом корню  $\beta_0 = \beta_{0c}$  характеристического уравнения соответствует критическое значение квадрата относительной угловой скорости

$$\left(\frac{\omega_c}{q}\right)^2 = \frac{24 + 12\beta\beta_0^{-1}(1 + \beta_0^2)f(\beta_0)}{3(\nu + 3) - (3\nu + 1)(2 - \beta_0^2)\beta_0^2 - 4\beta^2\beta_0^{-1}(1 + \beta_0^2)},$$

где  $q = b^{-1} \sqrt{\sigma_s/\gamma}$ , а  $f(x)$  – известная функция.

#### Литература

1. Гузь А. Н., Немиш Ю. Н. Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред. – К.: Выща шк., 1989. – 352 с.
2. Ивлев Д. Д., Ершов Л. В. Метод возмущений в теории упругопластического тела. – М.: Наука, 1978. – 208 с.
3. Guz A. N. Stability of elastic bodies under uniform compression (review) // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N 3. – P. 241–293.
4. Lila D. M., Martynyuk A. A. Development of instability in a rotating elastoplastic annular disk // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N 2. – P. 224–233.