Михайлишин М. До питання про фізичні співвідношення деформаційної теорії термопластичності / Михайлишин М., Головатий Б. // Вісник ТНТУ. — 2012. — Том 66. — № 2. — С.88-96. — (механіка та матеріалознавство).

УДК 539.3

М. Михайлишин, канд. фіз.-мат. наук; Б. Головатий

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ДО ПИТАННЯ ПРО ФІЗИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЕФОРМАЦІЙНОЇ ТЕОРІЇ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ

Резюме. *Розглянуто узагальнення деформаційної теорії термопластичності при неізотермічних процесах навантаження з урахуванням можливого пружного розвантаження після пластичного деформування, повторного пластичного деформування після пружного розвантаження і навантаження в протилежному напрямку до напрямку початкового навантаження, повернення на криву початкового деформування при навантаженні в напрямку початкового навантаження після пружного розвантаження, повторного пружного розвантаження після повторного пластичного деформування і т. д. з метою використання її для моделювання процесів зварювання тонкостінних елементів конструкцій. Отримано фізичні залежності в компонентах напружень і деформацій для довільного етапу деформування і знайдено формули для обчислення пластичних деформацій. Фізичні залежності записано у формі, яка дозволяє при реалізації обчислювальних алгоритмів використовувати метод додаткових деформацій для лінеаризації фізичної нелінійності.*

Ключові слова: *деформація, напруження, пружнопластичність, неізотермічний процес, параметр пластичності, принцип Мазінга.*

M. Mykhaylyshyn, B. Holovatyy

ON THE PHYSICAL CORRELATIONS OF THE THERMOPLASTICITY DEFORMATION THEORY

The summary. *Generalizations of the deformation theory of thermoplasticity under non-isothermic loading with the possible elastic unloading after plastic deformation, repeated plastic deformation after elastic unloading and loading in the direction opposite to the initial loading, return to the curve of the initial deformation under loading in the direction of initial loading after elastic unloading, repeated elastic unloading after repeated plastic deformation, etc. in order to use it for the modeling of welding of thin-walled structural elements are described in the article.*

Physical correlations under elastic unloading are obtained on the basis of the rule that directing stress tensors and elastic deformations coincide. Thus, the equations are obtained, which in its form are similar to those of the generalized Hooke's law, but interconnect the difference between the current stresses and tensions brought at the beginning of unloading to the temperature distribution in the body, where stress and the *difference between the current deformations and deformations at the beginning of unloading are determined. The same equations can also be written in the form of the generalized Hooke's law between the current stresses and differences between the current deformations and plastic deformation at the beginning of unloading. The obtained equations are generalized in case of the repeated plastic deformation similarly to the equation of deformation thermoplasticity theory based on the thermoelasticity equations. Hereby, it is much easier for the plastic deformation description to use the dependence of* $\sigma_i = \bar{\Phi}\left(\bar{\varepsilon}_i, \varepsilon_i^{(p)1}, T\right)$*, which depends only on the obtained plastic deformations at the beginning of unloading, rather than on the total deformation and temperature for this moment. It is shown that the last dependence in the elastic unloading field is to be presented favourably in different coordinate systems and the conditions that correspond to different directions of loading are indicated. Similar dependences are obtained when the repeated plastic deformation is changed by the elastic unloading with the further plastic deformation.*

Physical dependencies in the components of stress and deformations for any stage of deformation are obtained. Formulae for calculation of plastic deformation are found. Physical dependencies are written in the form, which allows to apply the method of additional deformations for linearization of the physical non-linearity under realization of the calculation algorithms.

Key words: *deformation, strain, elastic plasticity, non-isothermic process, plasticity parameter, Mazing principle.*

Постановка проблеми. Вивченню пружнопластичного деформування елементів конструкцій при нерівномірному нагріві приділяється значна увага учених в усьому світі. Це пов'язано з тим, що більшість відповідальних конструкцій і конструктивних елементів працюють у дуже складних умовах навантаження й нерівномірного нагріву, що призводить до виникнення пластичних областей, областей розвантажень з повторним пластичним деформуванням, формування полів залишкових напружень та деформацій. Для дослідження таких процесів запропоновано багато варіантів рівнянь стану, які тією чи іншою мірою адекватності описують процеси складного неізотермічного навантаження. Результати математичного моделювання суттєво залежать від того, наскільки вдало фізичні співвідношення описують процес, який моделюється.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Детальний аналіз фізичних співвідношень, які використовуються для опису процесів неізотермічного навантаження, проведено в роботі [1]. Що стосується задачі визначення полів залишкових напружень і деформацій, які виникають при зварюванні й споріднених технологіях, а також кількісного оцінювання кінетики пружно-пластичних деформацій з метою прогнозування появи тріщин, то найвагоміших результатів у розв'язанні цієї проблеми досягли вчені інституту електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України під керівництвом академіка НАН України Махненка В.І. [2–7]. Математичне моделювання процесів деформування при зварюванні здійснюють на основі фізичної моделі пружнов'язкопластичного течіння, асоційованого з умовою пластичності Мізеса. Для цього весь процес нагріву при зварюванні й остиганні розбивають на окремі етапи. Розвиток термопружнопластичних деформацій на кожному етапі знаходять з урахуванням результатів для попереднього етапу. Лінеаризація фізичної нелінійності на кожному етапі навантаження здійснюють з використанням методу додаткових деформацій.

Мета роботи. Отримати фізичні співвідношення деформаційної теорії термопластичності для опису різноманітних процесів навантаження, розвантаження та рівняння для визначення параметра пластичності.

Постановка завдання. В деяких випадках, таких, як наплавлення, зварювання, деякі види термічної обробки можна отримати добрі результати на основі деформаційної теорії термопластичності, якщо узагальнити її на врахування розвантажень і можливість появи при цьому повторних пластичних деформацій. Такі узагальнення для ізотермічних процесів розглянуто в роботах В.В. Москвітіна [8], а для неізотермічних – Ю.М. Шевченка [9]. В даній роботі ці ідеї використано для побудови рівнянь стану з метою використання їх для моделювання процесів зварювання тонкостінних елементів конструкцій.

На етапі початкового деформування з недеформованого і ненапруженого стану основні співвідношення деформаційної теорії термопластичності можна представити у вигляді [10, 11]

$$e_{ij} = e_{ij}^{e} + e_{ij}^{p} \tag{1}$$

$$s_{ij} = \frac{2G}{\psi} e_{ij}, \quad \psi = 3G(T)\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}, \tag{2}$$

де $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0$ – компоненти девіаторів напружень та деформацій; $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}s_{ij}}$, $\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij}e_{ij}}$ – інтенсивності напружень і деформацій, ψ – параметр пластичності, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль зсуву. Середні напруження $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ та деформація $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3$ зв'язані залежністю $\sigma_0 = \frac{E}{1-2\nu}\left(\varepsilon_0 - \varepsilon^T\right)$, $\varepsilon^T = \alpha_t T^* = \alpha_t (T - T_0)$ – середня температурна деформація, α_t – коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу. Отже, зміна об'єму має пружний характер у всьому діапазоні зміни напружень і тому середня пластична деформація $\varepsilon_0^p = \varepsilon_{ii}^p/3 = 0$ і компоненти пластичної деформації співпадають з компонентами девіатора $\varepsilon_{ij}^p = e_{ij}^p$. Враховуючи те, що пружні компоненти силової деформації зв'язані з напруженнями узагальненим законом Гука $e_{ij}^{e} = \frac{1}{2G} s_{ij}$, для пластичних деформацій на основі (1) знайдемо

$$\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{\psi - 1}{2G} s_{ij} \,. \tag{3}$$

Можна також показати, що на цьому етапі деформування має місце формула

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^{p} + \varepsilon_i^{e} \,, \tag{4}$$

де ε_i^{e} і ε_i^{p} – інтенсивності пружних і пластичних деформацій.

Параметр пластичності ψ визначається з другої формули (2). При цьому вважається, що інтенсивність напружень є визначена функція температури й інтенсивності деформацій $\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i, T)$, вигляд якої не залежить від характеру напруженого стану і може бути визначений експериментально при простому розтягу циліндричних зразків при різних температурах [9, 10, 12]. На пружній ділянці для ізотропних тіл ця функція має вигляд

$$\sigma_i = 3G(T)\varepsilon_i \,, \quad \sigma_i \le \sigma_s(T) \,, \tag{5}$$

в якій $\sigma_s(T)$ – залежна від температури границя плинності матеріалу. Отже, в області пружних деформацій параметр пластичності $\psi = 1$ і фізичні співвідношення (1) набувають вигляду узагальненого закону Гука

$$s_{ij} = 2Ge_{ij} \,. \tag{6}$$

Для більшості реальних матеріалів функцію $\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i, T)$ можна апроксимувати залежністю

$$\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i, T) = \begin{cases} \sigma_S(T)\dfrac{\varepsilon_i}{\varepsilon_S(T)}, & \varepsilon_i \le \varepsilon_S = \dfrac{\sigma_S(T)}{3G(T)}; \\ \sigma_S(T)\left(\dfrac{\varepsilon_i}{\varepsilon_S(T)}\right)^{\gamma(T)}, & \varepsilon_i > \varepsilon_S(T). \end{cases} \tag{7}$$

де $\gamma(T)$ – конкретна функція для кожного матеріалу, яка визначається експериментально. Зауважимо, що криві (7) можна побудувати також на основі відповідних кривих, знайдених за експериментами при одновісному розтягу [10].

При пружному розвантаженні направляючі тензори напружень і пружних деформацій співпадають [8, 13]. На основі цього фізичні співвідношення набувають вигляд

$$s_{ij} = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i^{(e)}} e_{ij}^{(e)} \,, \tag{8}$$

причому $\sigma_i = 3G\varepsilon_i^{(e)}$. Пластичні деформації при пружному розвантаженні не змінюються і залишаються рівними тим значенням, які були досягнуті на момент початку розвантаження. Тоді, враховуючи (1), фізичні співвідношення запишемо

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - \varepsilon_{ij}^{p1}), \tag{9}$$

де ε_{ij}^{p1} – пластичні деформації, які досягнуті в даному елементі тіла на момент початку розвантаження. Якщо позначити компоненти девіаторів напружень і повних та пружних деформацій у момент початку розвантаження через s_{ij}^1, e_{ij}^1 та e_{ij}^{e1}, то, враховуючи, що співвідношення (1) завжди справедливі і $e_{ij}^{e1} = \frac{1}{2G_1} s_{ij}^1$, фізичні залежності (9) можна представити

$$s_{ij}^* - s_{ij} = 2G\left(e_{ij}^{(1)} - e_{ij}\right). \tag{10}$$

Тут позначено

$$s_{ij}^* = \frac{G}{G_1} s_{ij}^{(1)}, \tag{11}$$

$G_1 = G(T_1)$, T_1 – температура, яка зафіксована в елементі тіла в момент початку розвантаження. Величини s_{ij}^* у роботі [9] названі приведеними компонентами девіатора напружень на початку розвантаження до розподілу температур у тілі, при якому визначається напружений стан. Не дивлячись на те, що співвідношення (9) і (10) – це одні й ті ж співвідношення, які по-різному представлені, подальші узагальнення суттєво залежать від того, якими з них ми будемо користуватися. Якщо ввести позначення

$$\overline{e}_{ij} = e_{ij} - \varepsilon_{ij}^{p1}, \tag{12}$$

то залежності (9) запишемо

$$s_{ij} = 2G\overline{e}_{ij}. \tag{13}$$

Підставляючи (13) у вираз для σ_i знайдемо $\sigma_i = 3G\overline{\varepsilon}_i$, де $\overline{\varepsilon}_i = \sqrt{2/3\, \overline{e}_{ij}\overline{e}_{ij}}$.

Аналогічно, ввівши позначення

$$\tilde{s}_{ij} = s_{ij}^* - s_{ij}, \ \tilde{e}_{ij} = e_{ij}^{(1)} - e_{ij}, \tag{14}$$

перепишемо залежності (10) подібно до (13) у вигляді

$$\tilde{s}_{ij} = 2G\tilde{e}_{ij} \tag{15}$$

й отримаємо співвідношення $\tilde{\sigma}_i = 3G\tilde{\varepsilon}_i$, де хвильками позначені інтенсивності величин (14), тобто $\tilde{\sigma}_i = \sqrt{3/2\, \tilde{s}_{ij}\tilde{s}_{ij}}$, $\tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{2/3\, \tilde{e}_{ij}\tilde{e}_{ij}}$.

Співвідношення (12) чи (14) залишаються справедливими до тих пір, поки в даному елементі тіла знову не виникають пластичні деформації. Такі деформації можуть з'являтися як у результаті розвантаження (при цьому пружне розвантаження переходить у пластичне), так і при навантаженні даного елемента тіла в протилежному напрямку до початкового навантаження (перемінне навантаження [8]). Пружне розвантаження може також змінитися пластичним деформуванням при навантаженні даного елемента в тому ж напрямку, в якому відбувалося навантаження до початку розвантаження.

Якщо в елементі тіла після розвантаження здійснюється навантаження в протилежному напрямку і при цьому розвиваються пластичні деформації або ж повторні пластичні деформації виникають у процесі розвантаження, то рівняння, що зв'язують компоненти напружень і деформацій, отримаємо за аналогією з теорією малих пружнопластичних деформацій при початковому навантаженні з ненапруженого і недеформованого станів. Якщо при пружному розвантаженні використовуються залежності (13), то логічно припустити, що повторне пластичне деформування описується співвідношенням

$$s_{ij} = \frac{2G}{\overline{\psi}(\sigma_i, T)} \overline{e}_{ij} . \tag{15}$$

Підставляючи (15) у формулу для σ_i, знайдемо $\sigma_i = \frac{3G}{\overline{\psi}} \overline{\varepsilon}_i$. Цю формулу можна використовувати для знаходження параметра пластичності $\overline{\psi}$. Для цього теж припускається, що існує залежність

$$\sigma_i = \overline{\Phi}(\overline{\varepsilon}_i, \varepsilon_i^{(p)1}, T), \tag{16}$$

яка не залежить від виду напруженого стану і для її визначення використовуються результати експериментів при найпростіших однорідних напружених станах. У роботі [8] запропоновано будувати таку функцію, виходячи з експериментальної залежності одновісного розтягу-стиску для ізотермічного випадку навантаження. При цьому показано, що найкраще відповідають експериментальним даним криві, побудовані на основі принципу Мазінга. Для неізотермічного випадку такі залежності можна побудувати, якщо при пружному розвантаженні використовувати співвідношення (10). Узагальнення їх на випадок повторного пластичного деформування як при розвантаженні, так і при навантаженні в протилежному до початкового навантаження напрямку має вигляд

$$\tilde{s}_{ij} = \frac{2G}{\tilde{\psi}(\sigma_i, T)} \tilde{e}_{ij} . \tag{17}$$

Легко переконатися, що тоді має місце залежність $\tilde{\sigma}_i = \dfrac{3G}{\tilde{\psi}}\tilde{\varepsilon}_i$, яка може бути використана для знаходження параметра пластичності $\tilde{\psi}$, якщо відома функція

$$\tilde{\sigma}_i = \tilde{\Phi}(\tilde{\varepsilon}_i, \varepsilon_i^1, T)\,. \tag{18}$$

Побудову такої функції для неізотермічних процесів навантаження розглянуто в роботі [14]. Якщо на етапі початкового деформування використовується залежність (7), то функція (18) має вигляд

$$\tilde{\sigma}_i = \begin{cases} \sigma_S(T)\dfrac{\tilde{\varepsilon}_i}{\varepsilon_S(T)}, & \tilde{\varepsilon}_i \le \tilde{\varepsilon}_s = 2\varepsilon_S(T) - \dfrac{1}{3G(T)}\left(\sigma_i'' - \dfrac{G(T)}{G(T_1)}\sigma_i'\right) \\ 2\sigma_S(T)\left(\dfrac{\tilde{\varepsilon}_i + 2\varepsilon_S - \tilde{\varepsilon}_S}{2\varepsilon_S}\right)^{\gamma(T)} - \left(\sigma_i'' - \dfrac{G(T)}{G(T_1)}\sigma_i'\right), & \tilde{\varepsilon}_i > \tilde{\varepsilon}_S \end{cases}, \tag{19}$$

причому тут T_1 – температура, при якій почалося розвантаження в даному елементі, σ_i' – інтенсивність напружень у момент початку розвантаження, σ_i'' – інтенсивність напружень, яка б спостерігалася в даному елементі в момент початку розвантаження при біжучій температурі T і такому ж рівні інтенсивності пластичної деформації. Як бачимо, ця функція залежить як від напружень і деформацій, зафіксованих у даному елементі тіла в момент початку розвантаження, так і від значення температури, при якій розпочалося розвантаження. Очевидно, що використання для опису повторного пластичного деформування фізичних співвідношень у формі (15) набагато простіше, так як функція (16) залежить тільки від досягнутих пластичних деформацій в момент початку розвантаження. Якщо на основі принципу Мазінга побудувати одномірну залежність при розвантаженні й узагальнити її на складний напружений стан, то залежність (16) отримаємо у вигляді [15]

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_S(T)\dfrac{\overline{\varepsilon}_i}{\varepsilon_S(T)}, & \overline{\varepsilon}_i \le \overline{\varepsilon}_s = 2\varepsilon_S(T) - \dfrac{\sigma_i''}{3G(T)} \\ 2\sigma_S(T)\left(\dfrac{\overline{\varepsilon}_i + 2\varepsilon_S - \overline{\varepsilon}_S}{2\varepsilon_S}\right)^{\gamma(T)} - \sigma_i'', & \overline{\varepsilon}_i > \overline{\varepsilon}_S \end{cases}. \tag{20}$$

Функцію (20) вигідно представляти в системі координат $\sigma_i', \overline{\varepsilon}_i'$ з початком у точці O_1 (рис. 1), причому відповідні осі направляємо в протилежному напрямку до осей σ_i, ε_i. Процес пружного розвантаження в даному елементі тіла може до виходу в область повторних пластичних деформацій змінитися навантаженням у тому ж напрямку, що й початкове навантаження. При цьому деформування буде описуватися залежністю $\sigma_i = 3G\overline{\varepsilon}_i$ до тих пір, поки інтенсивність напружень не досягне рівня σ_i''. Після цього буде продовжуватися деформування вздовж вітки початкового деформування з розвитком пластичних деформацій. У цьому випадку відповідні осі $\sigma_i, \bar{\varepsilon}_i$ направляємо в цьому ж напрямку, що й осі початкового деформування σ_i, ε_i. Слід зауважити, що при виході на криву початкового навантаження необхідно покласти всі компоненти досягнутих пластичних деформацій на момент початку розвантаження, що дорівнюють нулю, тобто відновити фізичні співвідношення в тому вигляді, який вони мали до розвантаження.

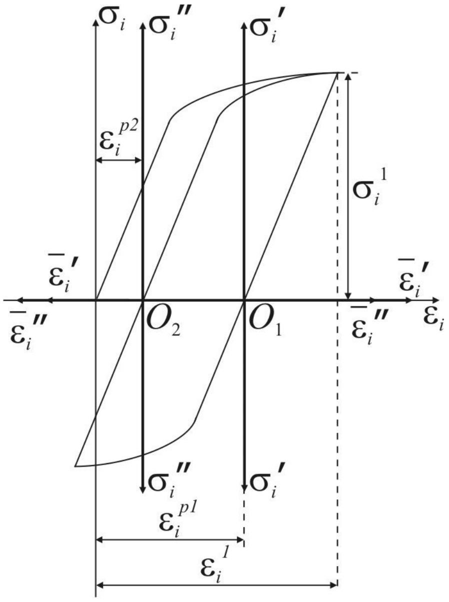

Рисунок 1. Схематичне зображення процесу деформування елемента тіла в просторі інтенсивностей напружень й інтенсивностей приведених деформацій при постійній температурі

Figure 1. Schematic representation of deformation of the body element in the space of stress intensities and resulted deformation intensities at constant temperature

Якщо процес деформування описується залежностями (15), то $e_{ij} = \varepsilon_{ij}^{p1} + \dfrac{\bar{\psi}}{2G} s_{ij}$.

Враховуючи це, а також формулу (1), знайдемо

$$e_{ij}^{p} = e_{ij} - e_{ij}^{e} = \varepsilon_{ij}^{p1} + \frac{\bar{\psi} - 1}{2G} s_{ij}.$$

Звідси легко отримати формулу

$$\bar{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_i^{p} + \varepsilon_i^{e}, \qquad (21)$$

в якій $\bar{\varepsilon}_i^{p}$ – інтенсивність деформацій $\bar{e}_{ij}^{p} = e_{ij}^{p} - e_{ij}^{p1}$. Ця формула є аналогом формули (4) для етапу початкового деформування.

Якщо процес пластичного деформування в протилежному до початкового напрямку знову змінюється розвантаженням з наступним навантаженням у тому ж напрямку, що й початкове навантаження, то відповідну залежність (16) будуємо так, як і в попередньому випадку. Проводячи аналогічні міркування, як і при виведенні формули (20), отримаємо таку ж за формою залежність з тією лише різницею, що $\bar{\varepsilon}_i$ –

це інтенсивність деформацій $e_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p2}$, ε_{ij}^{p2} – досягнуті в даному елементі тіла пластичні деформації на момент початку цього розвантаження і σ_i'' – зафіксована в цей же момент інтенсивність напружень для біжучої температури. Як і в попередньому випадку для описання пружного розвантаження і пластичного деформування при навантаженні в тому ж напрямку, що й початкове, відповідні осі будемо направляти в напрямку початкових осей, а для повернення на криву попереднього пластичного деформування – в протилежному напрямку. Фізичні залежності при пружному розвантаженні й активному пластичному деформуванні також запишемо у формі (13) і (15) теж з тією різницею, що в них потрібно замінити ε_{ij}^{p1} на ε_{ij}^{p2}. Надалі позначимо компоненти пластичних деформацій, зафіксованих в елементі тіла в момент початку розвантаження (довільного по порядку) через ε_{ij}^{p*}, інтенсивність напружень в цей момент – σ_i^*. Тоді фізичні співвідношення запишемо:

$$s_{ij}=\frac{2G}{\psi_*}(e_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p*}), \tag{22}$$

$$\psi_*=3G\frac{\varepsilon_i^*}{\sigma_i},\ \varepsilon_i^*=\sqrt{2/3\,(e_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p*})(e_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p*})}, \tag{23}$$

$$\sigma_i=\begin{cases}\sigma_S(T)\dfrac{\varepsilon_i^*}{\varepsilon_S(T)}, & \varepsilon_i^*\le\varepsilon_s^*=2\varepsilon_S(T)-\dfrac{\sigma_i^*}{3G(T)}\\ 2\sigma_S(T)\left(\dfrac{\varepsilon_i^*+2\varepsilon_S-\varepsilon_s^*}{2\varepsilon_S}\right)^{\gamma(T)}-\sigma_i^*, & \varepsilon_i^*>\varepsilon_s^*\end{cases}. \tag{24}$$

Враховуючи, що $s_{ij}=2Ge_{ij}^e$ і $e_{ij}=e_{ij}^e+\varepsilon_{ij}^p$, співвідношення (22) перепишемо:

$$s_{ij}=2G(e_{ij}-\varepsilon_{ij}^p), \tag{25}$$

$$\varepsilon_{ij}^p=\varepsilon_{ij}^{p*}+\frac{\psi_*-1}{\psi_*}(e_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p*}). \tag{26}$$

Якщо перейти до компонент тензорів напружень σ_{ij} і деформацій ε_{ij}, то ці залежності набудуть вигляду

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2G}\left(\sigma_{ij}-\frac{3\nu}{1+\nu}\delta_{ij}\sigma_0\right)+\delta_{ij}\varepsilon^T+\varepsilon_{ij}^p, \tag{27}$$

$$\varepsilon_{ij}^p=\varepsilon_{ij}^{p*}+\frac{\psi_*-1}{\psi_*}(\varepsilon_{ij}-\varepsilon_{ij}^{p*}-\delta_{ij}\varepsilon_0). \tag{28}$$

Легко бачити, що співвідношення (27) відрізняються від закону Гука додатковими пластичними деформаціями в правій частині, які обчислюємо за формулами (28). Таке представлення фізичних залежностей дозволяє легко узагальнити їх на використання методу додаткових деформацій для лінеаризації фізичної нелінійності. Тоді пластичні деформації в (27) трактуються як додаткові, які уточнюються в ітераційному циклі, причому на кожній ітерації розв'язується пружна задача [7, 9, 10].

Висновки. Узагальнено фізичні співвідношення деформаційної теорії термопластичності при неізотермічних процесах навантаження для випадку довільної кількості циклів навантаження-розвантаження з можливістю виникнення повторних пластичних деформацій. Ці співвідношення відрізняються від закону Гука додатковими пластичними деформаціями, що дозволяє узагальнити їх для використання методу додаткових деформацій. Отримані фізичні залежності можна використовувати для моделювання процесів зварювання, дослідження кінетики напружено-деформованого стану і знаходження полів залишкових напружень і деформацій.

Conclusions. Physical relationships of the deformation theory of thermoplasticity at non-isothermic processes of loading for the case of an arbitrary number of cycles of loading and unloading with the possibility of repeated plastic deformations appearance are generalized. These relations differ from the Hooke's law by the additional plastic deformations, which allows to generalize them for the application of the additional deformations method. Obtained physical dependences can be used for the modeling of welding, studying the kinetics of the stress-strained state and location of the residual stresses and deformation fields.

Список використаної літератури

1. Шевченко, Ю.Н. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения [Текст] / Ю.Н. Шевченко, И.В. Прохоренко. – К.: Наукова думка, 1981. – 295 с.
2. Makhnenko, V.I. Numerical methods of the predictions of welding stresses and distortions / V.I. Makhnenko, E.A. Velikoivanenko, V.E. Pochinok et al. // Welding and Surf. Rev. – 1999. – Vol. 13. Pt. 1. – P. 1–150.
3. Численное исследование кинетики напряжений при сварке разнородных стыков железнодорожных рельсов [Текст] / Е.А. Великоиваненко, Г.Ф. Розынка, Н.И. Пивторак, В.М. Шекера // Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах: Сб. тр. Второй междунар. конф., пос. Кацивели, Крым, Украина, 13–17 сент. 2004 г.; под ред. проф. В.И. Махненко. – Киев: ИЭС им. Е. О. Патона НАНУ, 2002. – С. 56-65.
4. Выбор рациональных размеров макетов сварных узлов при разработке технологи сварки [Текст] / В.И. Махненко, Е.А. Великоиваненко, Г.Ф. Розынка, Н.И. Пивторак // Автоматическая сварка. – 1999. – № 7. – С. 3–14.
5. Махненко, В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформацій [Текст] / В.И. Махненко. – Киев: Наукова думка, 1976. – 320 с.
6. Махненко, В.И. Успехи математического моделирования и информационных технологий в сварке и родственных технологиях [Текст] / В.И. Махненко // Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах: Сб. тр. Второй междунар. конф.,

пос. Кацивели, Крым, Украина, 13–17 сент. 2004 г.; под ред. проф. В.И. Махненко. – Киев: ИЭС им. Е. О. Патона НАНУ, 2002. – С. 11–23.

7. Махненко, В.И. Численный метод определения остаточных напряжений и микроструктурных составляющих при сварке гребных валов среднетоннажных морских судов [Текст] / В.И. Махненко, Е.А. Великоиваненко, В.Т. Кравцов // Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах: Сб. тр. Второй междунар. конф., пос. Кацивели, Крым, Украина, 13–17 сент. 2004 г.; под ред. проф. В.И. Махненко. – Киев: ИЭС им. Е.О. Патона НАНУ, 2002. – С. 180–184.
8. Москвитин, В.В. Пластичность при переменных нагружениях [Текст] / В.В. Москвитин. – М.: Изд-во МГУ, 1965. – 263 с.
9. Шевченко, Ю.Н. Термопластичность при переменных нагружениях [Текст] / Ю.Н. Шевченко. – К.: Наукова думка, 1970. – 287 с.
10. Биргер, И.А. Термопрочность деталей машин [Текст] / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
11. Демьянушко, И.В. Расчет на прочность вращающихся дисков [Текст] / И.В. Демьянушко, И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
12. Шевченко, Ю.Н. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкцій [Текст] / Ю.Н. Шевченко, М.Е. Бабешко, Р.Г. Терехов. – К.: Наукова думка, 1992. – 325 с.
13. Ильюшин, А.А. Пластичность [Текст] / А.А. Ильюшин. – М.: Издательство АН СССР, 1963. – 271 с.
14. Михайлишин, М. Узагальнення принципу Мазінга на випадок неізотермічних процесів навантаження [Текст] / М. Михайлишин // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2006. – Т. 11, № 2. – С. 12–20.
15. Михайлишин, М. Проблеми утворення залишкових напружень і деформацій при зварюванні [Текст] / М. Михайлишин // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2004. – Т. 9, № 2. – С. 19–26.

Отримано 08.06.2012