

УДК 669.539

**Т. Рибак, докт. техн. наук; Є. Ріпецький, канд. техн. наук;  
С. Сікорський**

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ДЕФОРМІВНО-НАПРУЖЕНИЙ СТАН НЕСУЧОЇ СИСТЕМИ ГРЕЙФЕРНОГО НАВАНТАЖУВАЧА ПЕА-1А**

**Резюме.** Розглянуто плоску просторово-навантажenu рамну конструкцію навантажувача-екскаватора самохідного ПЕА-1А модифікованим методом мінімуму потенціальної енергії деформації для розв'язку задач пошукового конструювання та оптимізації геометричних параметрів несучих систем за повним напруженим станом. Отримано рекомендації для раціональнішого взаємного розміщення найбільш навантажених елементів, що призвело до підвищення їх міцності при одночасному зниженні матеріаломісткості.

**Ключові слова:** деформівно-напружений стан, грейферний навантажувач, модернізований метод мінімуму потенціальної енергії, деформація стисненого кручення.

**T. Rybak, Y. Ripetskyi, S. Sikorskyi**

## **STRESSED-STRAINED STATE OF FRAME STRUCTURE OF THE GRAB LOADER**

**The summary.** Space-loaded frame structure of agricultural grab loaders and theirs components need improvements. Besides, constructional system of the grab loader tends to change from the considerable differences of rigidity. Planar space-loaded frame structure of the self-propelled excavator is analyzed in the article using the modified method based on the principle of minimum potential energy of deformation to solve the problems of design and optimization of geometrical parameters of the frame structure in complete tension. The calculation of simple frames with help of other methods is extremely bulky and takes much time, but this method simplifies even the calculation of the complicated frame structure. Metalwork of grab loader consists of longitudinal longerons with five different profiles. The main loads acting on the frame structure of grab loader are the external forces from the engine and gear-box, driving axle, speed-reducer and rear wheels, turning cylinders and boom of loader. These forces are counterbalanced by reactions of five fulcrums of the grab loader.

The investigation of the stressed-strained state of frame structure of the grab loader begins with the design of the main scheme of calculation. Conditional intersection along the frame symmetry plane is used for construction of basic model of the grab loader and the action of the first part on the second is substituted by the internal unknown force factors. If the frames are composed of elements of an open section, the energy of torsional deformation is only taken into consideration that does not influence the final results.

Potential energy of deformation of the frame of this type is equal to the sum of potential energies of its parts: potential energy of the first part of the frame of its elements under torsion and potential energy of the second part in the same condition of deformation.

The expression of potential energy of deformation of both parts of the frame of its elements under torsion is formed on the basis of the following assumptions:

- units of conjunction of traverse with longitudinal longerons are left unchanged before and after the deformation;
- power of deformation of shear and distension is not taken into consideration;
- the influence of moving power on distribution of internal forces in elements of frame of pull-type machines is neglected.

Suitable quantity of unknown forces is excluded from the function of potential energy with the help of the equations of statics. Integrands of functions of potential energy of deformation are differentiated using the Leibniz's rule. Definite integrals are calculated.

According to the theorem on the smallest work each of derivatives of the potential energy of deformation equals to zero. As the result, a system of linear canonical equations is aggregated. Received canonical equations are divided into two independent systems for calculation of space-loaded frame structure. The first is used for the determination of symmetric and antisymmetric unknown values. It results in simplification of computation of this system. The second is used for algorithmization of calculation. As the result the internal unknown force characteristics are found. Tensity of the most dangerous section of the frame structure is determined using the numerical values of internal unknown values and predicted external loads.

Recommendations for more efficient mutual locations of loaded elements are obtained the result of which is the increase of their strength while reducing material capacity.

**Key words:** stresses-strained state, grab loader, minimum potential energy, deformation of torsion.

**Постановка проблеми.** Базова просторова несуча система сільськогосподарських грейферних навантажувачів та її елементи вимагають удосконалення за матеріаломісткістю та несучою здатністю. Створення методики досліджень заснованого на модифікації методу мінімуму потенціальної деформації, що базується на енергії чистого кручення, складає основу даної роботи.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Про складність і громіздкість навіть приблизних теоретичних розрахунків рамних конструкцій машин (наприклад, за допомогою методу сил) можна судити хоча б за методикою наближених розрахунків рами причіпного комбайна чи рами серійного картоплезбирального комбайна КПП-2 [1–4]. Тут розрахунок порівняно простих рам надзвичайно громіздкий і вимагає великих затрат часу.

Якщо застосувати метод сил, наприклад, до розрахунку рами грейферного навантажувача (рис. 1), то для визначення коефіцієнтів  $\delta_{ij}$ , при невідомих  $M$ ,  $K$  і  $Q$  потрібно перемножити епюри згинальних і крутних моментів в основній схемі рами від одиничних зусиль  $X_i$ ,  $X_j$ , ( $i=1\dots 12$ ;  $j=1\dots 12$ ). Для визначення вільних членів  $\Delta_{ip}$  необхідно перемножити всі зазначені епюри моментів від одиничних сил на епюри моментів від зовнішніх навантажень.

Оскільки перемноження епюр від одиничних сил проводиться між ділянками (тут їх 32), то визначення коефіцієнта  $\delta_{ip}$  практично зводиться до перемноження 32 епюр згинальних і 32 епюр крутних моментів. Крім того, додається ще перемноження зазначених епюр на епюри моментів від зовнішніх сил для отримання вільних членів  $\Delta_{ip}$  системи.

Практика показала, що при розрахунку складних конструкцій рам модифікованим методом мінімуму потенціальної енергії з використанням адитивності функції потенціальної енергії складні аналітичні процеси та обчислювальні процедури значно спрощуються. Крім того, якщо рами складаються з елементів відкритого профілю, то розрахунок можна проводити, враховуючи лише енергію деформації кручення, що практично не впливає на кінцевий результат і значно спрощує задачу [5].

**Мета роботи.** Розкрити статичну невизначеність рами навантажувача-екскаватора самохідного ПЕА-1А модифікованим методом, заснованим на принципі мінімуму потенціальної енергії деформації, для оцінювання характеру деформівно-

напруженого стану елементів конструкції й знаходження шляхів пошуку оптимальних параметрів їх геометрії та матеріаломісткості за повним напруженим станом.

**Результати досліджень.** У роботі розглянуто плоску просторово-навантажену рамну конструкцію навантажувача-екскаватора самохідного ПЕА-1А (рис. 1).

Основні навантаження, що діють на раму грейферного навантажувача, є зовнішні зусилля від двигуна та КПП  $P_1, P'_1, P_2, P'_2$ ; переднього моста  $P_3, P'_3$ ; редуктора та задніх коліс  $P_4, P'_4$ ; поворотних циліндрів  $P_5, P'_5$ ; колони стріли навантажувача  $P_k$ . Прикладені зусилля зрівноважуються реакціями бульдозерного відвалу як передньої опори  $R_1, R'_1, R_6$  і задніми відкидними опорами  $R_2, R'_2$ .

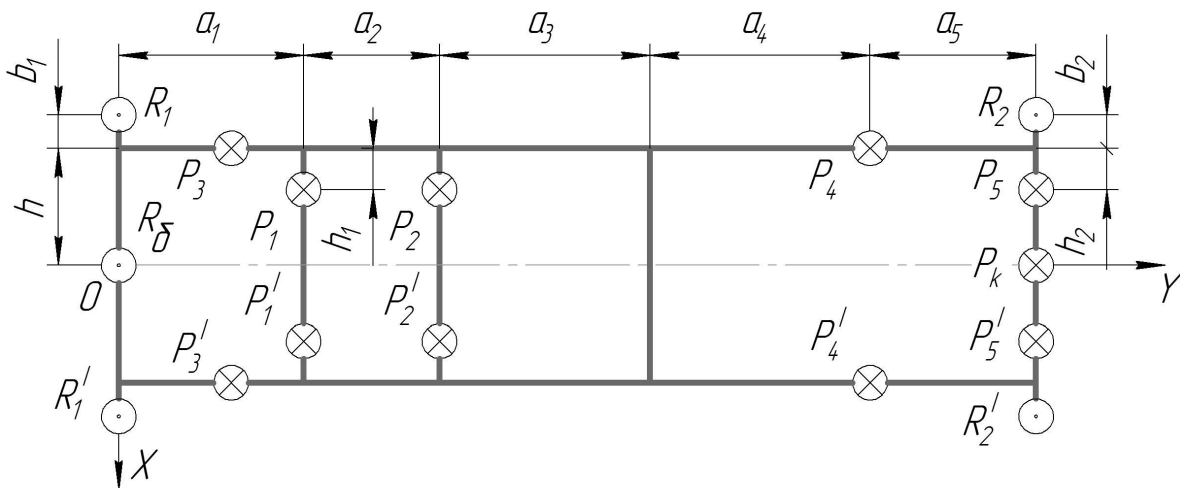


Рисунок 1. Конструктивна модель рами грейферного навантажувача ПЕА-1А  
Figure 1. Constructional model of grab loader frame

У зв'язку з тим, що зовнішні навантаження направлені перпендикулярно до площини рами і діють асиметрично відносно її осі симетрії  $OY$ , згинальні моменти і поперечні сили у горизонтальній площині й нормальні сили дорівнюють нулю. У кожному поперечному перетині балки залишаються три невідомі: загальний крутний момент  $K_i$ , згинальний момент  $M_i$  у площині, перпендикулярній до рами, у цій же площині діє поперечна сила  $Q_i$  [6]. Після прийнятих допущень і узагальнень отримаємо 12 разів статично невизначену систему.

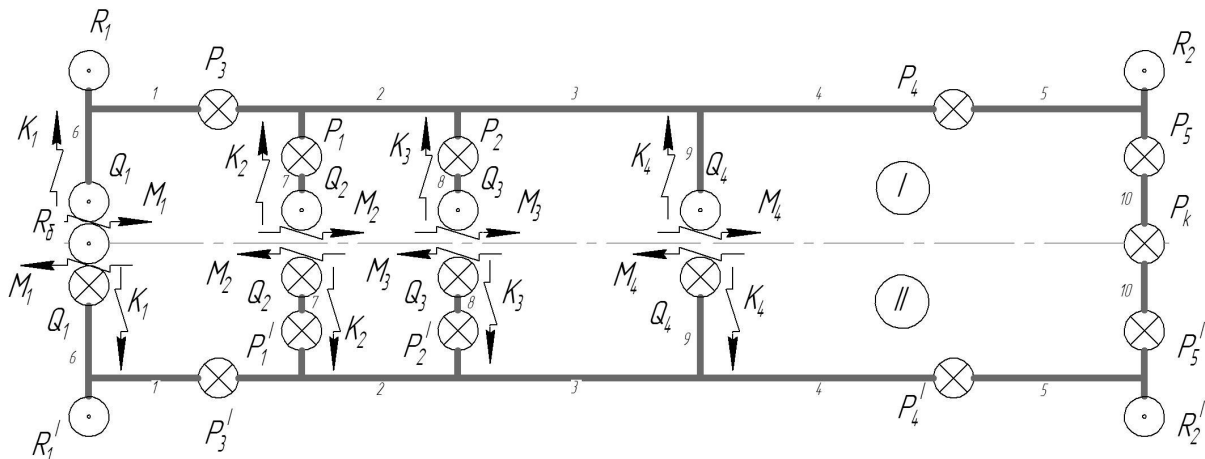


Рисунок 2. Основна розрахункова схема рами грейферного навантажувача ПЕА-1А  
Figure 2. Main analytical model of grab loader frame

Потенціальна енергія деформації розглянутої рами (рис. 2) дорівнює сумі потенційних енергій двох її частин

$$U = U_I + U_{II}, \quad (1)$$

де  $U_I = U_{IK}$  – потенціальна енергія частини рами I при крученні елементів;

$U_{II} = U_{IIK}$  – потенціальна енергія частини рами II при крученні елементів [7].

Враховуючи адитивність функції, потенціальна енергія частин рами I і II при крученні її елементів запишемо

$$\begin{aligned} U_{IK} = & \frac{1}{2GI_{k6}} \int_0^h K_1^2 dS + \frac{1}{2GI_{k1}} \int_0^{a_1} \left( M_1 - Q_1 h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1 b_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k7}} \int_0^h K_2^2 dS + \frac{1}{2GI_{k2}} \int_0^{a_2} \left( M_1 + M_2 - (Q_1 + Q_2) h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1 b_1 + P_1 h_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k3}} \int_0^{a_3} \left( M_1 + M_2 + M_3 - (Q_1 + Q_2 + Q_3) h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1 b_1 + P_1 h_1 + P_2 h_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k8}} \int_0^h K_3^2 dS + \frac{1}{2GI_{k9}} \int_0^h K_4^2 dS + \frac{1}{2GI_{k4}} \int_0^{a_4} \left( M_4 - Q_4 h + R_2 b_2 + \frac{P_k}{2} h + P_3 h_2 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k5}} \int_0^{a_5} \left( R_2 b_2 + P_3 h_2 + \frac{P_k}{2} h \right)^2 dS; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} U_{IIK} = & \frac{1}{2GI_{k6}} \int_0^h K_1^2 dS + \frac{1}{2GI_{k1}} \int_0^{a_1} \left( M_1 + Q_1 h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1' b_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k7}} \int_0^h K_2^2 dS + \frac{1}{2GI_{k2}} \int_0^{a_2} \left( M_1 + M_2 + (Q_1 + Q_2) h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1' b_1 + P_1' h_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k3}} \int_0^{a_3} \left( M_1 + M_2 + M_3 + (Q_1 + Q_2 + Q_3) h - \frac{R_{\sigma}}{2} h + R_1' b_1 + P_1' h_1 + P_2' h_1 \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k8}} \int_0^h K_3^2 dS + \frac{1}{2GI_{k9}} \int_0^h K_4^2 dS + \frac{1}{2GI_{k4}} \int_0^{a_4} \left( M_4 + Q_4 h + R_2' b_2 + P_3' h_2 + \frac{P_k}{2} h \right)^2 dS + \\ & + \frac{1}{2GI_{k5}} \int_0^{a_5} \left( R_2' b_2 + P_3' h_2 + \frac{P_k}{2} h \right)^2 dS. \end{aligned} \quad (3)$$

Проінтегрувавши похідні за  $M_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) виразів (2–3), отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_I}{\partial M_1} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial M_1} = & \frac{1}{GI_{k1}} \left( M_1 a_1 - Q_1 h a_1 - \frac{R_{\sigma}}{2} a_1 h + R_1 a_1 b_1 \right) + \\ & + \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 - (Q_1 + Q_2) a_2 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_2 h + R_1 a_2 b_1 + P_1 a_2 h_1 \right) + \\ & + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 - (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R_1 a_3 b_1 + (P_1 + P_2) a_3 h_1 \right); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{II}}{\partial M_1} = \frac{\partial U_{III}}{\partial M_1} = \frac{1}{GI_{k1}} \left( M_1 a_1 + Q_1 h a_1 - \frac{R_{\sigma}}{2} a_1 h + R'_1 a_1 b_1 \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 + (Q_1 + Q_2) a_2 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_2 h + R'_1 a_2 b_1 + P'_1 a_2 h_1 \right) + \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R'_1 a_3 b_1 + (P'_1 + P'_2) a_3 h_1 \right); \\ \frac{\partial U_I}{\partial M_2} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial M_2} = \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 - (Q_1 + Q_2) a_2 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_2 h + R_1 a_2 b_1 + P_1 a_2 h_1 \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 - (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R_1 a_3 b_1 + (P_1 + P_2) a_3 h_1 \right); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{II}}{\partial M_2} = \frac{\partial U_{III}}{\partial M_2} = \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 + (Q_1 + Q_2) a_2 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_2 h + R'_1 a_2 b_1 + P'_1 a_2 h_1 \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R'_1 a_3 b_1 + (P'_1 + P'_2) a_3 h_1 \right); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial M_3} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial M_3} = \frac{1}{GI_{k3}} \left( \begin{aligned} &(M_1 + M_2 + M_3) a_3 - (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \\ &-\frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R_1 a_3 b_1 + (P_1 + P_2) a_3 h_1 \end{aligned} \right); \quad (8)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial M_3} = \frac{\partial U_{III}}{\partial M_3} = \frac{1}{GI_{k3}} \left( \begin{aligned} &(M_1 + M_2 + M_3) a_3 + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h - \\ &-\frac{R_{\sigma}}{2} a_3 h + R'_1 a_3 b_1 + (P'_1 + P'_2) a_3 h_1 \end{aligned} \right); \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial M_4} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial M_4} = \frac{1}{GI_{k4}} \left( M_4 a_4 - Q_4 a_4 h + R_2 a_4 b_2 + \frac{P_k}{2} a_4 h + P_5 a_4 h_2 \right); \quad (10)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial M_4} = \frac{\partial U_{III}}{\partial M_4} = \frac{1}{GI_{k4}} \left( M_4 a_4 + Q_4 a_4 h + R_2 a_4 b_2 + \frac{P_k}{2} a_4 h + P_5 a_4 h_2 \right). \quad (11)$$

Склавши відповідні рівняння для I і II частин рами і прирівнявши результат до нуля, отримаємо систему канонічних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_1} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial M_1} = M_1 \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_2 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \\ - \frac{R_{\sigma}}{2} h \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{1}{2} h (R_1 + R'_1) \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \\ + M_3 \frac{a_3}{I_{k3}} + \frac{1}{2} h_1 (P_1 + P'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{h_1}{2 I_{k3}} (P_2 + P'_2) = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_2} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial M_2} = M_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_2 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \\ - \frac{R_{\sigma}}{2} h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{1}{2} h (R_1 + R'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \\ + M_3 \frac{a_3}{I_{k3}} + \frac{1}{2} h_1 (P_1 + P'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{h_1}{2 I_{k3}} (P_2 + P'_2) = 0; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M_3} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial M_3} = M_1 + M_2 + M_3 - R_6 \frac{h}{2} + \frac{1}{2} h(R_1 + R'_1) + \frac{1}{2} h_1(P_1 + P'_1) + \frac{h_1}{2} (P_2 + P'_2) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M_4} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial M_4} = M_4 + \frac{1}{2} (R_2 + R'_2) b_2 + \frac{P_k}{2} h + \frac{1}{2} (P_5 + P'_5) h_2 = 0. \quad (15)$$

Проінтегрувавши похідні за  $K_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) вирази (2–3), отримаємо

$$\frac{\partial U_I}{\partial K_1} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial K_1} = \frac{1}{GI_{k6}} (K_1 h); \quad (16)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial K_1} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial K_1} = \frac{1}{GI_{k6}} (K_1 h); \quad (17)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial K_2} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial K_2} = \frac{1}{GI_{k7}} (K_2 h); \quad (18)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial K_2} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial K_2} = \frac{1}{GI_{k7}} (K_2 h); \quad (19)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial K_3} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial K_3} = \frac{1}{GI_{k8}} (K_3 h); \quad (20)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial K_3} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial K_3} = \frac{1}{GI_{k8}} (K_3 h); \quad (21)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial K_4} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial K_4} = \frac{1}{GI_{k9}} (K_4 h); \quad (22)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial K_4} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial K_4} = \frac{1}{GI_{k9}} (K_4 h). \quad (23)$$

Склавши відповідні рівняння для I і II частин рами і порівнявши результат до нуля, отримаємо канонічні рівняння в параметричних виразах

$$\frac{\partial U}{\partial K_1} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial K_1} = \frac{2}{GI_{k6}} (K_1 h) = 0; \quad (24)$$

$$\frac{\partial U}{\partial K_2} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial K_2} = \frac{2}{GI_{k7}} (K_2 h) = 0; \quad (25)$$

$$\frac{\partial U}{\partial K_3} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial K_3} = \frac{2}{GI_{k8}} (K_3 h) = 0; \quad (26)$$

$$\frac{\partial U}{\partial K_4} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial K_4} = \frac{2}{GI_{k9}} (K_4 h) = 0. \quad (27)$$

Проінтегрувавши похідні за  $Q_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) вирази (2–3), отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_I}{\partial Q_1} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial Q_1} = \frac{1}{GI_{k1}} \left( Q_1 a_1 h^2 - M_1 a_1 h + \frac{R_6}{2} a_1 h^2 - R_1 a_1 b_1 h \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k2}} \left( (Q_1 + Q_2) a_2 h^2 - (M_1 + M_2) a_2 h + \frac{R_6}{2} a_2 h^2 - R_1 a_2 b_1 h - P_1 a_2 h h_1 \right) + \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + \frac{R_6}{2} a_3 h^2 - R_1 a_3 b_1 h - (P_1 + P_2) a_3 h h_1 \right); \\ \frac{\partial U_{II}}{\partial Q_1} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial Q_1} = \frac{1}{GI_{k1}} \left( M_1 a_1 h + Q_1 a_1 h^2 - \frac{R_6}{2} a_1 h^2 + R'_1 a_1 b_1 h \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 h + (Q_1 + Q_2) a_2 h^2 - \frac{R_6}{2} a_2 h^2 + R'_1 a_2 b_1 h + P'_1 a_2 h h_1 \right) + \end{aligned} \quad (29)$$

$$+ \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - \frac{R_6}{2} a_3 h^2 + R'_1 a_3 b_1 h + (P'_1 + P'_2) a_3 h h_1 \right);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_I}{\partial Q_2} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial Q_2} = \frac{1}{GI_{k2}} \left( (Q_1 + Q_2) a_2 h^2 - (M_1 + M_2) a_2 h + \frac{R_6}{2} a_2 h^2 - R_1 a_2 b_1 h - P_1 a_2 h h_1 \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + \frac{R_6}{2} a_3 h^2 - R_1 a_3 b_1 h - (P_1 + P_2) a_3 h h_1 \right); \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{II}}{\partial Q_2} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial Q_2} = \frac{1}{GI_{k2}} \left( (M_1 + M_2) a_2 h + (Q_1 + Q_2) a_2 h^2 - \frac{R_6}{2} a_2 h^2 + R'_1 a_2 b_1 h + P'_1 a_2 h h_1 \right) + \\ + \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - \frac{R_6}{2} a_3 h^2 + R'_1 a_3 b_1 h + (P'_1 + P'_2) a_3 h h_1 \right); \end{aligned} \quad (31)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial Q_3} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial Q_3} = \frac{1}{GI_{k3}} \left( (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + \frac{R_6}{2} a_3 h^2 - R_1 a_3 b_1 h - (P_1 + P_2) a_3 h h_1 \right); \quad (32)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial Q_3} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial Q_3} = \frac{1}{GI_{k3}} \left( (M_1 + M_2 + M_3) a_3 h + (Q_1 + Q_2 + Q_3) a_3 h^2 - \frac{R_6}{2} a_3 h^2 + R'_1 a_3 b_1 h + (P'_1 + P'_2) a_3 h h_1 \right); \quad (33)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial Q_4} = \frac{\partial U_{IK}}{\partial Q_4} = \frac{1}{GI_{k4}} \left( Q_4 a_4 h^2 - M_4 a_4 h - R_2 a_4 b_2 h - \frac{P_k}{2} a_4 h^2 - P_5 a_4 h h_2 \right); \quad (34)$$

$$\frac{\partial U_{II}}{\partial Q_4} = \frac{\partial U_{IIK}}{\partial Q_4} = \frac{1}{GI_{k4}} \left( M_4 a_4 h + Q_4 a_4 h^2 + R'_2 a_4 b_2 h + \frac{P_k}{2} a_4 h^2 + P'_5 a_4 h h_2 \right). \quad (35)$$

Склавши відповідні рівняння для I і II частин рами і прирівнявши результат до нуля, отримаємо систему канонічних рівнянь у виразах зовнішніх навантажень та геометричних характеристик рами

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial Q_1} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial Q_1} = Q_1 h \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_2 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_3 \frac{a_3 h}{I_{k3}} + \\ + \frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{1}{2} (P'_1 - P_1) h_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P'_2 - P_2) = 0; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Q_2} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial Q_2} = Q_1 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_2 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_3 \frac{a_3 h}{I_{k3}} + \frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{1}{2} (P'_1 - P_1) h_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P'_2 - P_2) = 0; \quad (37)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Q_3} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial Q_3} = Q_1 h + Q_2 h + Q_3 h + \frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 + \frac{1}{2} (P'_1 + P'_2 - P_1 - P_2) h_1 = 0; \quad (38)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Q_4} = \frac{\partial U_I + \partial U_{II}}{\partial Q_4} = Q_4 h + (R'_2 - R_2) b_2 + (P'_5 - P_5) h_2 = 0. \quad (39)$$

Таким чином, отримаємо залежності (12–15), (24–27), (37–40) для визначення шуканих невідомих. Кінцеві вирази, після спрощення, отримано у вигляді системи

$$\begin{aligned} M_1 \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_2 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_3 \frac{a_3}{I_{k3}} &= \frac{R_\sigma}{2} h \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \\ - \frac{1}{2} h (R_1 + R'_1) \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{1}{2} h_1 (P_1 + P'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P_2 + P'_2); \\ M_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_2 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + M_3 \frac{a_3}{I_{k3}} &= \frac{R_\sigma}{2} h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \\ - \frac{1}{2} h (R_1 + R'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{1}{2} h_1 (P_1 + P'_1) \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P_2 + P'_2); \\ M_1 + M_2 + M_3 &= \frac{1}{2} (h (R_\sigma - R_1 - R'_1) - h_1 (P_1 + P_2 + P'_1 + P'_2)); \\ M_4 &= -\frac{1}{2} ((R_2 + R'_2) b_2 + P_k h + (P_5 + P'_5) h_2); \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} K_1 &= 0; \\ K_2 &= 0; \\ K_3 &= 0; \\ K_4 &= 0; \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} Q_1 h \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_2 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_3 \frac{a_3 h}{I_{k3}} &= -\frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 \times \\ \times \left( \frac{a_1}{I_{k1}} + \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{1}{2} (P'_1 - P_1) h_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P'_2 - P_2); \\ Q_1 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_2 h \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) + Q_3 \frac{a_3 h}{I_{k3}} &= -\frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 \times \\ \times \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{1}{2} (P'_1 - P_1) h_1 \left( \frac{a_2}{I_{k2}} + \frac{a_3}{I_{k3}} \right) - \frac{a_3 h_1}{2 I_{k3}} (P'_2 - P_2); \\ Q_1 h + Q_2 h + Q_3 h &= -\frac{1}{2} (R'_1 - R_1) b_1 - \frac{1}{2} (P'_1 + P'_2 - P_1 - P_2) h_1; \\ Q_4 h &= -(R'_2 - R_2) b_2 - (P'_5 - P_5) h_2. \end{aligned} \quad (42)$$



Шукані згинальний  $M$  і крутний  $K$  моменти, а також поперечну силу  $Q$  визначаємо при таких вихідних даних:

- зовнішні навантаження, отримані експериментально:

$$\begin{aligned} P_1 &= 3550\text{Н}; P'_1 = 2850\text{Н}; P_2 = 3150\text{Н}; P'_2 = 2450\text{Н}; \\ P_3 &= 1380\text{Н}; P'_3 = 1220\text{Н}; P_4 = 3490\text{Н}; P'_4 = 2510\text{Н}; \\ P_5 &= 884\text{Н}; P'_5 = 1116\text{Н}; P_k = 14500\text{Н}; R_6 = 4454\text{Н}; \\ R_1 &= 5425\text{Н}; R'_1 = 5219\text{Н}; R_2 = 11657\text{Н}; R'_2 = 10245\text{Н}; \end{aligned} \quad (43)$$

- геометричні та фізичні характеристики, взяті з креслення і властивостей матеріалу конструкції:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,33\text{м}; a_2 = 0,72\text{м}; a_3 = 1,7\text{м}; a_4 = 0,64\text{м}; a_5 = 0,88\text{м}; \\ b_1 &= 0,22\text{м}; b_2 = 0,3\text{м}; h_2 = 0,11\text{м}; h = 0,362\text{м}; h_1 = 0,162\text{м}; \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} I_{k1} &= 11,635 \cdot 10^{-6} \text{м}^4; I_{k2} = 11,837 \cdot 10^{-6} \text{м}^4; I_{k3} = 8,52 \cdot 10^{-8} \text{м}^4; \\ I_{k4} &= 11,849 \cdot 10^{-6} \text{м}^4; I_{k5} = 15,845 \cdot 10^{-6} \text{м}^4; G = 8 \cdot 10^4 \text{МПа}. \end{aligned} \quad (45)$$

Підставивши числові значення в рівняння (41–52) отримаємо

$$\begin{aligned} 17,7M_1 + 6,28M_2 + 0,2M_3 &= 23373,225; \\ 6,28M_1 + 6,28M_2 + 0,2M_3 &= -10348,9; \\ M_1 + M_2 + M_3 &= 274; \\ M_4 &= -6019,8; \\ K_1 &= 0; \\ K_2 &= 0; \\ K_3 &= 0; \\ K_4 &= 0; \\ 17,7Q_1 + 6,28Q_2 + 0,2Q_3 &= 1828,7; \\ 6,28Q_1 + 6,28Q_2 + 0,2Q_3 &= 1099,97; \\ Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 443,98; \\ Q_4 &= 100,3. \end{aligned} \quad (46)$$

Унаслідок розв'язку системи рівнянь (56) отримаємо

$$\begin{aligned} M_1 &= 2952,9\text{Н} \cdot \text{м}; \\ M_2 &= -4664\text{Н} \cdot \text{м}; \\ M_3 &= 1985,1\text{Н} \cdot \text{м}; \\ M_4 &= -6019,8\text{Н} \cdot \text{м}; \\ K_1 &= 0\text{Н} \cdot \text{м}; \\ K_2 &= 0\text{Н} \cdot \text{м}; \\ K_3 &= 0\text{Н} \cdot \text{м}; \\ K_4 &= 0\text{Н} \cdot \text{м}; \\ Q_1 &= 63,81\text{Н}; \\ Q_2 &= 102,5\text{Н}; \\ Q_3 &= 277,67\text{Н}; \end{aligned} \quad (47)$$

$$Q_4 = 100,3\text{Н.}$$

**Висновки.** Конструктивна система грейферного навантажувача ПЕА-1А має особливість зміни і значних перепадів жорсткостей. Проведення аналізу напружено-деформівного стану такої несучої системи в цілому можливе лише при використанні модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації. Внаслідок розрахунків отримано рекомендації для раціональнішого взаємного розміщення найбільш навантажених елементів, для підвищення їх ресурсу роботи при одночасному зниженні матеріаломісткості.

**Conclusion.** Constructional system of grab loader has the peculiarity of changing and considerable differences of rigidity. Analysis of deformed tension of such frame is possible only using the modified method based on the principle of minimum potential energy of deformation. Recommendations for more efficient mutual locations of loaded elements are received in order to increase the operating time and lower material capacity.

#### Список використаної літератури

1. Грошев, Л.М. Определение нагрузок, действующих на несущие конструкции зерноуборочных комбайнов [Текст] / Л.М. Грошев // Тракторы и сельхозмашины. – 1965. – №3. – С.7–10.
2. Семенов, П.И. Расчет прочности и деформативности анизотропных тонкостенных стержней открытого профиля [Текст] / П.И. Семенов. – К.: Вища школа, 1974. – 184с.
3. Корноухов, Н.В. Расчет сложных рам по методу перемещений с учетом деформации сдвига и ширины стержней [Текст] / Н.В. Корноухов // Науч. тр. КИСИ. – К.: КИСИ, 1959. – Вып.12. – С.24–34.
4. Синяговский, И.С. Исследование и основные принципы проектирования из тонкостенных гнутых профилей рам с/х машин на прицепе рамы КПП-2 [Текст] / И.С. Синяговский // Докл. Тимирязев. с/х академии. – 1961. – Вып.66. – С.63–67.
5. Рибак, Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин: підручник-посібник [Текст] / Т.І. Рибак. – Тернопіль: Збруч, 2003. – 332с.
6. Аналітична оцінка ресурсу несучих металоконструкцій сільськогосподарських машин [Текст] / П. Попович, Т. Рибак, М. Сташків, Я. Господарський // Вісник ХНТУСГ, Вип.100. Харків, 2010. – С.17–20.
7. Аналітичні залежності напружено-деформованого стану одновісних рамних конструкцій сільськогосподарських машин [Текст] / Т.І. Рибак, С.П. Сікорський, І.В. Коваль, С.Г. Целюк // Вісник ХНТУСГ. – Вип. 112. – Харків, 2011. – С.45–50.

*Отримано 14.02.2012*