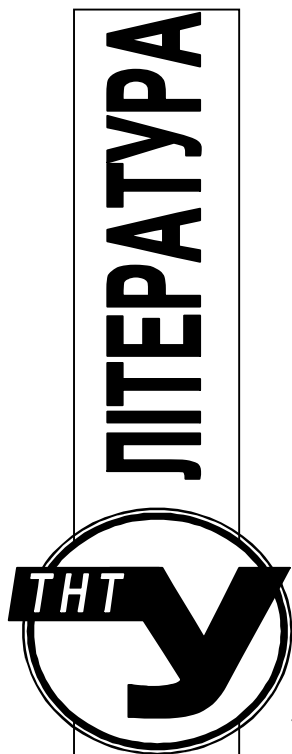


Міністерство освіти і науки України

Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра фізики



ЛІТЕРАТУРА

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

Методичні вказівки
до самостійної роботи
студентів із розв'язування
задач

Тернопіль
2013

ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ: Методичні вказівки до самостійної роботи студентів із розв'язування задач / В.І. Кульчицький, укладач. – Тернопіль: ТНТУ, 2013. – 60 с.

Навчально-методичний посібник містить вказівки до самостійної роботи студентів із розв'язування задач із розділів «Електростатика. Постійний струм» курсу «Електрика та магнетизм» для стаціонарної та заочної форм навчання у ТНТУ імені Івана Пулюя за навчальними планами підготовки бакалаврів з напрямку 6.050101 – комп'ютерні науки. У посібнику викладено короткі теоретичні відомості із розділів «Електростатика. Постійний струм» курсу «Електрика та магнетизм», розроблено методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, подані деякі довідникові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання є другою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками із розв'язування задач.

Навчально-методичний посібник можуть використовувати при вивченні курсу фізики студенти напрямку 6.050101 – «Комп'ютерні науки».

Укладач – к.п.н., доцент кафедри фізики Віктор Кульчицький

Рецензенти – д.ф.-м.н., професор кафедри фізики Леонід Дідух
к.ф.-м.н., доцент кафедри фізики Богдан Ковалюк

Рекомендовано до друку на засіданні кафедри фізики ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № від 2013 р.

Схвалено на засіданні методичної ради факультету по роботі з іноземними студентами ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № від 2013 р.

Зміст	
Вступ	4
1. Зміст дисципліни	6
2. Рекомендована література	
2.1. Основна література	6
2.2. Додаткова література	7
3. Розділ 1. Електричне поле у вакуумі та у речовині	
§1 Теоретичний довідник	9
§2. Приклади розв'язування задач	17
§3. Задачі для самостійного розв'язування	23
4. Розділ 2. Закони постійного струму	
§1 Теоретичний довідник	34
§2. Приклади розв'язування задач	42
§3. Задачі для самостійного розв'язування	55
5. Таблиці основних фізичних величин	60

ВСТУП

До навчальних планів підготовки бакалаврів галузі знань 0501 – інформатика та обчислювальна техніка, напряму підготовки: 6.050101 – комп'ютерні науки включено «Фізику» як обов'язкову навчальну дисципліну, оскільки оволодіння фізичними знаннями дає змогу майбутнім інженерам успішно засвоювати спеціальні дисципліни та використовувати у подальшому здобуті фізичні знання на виробництві.

З метою формування предметних компетентностей студентів з фізики передбачено виконання ними самостійних розрахункових робіт. Це індивідуальні завдання, виконання яких має за мету закріплення навичок самостійного розв'язування студентами текстових та графічних фізичних задач. Розв'язування й аналіз задач дозволяє студентам зрозуміти та запам'ятати основні закони фізики, сформувані уявлення про характерні особливості й межі (границі) їх застосування. Уміння розв'язувати задачі є безпомилковим критерієм оцінки глибини засвоєння програмного матеріалу.

На допомогу студентам у виконанні самостійних розрахункових робіт розроблено цей навчально-методичний посібник, який містить короткі теоретичні відомості з кожного розділу фізики, методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, деякі довідкові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання «Електростатика. Постійний струм» є другою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками розв'язування задач із розділів «Електричне поле у вакуумі та в речовині» та «Закони постійного струму».

Під час виконання самостійних розрахункових робіт необхідно дотримуватись наступних правил:

- 1) опрацювати теоретичний матеріал з відповідних розділів фізики;

- 2) уважно ознайомитися з прикладами розв'язання типових задач з даних тем;
- 3) роботу виконувати у зошиті;
- 4) на титульній сторінці вказати назву дисципліни, прізвище, ім'я та по-батькові студента;
- 5) роботи виконувати акуратно, залишаючи поля для заміток викладача, кожну задачу починати з нової сторінки;
- 6) умову задачі свого варіанту переписати повністю; провести після слова «дано» її скорочений запис, залишаючи місце для табличних даних; перевести числові значення в СІ; шукані величини записати зі знаком питання;
- 7) після слова «аналіз» акуратно і чітко виконати рисунок чи графік для пояснення розв'язку задачі;
- 8) розв'язок задачі обов'язково супроводжувати детальним поясненням кожної формули; перетворення проводити до отримання кінцевої формули, у лівій частині якої знаходиться шукана величина, а у правій величини, які задані в умові задачі;
- 9) після слова «обчислення» підставити числові значення фізичних величин у розрахункову формулу; точність отриманої відповіді не повинна перевищувати тієї точності, з якою задані величини, що зустрічаються в обчисленні;
- 10) одержавши шукану величину, проаналізувати її, щоб переконатися, що вона відповідає умові задачі.

У посібнику наведено таку кількість задач, яка охоплює практично всю програму з розділів «Електричне поле у вакуумі та в речовині» та «Закони постійного струму» і дає змогу кожному студенту працювати за окремим варіантом. Запропоновано 20 приблизно однакових за складністю варіантів, кожен з них складається з 8 задач. Номер варіанту для студента визначає викладач.

1. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Відповідно до діючих навчальних програм підготовки бакалаврів, студенти, вивчаючи фізику, повинні засвоїти наведений нижче матеріал з розділів «Електричне поле у вакуумі та в речовині» та «Закони постійного струму».

Номер лекції	Перелік змістовних модулів, тем лекцій, їх анотації
Змістовний модуль 9. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ ТА У РЕЧОВИНІ.	
17	Тема 17 Електричне поле у вакуумі Атомарність електричного заряду. Закон Кулона. Електричне поле у вакуумі і його характеристики. Поле диполя. Теорема Гауса для напруженості електричного поля. Застосування теореми до розрахунку поля заряджених тіл. Основна задача електростатики.
18	Тема 18 Поле в діелектриках та провідниках. Поле в діелектрику. Вектор поляризації. Діелектрична проникливість. Сегнетоелектрики. Провідники в електростатичному полі. Електроємність. Конденсатори. Об'ємна густина енергії електричного поля.
Змістовний модуль 10. ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.	
19	Тема 19 Класична теорія електропровідності металів Характеристики та умови існування електричного струму. Класична теорія електропровідності металів, її дослідне обґрунтування. Явище надпровідності. Закони постійного струму.
20	Тема 20 Струм в електролітах та газах. Термоелектронна емісія Струм в газах. Поняття про плазму. Струм в електролітах. Термоелектронна емісія. Термоелектрика.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Під час вивчення теоретичного матеріалу рекомендуємо користуватися наступною літературою:

2.1. Основна література

1. Детлаф, А.А. Курс фізики [Текст] / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: ВШ, 1989.
2. Курс фізики; за ред. І.Є.Лопатинського. – Львів: Бескид-Біт, 2002.

3. Нікіфоров, Ю.М. Фізика: конспект вибраних лекцій для студентів заочної форми навчання. Видання третє, доповнене [Текст] / Ю.М. Нікіфоров. – Тернопіль: ТНТУ, 2011. – 176 с.
4. Пундик, А.В. Курс фізики: опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (електрика та магнетизм) [Текст] / А.В. Пундик. – Тернопіль: ТДТУ, 2003.
5. Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст] / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1982, – Т. 1 – 3.
6. Сивухин, Д.В. Общий курс физики [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1977 – 1987. – Т. 1 – 5.
7. Трофимова Т.И. Курс физики для студентов вузов [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 432 с.
8. Яворський, Б.М. Курс фізики [Текст] / Б.М. Яворський. – К.: ВШ, 1972, – Т. 1 – 3.
9. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 352 с.
10. Загальний курс фізики: збірник задач [Текст] / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; за заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2003. – 506 с.

2.2. Додаткова література

1. Бушок, Г.Ф. Курс фізики [Текст] / Г.Ф. Бушок, Г.Ф. Півень. – К.: Вища школа, 1981. – 408 с.
2. Беликов, Б.С. Решение задач по физике: Общие методы [Текст] / Б.С. Беликов. – М.: ВШ, 1986.
3. Бабаджан, Е.И. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике [Текст] / Е.И. Бабаджан. – М.: Наука, 1990.
4. Джанколи, Дж. Физика [Текст] / Дж. Джанколи. – М.: Мир, 1989. – Т. 1,2.
5. Матвеев, А.Н. Молекулярная фізика [Текст] / А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1987. – 360 с.

6. Пундик, А.В. Електрика та магнетизм: методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики [Текст] / А.В. Пундик – Тернопіль: ТНТУ, 2010.

7. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: ВШ, 1991.

8. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики [Текст] / Е.В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1978. – 352 с.

9. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие для студентов вузов [Текст] / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 5-е изд. пер. и доп. – М.: Высшая школа, 1988. – 527 с.

Розділ 1. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ ТА У РЕЧОВИНІ

§1. ТЕОРЕТИЧНИЙ ДОВІДНИК

У цьому розділі вивчається електричне поле, яке створене нерухомими зарядами та дія такого поля на інші нерухомі заряди. Поле заряду, який рухається зі швидкістю, значно меншою за швидкість світла у вакуумі, також можна розглядати як поле нерухомого заряду.

1.1 Властивості зарядів

У природі існують два типи зарядів: додатні та від'ємні.

Одиницею заряду в СІ є кулон (Кл).

Елементарний заряд - найменший заряд, який зустрічається у природі у вільному стані. За величиною він дорівнює модулю заряду електрона $|e| = 1,60219 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Заряд будь-якого тіла дорівнює добутку цілого числа на елементарний заряд, тобто електричний заряд є *дискретною величиною*. Поведінка зарядів підпорядкована закону збереження заряду та закону Кулона.

Закон збереження електричного заряду: в електрично ізольованій системі алгебраїчна сума зарядів залишається незмінною

$$\sum_i q_i = \text{const.}$$

Закон Кулона: сили взаємодії двох точкових електричних зарядів q_1 та q_2 прямо пропорційні добутку величин цих зарядів і обернено пропорційні квадрату відстані r між ними, залежать від середовища та направлені по лінії центрів

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r},$$

де \vec{F}_{12} - сила дії першого заряду на другий; \vec{r}_{12} - вектор, який з'єднує ці заряди та напрямлений по лінії центрів від першого до другого заряду; q_1, q_2 - взаємодіючі заряди; r - модуль вектора \vec{r}_{12} ; $\frac{\vec{r}_{12}}{r}$ - одиничний вектор, напрямлений вздовж

вектора \vec{r}_{12} ; $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ (М/Ф); $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - електрична стала; ϵ -

діелектрична проникність середовища – число, яке показує, у скільки раз сила взаємодії зарядів у даному середовищі менша, ніж у вакуумі (у вакуумі $\epsilon = 1$). Діелектрична проникність різних речовин наведена у довідникових таблицях. Вектор кулонівської сили має напрям вздовж лінії, що з'єднує заряди (рис.1.1 а), при цьому різнойменні заряди притягуються, а однойменні - відштовхуються.

При наявності декількох зарядів, сила взаємодії між будь-якою парою зарядів не залежить від наявності інших. Загальна сила, що діє на один із зарядів системи, дорівнює векторній сумі сил, які діють на даний заряд зі сторони кожного з інших (рис.1.1 б) $\vec{F}_i = \sum_k \vec{F}_{ik}$.

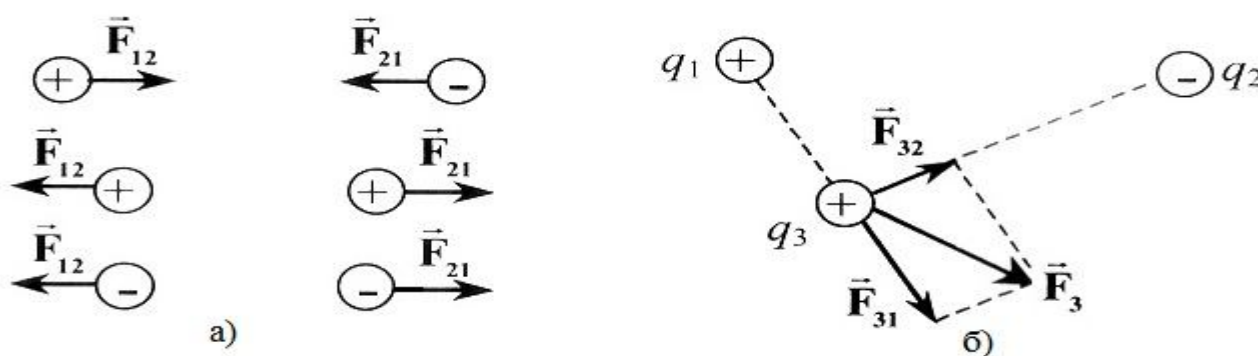


Рис. 1.1 Кулонівська сила

1.2 Характеристики електростатичного поля

Напруженість електростатичного поля (вектор \vec{E}) - це силова характеристика електростатичного поля, яка дорівнює відношенню сили \vec{F} , яка діє на заряд q , поміщений у це поле, до величини цього заряду $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Напрямок вектора \vec{E} співпадає з напрямком вектора сили \vec{F} , яка діяла б у даній точці поля на позитивний заряд. Напрямки векторів \vec{E} , створених додатним та від'ємним зарядами, показані на рис. 1. 2 а.

Принцип суперпозиції полів: напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей, створених у даній точці поля кожним із зарядів окремо

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n,$$

де $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \dots \vec{E}_n$ - напруженості електричних полів, що створюються окремими зарядами (зарядженими тілами) у цій точці.

Для системи двох точкових зарядів q_1 та q_2 визначення напруженості поля у точці A показано на рис. 1. 2 б.

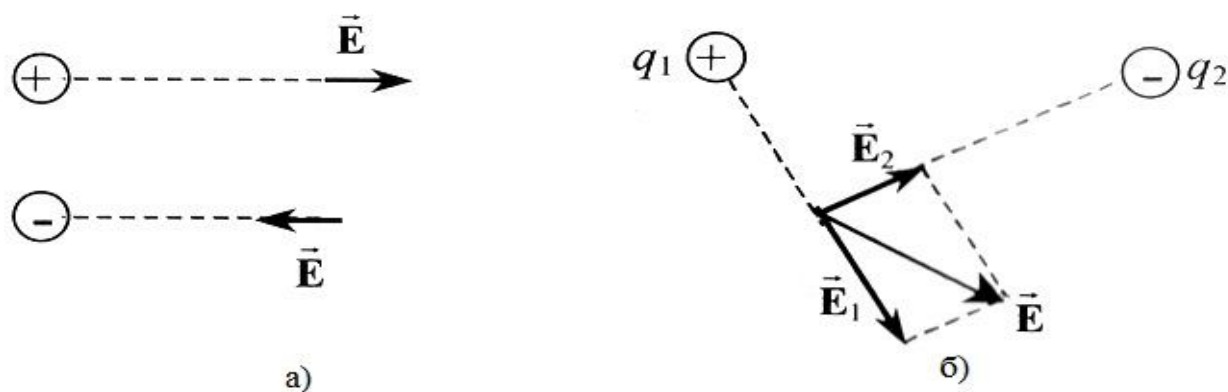


Рис. 1. 2 Напруженість електричного поля

Теорема Гаусса: потік вектора \vec{E} через замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які знаходяться всередині цієї поверхні, поділений на ε_0 , тобто $\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q_i$,

де E_n - проекція вектора \vec{E} на напрям нормалі до елементу dS .

Теорема Гауса дозволяє визначати напруженість електричного поля, яке створюється зарядженими тілами різної форми.

Напруженість поля точкового заряду q на відстані r від нього

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{|q|}{r^2}.$$

Напруженість поля на відстані r від центра сфери радіуса R , на якій рівномірно розподілений по її поверхні заряд q у точках, що лежать всередині та зовні сфери на відстані r від її центра:

$$\text{а) } E_{\text{зовн}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{|q|}{r^2}, \quad \text{б) } E_{\text{всер}} = 0.$$

Напруженість поля нескінченно зарядженої площини.

Під нескінченною площиною слід розуміти таку площину, розміри якої значно перевищують відстань від неї до точок, де визначається напруженість електричного поля, яке створюється цією площиною. Поле такої площини визначається за формулою

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{|q|}{2\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

де σ - поверхнева густина зарядів, тобто заряд, що припадає на одиницю площі, $\sigma = \frac{q}{S}$.

Напруженість поля двох нескінченних паралельних площин, які містять рівні за величиною і протилежні за знаком заряди з поверхневою густиною $\pm\sigma$ (рис. 1. 3) визначається за принципом суперпозиції полів і дорівнює:

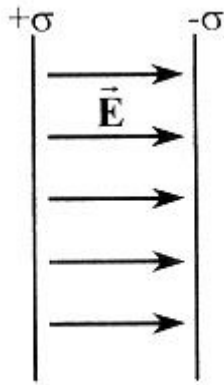


Рис. 1. 3

між площинами $E = \frac{|\sigma|}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{|q|}{\epsilon\epsilon_0 S}$,

зовні площин $E = 0$.

Потенціал електричного поля - це його енергетична характеристика, яка дорівнює відношенню потенціальної енергії W заряду у даному полі до його величини q

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Потенціал є скалярною алгебраїчною величиною, тобто знак потенціалу визначається знаком заряду, який створив електричне поле.

Потенціал залежить від форми та розмірів тіла, яке утворює електричне поле. Потенціал, так само як і потенціальна енергія визначається, відносно вибраної точки простору, у якій покладають $\varphi = 0$. У випадку точкового заряду та зарядженої сфери така точка для зручності вибирається на нескінченності $r \rightarrow \infty$. У практичних застосуваннях електростатики часто приймають, що нульовий потенціал має Земля і потенціал тіл відраховують відносно Землі. В інших випадках визначають різницю потенціалів між двома точками поля.

Потенціал поля точкового заряду q на відстані r від нього

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{r}.$$

Потенціал поля сфери радіуса R , яка несе заряд q рівномірно розподілений по її поверхні, на відстані r від її центра

при $r < R$: $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{R}$,

при $r \geq R$: $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{r}$.

Потенціал електричного поля є величиною адитивною: потенціал, створений системою зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених у даній точці кожним із зарядів системи

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

Робота електричного поля при перенесенні заряду q із точки 1 в точку 2 дорівнює зміні потенціальної енергії, взятій з протилежним знаком:

$$A = -\Delta W = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

де φ_1 та φ_2 - потенціал початкової та кінцевої точок, при цьому виконана робота не залежить від форми траєкторії.

З іншого боку

$$A = \int_1^2 F_l \cdot dl = q \int_1^2 E_l \cdot dl,$$

де E_l - проекція вектора напруженості \vec{E} на напрямок dl , при цьому інтегрування проводимо вздовж довільної лінії, що з'єднує точки 1 та 2.

Різниця потенціалів і напруженість електричного поля пов'язані співвідношеннями:

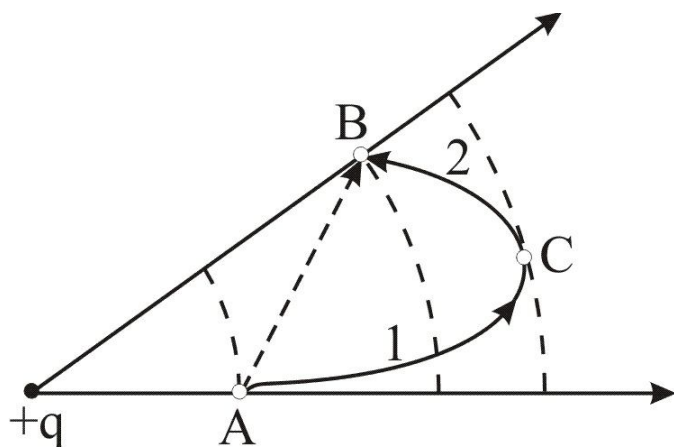


Рис. 1. 4 Робота у електричному полі не залежить від форми траєкторії, а лише від початкової та кінцевої точок траєкторії

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl;$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dl},$$

де похідна $\frac{d\varphi}{dl}$ береться вздовж силової лінії.

Для однорідного поля

$$(\vec{E} = const)$$

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{l},$$

де l – відстань між двома точками вздовж силової лінії.

Величину $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ називають напругою.

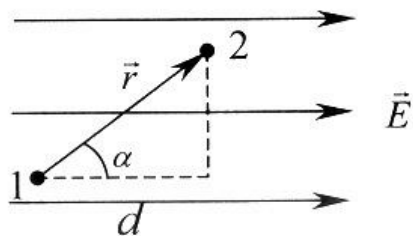


Рис .1. 5

Різниця потенціалів двох точок однорідного електричного поля та напруженість цього поля (рис.1. 5) зв'язані співвідношенням

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Er \cos \alpha = Ed,$$

де d - відстань між; точками, відрахована вздовж вектора \vec{E} . Однорідним називають поле, для якого вектор \vec{E} є однаковим у всіх точках. Таке поле створює, наприклад, нескінченна заряджена площина.

Робота сил електричного поля може призводити до зміни кінетичної енергії заряду. На цьому ґрунтується позасистемна одиниця енергії - електрон-вольт (eV), що широко застосовується в електростатиці. $1eV$ - це енергія, якої набуває електрон, пройшовши відстань між двома точками простору, різниця потенціалів між якими дорівнює $1V$.

$$1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів q_1 та q_2 , які знаходяться на відстані r один від одного дорівнює

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r}.$$

Потенціальна енергія є додатною, якщо заряди q_1 та q_2 однойменні, та від'ємною, якщо заряди різнойменні.

Потенціальна енергія взаємодії системи точкових зарядів дорівнює сумі енергій взаємодії окремих пар зарядів.

При зміні взаємного розташування зарядів, робота електричного поля дорівнює

$$A = W_1 - W_2.$$

де W_1, W_2 - потенціальні енергії взаємодії для початкової та кінцевої конфігурацій зарядів.

1.3 Поле в діелектриках та провідниках. Ємність, конденсатори

Вектор поляризації \vec{P} вимірюється сумарними електричним моментом всіх молекулярних диполів в одиниці об'єму діелектрика. Для ізотропного діелектрика вектор \vec{P} пропорційний напруженості \vec{E} поля всередині нього

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

де χ - діелектрична сприйнятливість діелектрика.

Поверхнева густина σ' зв'язаних зарядів дорівнює проекції вектора \vec{P} на зовнішню нормаль до поверхні діелектрика $\sigma' = P_n$.

Для ізотропного діелектрика вектори електричного зміщення (електричної індукції) \vec{D} і напруженості \vec{E} поля зв'язані формулою $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, де ε - діелектрична проникність середовища, що дорівнює $\varepsilon = 1 + \chi$.

Ємність. Потенціал φ поверхні відокремленого провідника прямо пропорційний його заряду q . Коефіцієнт пропорційності між зарядом та потенціалом називають ємністю провідника $C = \frac{q}{\varphi}$. Ємність вимірюють (у системі СІ) у фарадах. $1\Phi = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}$. Фарада - це дуже велика величина, тому на практиці застосовують мікрофаради $1\mu\text{кФ} = 10^{-6}\Phi$, нанофаради $1\text{нФ} = 10^{-9}\Phi$, пікофаради $1\text{пФ} = 10^{-12}\Phi$.

Ємність системи заряджених тіл залежить від їх форми, взаємного розташування та від середовища, в якому вони знаходяться. Якщо два тіла мають однакові за величиною та протилежні за знаком заряди, то ємність визначають як відношення модуля заряду одного з них (додатного) до напруги між тілами

$$C = \frac{q}{U}.$$

Дві паралельні металеві поверхні, відстань між якими набагато менша їх розмірів, утворюють систему, яку називають електричним конденсатором. Найпростіший конденсатор - плоский, тобто, дві паралельні площини.

Ємність плоского конденсатора, простір між пластинами (обкладками) якого заповнений однорідним діелектриком з проникністю ε , дорівнює

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

де S - площа однієї з пластин конденсатора, d - відстань між пластинами.

З'єднання конденсаторів. Конденсатори з'єднують у батареї конденсаторів *послідовно* та *паралельно*.

При *послідовному з'єднанні* N конденсаторів загальна ємність C визначається за формулою

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_N}.$$

Загальна напруга на такій батареї дорівнює сумі напруг на окремих конденсаторах

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_N = \sum_{i=1}^N U_i.$$

Заряд на батареї послідовно з'єднаних конденсаторів дорівнює зарядам кожного з конденсаторів

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_N.$$

При *паралельному з'єднанні* N конденсаторів загальна ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N = \sum_{i=1}^N C_i.$$

Напруга на всіх паралельно з'єднаних конденсаторах однакова і дорівнює загальній напрузі на батареї

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_N.$$

Заряд на батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі зарядів на окремих конденсаторах

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_N = \sum_{i=1}^N q_i.$$

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Енергія електричного поля характеризується об'ємною густиною енергії, тобто енергією в одиниці об'єму простору

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

За відомою густиною енергії ω енергію однорідного електричного поля в об'ємі V знаходять за формулою

$$W = \omega V = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V.$$

§2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Розрахуйте силу, що діє на заряд $q_3 = -4\text{мкКл}$ з боку зарядів $q_1 = -3\text{мкКл}$ та $q_2 = 5\text{мкКл}$. Всі заряди розташовані вздовж однієї прямої, причому $r_{12} = 0,3\text{м}$, $r_{23} = 0,2\text{м}$, $r_{13} = 0,5\text{м}$, де r_{12} відстань між: зарядами q_1 та q_2 і т. д.

Розв'язання: Результируюча сила, що діє на заряд q_3

$$\vec{F} = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}.$$

Сила \vec{F}_{31} у нашому випадку являє собою силу відштовхування, \vec{F}_{32} - силу притягання. Прийнемо за додатній, напрям від заряду q_1 до заряду q_2 . Тоді, використовуючи закон Кулона, маємо

$$F = k \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} + \frac{q_3 q_2}{r_{32}^2} = k q_3 \left(\frac{q_1}{r_{31}^2} + \frac{q_2}{r_{32}^2} \right).$$

Підставляючи дані з умови задачі знаходимо

$$F = 9 \cdot 10^9 (-4 \cdot 10^{-6}) \cdot \left(\frac{-3 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} + \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,2^2} \right) \approx -4,1(\text{Н}).$$

Відповідь. $F = -4,1\text{Н}$. (Напрямок сили протилежний тому напрямку, який вибраний за додатний).

Задача 2. Дві однакові провідні кулі масою $m = 2\text{г}$ підвісили на нитках в одній точці. Після надання одній з куль негативного заряду і дотику з іншою кулею, вони розійшлися на $l = 10\text{см}$, а нитки утворили кут $\alpha = 30^\circ$. Визначити заряд і кількість надлишкових електронів на кожній з куль після дотику.

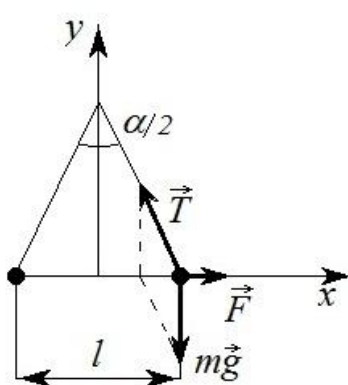


Рис. 1. 6

Розв'язання: Умова рівноваги системи

$$\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0,$$

де \vec{F} - сила електричної взаємодії (сила Кулона), \vec{T} - сила натягу нитки, $m\vec{g}$ - сила тяжіння.

Запишемо це рівняння у проекціях на осі координат (рис. 1. 6).

$$T \cos \frac{\alpha}{2} - mg = 0, F - T \sin \frac{\alpha}{2} = 0. \text{Звідси маємо}$$

$$F = mg \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Оскільки, у відповідності із законом Кулона,

$F = k \frac{q^2}{L^2}$, де q - половина початкового заряду, то

$$q = l \sqrt{\frac{1}{k} mg \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \quad n = \frac{q}{e},$$

де n - кількість надлишкових електронів, e - модуль заряду електрона.

Підставляємо дані із умови задачі і маємо

$$q = 0,1 \sqrt{\frac{1}{9} 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,27} \approx 0,77 \cdot 10^{-7} \text{ (Кл)}, \quad n = \frac{0,77 \cdot 10^{-7}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 48 \cdot 10^{10}.$$

Відповідь. $q \approx 0,77 \cdot 10^{-7}$ Кл, $n \approx 48 \cdot 10^{10}$ надлишкових електронів.

Задача 3. Два рівних за величиною та різних за знаком заряди розташовані у двох вершинах правильного трикутника, сторона якого $a = 10 \text{ см}$. Знайти напруженість електричного поля \vec{E} у третій вершині, якщо

додатний заряд створює у ній потенціал $\varphi = 1 \text{ В}$.

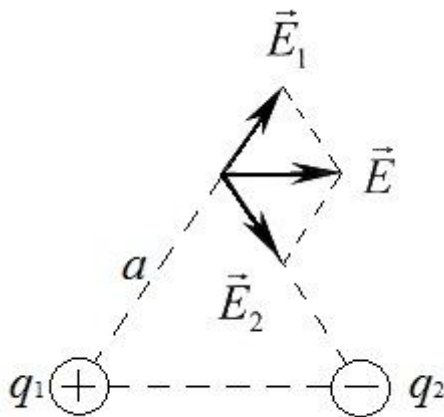


Рис. 1. 7

Розв'язання: Напруженість поля, що створено двома зарядами, визначається за принципом суперпозиції: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, де \vec{E}_1, \vec{E}_2 - вектори напруженості, створені у даній точці кожним із зарядів (рис. 1. 7). Модуль вектора напруженості електричного поля

точкового заряду становить $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{a^2}$.

Оскільки заряди однакові, то

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{a^2}.$$

Сума векторів \vec{E}_1 та \vec{E}_2 спрямована вздовж; діагоналі ромба (рис. 1. 7) із кутом 120° . Звідси випливає, що модуль вектора результуючої напруженості

$$E = E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{a^2}.$$

Величину заряду q знайдемо за потенціалом, який він створює у даній точці

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a}; \quad q = \frac{\varphi a}{k}.$$

Підставивши ці значення у формулу для \vec{E} знаходимо

$$E = \frac{\varphi}{a} = \frac{1}{0,1} = 10(B/m).$$

Відповідь: $E = 10B/m$.

Задача 4. Визначити електричний потенціал зарядженої провідної кулі на її поверхні, якщо у точках, розташованих у вакуумі на відстані $r_1 = 5\text{см}$ і $r_2 = 10\text{см}$ від її поверхні, потенціал електричного поля дорівнює відповідно $\varphi_1 = 300\text{В}$ і $\varphi_2 = 200\text{В}$.

Розв'язання: Оскільки потенціал електричного поля зарядженої кулі поза нею еквівалентний потенціалу точкового заряду, тобто

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = k \frac{q}{r},$$

то маємо $\varphi_1 = \frac{kq}{r_1 + R}$, $\varphi_2 = \frac{kq}{r_2 + R}$, де R - радіус кулі. Звідси

$$q = \frac{1}{k} \varphi_1 (R + r_1) = \frac{1}{k} \varphi_2 (R + r_2) \quad \text{та} \quad R = \frac{\varphi_2 r_2 - \varphi_1 r_1}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Оскільки шуканий потенціал $\varphi(R) = k \frac{q}{R}$, то з наведених формул знаходимо

$$\varphi(R) = \frac{\varphi_1 \varphi_2 (r_2 - r_1)}{\varphi_2 r_2 - \varphi_1 r_1}.$$

Підставляючи дані з умови задачі маємо

$$\varphi(R) = \frac{300 \cdot 210 \cdot (0,1 - 0,05)}{210 \cdot 0,1 - 300 \cdot 0,05} = 525(B).$$

Відповідь: $\varphi(R) = 525(B)$.

Задача 5. Для зменшення в $n = 2$ рази відстані між двома точковими зарядами необхідно було виконати роботу $A_1 = 9\text{мДж}$. Знайти роботу A_2 , яка була виконана на другій половині цього шляху.

Розв'язання: Робота зовнішньої сили по переміщенню заряду в електричному полі дорівнює зміні енергії взаємодії між зарядами

$$A = W_2 - W_1.$$

Енергія взаємодії між двома однаковими зарядами становить

$$W_1 = k \frac{q^2}{r_1}, W_2 = k \frac{q^2}{r_2},$$

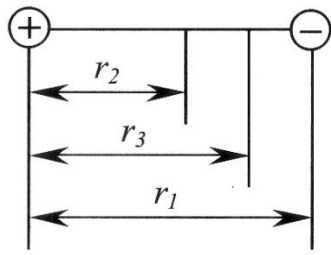


Рис. 1. 8

де r_1, r_2 - початкова та кінцева відстані між зарядами (рис. 1. 8), за умовою задачі $r_2 = r_1/2$. Підставивши W_1 та W_2 у формулу для роботи, отримаємо

$$A_1 = k \frac{q^2}{r_1} - k \frac{2q^2}{r_1} = -k \frac{q^2}{r_1}.$$

$$A_2 = k \frac{4q^2}{3r_1} - k \frac{2q^2}{r_1} = -\frac{2}{3} k \frac{q^2}{r_1} = \frac{2}{3} A_1 = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6(\text{мДж}).$$

Відповідь: $A_2 = 6 \text{ мДж}$.

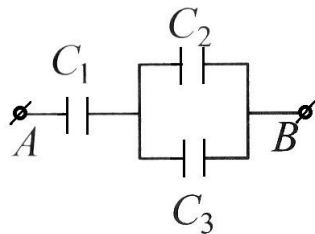


Рис. 1. 9

Задача 6. Три конденсатори ємністю

$C_1 = 2 \text{ мкФ}, C_2 = C_3 = 4 \text{ мкФ}$ з'єднані згідно схеми (рис. 1. 9)

і під'єднані до джерела сталої напруги $U = 240 \text{ В}$.

Знайдіть загальний електричний заряд, заряд і різницю електричних потенціалів на окремих конденсаторах.

Визначте електричну енергію, накопичену всією батареєю конденсаторів.

Розв'язання: Загальний заряд визначається за формулою $q = CU_{AB}$ де C - ємність батареї конденсаторів. Ємність нашої батареї

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}.$$

Отже, з урахуванням того, що згідно з умовою $C_2 = C_3$,

$$C = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{2C_1C_2}{C_1 + 2C_2}.$$

За умовами задачі $q_1 = q, q_2 = q_3 = q/2$, тому $q = \frac{2C_1C_2}{C_1 + 2C_2} U_{AB}$.

Енергія накопичена у системі конденсаторів

$$W = \frac{CU_{AB}^2}{2} = \frac{2C_1C_2}{C_1 + 2C_2} U_{AB}^2 = \frac{qU_{AB}}{2}.$$

Підставляючи дані з умови задачі, маємо

$$C = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(2 + 2 \cdot 4) \cdot 10^{-6}} = 1,6 \cdot 10^{-6} (\text{Ф}), \quad q = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 240 = 3,84 \cdot 10^{-4} (\text{Кл}).$$

$$q_1 = q_2 = 0,5 \cdot 3,84 \cdot 10^{-4} = 1,92 \cdot 10^{-4} (\text{Кл}).$$

$$U(C_1) = \frac{q}{C_1} = \frac{0,384 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 192(B), \quad U(C_2) = U(C_3) = \frac{q_2}{C_2} = \frac{1,92 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-6}} = 48(B).$$

$$W \approx 4,6 \cdot 10^{-2} (\text{Дж}).$$

Відповідь:

$$q = 3,84 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}, \quad q_1 = q_2 = 1,92 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}, \quad U(C_1) = 192 \text{ В}, \quad U(C_2) = U(C_3) = 48 \text{ В}, \quad W = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

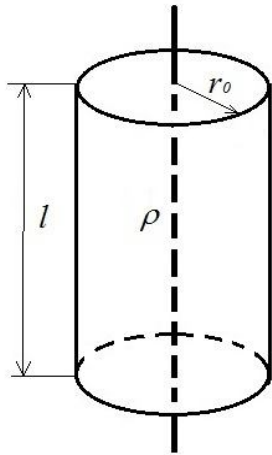


Рис. 1. 10

Задача 7. Обчислити напруженість електричного поля прямої нескінченної нитки, рівномірно зарядженої з лінійною густиною ρ , у точці O , віддаленій від нитки на відстань r_0 .

Розв'язання: Використаємо теорему Гаусса.

Заряд нитки неточковий. Внаслідок симетрії електричного поля вектор напруженості у будь-якій точці нормальний циліндричній поверхні, що проходить через цю точку. Вісь симетрії цієї поверхні збігається з ниткою.

Тому в якості замкнутої поверхні вибираємо циліндр довжиною l з віссю симетрії, що збігається з ниткою, бічна поверхня якого проходить через точку O (рис. 1. 10). Потік вектора \vec{E} через бічну поверхню циліндра $\Phi_E = 2\pi r_0 l E$, а електричний заряд, розміщений всередині циліндра, $q = \rho l$. За теоремою Гаусса:

$$2\pi r_0 l E = \rho l / \varepsilon_0.$$

$$\text{Звідси визначаємо шукану напруженість } E = \frac{\rho}{2\pi \varepsilon_0 r_0}. \quad (1)$$

Застосуємо до даної задачі методи диференціального та інтегрального числення. Розділимо нитку на настільки малі елементи, щоб заряд, розміщений на кожному такому елементі, був точковий. Розглянемо один такий елемент довжиною dl із зарядом $dq = \rho dl$ (рис. 1. 11). В точці O елементарна напруженість поля цього заряду становить

$$dE = \frac{dq}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho dl}{4\pi \varepsilon_0 r^2}. \quad (2)$$

З трикутника ODA знаходимо: $r = r_0 / \cos \alpha$. Так як $|AC| = r d\alpha = r_0 d\alpha / \cos \alpha$, і з трикутника ABC визначаємо: $dl = |AC| / \cos \alpha = r_0 d\alpha / \cos^2 \alpha$.

Підставимо значення r і dl у рівняння (2), одержимо

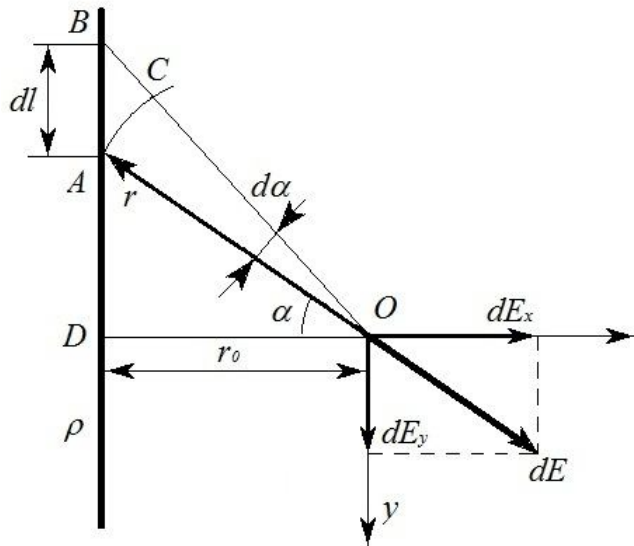


Рис. 1. 11

$$dE = \frac{\rho dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

Проекції вектора $d\vec{E}$ на осі Ox

та Oy : $dE_x = \frac{\rho \cos\alpha dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, (4)

$$dE_y = \frac{\rho \sin\alpha dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (5)$$

Звідси, після інтегрування

отримаємо $E_x = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\rho \cos\alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r_0}$,

$$E_y = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\rho \sin\alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} = 0.$$

Отже, напруженість поля прямої нескінченної нитки, рівномірно зарядженої з лінійної густиною ρ , у точці O , віддаленій від нитки на відстань r_0 дорівнює $E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r_0}$, та збігається з виразом (1), отриманим за допомогою теореми Гаусса.

Відповідь: $E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r_0}$.

Задача 8. Куля з діелектрика ($\epsilon \approx 1$) просвердлена вздовж діаметру. З цієї порожнини викачане повітря. У порожнину поміщений електрон. Який додатний заряд необхідно надати кулі, щоб при його рівномірному об'ємному розподілі електрон здійснював у порожнині гармонічні коливання із заданою

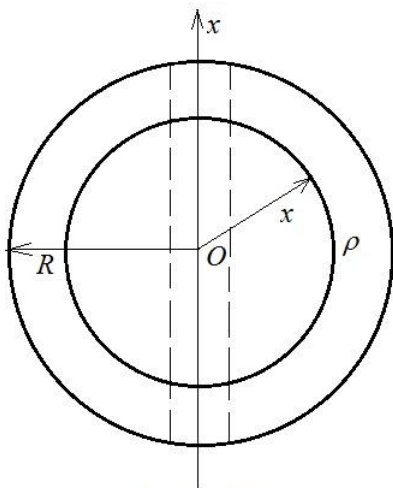


Рис. 1. 12

частотою $\nu_0 = 1\text{МГц}$? Вважати, що площа поперечного перерізу порожнини $S \ll \pi R^2$, де R - радіус кулі, $R = 10^{-1}\text{м}$.

Розв'язання: Щоб обчислити напруженість електричного поля всередині кулі, застосуємо теорему Гаусса. Нехай об'ємна густина заряду $\rho = 3q/4\pi R^3$. Через довільну точку віддалену від центру кулі на відстань x , проведемо сферу радіусом x , центр якої

розміщений у центрі кулі O (рис. 1. 12). Потік вектора напруженості електричного поля \vec{E} (внаслідок симетрії поля) через поверхню сфери дорівнює: $\Phi_E = E \cdot 4\pi x^2$.

За теоремою Гаусса маємо $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{4\pi x^3 \rho}{3\varepsilon_0}$. Звідки $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} x$.

Отже, на електрон, поміщений у порожнину, просвердлену вздовж діаметру кулі із діелектрика, діє сила $F = \frac{\rho e}{3\varepsilon_0} x$.

За другим законом Ньютона отримуємо диференціальне рівняння гармонічних коливань електрона $m_e \ddot{x} = -\frac{\rho e}{3\varepsilon_0} x$.

Із цього рівняння випливає, що кутова частота коливань електрона

$$\omega_0 = \sqrt{\rho e / (3\varepsilon_0 m_e)}.$$

Враховуючи, що $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, знаходимо шукану об'ємну густину заряду

$$\rho = 12\pi^2 \varepsilon_0 \nu_0^2 m_e / e$$

А заряд, який необхідно надати кулі, $q = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} = \frac{16\pi^3 R^3 \varepsilon_0 \nu_0^2 m_e}{e}$.

Для $\nu_0 = 10^6 \text{ Гц} = 1 \text{ МГц}$ і $R = 10^{-1} \text{ м}$ розрахунок дає $\rho \approx 6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^3, q \approx 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$.

Відповідь: $\rho = 6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^3, q = 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$.

§3. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

1.1 У скільки разів змінюється сила взаємодії між двома точковими зарядами при зменшенні відстані між ними у 3 рази?

1.2 Відношення напруженостей у двох точках поля, що створюється зарядженою кулькою, дорівнює 9. Чому дорівнює відношення відстаней від цих точок до центра кульки?

1.3 Щоб при зануренні у рідкий діелектрик сила взаємодії між двома кульками не змінилася, відстань між ними довелося зменшити у 2 рази. Чому дорівнює діелектрична проникність рідини?

1.4 Сила взаємодії двох заряджених кульок у вакуумі дорівнює 1 нН .

Якою стане сила взаємодії кульок, якщо їх занурити у рідкий діелектрик із діелектричною проникністю 2 і зменшити відстань між ними у 2 рази?

1.5 У скільки разів треба змінити відстань між двома точковими зарядами, розміщеними у середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4$, щоб сила взаємодії між ними залишалася такою ж, як і у вакуумі?

1.6 Дві однакові металеві кульки радіусом R заряджені однаковим зарядом q і знаходяться на відстані r одна від одної. Чому дорівнює напруженість електричного поля у точці, розміщеній посередині між кульками?

1.7 Чому дорівнює напруженість поля посередині між двома однойменними точковими зарядами, якщо напруженості поля кожного з них у цій точці дорівнюють відповідно 100 В/м і 50 В/м ?

1.8 Три однакові однойменні заряди по 1 нКл розташовані у вершинах правильного трикутника зі стороною 10 см . Чому дорівнює напруженість електричного поля у центрі трикутника?

1.9 Заряд 1 нКл рівномірно розподілений по круглому кільцю радіусом 20 см . Чому дорівнює напруженість електричного поля у центрі кільця?

1.10 Заряд 1 нКл рівномірно розподілений по поверхні сфери радіусом 20 см . Чому дорівнює напруженість електричного поля у центрі сфери?

1.11 Дві однакові металеві кульки радіусом $R = 10 \text{ см}$, які заряджені однакової величини різнойменними зарядами q , знаходяться на відстані $r = 10 \text{ м}$ одна від одної. Чому дорівнює потенціал поля у точці, що знаходиться посередині між кульками?

1.12 Різниця потенціалів між двома зарядженими металевими кульками 150 В . Чому вона буде дорівнювати, якщо, не змінюючи відстані між кульками, занурити їх у гас ($\varepsilon = 2$)?

1.13 Точкові заряди $2q$, q та $-q$ розміщені у вершинах правильного трикутника. Чому дорівнює потенціал поля системи у центрі трикутника, якщо заряд q створює у цій точці потенціал 100 В ?

1.14 У двох вершинах правильного трикутника знаходяться точкові заряди $+1 \text{ нКл}$ та -1 нКл . Який потенціал створюють вони у третій вершині?

1.15 Точковий заряд, який знаходиться в одній із вершин правильного

трикутника створює в інших вершинах потенціал 10 В . У другу вершину поміщають такий самий точковий заряд. Яким після цього стане потенціал у третій вершині?

1.16 Чотири однакові точкові заряди q розташовані у вершинах ромба зі стороною a та гострим кутом при вершині 60° . Чому дорівнює потенціал і напруженість поля у центрі ромба?

1.17 Потенціал поверхні провідної сфери 30 В , її заряд 1 нКл . Який радіус має сфера?

1.18 Металева сфера радіусом $R = 10\text{ см}$ заряджена зарядом $q = 1\text{ мкКл}$. Яка різниця потенціалів між двома довільними точками всередині сфери?

1.19 Заряд $q = 1\text{ нКл}$ рівномірно розподілений по кільцю радіусом $R = 1\text{ м}$. Чому дорівнює потенціал електричного поля у центрі кільця?

1.20 Заряд $0,1\text{ мкКл}$ рівномірно розподілений по поверхні провідної сфери радіусом 20 см . Знайти потенціал у довільній точці всередині сфери.

1.21 У скільки разів зміниться потенціал у центрі зарядженої металевої сфери, якщо її занурити у рідкий діелектрик із діелектричною проникністю 2 ?

1.22 Електричне поле створюється двома різнойменними точковими зарядами однакової величини. Чому дорівнює різниця потенціалів між двома довільними точками площини, яка проходить через середину відрізка, що з'єднує заряди, перпендикулярно до нього?

1.23 Чому дорівнює напруженість електричного поля точкового заряду на відстані 10 см від нього, якщо потенціал на цій відстані дорівнює 10 В ?

1.24 У деякій точці напруженість електричного поля точкового заряду дорівнює 250 В/м , а потенціал 50 В . Яка відстань від цієї точки до заряду?

1.25 Відношення потенціалів у двох точках електричного поля точкового заряду $\varphi_1/\varphi_2 = 3$. Знайти відношення напруженостей поля E_1/E_2 у цих точках?

1.26 При переміщенні у напрямку однорідного електричного поля на відстань 25 см потенціал змінюється на 10 В . Чому дорівнює напруженість електричного поля?

1.27 Різниця потенціалів між двома точками однорідного електричного поля, відстань між якими 1 м , дорівнює 50 В . Чому дорівнює

напруженість поля, якщо відрізок, який з'єднує вказані точки, складає з напрямком поля кут 60° ?

1.28 Напруженість горизонтального однорідного електричного поля 100 В/м . Чому дорівнює напруга між двома точками, які розміщені на відстані 20 см під кутом 30° до вертикалі?

1.29 Яку роботу виконує електричне поле при переміщенні заряду $q = -1 \text{ нКл}$ із точки з потенціалом $\varphi_1 = 100 \text{ В}$ у точку з потенціалом $\varphi_2 = 400 \text{ В}$?

1.30 Електроємність конденсатора $0,5 \text{ мкФ}$, заряд 10^{-3} Кл . Чому дорівнює різниця потенціалів між обкладками конденсатора?

1.31 Відстань між пластинами плоского конденсатора зменшили у два рази. У скільки разів змінилася електроємність конденсатора?

1.32 До двох з'єднаних паралельно конденсаторів ємністю $C = 30 \text{ мкФ}$ кожен приєднують послідовно конденсатор ємністю $2C$. Чому дорівнює загальна ємність батареї конденсаторів?

1.33 До двох послідовно з'єднаних конденсаторів ємністю $2C$ кожен приєднують паралельно конденсатор ємності $C = 30 \text{ мкФ}$. Чому дорівнює загальна ємність з'єднання конденсаторів?

1.34 Заряд конденсатора 10^{-3} Кл , електроємність $0,5 \text{ мкФ}$. Знайти енергію електричного поля конденсатора.

1.35 Напруга на конденсаторі $U = 200 \text{ В}$, заряд конденсатора $q = 20 \text{ мКл}$. Яка кількість теплоти виділиться при замиканні пластин конденсатора на резистор?

1.36 Конденсатор, заряджений до напруги 100 В , розряджають через резистор. При цьому у резисторі виділяється теплова енергія 5 мДж . Яку ємність має конденсатор?

1.37 Розрахуйте силу, яка діє на заряд $q_3 = -4 \text{ мкКл}$ з боку зарядів $q_1 = -3 \text{ мкКл}$ та $q_2 = 5 \text{ мкКл}$. Всі заряди розташовані вздовж однієї прямої, причому $r_{12} = 0,3 \text{ м}$, $r_{23} = 0,2 \text{ м}$, $r_{13} = 0,5 \text{ м}$, де r_{12} відстань між зарядами q_1 та q_2 і т. д.

1.38 Дві однакові провідні кулі масою $m = 2 \text{ г}$ підвісили на нитках у

одній точці. Після надання одній з куль негативного заряду і дотику з іншою кулею, вони розійшлися на $L = 10 \text{ см}$, а нитки утворили кут $\alpha = 30^\circ$. Визначити заряд і кількість надлишкових електронів на кожній із куль після дотику.

1.39 Два однакові різнойменні заряди закріплені у вершинах правильного трикутника. Чому дорівнює напруженість електричного поля у третій вершині, якщо кожен із зарядів створює у ній поле 100 В/м ?

1.40 Кожен із двох зарядів створює у даній точці електричне поле з напруженістю E . Чому дорівнює кут між напрямками цих полів, якщо напруженість поля даної системи зарядів у вказаній точці теж дорівнює E ?

1.41 Заряд 10^{-6} Кл рівномірно розподілений по периметру квадрата зі стороною 1 м . Знайти напруженість електричного поля у центрі квадрата?

1.42 Дві заряджені кульки, які знаходяться у повітрі ($\varepsilon_1 = 1$) на деякій відстані r_1 одна від одної, опускають у рідкий діелектрик з проникністю $\varepsilon_2 = 2$ й розміщують на такій відстані r_2 щоб напруга між кульками не змінилася. Знайти відношення r_1/r_2 .

1.43 Визначити електричний потенціал зарядженої провідної кулі на її поверхні, якщо у точках, розташованих у вакуумі на відстані $r_1 = 5 \text{ см}$ і $r_2 = 10 \text{ см}$ від її поверхні, потенціал електричного поля дорівнює відповідно $\varphi_1 = 300 \text{ В}$ і $\varphi_2 = 210 \text{ В}$.

1.44 Три точкові заряди, розміщені у вершинах правильного трикутника, створюють у його центрі поле з потенціалом 100 В . Чому будуть рівні потенціали у вершинах трикутника, якщо всі заряди перенести у його центр?

1.45 Два точкових заряди знаходяться на відстані d один від одного. На прямій, яка з'єднує ці заряди, існує точка, у якій напруженість електричного поля дорівнює нулеві. Де міститься ця точка, якщо $q_1/q_2 = 3$?

1.46 Згідно гіпотези Бора, електрон у атомі водню рухається по коловій орбіті. З якою швидкістю v має рухатись такий електрон, якщо його заряд $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, заряд ядра $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, радіус орбіти можна вважати рівним $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, маса електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$.

1.47 Навколо точкового заряду $q = -5 \text{ мкКл}$ рівномірно рухається по

колу під дією сили притягання маленька заряджена кулька. Чому дорівнює відношення заряду кульки до її маси, якщо кутова швидкість обертання $\omega = 5 \text{ рад/с}$ і радіус кола $r = 3 \text{ см}$, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$.

1.48 Крапля ртуті має потенціал 45 В . Цю краплю розбивають на 27 однакових краплинок. Визначити потенціал окремої краплинки.

1.49 Між двома вертикальними пластинами, які знаходяться на відстані 2 см , висить заряджена непровідна кулька масою $0,1 \text{ г}$. Після того, як на пластини подали різницю потенціалів 1000 В , нитка з кулькою відхилилась від початкового положення на кут, який дорівнює 5° . Визначити заряд кульки.

1.50 Частинку масою 10 мг із зарядом 1 нКл , яка знаходилась біля додатно зарядженої пластини плоского конденсатора відпустили без початкової швидкості. Визначити величину швидкості частинки на момент удару об протилежну пластину, якщо відстань між ними становить 10 см , а напруженість поля у конденсаторі дорівнює за модулем 5 В/м . Силу тяжіння не враховувати.

1.51 Маленькі однакові краплі ртуті заряджені однойменним зарядом до потенціалу $2,5 \text{ В}$ кожна. Визначити потенціал краплі, яка утворилась від злиття 27 малих краплин.

1.52 Порошинка масою $0,1 \text{ мг}$, що несе заряд $0,1 \text{ нКл}$, вільно падає в однорідному електричному полі, вектор напруженості якого паралельний до земної поверхні і має величину 100 В/см . Знайти величину швидкості порошинки через 1 с після початку падіння.

1.53 Чотири однакові точкові заряди, які розміщені у вершинах квадрата, створюють у його центрі поле з потенціалом $\varphi = 10 \text{ В}$. Чому дорівнює напруженість поля у центрі квадрата?

1.54 У двох вершинах правильного трикутника зі стороною 10 см знаходяться однакові точкові заряди по 10 нКл . Який потенціал створюють вони у третій вершині?

1.55 У двох вершинах правильного трикутника знаходяться точкові заряди $+q$ і $-q$. Чому дорівнює величина напруженості поля у третій вершині, якщо заряд $+q$ створює у ній потенціал 10 В ? Сторона трикутника 10 см .

1.56 В одній із вершин правильного трикутника, сторона якого 10 см ,

знаходиться точковий заряд -1 нКл . У другу вершину поміщають заряд $+2 \text{ нКл}$. На скільки зміниться при цьому потенціал у третій вершині?

1.57 Чотири точкові заряди однакової величини розташовані у вершинах паралелограма так, що на кінцях кожної діагоналі знаходяться заряди протилежних знаків. Знайти потенціал у точці перетину діагоналей.

1.58 Дві заряджені металеві кульки з радіусами $R_1 = 1 \text{ см}$ і $R_2 = 0,5 \text{ см}$ з'єднані тонкою дротиною і знаходяться на великій відстані одна від одної. Чому дорівнює відношення зарядів кульок q_1 / q_2 ?

1.59 Дві віддалені одна від одної заряджені металеві кульки з'єднані тонким дротом. Заряди кульок $q_1 = 5 \text{ нКл}$ і $q_2 = 20 \text{ нКл}$. Знайти відношення радіусів кульок R_2 / R_1 .

1.60 Дві з'єднані тонким дротом віддалені металеві кулі мають поверхневу густину заряду $\sigma_1 = 4 \text{ мкКл/м}^2$ і $\sigma_2 = 1 \text{ мкКл/м}^2$. Знайти відношення радіусів куль R_2 / R_1 .

1.61 Провідну незаряджену кульку з'єднують дротом із віддаленою такою самою кулькою, заряд якої 5 нКл . Яким стане заряд першої кульки після з'єднання?

1.62 Два рівних за величиною та різних за знаком заряди розташовані у двох вершинах правильного трикутника, сторона якого $a = 10 \text{ см}$. Знайти напруженість електричного поля E у третій вершині, якщо позитивний заряд створює у ній потенціал $\varphi = 1 \text{ В}$.

1.63 По металевому кільцю рівномірно розподілений заряд 1 мкКл . Чому дорівнює радіус кільця, якщо у його центрі потенціал електричного поля дорівнює 9 В .

1.64 Для зменшення в $n = 2$ рази відстані між двома точковими зарядами необхідно було виконати роботу $A_1 = 9 \text{ мДж}$. Знайти роботу A_2 , яка була виконана на другій половині цього шляху.

1.65 Електрон знаходиться між пластинами плоского конденсатора. Відстань між пластинами 10 мм , різниця потенціалів 10 В . У скільки разів прискорення, яке надає електрону електричне поле, більше за прискорення вільного падіння. Питомий заряд електрона (відношення заряду до маси)

прийняти рівним 10^{12} Кл/кг.

1.66 Дві однакові металеві паралельні пластини площею S , відстань d між якими набагато менша розміру пластин, мають заряд $+3q$ та $+4q$ відповідно. Знайти різницю потенціалів між пластинами.

1.67 Яку роботу треба виконати, щоб зменшити відстань між двома однаковими точковими зарядами $q_1 = q_2 = 1$ нКл від 20 см до 10 см?

1.68 Початкова кінетична енергія електрона 10 eV. Рухаючись вздовж ліній однорідного електричного поля, він пройшов до зупинки відстань 1 см. Чому дорівнює напруженість електричного поля?

1.69 Яку різницю потенціалів пройде електрон до зупинки, якщо він рухається вздовж ліній однорідного електричного поля? Початкова кінетична енергія електрона 10 eV.

1.70 Електрон з енергією 10 eV влітає в однорідне електричне поле у напрямку вектора напруженості E . Яку максимальну відстань пройде електрон до зупинки, якщо $E = 10^3$ В/м?

1.71 Дві додатні елементарні частинки, питомі заряди яких відносяться, як 1:2, влітають з однаковою швидкістю в однорідне електричне поле у напрямку, протилежному E . Як відносяться шляхи s_1 / s_2 , які пройдуть частинки у полі до зупинки? Питомим зарядом називається відношення електричного заряду частинки до її маси.

1.72 Два іони однакового заряду влітають з однаковою швидкістю паралельно до ліній однорідного гальмівного електричного поля. Знайти відношення мас іонів m_1 / m_2 , якщо другий іон пройшов до зупинки шлях, удвічі більший, ніж перший?

1.73 Відстань між пластинами плоского конденсатора дорівнює 1 мм. Чому повинна дорівнювати площа пластин, щоб електроємність такого конденсатора дорівнювала 1 Ф. Прийняти $\varepsilon_0 = 10^{-11}$ Ф/м.

1.74 Відстань між пластинами плоского конденсатора з початковою ємністю C_0 збільшили у два рази, після чого простір між пластинами заповнили однорідним діелектриком з проникністю ε , такою, що ємність знову стала дорівнювати C_0 . Чому дорівнює ε ?

1.75 Повітряний конденсатор зарядили від джерела 100 В і відключили від нього. Далі конденсатор заповнили діелектриком з проникністю 2 . Якою стала після цього напруга на конденсаторі?

1.76 Плоский повітряний конденсатор, підключений до джерела напруги, заповнюють діелектриком. При цьому заряд конденсатора змінюється від 1 нКл до 2 нКл . Яку діелектричну проникність має діелектрик?

1.77 Конденсатор ємністю C під'єднаний до джерела ЕРС \mathcal{E} . Паралельно до конденсатора C приєднують ще 2 таких самих. У скільки разів заряд на цій батареї конденсаторів відрізняється від початкового заряду на першому конденсаторі?

1.78 Конденсатор ємністю C приєднаний до джерела ЕРС \mathcal{E} . Послідовно до конденсатора C приєднують ще один конденсатор такої ж ємності. У скільки разів заряд на цій батареї конденсаторів відрізняється від початкового заряду на першому конденсаторі?

1.79 Енергія зарядженого та від'єданого від джерела плоского повітряного конденсатора дорівнює 2 Дж . Яку роботу треба виконати, щоб відстань між пластинами збільшити вдвоє?

1.80 Відстань між обкладками плоского повітряного конденсатора, під'єданого до джерела напруги, зменшують у два рази. У скільки разів змінюється енергія конденсатора?

1.81 Конденсатор підключений до джерела сталої напруги. У скільки разів зміниться енергія цього конденсатора, якщо до нього паралельно підключити ще один такий самий конденсатор?

1.82 Конденсатор підключений до джерела сталої напруги. У скільки разів зміниться енергія цього конденсатора, якщо до нього послідовно під'єднати ще один такий самий конденсатор?

1.83 Від джерела з ЕРС 12 В зарядили конденсатор до заряду 10^{-3} Кл . Яку роботу при цьому виконали сторонні сили джерела?

1.84 Конденсатор ємності 100 мкФ заряджають від джерела з ЕРС 10 В . Яку роботу виконує джерело?

1.85 Кульку масою $0,4\text{ г}$ із зарядом 3 мкКл внесли в однорідне

горизонтальне електричне поле з напруженістю 10 В/см і відпустили. Знайти прискорення кульки.

1.86 Порошинка, маса якої 10^{-5} г , знаходиться між паралельними горизонтальними пластинами, до яких прикладена напруга 5 кВ . Знайти заряд порошинки, якщо вона висить нерухомо. Відстань між пластинами 5 см .

1.87 Кулю масою 100 г і зарядом $0,1 \text{ мКл}$, яка підвішена на нитці, вносять у вертикальне однорідне електричне поле, внаслідок чого сила натягу нитки зменшується у 2 рази. Чому дорівнює напруженість електричного поля?

1.88 Заряджену кулю масою 1 кг , яка підвішена на міцній нитці, вносять у вертикальне однорідне електричне поле з напруженістю 50 кВ/м , внаслідок чого сила натягу нитки подвоюється. Чому дорівнює заряд кулі?

1.89 Протон починає рухатися в однорідному електричному полі з напруженістю 10 В/см . Яку кінетичну енергію матиме протон, пройшовши у полі відстань 20 см ? Заряд протона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

1.90 Протон, енергія якого 100 еВ , влітає в однорідне електричне поле з напруженістю 10 В/см протилежно до напрямку вектора напруженості. Яку кінетичну енергію в (еВ) матиме протон, пройшовши відстань 10 см ?

1.91 Електрон, енергія якого 100 еВ , влітає в однорідне електричне поле з напруженістю 10 В/см у напрямку вектора напруженості. Яку кінетичну енергію в електрон-вольтах (еВ) матиме електрон, пройшовши відстань 10 см ?

1.92 Знайти роботу, яку треба виконати, щоб перенести точковий заряд $q = 20 \text{ нКл}$ із нескінченності у точку, яка знаходиться на відстані 1 см від поверхні кулі радіусом 1 см з поверхневою густиною заряду 1 нКл/см^2 .

1.93 Два однакових плоских повітряних конденсатори з площею пластин 2030 см^2 кожна і відстанню між обкладками у 200 мкм з'єднані паралельно і заряджені до напруги 500 В . Яку роботу треба виконати, щоб збільшити вдвічі відстань між пластинами одного з конденсаторів?

1.94 Дві паралельні безмежні площини заряджені різнойменно: одна з густиною заряду $\sigma_1 = +4,42 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$, друга з густиною заряду $\sigma_2 = -8,84 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$. Знайти напруженість поля \vec{E} у кожній із областей поза площинами. Проаналізувати випадок, коли $|\sigma_1| = |\sigma_2|$.

1.95 Точковий заряд $q = 20,0 \text{ нКл}$ знаходиться у вакуумі на відстані $a = 50,0 \text{ мм}$ від заземленої плоскої металевої стінки. Знайти: 1) силу F , з якою стінка притягує до себе заряд; 2) роботу, яку необхідно виконати, щоб віддалити заряд q за межі прояву електричних сил. Скористатися способом дзеркально відображених зарядів.

1.96 Два електрони, що знаходяться на великій відстані один від другого, зближуються з відносною початковою швидкістю $\mathcal{V} = 10^7 \text{ м/с}$. Встановити мінімальну відстань r_m , на яку можуть підійти один до другого електрони.

1.97 Як треба з'єднати конденсатори $C_1 = 2 \text{ нФ}$, $C_2 = 4 \text{ нФ}$ і $C_3 = 6 \text{ нФ}$, щоб отримати систему з електроємністю $C = 3 \text{ нФ}$?

1.98 Середня відстань електрона від ядра в атомі водню становить $\langle r \rangle = 0,79 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Оцінити: 1) енергію W_1 кулонівської взаємодії електрона і ядра (в eV); 2) повну енергію зчеплення $W_{зв}$ одного моля атомарного водню.

1.99 Поблизу поверхні Землі проявляється електричне поле напруженістю $E \approx 150 \text{ Н/Кл}$ і спрямоване до центра Землі. Чому рівний повний заряд Землі? Скільки зайвих електронів в середньому припадає на 1 м^2 земної поверхні? Який перепад потенціалу спостерігається в межах росту людини? Проаналізуйте питання, чому ми не відчуваємо цього поля. Землю вважати провідною кулею з радіусом $R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$.

1.100 У дослідах Міллікена вимірювався заряд дрібних крапель масла з середнім радіусом $r \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, які шляхом розбризування вводилися у вертикальне електричне поле конденсатора. Окремі краплі зависали. Оцінити заряд таких крапель, якщо напруженість поля становила $E = 5000 \text{ В/см}$, густина масла $\rho_m = 916 \text{ кг/м}^3$, густина повітря $\rho_{пов} = 1,3 \text{ кг/м}^3$. Яка кількість зайвих електронів зосереджена на таких краплях?

Розділ 2. ЗАКони постійного струму

§1. ТЕОРЕТИЧНИЙ ДОВІДНИК

Електричним струмом називають впорядкований (напрямлений) рух вільних заряджених частинок. Такі заряди називають носіями струму. Найчастіше ними бувають електрони у металах або іони в електролітах.

Речовини, в яких є вільні заряди, називають провідниками. До їх числа відносять метали та електроліти. За спеціальних умов носії струму можуть існувати у газах та у вакуумі.

1.1 Класична теорія електропровідності металів. Характеристики електричного струму

Густина струму у металі $j = en\langle v \rangle$, де e^- заряд електрона, n – концентрація вільних електронів (тобто число їх в одиниці об'єму), $\langle v \rangle$ – середня швидкість напрямленого руху електронів.

Сила постійного струму дорівнює відношенню заряду Δq , який пройшов через переріз провідника, до часу його проходження Δt

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Сила струму є скалярною величиною, тобто, не є вектором.

Якщо за рівні проміжки часу заряд Δq виявляється різним, то вводять миттєве значення сили струму як границю відношення заряду Δq до проміжку часу Δt за умови $\Delta t \rightarrow 0$ (тобто це похідна від функції $q(t)$ по часу)

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = q'(t).$$

Сила струму вимірюється в амперах (А): $1 \text{ А} = 1 \text{ Кл} / \text{с}$. Це одна з основних одиниць СІ.

Напрямок струму визначається як напрямок руху додатних зарядів. Якщо носіями струму є від'ємні заряди (наприклад, електрони в металі), то напрямок струму протилежний напрямку їх руху.

Густина струму - це відношення сили струму до площі поперечного перерізу провідника, через яку він протікає. Ця площа має бути орієнтованою перпендикулярно до напрямку руху носіїв струму. При рівномірному розподілі

струму I по площі поперечного перерізу провідника S , густина струму дорівнює

$$j = \frac{I}{S}; \quad j = \frac{dI}{dS}.$$

Одиницею густини струму є A/m^2 . Густина струму в металі

$$j = en\langle v \rangle,$$

де e – заряд електрона, n – концентрація вільних електронів (тобто число їх в одиниці об'єму), $\langle v \rangle$ – середня швидкість направлено руху електронів.

1.2 Опір провідників

Питомий опір. Рух зарядів в електричному полі зі сталою дрейфовою швидкістю v зумовлений тим, що у провіднику на заряди діють певні "гальмівні" сили, які залежать від роду провідника та температури. Щоб охарактеризувати ці сили вводять питомий опір ρ або обернену йому величину - питому електропровідність $\sigma = \frac{1}{\rho}$.

Одиницею питомого опору є $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а питомої електропровідності - сіменс (См) $1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$.

Провідник як ціле характеризується електричним опором.

Опір R однорідного провідника правильної геометричної форми визначається його геометричними розмірами та питомим опором матеріалу ρ (або питомою електропровідністю σ)

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma S},$$

де l - довжина провідника, S - площа перерізу провідника (виміряна у площині, перпендикулярній до напрямку струму). Одиницею опору є 1 Ом .

Залежність опору від температури. За звичайних умов питомий опір, відтак і опір провідників R , змінюється з температурою t за лінійним законом

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t),$$

де ρ_0 , R_0 - питомий опір та опір провідника при температурі 0°C , α - температурний коефіцієнт опору (таблична величина). (У таблицях часто наводиться питомий опір речовини при 20°C , а не при 0°C .)

1.3 Закони постійного струму

Закони постійного струму зв'язують між собою параметри електричного кола: силу струму I , напругу U , опір R , електрорушійну силу (ЕРС) джерела струму \mathcal{E} та його внутрішній опір r .

Електричне коло постійного струму - це певне з'єднання провідників, які мають опір R , та джерел струму. При цьому провідники, які з'єднують окремі елементи, вважаються ідеальними, тобто, їх опір дорівнює нулю.

Джерело ЕРС — це пристрій, у якому позитивні електричні заряди переносяться проти напрямку вектора напруженості електричного поля. Таку роботу можуть здійснювати тільки сили не електростатичної природи, тому їх називають сторонніми силами. Кожне джерело характеризує його електрорушійною силою \mathcal{E} та внутрішнім опором r .

Електрорушійна сила (ЕРС) - це відношення роботи A_{cm} сторонніх сил по перенесенню позитивного заряду q по ділянці кола, або по замкнутому колу, до величини цього заряду

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q}.$$

В електричних схемах розглядають однорідну ділянку, неоднорідну ділянку та замкнуте коло. Для кожного з цих випадків записують відповідну форму закону Ома.

Однорідна ділянка кола - це ділянка, на якій сторонні сили не діють, тобто $\mathcal{E} = 0$ (рис. 2. 1. а).

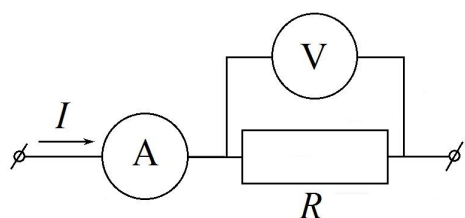


Рис. 2. 1. а

Закон Ома для однорідної ділянки: сила струму в однорідній ділянці прямо пропорційна напрузі між її кінцями і обернено пропорційна її опору (рис. 2. 1. а)

$$I = \frac{U}{R}.$$

Замкнуте коло складається із резисторів та джерел ЕРС, які утворюють замкнуте з'єднання (рис. 2. 1. б).

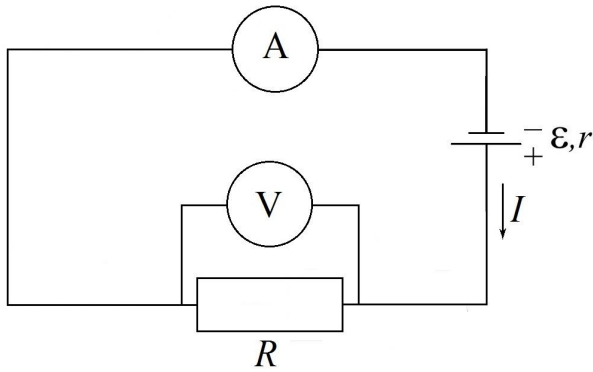


Рис. 2. 1. б

Закон Ома для замкнутого кола:
 сила струму у замкнутому колі прямо пропорційна величині ЕРС \mathcal{E} , що діє в цьому колі, та обернено пропорційний повному опорю кола (рис. 2. 1. б)

$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{R_{\text{зовн}} + r_{\text{внутр}}}$$

Тут $r_{\text{внутр}}$ - внутрішній опір джерела, $R_{\text{зовн}}$ - опір резистора, приєднаного до джерела (часто його називають навантаженням).

Струм короткого замикання - струм у зовнішньому колі за умови, що клемми джерела з'єднують провідником дуже малого опорю (тобто, $R \rightarrow 0$).

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів на даній неоднорідній ділянці, \mathcal{E}_{12} - ЕРС, яка діє на неоднорідній ділянці, R - сумарний опір всієї ділянки. ЕРС \mathcal{E}_{12} , як і сила струму I , є величина алгебраїчна. У випадку, коли ЕРС сприяє руху додатних носіїв струму у вибраному напрямку (у напрямку 1 → 2), $\mathcal{E}_{12} > 0$. Якщо ЕРС протидіє руху додатних носіїв струму у даному напрямку, то $\mathcal{E}_{12} < 0$. Поклавши $\varphi_1 = \varphi_2$ у законі Ома для неоднорідної ділянки кола, отримаємо закон Ома для замкнутого кола.

1.4 З'єднання провідників. Електровимірювальні прилади

Резистори в електричному колі можуть з'єднуватися між собою послідовно та паралельно.

При **послідовному з'єднанні** n резисторів загальний опір між кінцями такої ділянки дорівнює сумі опорів окремих резисторів

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Опір R ще називають еквівалентним опором.

Сила струму у всіх послідовно з'єднаних резисторах однакова і дорівнює силі струму у всій ділянці

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n.$$

Спад напруги на послідовно з'єднаних резисторах дорівнює сумі спадів напруг на окремих резисторах

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i.$$

При паралельному з'єднанні n резисторів загальний (еквівалентний) опір визначають за виразом

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Точки, в яких з'єднуються три або більше провідники, називають вузлом електричної схеми, а провідники, що приєднанні до вузла - розгалуженням.

Загальна сила струму I , що тече до вузла, дорівнює сумі сил струмів в окремих розгалуженнях, що є наслідком закону збереження заряду

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{i=1}^n I_i.$$

Спад напруги на всіх паралельно з'єднаних резисторах однаковий і дорівнює спаду напруги на всій ділянці

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

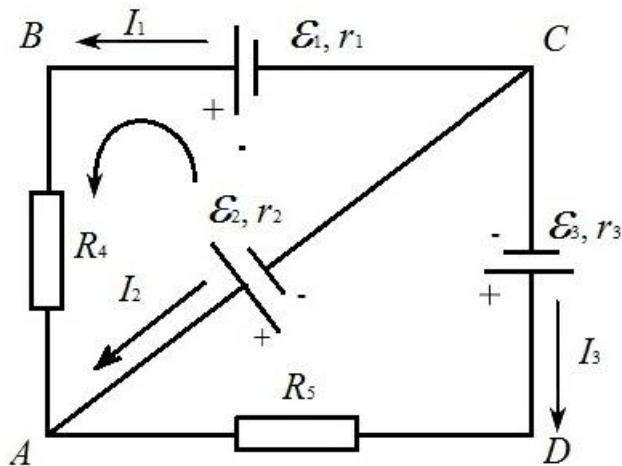


Рис. 2. 1. в

Правила Кірхгофа для розгалужених кіл:

1) алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у будь-якому вузлі дорівнює нулю (рис. 2. 1. в)

$$\sum I_i = 0.$$

2) для будь-якого замкнутого контура алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори відповідних ділянок кола дорівнює алгебраїчній сумі всіх ЕРС, діючих у цьому контурі (рис. 2. 1. в)

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_i$$

Вимірювання сили струму та напруги в електричному колі здійснюють за допомогою амперметра та вольтметра. Амперметр приєднують послідовно з

тим елементом схеми, в якому необхідно визначити силу струму, а вольтметр - паралельно до того елемента схеми, напругу на якому треба виміряти.

Кожний із приладів (амперметр чи вольтметр) призначений для вимірювання відповідної величини, що не перевищує максимального допустимого значення. Для зміни межі вимірювання приладів застосовують шунти (при вимірюванні сили струму) та додаткові опори (при вимірюванні напруги). При цьому ціна поділки приладів змінюється.

Шунт - це опір, який приєднують паралельно до амперметра (рис. 2. 2. а). Якщо сила струму у колі I перевищує максимально допустиме для

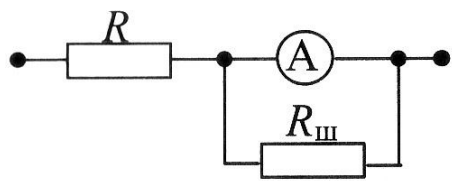


Рис. 2. 2. а

амперметра значення I_A в n разів, $n = I/I_A$, то

$$R_{ш} = \frac{R_A}{n-1},$$

де R_A - опір амперметра, $R_{ш}$ - опір шунта.

Додатковий опір приєднують послідовно з вольтметром (рис. 2. 2. б). Якщо напруга U , яку необхідно виміряти, в n разів перевищує максимально допустиме значення для вольтметра U_V ($n = U/U_V$), то опір додаткового опору визначають за формулою

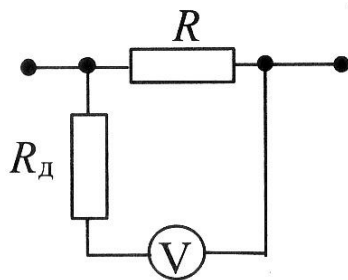


Рис. 2. 2. б

$$R_{д} = R_V(n-1).$$

1.5 Робота та потужність електричного струму.

Робота постійного струму в ділянці електричного кола

$$A = qU = IUt,$$

де $q = It$ заряд, що перенесений за час t струмом силою I у ділянці, між кінцями якої напруга дорівнює $U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$. Якщо ділянка однорідна ($U = \varphi_1 - \varphi_2$), то скориставшись законом Ома для однорідної ділянки кола,

робота постійного струму дорівнюватиме $A = It(\varphi_1 - \varphi_2) = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t$.

Робота джерела ЕРС $A = I\mathcal{E}t = q\mathcal{E}$.

Закон Джоуля - Ленца визначає кількість теплоти, що виділяється в однорідній ділянці електричного кола за час t

$$Q = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

Потужність електричного струму дорівнює відношенню роботи або кількості теплоти до проміжку часу, за який виконана ця робота (або виділена теплота) $P = \frac{IUt}{t} = IU$. Для однорідної ділянки електричного кола

$$P = \frac{I^2 Rt}{t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Якщо у формулу $P = \frac{IUt}{t} = IU$ підставити вираз сили струму із закону Ома для замкнутого кола, то одержимо $P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$, де r - внутрішній опір джерела.

Потужність джерела ЕРС $P_{\text{дж}} = \mathcal{E}I$.

Коефіцієнт корисної дії джерела ЕРС дорівнює відношенню потужності (роботи, кількості теплоти), що виділяється у зовнішньому колі, до потужності (роботи) джерела

$$\eta = \frac{I^2 Rt}{I\mathcal{E}t} = \frac{IU}{I\mathcal{E}} = \frac{U}{\mathcal{E}}.$$

З урахуванням закону Ома для замкнутого кола $\eta = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}$, де R - опір навантаження, r - внутрішній опір джерела. В такому разі говорять про теплову потужність.

1.6 Струм в електролітах та газах. Термоелектронна емісія

Густина струму у газі при відсутності насичення: $j = qn(u_+ + u_-)E$,

де q - абсолютне значення заряду кожного іона, n - концентрація іонів одного знаку в одиниці об'єму), u_+ , u_- - рухливість додатних і від'ємних іонів, E - напруженість електричного поля у газі.

Густина струму насичення у газі між плоскими електродами, відстань між іонізатором в одиниці об'єму газу.

Щоб вирватись із металу назовні, електрон повинен володіти кінетичною енергією $\frac{mv^2}{2} \geq A_b$, де A_b - робота виходу електрона з даного металу.

Густина струму насичення при термоелектронній емісії (питома емісія) визначається формулою Річардсона - Дешмана $j_n = DCT^2 e^{-\frac{A}{kT}}$, де D – середня прозорість потенціального бар'єру на межі метал-вакуум для електронних хвиль, $C = \frac{4\pi me k^2}{h^3} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^2)$ - емісійна стала, k – стала Больцмана, h – стала Планка, A – робота виходу електрона з металу, T – температура катода.

Питома електропровідність електроліту $\sigma = q\alpha n_0(u_+ + u_-)$, де n_0 - концентрація молекул розчиненої речовини, α - коефіцієнт дисоціації, рівний відношенню кількості дисоційованих молекул до їх загальної кількості.

Для електричного струму в електроліті мають місце закони електролізу:

1) **Перший закон електролізу (перший закон Фарадея):** маса M речовини, яка виділяється на електроді під час електролізу, прямо пропорційна до електричного заряду q , що пройшов через електроліт

$$M = kIt = kq,$$

де k - електрохімічний еквівалент речовини.

2) **Другий закон електролізу (другий закон Фарадея):** електрохімічні еквіваленти елементів відносяться як їхні хімічні еквіваленти, тобто $\frac{k_{e2}}{k_{e1}} = \frac{k_{x2}}{k_{x1}}$,

де k_x - хімічний еквівалент речовини, що дорівнює відношенню молярної маси μ речовини до валентності Z її іона $k_x = \frac{\mu}{Z}$. Тому електрохімічний еквівалент

$k_e = \frac{1}{F} \frac{\mu}{Z}$, де F - стала (число) Фарадея, $F = N_A e = 9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$.

3) **Об'єднаний закон Фарадея**

$$M = \frac{1}{F} \frac{\mu}{Z} q.$$

Якщо $M = \frac{\mu}{Z}$, то $q = F$. Отже, стала Фарадея чисельно дорівнює електричному заряду, при проходженні якого через електроліт на електроді виділяється 1 моль одновалентної речовини

§2 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Якої сили струм утворюється у колі з резисторів $R_1 = 40 \text{ Ом}$, і $R_2 = 50 \text{ Ом}$, і $R_3 = 70 \text{ Ом}$, зображеному на рис. 2. 3? Спад напруги між точками a і c $U = 12 \text{ В}$.

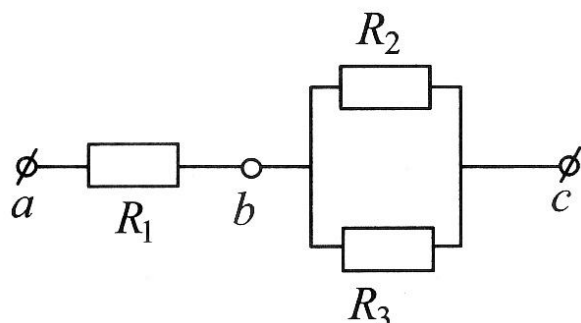


Рис. 2. 3

Розв'язання: Опір послідовно з'єднаних провідників

$$R = R_1 + R_{23},$$

де R_{23} - опір ділянки кола між точками b і c .

Для паралельно з'єднаних провідників з опором R_2 і R_3

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \text{ звідки } R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

$$R = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

повна сила струму дорівнює $I = \frac{U}{R} = \frac{U(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$

Підставляючи дані з умови задачі, отримуємо

$$I = \frac{12(50 + 70)}{40 \cdot 50 + 40 \cdot 70 + 50 \cdot 70} \approx 0,19(A).$$

Відповідь: $I = 0,19A.$

Задача 2. Знайти силу струму, який протікає через опір R_2 у схемі попередньої задачі?

Розв'язання: Спад напруги на ділянці ab $U_{ab} = R_1 I,$

де I - загальний струм кола ac . Спад напруги на ділянці bc : $U_{bc} = U - U_{ab}.$

Тоді, за законом Ома для ділянки кола маємо

$$I_{R_2} = \frac{U_{bc}}{R_2} = \frac{U - U_{ab}}{R_2} = \frac{U}{R_2} \left(1 - R_1 \frac{(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right).$$

Підставляючи дані з умови задачі, отримуємо

$$I_{R_2} = \frac{12}{50} \left(1 - \frac{40 \cdot (50 + 70)}{40 \cdot 50 + 40 \cdot 70 + 50 \cdot 70} \right) \approx 0,09(A).$$

Відповідь: $I_{R_2} = 0,09A.$

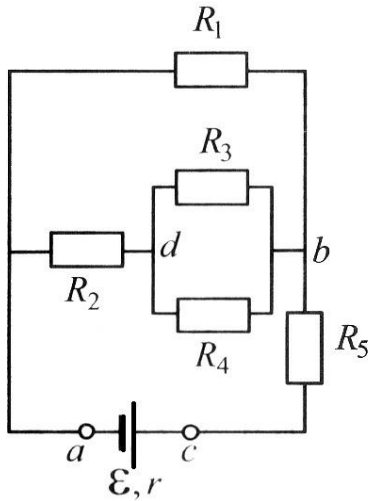


Рис. 2. 4

Задача 3. Джерело з ЕРС $\mathcal{E} = 9,0 \text{ В}$ та внутрішнім опором $r = 0,5 \text{ Ом}$ підключено до кола зображеного на рис. 2. 4, де $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 6,0 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$, $R_5 = 5,0 \text{ Ом}$. Яка сила струму споживається від джерела? Чому дорівнює напруга на затискачах джерела?

Розв'язання: У відповідності із законом Ома

для замкнутого кола маємо $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$, де R - опір

навантаження, тобто опір ділянки між точками a і c . Знайдемо R . $R_{db} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$.

$$\text{Тому } R = R_1 \cdot \frac{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} + R_5.$$

Напруга на затискачах джерела з урахуванням наведених вище формул

$$U_{ac} = \mathcal{E} - Ir = \mathcal{E} \left(1 - \frac{r}{R+r} \right) = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}.$$

$$\text{Маємо: } I = \frac{9,0}{\frac{10(6 \cdot 8 + 6 \cdot 4 + 8 \cdot 4)}{(19+6)(8+4) + 84} + 5 + 0,5} \approx 0,9(A), \quad U_{ac} = 9 - 0,9 \cdot 0,5 \approx 8,6(B).$$

Відповідь: $I = 0,9A$, $U_{ac} = 8,6B$.

Задача 4. До джерела підключили спочатку опір $R_1 = 7 \text{ Ом}$, а потім послідовно з ним другий опір $R_2 = 67 \text{ Ом}$. В останньому випадку коефіцієнт корисної дії (ККД) системи зріс удвічі. Визначити внутрішній опір джерела.

$$\text{Розв'язання: Згідно означення ККД } \eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{IR}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r},$$

де \mathcal{E} - ЕРС джерела; I - повний струм кола; U - напруга на навантаженні R . У нас є два випадки: $R = R_1$ та $R = R_1 + R_2$, тому отримаємо:

$$\eta_1 = \frac{R_1}{R_1+r} \quad \text{та} \quad \eta_2 = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+r}.$$

За умовою задачі, $2\eta_1 = \eta_2$, тоді з наведених формул маємо:

$$\frac{2R_1}{R_1+r} = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+r}, \quad r = \frac{R_1(R_1+R_2)}{R_2-R_1}.$$

Остаточно знаходимо

$$r = \frac{7(7 + 67)}{67 - 7} \approx 8,6(\text{Ом}).$$

Відповідь: $r = 8,6\text{Ом}$.

Задача 5. Скільки часу потрібно нагрівати на електроплитці, увімкнутій у мережу $U = 220\text{ В}$, $m = 2\text{ кг}$ льоду, взятого при температурі $t = -16^\circ\text{C}$, щоб отримати воду при температурі кипіння $t_2 = 100^\circ\text{C}$. ККД схеми дорівнює 75%. Сила струму, що проходить у спіралі електроплитки, дорівнює $I = 2,73\text{ А}$. Питома теплоємність льоду $c_{\text{л}} = 2,1\text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$, води $c_{\text{в}} = 4,19\text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 0,335\text{МДж/кг}$.

Розв'язання: Для визначення шуканого часу запишемо рівняння теплового балансу $\eta IU\Delta\tau = Q_{\text{л}} + Q_{\text{пл}} + Q_{\text{в}}$, де U - напруга у мережі; I - струм, що проходить у спіралі електроплитки; η - ККД схеми. Кількості теплоти, що витрачаються на нагрівання льоду до температури $t_0 = 0^\circ\text{C}$, плавлення льоду та його доведення до кипіння відповідно дорівнюють:

$$Q_{\text{л}} = c_{\text{л}}m(t_0 - t_1), \quad Q_{\text{пл}} = \lambda m, \quad Q_{\text{в}} = c_{\text{в}}m(t_2 - t_0).$$

$$\text{З наведених формул маємо } \Delta\tau = \frac{m}{UI\eta} (c_{\text{л}}(t_0 - t_1) + \lambda + c_{\text{в}}(t_2 - t_0)).$$

Підставляючи дані з умови задачі, отримуємо

$$\Delta\tau = \frac{2}{220 \cdot 2,73 \cdot 0,75} (2,1 \cdot 10^3 (0 - (-16)) + 3,35 \cdot 10^5 + 4,19 \cdot 10^3 (100 - 0)) \approx 3593(\text{с}).$$

Відповідь: $\Delta\tau = 3593\text{с} \approx 59,9\text{хв.}$

Задача 6. При почерговому приєднанні до акумулятора з $\mathcal{E} = 60\text{ В}$ нагрівників з опорами $R_1 = 4\text{ Ом}$ та $R_2 = 9\text{ Ом}$ виявилось, що у них виділяються однакові теплові потужності. Знайти:

- теплову потужність P , що виділяється у кожному з нагрівників;
- ККД акумулятора для кожного з нагрівників (η_1, η_2);
- час, необхідний для доведення до кипіння води масою $m = 200\text{ г}$ від початкової температури $t_1 = 20^\circ\text{C}$ за допомогою кожного із нагрівників (τ_1, τ_2).

Розв'язання: а) Теплова потужність нагрівника становить: $P = IU = I^2R$. За законом Ома для замкнутого кола $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$, тому $P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$.

Невідомий опір акумулятора знайдемо з умови рівності теплових потужностей нагрівників $P_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2}$ та $P_2 = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$.

Прирівнюючи праві частини цих виразів ($P_1 = P_2 = P$), після перетворень знаходимо $r = \sqrt{R_1 R_2}$.

Підставивши цей вираз у будь-яку з вище отриманих формул, отримаємо

$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + \sqrt{R_1 R_2})^2} = \frac{60^2 \cdot 4}{(4 + \sqrt{4 \cdot 9})^2} = 144 \text{ (Вт)}.$$

б) ККД джерела ЕРС визначається виразом $\eta = \frac{R}{R + r}$.

Таким чином, при підключенні до акумулятора нагрівника з опором R_1

$$\eta = \frac{R_1}{R_1 + \sqrt{R_1 R_2}} = \frac{4}{4 + \sqrt{4 \cdot 9}} = 0,4 = 40\%,$$

а з опором R_2 ККД джерела ЕРС $\eta = \frac{R_2}{R_2 + \sqrt{R_1 R_2}} = \frac{9}{9 + \sqrt{4 \cdot 9}} = 0,6 = 60\%$.

в) Для доведення до кипіння води масою m необхідна кількість теплоти

$$Q = c_B m (t_k - t_0),$$

де $c_B = 4200 \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}$ - питома теплоємність води, $t_k = 100^\circ \text{ C}$ - кінцева температура води (температура кипіння). Оскільки потужність $P = Q/\tau$, то

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{c_B m (t_k - t_0)}{P} = \frac{4200 \cdot 0,2 \cdot (100 - 20)}{144} \approx 466,7 \text{ (с)} = 7,8 \text{ (хв)}.$$

Відповідь: $\tau = 466,7 \text{ с} = 7,8 \text{ хв}$.

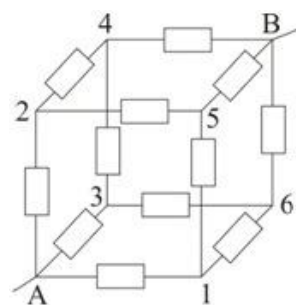


Рис. 2. 5. а

Задача 7. Знайти опір каркаса куба R , складеного із провідників з однаковим опором r (рис. 2. 5. а).

Розв'язання: Куб симетричний відносно повороту навколо діагоналі АВ на кут 120° . Отже, вісь АВ є фізичною віссю симетрії. Тому всі вузли кола, симетричні відносно осі АВ, будуть екіпотенціальними. Тобто, вузли

1, 2, 3 і вузли 4, 5, 6 екіпотенціальні, а тому $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$, $\varphi_4 = \varphi_5 = \varphi_6$.

Об'єднаємо вузли 1, 2 і 3 в один вузол а, а вузли 4, 5 і 6 - у другий вузол б.

Одержимо еквівалентну схему кола, зображену на рис. 2. 5. б, у якій



$$R_{Aa} = \frac{1}{3}r, \quad R_{ab} = \frac{1}{6}r, \quad R_{bB} = \frac{1}{3}r, \quad R_{\text{зар.}} = \frac{5}{6}r.$$

Рис. 2. 5. б

Задача 8. Знайти опір кола,

зображеного на рис. 2. 6. а.

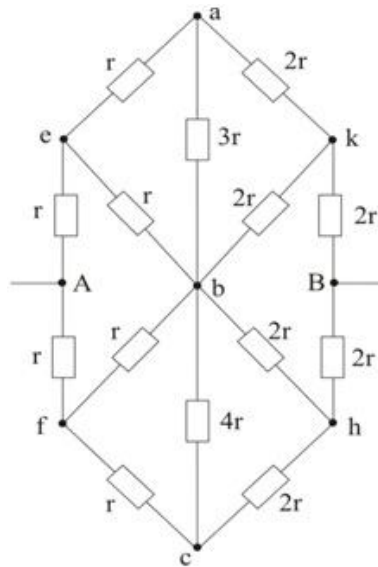


Рис. 2. 6. а

Розв'язання: На ділянці кола між двома екіпотенціальними вузлами струм не протікає. Отже, якщо цю ділянку виключити із кола, то електричні параметри кола не зміняться.

Із схеми включення опорів бачимо, що схема має геометричну вісь симетрії abc , тобто різниця потенціалів між точками a , b і c дорівнює нулю, оскільки спади напруги на ділянках кола Aea , Afc , Aeb і Afb однакові. Отже, струм через опори $3r$ і $4r$ не протікає. Тому ці опори можна виключити і

обчислювати опір за еквівалентною схемою (рис. 2. 6. б).

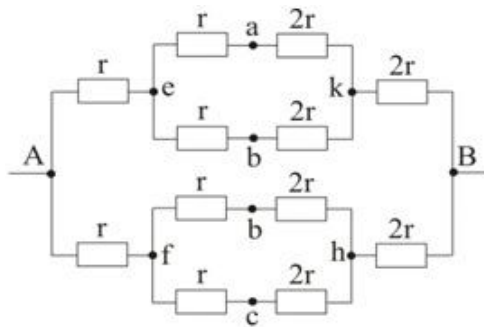


Рис. 2. 6. б

Опір між точками e і h та між точками f і h $R_{e,f} = (r+2r)/2 = 1,5r$. Загальний опір: $R = (r+1,5r + 2r)/2 = 2,25r$.

Інколи деякий вузол складного кола можна замінити кількома вузлами з однаковими потенціалами, які дорівнюють потенціалу початкового вузла. Така заміна не змінює електричних параметрів кола, при умові, що вихідний вузол лежить у площині чи на осі симетрії, а джерело напруги під'єднане до точок, які також лежать у площині чи на осі симетрії.

Рис. 2. 7. а, б, в ілюструють все сказане вище.

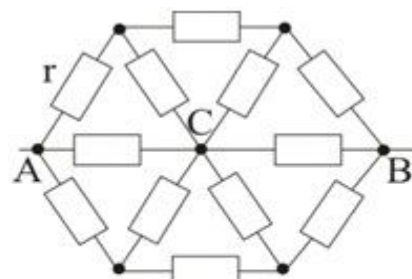


Рис. 2. 7. а

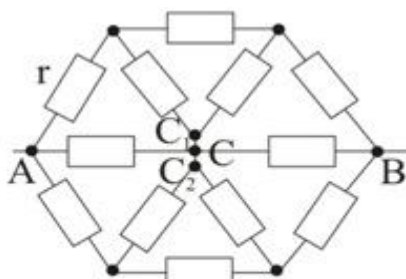


Рис. 2. 7. б

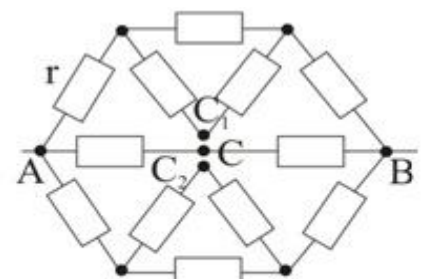


Рис. 2. 7. в

У багатьох випадках для одержання еквівалентної схеми кола корисно замінити кілька паралельних віток однією еквівалентною віткою. Також можна здійснювати обернену операцію - дану вітку замінити кількома (здебільшого двома) паралельними вітками. У цьому випадку опір r між двома вузлами замінюють двома паралельними з'єднаними опорами величиною $2r$. Заміну можна виконувати лише тоді, коли ці вузли лежать у площині чи на осі симетрії. Так, для того, щоб відшукати опір ділянки кола АВ, зображеного на рис. 2. 8. а. (всі опори рівні r), використаємо проведені вище міркування (рис. 2. 8. б, в).

З еквівалентної схеми (рис. 2. 8. в.) легко отримуємо $R_{AB} = \frac{7}{15}r$.

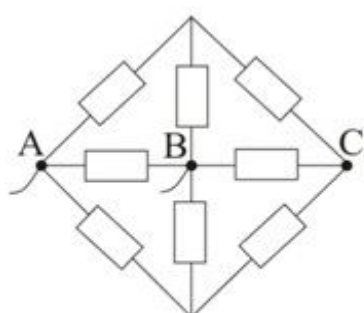


Рис. 2. 8. а

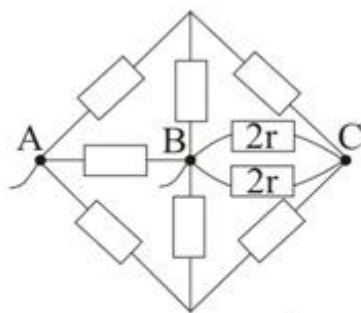


Рис. 2. 8. б

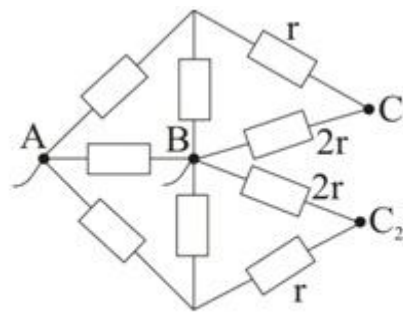


Рис. 2. 8. в

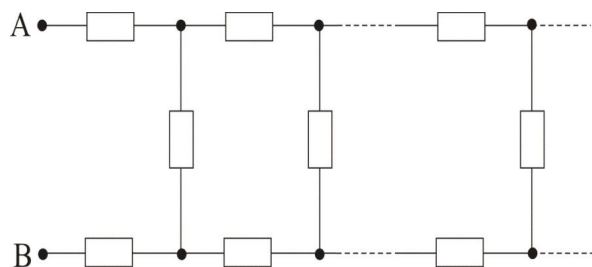


Рис. 2. 9 а

Задача 8. Знайти опір кола, зображеного на рис. 2. 9. а (всі опори дорівнюють r).

Розв'язання: Для розв'язування цієї задачі використаємо трансляційну симетрію. Трансляційною симетрією

володіють нескінченні об'єкти, як наприклад, кристалічна решітка кристала.

Припустимо, що шуканий опір кола дорівнює R . Вісь симетрії кола - вісь трансляції, спрямована вздовж ланцюга. Провівши трансляцію кола вздовж осі симетрії на відстань, яка дорівнює відстані між двома сусідніми комірками, одержимо таку ж саму схему, хіба що на одну ланку довшу. Відділивши уявно цю комірку, одержимо таку ж саму схему, що має такий же опір R (рис. 2. 9. б).

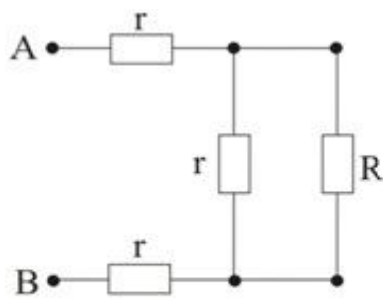


Рис. 2. 9. б

Тому наш ланцюг можна замінити такою еквівалентною схемою (рис. 2.

9. б), яку обчислити дуже просто: $R=2r+R'$, де $R'=\frac{rR}{R+r}$, або підставивши значення для R' в попередню формулу, отримаємо: $R^2-2rR-2r^2=0$, звідки $R=r(\sqrt{3}+1)$.

Задача 9. Визначити силу струму, який протікає через елемент \mathcal{E}_2 , якщо $\mathcal{E}_1 = 1 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 3 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,5 \text{ Ом}$, $r_3 = 1/3 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 1/3 \text{ Ом}$ (рис. 2. 10).

Розв'язання: Фізична система – електричний коло, в якому є кілька різних джерел струму. У цьому випадку електричне коло може бути розраховане з допомогою законів Кірхгофа.

Вибираємо (довільно) напрямки струмів у вітках. Виберемо їх так, як показано на рис. 2. 10. Якщо ми помилилися у виборі напрямку якогось струму, то в остаточному розв'язку цей струм вийде від'ємним; якщо ж випадково вибрано правильний напрямок струму, то він вийде додатним.

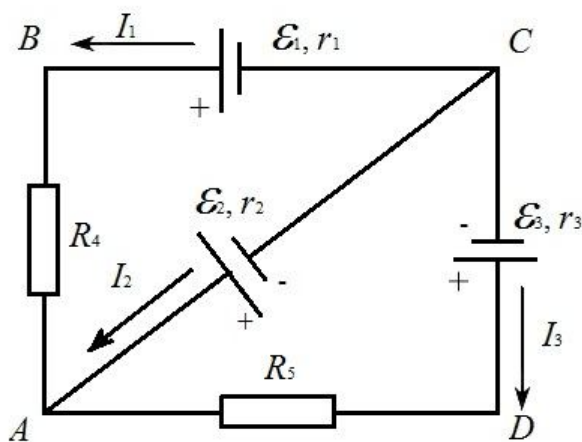


Рис. 2. 10

Застосуємо перший закон Кірхгофа. Він справедливий для вузлів електричного кола. У даній схемі два вузли: точки A і C . Для вузла A за першим законом Кірхгофа отримуємо

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$$

Для вузла C перший закон Кірхгофа нічого нового не дає.

Застосуємо другий закон Кірхгофа. Він справедливий тільки для замкнутих контурів. В даній схемі їх три: $ABCA$, $ACDA$, $ABCD$. Розглянемо контур $ABCA$. У цьому контурі є дві ЕРС (\mathcal{E}_1 і \mathcal{E}_2), три опори (r_1, r_2 і R_4) та два струми (I_1 та I_2). Для застосування другого закону Кірхгофа вибираємо (довільно) умовно-додатний напрямок обходу контуру. Він необхідний для визначення знаків ЕРС і струмів. Якщо напрямки ЕРС або струмів збігаються з напрямком обходу контуру, то їх вважають додатними. В іншому випадку ЕРС або струми вважають від'ємними.

Виберемо за доданий напрямок обходу контуру $ABCA$ напрямком проти годинникової стрілки. ЕРС \mathcal{E}_1 напрямлена проти годинникової стрілки, отже, її вважатимемо додатною, ЕРС \mathcal{E}_2 напрямлена за годинниковою стрілкою (проти напрямку обходу контуру), отже, вона ввійде у рівняння другого закону Кірхгофа із знаком мінус. Струм I_1 проходить через резистори r_1 і R_4 , і його напрямок збігається із напрямком обходу контуру. Струм I_2 проходить через опір r_2 і напрямлений проти напрямку обходу. Отже, струм I_1 додатний, струм I_2 - від'ємний. За другим законом Кірхгофа для контуру $ABCA$ отримуємо

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I_1(r_1 + R_4) - I_2r_2. \quad (2)$$

Якщо вибрати за додатний обхід цього контуру напрямком за годинниковою стрілкою, то згідно із другим законом Кірхгофа матимемо

$$-\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -I_1(r_1 + R_4) + I_2r_2.$$

Отримано рівняння (2), помножене на (-1). Очевидно, що ці рівняння еквівалентні. Таким чином, суть другого закону Кірхгофа не залежить від довільного вибору напрямку обходу контуру.

Розглянемо контур $ACDA$. Виберемо за додатний обхід цього контуру напрямком проти годинникової стрілки. Застосовуючи другий закон Кірхгофа, отримаємо

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = -I_3(r_3 + R_5) + I_2r_2. \quad (3)$$

Система рівнянь (1) - (3) є замкнутою. Задача фізично розв'язана. Розв'язуючи отриману систему рівнянь, знаходимо

$$I_1 = -5/8A, I_2 = -1/2A, I_3 = 8/9A.$$

Струми I_1 та I_2 вийшли від'ємними. Це означає, що випадково вибрані напрямки обходу помилкові. Струм I_3 , додатний, отже, його напрямок було вибрано правильно.

Відповідь: $I_2 = 0,5A$.

Задача 10. У лабораторній роботі «Вимірювання опорів за допомогою містка Уітстона» знайти струми I_i в окремих вітках містка Уітстона при умові, що гальванометр показує струм $I_G = 0$. ЕРС джерела $\mathcal{E} = 2V$, опори $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 45\Omega$, $R_3 = 200\Omega$ (рис. 2. 11. а).

Розв'язання: Оскільки $I_G = 0$ то потенціали у точках 1 та 2 рівні, тобто

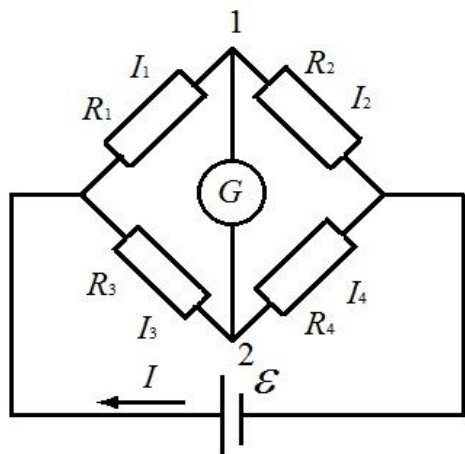


Рис. 2. 11. а

$\varphi_1 = \varphi_2$, тому можемо розглядати еквівалентну схему (рис. 2. 11. б).

За першим правилом Кірхгофа для вузла 1 маємо $I = I_1 + I_3$ (1). Використаємо друге правило Кірхгофа для контурів $KLBCMN$ та $KLADMN$, відповідно отримаємо:

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + R_2) \quad (2), \quad \mathcal{E} = I_3(R_3 + R_4) \quad (3).$$

Оскільки $\varphi_1 = \varphi_2$, то $U_{BC} = U_{AD}$, та $I_1 = I_2$, й $I_3 = I_4$, тому

спад напруги на опорах R_2 та R_4 однаковий, тобто $I_1 R_2 = I_3 R_4$ (4). Із рівняння (2)

знаходимо: $I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$ (5). Із рівняння (3) знаходимо $I_3 = I_4 = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + R_4}$ (6), а із

рівняння (4) знаходимо $R_4 = \frac{I_1 R_2}{I_3}$. (7) Підставивши у (7) рівняння (5), отримаємо

$$R_4 = \frac{R_2 \mathcal{E}}{I_3 (R_1 + R_2)} \quad (8).$$

Підставивши (8) у (6), отримаємо $I_3 = I_4 = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + \frac{R_2 \mathcal{E}}{I_3 (R_1 + R_2)}}$, звідки слідує

$$R_3 I_3 (R_1 + R_2) = R_2 \mathcal{E} \Rightarrow I_3 = \frac{R_2 \mathcal{E}}{R_3 (R_1 + R_2)}.$$

Обчислення: $I_1 = I_2 = \frac{2B}{300\text{Ом} + 450\text{Ом}} = 26,7 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$

$$I_3 = I_4 = \frac{300\text{Ом} \cdot 2B}{200\text{Ом} \cdot (300\text{Ом} + 450\text{Ом})} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Відповідь: $I_1 = I_2 = 26,7 \cdot 10^{-3} \text{ А}, I_3 = I_4 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$

Задача 11. Циліндричний повітряний конденсатор із внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім R_2 заряджений до різниці потенціалів $\Delta\varphi_0$ (рис. 2. 12, вигляд зверху). Простір між обкладками заповнюють слабо провідним середовищем (парафіном) із питомим опором ρ . Визначити: а) силу струму витікання, якщо висота конденсатора дорівнює l ; б) залежність зміни сили струму витікання від часу.

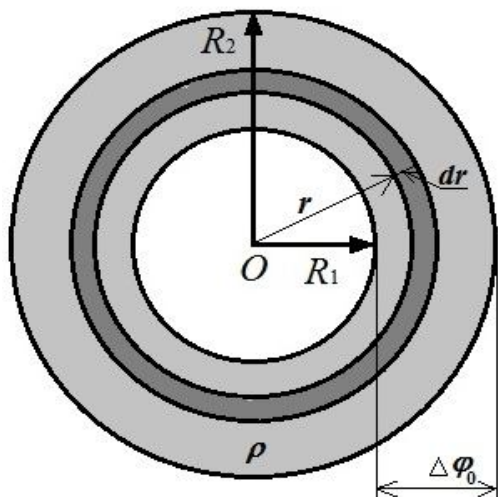


Рис. 2. 12

$$I = \Delta\varphi_0 / R, \quad (1)$$

якщо відомо її повний опір R . Цю величину можна знайти методами диференціального та інтегрального числення. Елементарний опір тонкостінного циліндричного шару товщиною dr і радіусом r (рис. 2. 12, площина перерізу перпендикулярна до осі циліндричного конденсатора) $dR = \rho \frac{dr}{2\pi r l}$.

Звідси після інтегрування отримуємо значення повного опору ділянки

$$R = \int_{R_1}^{R_2} \rho \frac{dr}{2\pi r} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

$$\text{Отже, } I_0 = \frac{2\pi l \Delta\varphi_0}{\rho \ln(R_2 / R_1)}. \quad (3)$$

Чи завжди справедливий розв'язок (3)? Раніше було сказано, що після визначення основної величини - сили струму - всі інші параметри і кола, і процесів, які відбуваються у ньому при проходженні струму, можуть бути визначені. Зокрема, за законом Джоуля-Ленца $Q = I^2 R t$ (4) можна знайти кількість теплоти Q , яка виділилась на ділянці за час t . За законом $q = It$ (5) можна знайти заряд, який пройшов крізь поперечний переріз ділянки за час t .

Визначимо, наприклад, за який час t_0 ділянкою пройде першочерговий заряд $q_0 = C\Delta\varphi_0$ конденсатора, де $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}$ (6) - ємність конденсатора.

Розв'язок $t_0 = \frac{q_0}{I} = \frac{C\Delta\varphi_0 \rho (R_2 / R_1)}{2\pi l \Delta\varphi_0} = \epsilon_0 \epsilon \rho$ (7) є формальним і неправильним по своїй

суті. Справді, розв'язок (7) справедливий, якщо сила струму постійна. З (1) і (3)

Розв'язання: а) Фізична система - ділянка електричного кола, у якому причиною напрямленого руху вільних зарядів слабо провідного середовища є електростатичне поле. Різницю потенціалів $\Delta\varphi_0$ цього поля будемо вважати постійною. Враховуючи те, що ділянка однорідна (у ній немає ЕРС), то силу струму можна знайти за законом Ома для однорідної ділянки кола

впливає, що умова $I = const$ виконується при $R = const$ і $\Delta\varphi_0 = const$. Але умова $\Delta\varphi_0 = const$ означає, що при $C = const$ заряд на обкладках повинен залишатись постійним. А це суперечить поставленій задачі. Заряд на обкладках конденсатора зменшується; отже, зменшується різниця потенціалів $\Delta\varphi$ і струм витікання, що з'являється, не є постійним, як це впливає із (3). Розв'язок (3) справджується, якщо $\Delta\varphi = const$, що строго ніколи не виконується. Очевидно, що вихід із утвореної ситуації такий: різниця потенціалів $\Delta\varphi$ змінюється, але вона при відповідних умовах може змінюватись настільки повільно, що цією зміною можна знехтувати, вважаючи приблизно $\Delta\varphi = const$. Цією відповідною умовою є поняття «слабко провідного» середовища.

б) Отже, у реальному випадку різниця потенціалів $\Delta\varphi$ не буде постійною. Припустимо, що сила струму змінюється так повільно, що виконується закон Ома $-\frac{dq}{dt} = \frac{\Delta\varphi}{R}$, де $I = dq/dt$, та $\Delta\varphi = q/C$ - миттєві значення сили струму та різниці потенціалів. Розв'язуємо диференціальне рівняння для заряду $q = q(t)$ на обкладках конденсатора у момент часу t :

$$-\frac{dq}{dt} = \frac{q}{CR}.$$

Розділимо змінні та проінтегруємо, отримаємо $\ln q = -\frac{1}{RC}t + const$.

Враховуючи, що при $t = 0$ $q = q_0 = C\Delta\varphi$, знаходимо: $const = \ln q_0$. Отже,

$$q = q_0 e^{-t/(RC)}.$$

Аналізуючи останню формулу, приходимо до висновку, що величина RC дорівнює часу τ , за який заряд q_0 зменшується в e раз. У нашому випадку $\tau = \frac{\rho \ln(R_2/R_1)}{2\pi l} \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\rho \ln(R_2/R_1)} = \epsilon_0\epsilon\rho$, та співпадає з (7). Отже, t_0 - це не час протікання всього заряду q_0 , а лише час, за який заряд q_0 зменшується в e раз (час релаксації). А час протікання всього заряду рівний нескінченності. Із формули зміни заряду з часом знаходимо формули зміни різниці потенціалів та сили струму:

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/(RC)} = \Delta\varphi_0 e^{-t/(RC)}, \quad I = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/(RC)} = I_0 e^{-t/(RC)}.$$

Для парафіну ($\varepsilon = 2$, $\rho = 3 \cdot 10^{16} \text{ Ом} \cdot \text{м}$), отримуємо, що час релаксації $\tau = \varepsilon_0 \varepsilon \rho$, $\tau \approx 5,3 \cdot 10^5 \text{ с}$. Тому парафін можна вважати слабо провідним середовищем.

Відповідь: $I_0 = \frac{2\pi l \Delta \varphi_0}{\rho \ln(R_2 / R_1)}$, $I = I_0 e^{-t/(RC)}$.

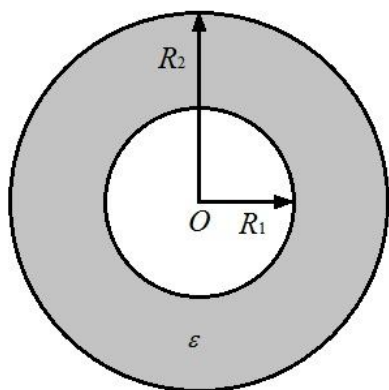


Рис. 2.13

Задача 12. Визначити ємність

відокремленого кульового провідника радіусом R_1 , оточеного прилеглим до нього концентричним шаром однорідного діелектрика з проникністю ε і зовнішнім радіусом R_2 .

Розв'язання: Надамо кульовому провіднику

заряд q . Тоді на поверхні провідника і поза нею

виникає електричне поле. Якщо ми розрахуємо потенціал провідника $\varphi(R_1)$, то із формули $C = q / \Delta \varphi$ можемо знайти ємність C . Розрахунок потенціалу поля (воно симетричне) можна обчислити за методом Гаусса. Із теореми Гаусса слідує $D \cdot 4\pi r^2 = q$, де $R_2 > r > R_1$. Отже, напруженість поля у діелектрику

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}.$$

Після інтегрування відношення $E = -d\varphi / dr$ отримуємо розподіл потенціалу у діелектрику $\varphi = -\int \frac{q dr}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2} \Rightarrow \varphi = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r} + c$.

Константу c знайдемо із рівняння $\varphi(R_2) = q / (4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_2)$; $c = \frac{q(\varepsilon - 1)}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_2}$.

Отже, кінцевий розподіл потенціалу у діелектрику $\varphi(r) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{r} + \frac{\varepsilon - 1}{R_2} \right)$.

Із умови неперервності потенціалу, визначаємо потенціал кульового провідника $\varphi(R_1) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\varepsilon - 1}{R_2} \right)$ та його ємність $C = \frac{q}{\varphi(R_1)} = \frac{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} (\varepsilon - 1)}$.

Відповідь: $C = \frac{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} (\varepsilon - 1)}$.

Задача 13. Простір між обкладками плоского конденсатора заповнений ізотропним діелектриком, проникність якого змінюється у перпендикулярному до обкладок напрямку за лінійним законом від ε_1 до ε_2 , причому $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Площа

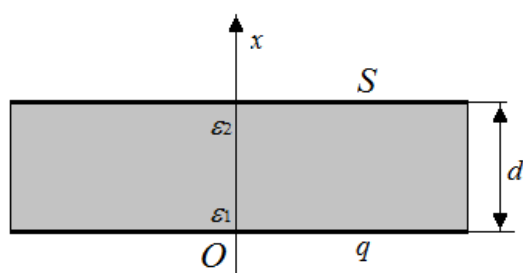


Рис. 2. 14

кожної обкладки S , відстань між ними d (рис. 2. 14). Визначити ємність конденсатора.

Розв'язання: Направимо вісь Ox вгору, а початок координат сумістимо з нижньою пластинною (рис. 2. 14). Оскільки ε

змінюється за лінійним законом, то $\varepsilon = a + bx$, де константи a і b визначаються з граничних умов ($\varepsilon = \varepsilon_1$ при $x = 0$ і $\varepsilon = \varepsilon_2$ при $x = d$): $a = \varepsilon_1; b = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/d$.

Отримуємо $\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d} x$.

Надамо нижній пластині конденсатора заряд q і за теоремою Гаусса розрахуємо напруженість утвореного поля

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{q}{\varepsilon_0 (a + bx) S}$$

Оскільки $E = \frac{d\varphi}{dx}$, або $d\varphi = \frac{q dx}{\varepsilon_0 S (a + bx)}$ то після інтегрування даного

співвідношення визначимо різницю потенціалів $\Delta\varphi$ між пластинами

$$\Delta\varphi = \int_0^d \frac{q dx}{\varepsilon_0 S (a + bx)} = \frac{q}{\varepsilon_0 S b} \ln\left(1 + \frac{bd}{a}\right)$$

Отже, ємність конденсатора $C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 S b}{\ln(1 + bd/a)} = \frac{\varepsilon_0 S (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \cdot \ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1)}$.

Можна узагальнити розв'язану задачу, припустивши, що діелектрична проникність ε змінюється за будь-яким законом $\varepsilon = f(x)$, де $f(x)$ - довільна функція (наприклад $f(x) = x^n$). Легко бачити, що всі такі задачі можуть бути розв'язані таким самим методом.

Відповідь: $C = \frac{\varepsilon_0 S (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \cdot \ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1)}$.

§3. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

2.1 З дротини опором $1,6 \text{ Ом}$ зробили квадрат. Чому дорівнює опір між сусідніми вершинами квадрата?

2.2 Опір між сусідніми вершинами дротяного квадрата дорівнює $1,5 \text{ Ом}$. Чому дорівнює опір дроту, з якого виготовлено квадрат?

2.3 Є два мідні провідники однакового перерізу. У скільки разів опір першого провідника відрізняється від опору другого, якщо перший провідник на 20% довший за другий?

2.4 Із котушки дроту відрізали два провідники так, що один на 20% коротший, ніж другий. Знайти відношення опору довшого провідника до коротшого.

2.5 На скільки відсотків зменшиться опір провідника, якщо його довжину зменшити у 5 разів?

2.6 Опір резистора 10 Ом , а струм, що тече по ньому, 5 А . Чому дорівнює напруга на резисторі?

2.7 Два резистори, опори яких відрізняються у 3 рази, з'єднані паралельно. Який струм тече через резистор із більшим опором, якщо через резистор із меншим опором тече струм 9 А ?

2.8 Два резистори, опори яких відрізняються у 4 рази, з'єднані паралельно. Який струм тече через резистор з меншим опором, якщо загальна сила струму $2,5 \text{ А}$?

2.9 На два послідовно з'єднані резистори, опори яких відрізняються в 4 рази, подано напругу 100 В . Чому дорівнює напруга на меншому резисторі?

2.10 Напруга на більшому із двох послідовно з'єднаних резисторів дорівнює 30 В . Чому дорівнює напруга на всій ділянці, коли опори резисторів відносяться, як $5:1$?

2.11 Робота сторонніх сил при перенесенні заряду 5 Кл від однієї клеми джерела до іншої дорівнює 60 Дж . Чому дорівнює ЕРС джерела?

2.12 ЕРС джерела 12 В . Чому дорівнює робота сторонніх сил у джерелі при перенесенні заряду 5 Кл ?

- 2.13 Від джерела, ЕРС якого 12 В , зарядили конденсатор до заряду 10^{-3}
Кл. Яку роботу виконали сторонні сили джерела?
- 2.14 Від джерела, ЕРС якого 12 В , зарядили конденсатор до заряду 10^{-3}
Кл. Чому дорівнює енергія конденсатора?
- 2.15 Чому дорівнює струм короткого замикання джерела з ЕРС $4,5\text{ В}$ і внутрішнім опором $0,5\text{ Ом}$?
- 2.16 ЕРС джерела 12 В , внутрішній опір 2 Ом . До джерела приєднано резистор із опором 10 Ом . Чому дорівнює сила струму у колі?
- 2.17 До джерела з ЕРС 12 В підключений резистор опором 55 Ом . Внутрішній опір джерела 5 Ом . Чому дорівнює напруга на резисторі?
- 2.18 До джерела з ЕРС 12 В підключений резистор опором 55 Ом . Внутрішній опір джерела 5 Ом . Знайдіть спад напруги на внутрішньому опорі?
- 2.19 Вольтметром вимірюють ЕРС джерела. Вольтметр показує 11 В . Чому дорівнює ЕРС джерела, якщо спад напруги на внутрішньому опорі джерела 1 В ?
- 2.20 На скільки відрізняється напруга на клеммах джерела від його ЕРС, якщо внутрішній опір джерела $0,5\text{ Ом}$ і у колі тече струм 2 А ?
- 2.21 ЕРС джерела 10 В , внутрішній опір 4 Ом . Клеми джерела з'єднують дротом дуже малого опору. Скільки тепла виділиться у джерелі за 2 с ?
- 2.22 Напруга на резисторі 20 В , опір резистора 10 Ом . Яка теплова потужність виділяється на резисторі?
- 2.23 Чому дорівнює ККД джерела струму, якщо опір зовнішньої ділянки кола дорівнює опору джерела?
- 2.24 Конденсатор ємності 100 мкФ , який підключений до джерела, заряджається до напруги 50 В за час $0,5\text{ с}$. Чому дорівнює середня сила струму через джерело за цей час?
- 2.25 До якої напруги зарядиться конденсатор ємності 25 мкФ за час 5 с , якщо середня сила зарядного струму дорівнює $0,5\text{ мА}$?
- 2.26 Конденсатор за 10 с заряджається до напруги 200 В . Чому дорівнює ємність конденсатора, якщо середня сила зарядного струму становить 2 мА ?
- 2.27 У провіднику змінного перерізу з відношенням площ $S_1/S_2 = 2$ тече

струм. Чому дорівнює густина струму у другій ділянці, якщо $S_1=10 \text{ мм}^2$ і сила струму у першій ділянці дорівнює 1 А ?

2.28 У двох різних провідниках однакового діаметру проходить однаковий струм. Чому дорівнює відношення концентрацій вільних електронів у провідниках n_1/n_2 якщо відношення швидкостей впорядкованого руху електронів $u_1/u_2=0,8$.

2.29 У двох провідниках із різних металів, які з'єднані послідовно, тече струм. Чому дорівнює відношення концентрацій вільних електронів n_1/n_2 у провідниках, якщо відношення площ поперечних перерізів провідників $S_1/S_2 = 2$ і швидкість впорядкованого руху електронів у другому провіднику на 20% менша, ніж у першому?

2.30 У двох паралельно з'єднаних ділянках однієї дротини проходить струм. Чому дорівнює відношення густин струмів у цих ділянках j_2/j_1 , якщо друга ділянка вдвічі коротша за першу?

2.31 У двох паралельно з'єднаних дротинах з одного матеріалу проходить однаковий струм. Чому дорівнює відношення густин струму j_2/j_1 у дротинах, якщо друга дротина вдвічі коротша за першу?

2.32 Якої довжини дротину з константану треба взяти, щоб виготовити опір, який дорівнює опору мідного дроту такого ж перерізу довжиною 5 м ? Питомі опори константану $5 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, міді $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

2.33 Чому дорівнює відношення маси m_1 циліндра з молібдену до маси m_2 алюмінієвого циліндра з такою ж висотою та електричним опором? Густини D та питомі опори ρ речовин відповідно прийняти: $D_1 = 10 \text{ г/см}^3$, $\rho_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $D_2=2,5 \text{ г/см}^3$, $\rho_2 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

2.34 Визначити силу струму, який протікає через елемент \mathcal{E}_2 , якщо $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 4 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,5 \text{ Ом}$, $r_3 = 1/3 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 1 \text{ Ом}$ (рис. 2. 10).

2.35 У лабораторній роботі «Вимірювання опорів за допомогою містка Уїтстона» знайти струми I_i в окремих вітках містка Уїтстона при умові, що гальванометр показує струм $I_G = 0$. ЕРС джерела $\mathcal{E} = 1,5 \text{ В}$, опори $R_1 = 250 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 200 \text{ Ом}$ (рис. 2. 11. а).

2.36 Якої сили струм утворюється у колі з резисторів $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 70 \text{ Ом}$ зображеному на рис. 2. 3? Напруга між точками a і c $U = 12 \text{ В}$.

2.37 Якої сили струм тече через резистор R_2 у схемі на рис. 2. 3 Тут $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 70 \text{ Ом}$, $U_{ac} = 12 \text{ В}$.

2.38 Батарею з ЕРС $\mathcal{E} = 12,0 \text{ В}$ та внутрішнім опором $r = 0,5 \text{ Ом}$ підключено до кола зображеного на рис. 2. 4, де $R_1 = 5,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 10,0 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$, $R_5 = 12,0 \text{ Ом}$. Яка сила струму споживається від батареї? Чому дорівнює напруга на клеммах батареї?

2.39 Опір одного з резисторів у 2 рази більший, ніж іншого. У скільки разів загальний опір при послідовному з'єднанні цих резисторів більший, ніж при паралельному?

2.40 До батареї підключили спочатку опір $R_1 = 7 \text{ Ом}$, а потім послідовно з ним другий опір $R_2 = 67 \text{ Ом}$. В останньому випадку коефіцієнт корисної дії (ККД) системи зріс удвічі. Визначити внутрішній опір батареї.

2.41 Опір шунта становить 2% від опору амперметра. При включенні в електричне коло зашунтований амперметр показує силу струму 100 мА . Який струм тече у колі?

2.42 Якщо до амперметра зі шкалою 1 А приєднати шунт опором $0,05 \text{ Ом}$, то можна вимірювати струми до 101 А . Чому дорівнює опір амперметра?

2.43 При вмиканні у мережу вольтметр із додатковим опором показує $12,7 \text{ В}$. Яка напруга у мережі, якщо величина додаткового опору у 9 раз більша, ніж опір самого вольтметра?

2.44 Визначити струм короткого замикання для акумуляторної батареї, якщо при струмі навантаження у 5 А вона віддає у зовнішнє коло потужність $9,5 \text{ Вт}$, а при струмі навантаження у 8 А - потужність $14,4 \text{ Вт}$.

2.45 Електродвигун трамвая споживає струм 110 А при напрузі 600 В , розвиваючи силу тяги у 3 кН . Визначити швидкість руху трамвая на горизонтальній ділянці шляху, якщо ККД двигуна становить 60%.

2.46 Визначити сумарний імпульс електронів у прямому провіднику довжиною 1 км , вздовж якого тече струм силою 70 А , якщо $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

2.47 Акумулятор із внутрішнім опором $0,08 \text{ Ом}$ при струмі навантаження 4 А віддає у зовнішнє коло потужність 8 Вт . Яку потужність віддасть він у зовнішнє коло при струмі навантаження 6 А ?

2.48 Підйомний кран починає піднімати вантаж масою 1500 кг рівноприскорено із прискоренням $0,3 \text{ м/с}^2$. Електродвигун крана живиться від кола із напругою 380 В і має ККД 60% . Визначити швидкість вантажу у той момент, коли через обмотку двигуна проходить струм силою 120 А .

2.49 До джерела з ЕРС 12 В підключений резистор, опір якого дорівнює опору джерела. Знайти різницю потенціалів на затискачах джерела.

2.50 На скільки відсотків зменшиться різниця потенціалів на клеммах джерела із внутрішнім опором r , якщо приєднати до нього резистор із опором $R = 7r$?

2.51 У резисторі з опором 10 Ом за кожні 5 с проходить заряд 50 Кл . Скільки тепла виділяється на резисторі за цей час?

2.52 Пластини конденсатора ємністю 1 мкФ , який заряджений до напруги 200 В , з'єднують провідником із електричним опором R . Яка кількість теплоти виділиться на опорі R ?

2.53 Дві однакові лампочки потужністю по 40 Вт розраховані на напругу 220 В . Яку потужність буде споживати кожна лампочка, якщо їх з'єднати послідовно і увімкнути у мережу 220 В ?

2.54 У двох однакових послідовно з'єднаних резисторах, які увімкнені у мережу, виділяється сумарна потужність 50 Вт . Яка потужність буде виділятися на кожному резисторі, коли їх увімкнути у цю мережу паралельно?

2.55 При ремонті електроплитки її спіраль довелося скоротити на 20% . На скільки відсотків змінилась потужність плити?

2.56 ККД джерела електричного струму 80% . Чому дорівнює відношення внутрішнього опору джерела до опору навантаження?

2.57 Джерело, що має внутрішній опір r , навантажене один раз опором $R_1 = r$, а другий - опором $R_2 = 3r$. Чому дорівнює відношення ККД джерела в обох випадках?

2.58 Яку максимальну корисну потужність можна отримати від джерела

з ЕРС 12 В і внутрішнім опором 1 Ом ?

2.59 При під'єднанні до джерела двох різних опорів навантаження $R_1 = 0,1\text{ Ом}$ і $R_2 = 10\text{ Ом}$, на них виділяється однакова потужність. Чому дорівнює внутрішній опір джерела струму?

2.60 Електричний двигун за 1 год виконує 36 МДж механічної роботи. Чому дорівнює ККД двигуна, якщо він живиться від мережі з напругою 500 В і споживає струм 25 А ?

2.61 Двигун трамвая працює під напругою 500 В і споживає струм 100 А . Чому дорівнює механічна потужність, яку розвиває двигун трамвая, якщо ККД двигуна 80% ?

2.62 При заряджанні конденсатора від джерела ЕРС сторонні сили виконали роботу 1 Дж . Чому дорівнює енергія конденсатора?

2.63 Чому дорівнює напруженість поля у мідному провіднику з перерізом $1,4\text{ мм}^2$ при силі струму 1 А , якщо питомий опір міді становить $17\text{ нОм}\cdot\text{м}$?

2.64 Визначити концентрацію електронів у пучку електронно-променевої трубки осцилографа поблизу екрана. Переріз пучка становить 4 мм^2 , сила струму дорівнює $1,6\text{ мА}$. Електрони вилітають із катода без початкової швидкості і прискорюються між катодом та анодом електричним полем із різницею потенціалів $28,5\text{ кВ}$.

2.65 Два послідовно з'єднані вольтметри на затискачах ненавантаженої батареї показують: один 10 В , інший 12 В . Якщо вмикати лише перший вольтметр, то він покаже 15 В . Визначити ЕРС батареї.

2.66 ЕРС акумулятора $\mathcal{E} = 12\text{ В}$, а внутрішній опір $r = 1\text{ Ом}$. Скільки лампочок потужністю $P_0 = 25\text{ Вт}$ кожна, розрахованих на напругу $U = 10\text{ В}$ можна підключити до акумулятора, щоб вони горіли нормальним світінням?

2.67 При почерговому приєднанні до акумулятора з ЕРС $\mathcal{E} = 60\text{ В}$ нагрівників з опорами $R_1 = 4\text{ Ом}$ та $R_2 = 9\text{ Ом}$ виявилось, що у них виділяються однакові теплові потужності. Знайти: А) Теплову потужність P , що виділяється у кожному з нагрівників; Б) ККД акумулятора для кожного з нагрівників (η_1 , η_2); В) Час, необхідний для доведення до кипіння води масою $m = 200\text{ г}$, що має

початкову температуру $t = 20^\circ\text{C}$, за допомогою кожного з нагрівників (τ_1, τ_2).

2.68 Струм якої сили треба пропустити по мідній дротині з площею поперечного перерізу $S = 1 \text{ мм}^2$, щоб через $\tau = 1 \text{ с}$ дротина почала плавитися? Початкова температура дротини $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Теплопередачу у навколишнє середовище і залежність опору від температури не враховувати. Питомий опір міді $\rho = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$, питома теплоємність $c_m = 0,38 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, густина міді $8900 \text{ кг}/\text{м}^3$, температура плавлення $t_{пл} = 1083^\circ\text{C}$.

2.69 Скільки часу потрібно нагрівати на електроплитці увімкнутій у мережу $U = 220 \text{ В}$ масу $m = 2 \text{ кг}$ льоду, взятого при температурі $t_1 = -16^\circ\text{C}$, щоб отримати воду при температурі кипіння $t_2 = 100^\circ\text{C}$. ККД схеми дорівнює 75%. Струм, який проходить крізь електроплитку, дорівнює $I = 2,73 \text{ А}$. Питома теплоємність льоду $c_l = 2,1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, води $c_v = 4,19 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 0,335 \text{ МДж}/\text{кг}$.

2.70 Два джерела з ЕРС $\mathcal{E}_1 = 4 \text{ В}$ $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$ і однаковими внутрішніми опорами $r = 1 \text{ Ом}$, які з'єднані послідовно назустріч один одному, замкнені на зовнішній резистор R . При якому значенні R у ньому буде виділятися максимальна теплова потужність і чому вона буде дорівнювати?

2.71 У плоский конденсатор із площею пластин 2000 см^2 і відстанню між ними $0,2 \text{ мм}$ паралельно до них поміщають зі сталою швидкістю $0,2 \text{ м}/\text{с}$ металеву пластину такої ж самої площі завтовшки $0,1 \text{ мм}$. Конденсатор приєднаний до джерела ЕРС 100 В послідовно з резистором $R = 10 \text{ Ом}$. Яка потужність виділятиметься на резисторі під час руху металевієї пластини? Довжина пластин конденсатора дорівнює 20 см .

2.72 Простір між обкладками плоского конденсатора заповнений ізотропним діелектриком, проникність якого змінюється у перпендикулярному до обкладок напрямку за квадратичним законом (x^2) від ε_1 до ε_2 , причому $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Площа кожної обкладки S , відстань між ними d (рис. 2. 14). Визначити ємність конденсатора.

2.73 Як треба з'єднати опори $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$ і $R_3 = 6 \text{ Ом}$, щоб отримати систему з опором $R = 4 \text{ Ом}$?

2.74 Акумулятор з ЕРС $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ і внутрішнім опором $r = 50,0 \text{ мОм}$ поставили на підзарядку. Розрахувати: 1) різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ при струмі заряджання $I = 5,0 \text{ А}$; 2) теплову потужність P_T , що виділяється в акумуляторі; 3) електричну потужність P_{el} , що споживається від зовнішнього кола.

2.75 Простір між обкладками плоского конденсатора заповнений речовиною з проникністю $\varepsilon = 7,0$ і питомим опором $\rho = 100 \text{ ГОм}\cdot\text{м}$. Ємність конденсатора $C = 3000 \text{ нФ}$. Знайти струм розряджання I через конденсатор при подачі на нього напруги $U = 2000 \text{ В}$.

2.76 Необхідно виготовити спіраль нагрівача для електричної плитки потужністю $0,50 \text{ кВт}$, призначену для вмикання у мережу з напругою 220 В . Якої довжини необхідно взяти ніхромовий дріт з діаметром $0,40 \text{ мм}$ для намотування спіралі? Питомий опір ніхрому у нагрітому стані складає $1,05 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

2.77 Якою повинна бути температура T атомарного водню, щоб середня кінетична енергія поступального руху атомів була достатня для іонізації через зіткнення? Потенціал іонізації атома водню рівний $\varphi_i = 13,6 \text{ В}$.

2.78 В іонізаційній камері, для якої віддаль між плоскими електродами складає $l = 5 \text{ см}$, досягнуто струм насичення величиною $j_{нас} = 16 \text{ мкА}/\text{м}^2$. Встановити число пар іонів, які утворюються в 1 см^3 простору камери за 1 с .

2.79 Два елементи ($\mathcal{E}_1 = 1,2 \text{ В}$ і $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $\mathcal{E}_2 = 0,9 \text{ В}$ і $r_2 = 0,3 \text{ Ом}$) з'єднані однойменними клемми. Знайти: 1) силу струму I у колі; 2) різницю потенціалів $\varphi_A - \varphi_B$. Опором з'єднувальних провідників знехтувати. (Скористатися законом Ома для неоднорідної ділянки кола.)

2.80 У мідній дротині діаметром $0,40 \text{ мм}$ тече слабкий струм силою $3,0 \text{ мкА}$. Розрахувати: 1) кількість електронів, яка переноситься через поперечний переріз провідника за 1 с ; 2) значення густину струму; 3) дрейфову швидкість електронів, приймаючи концентрацію електронів провідності для міді рівною концентрації атомів; 4) напруженість електричного поля всередині провідника, якщо питомий опір міді рівний $\rho = 17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

5. Таблиці основних фізичних величин

Діелектрична проникність речовин

Речовина	ϵ	Речовина	ϵ
Вода	81	Слюда	6
Масло трансформаторне	2,2	Скло	5,5 - 10
Парафін	2	Фарфор	6
Папір пропарафінений	3,7	Ебоніт	2,6

Питомий опір і температурний коефіцієнт речовин (при 20° С)

Провідник	Питомий опір, $\text{нОм}\cdot\text{м}$	Температурний коефіцієнт, K^{-1}	Провідник	Питомий опір, $\text{нОм}\cdot\text{м}$	Температурний коефіцієнт, K^{-1}
Алюміній	28	0,0038	Нікелін	400	0,000017
Вольфрам	55	0,0051	Ніхром	980	0,00026
Графіт	8000		Ртуть	958	0,0009
Залізо	98	0,0062	Свинець	211	0,0042
Константан	480	0,00002	Сталь	120	0,006
Мідь	17,2	0,0043	Вугілля	40	-0,0008

Електрохімічні еквіваленти (мг/Кл)

Алюміній	0,093	Нікель	0,304(II) 0,203(III)
Вісмут	0,719	Срібло	1,118
Залізо	0,193(III) 0,289(II)	Хром	0,180
Мідь	0,329(II) 0,660(I)	Цинк	0,338

Робота іонізації (eB)

Азот	15,8	Кисень	13,56
Аргон	15,7	Натрій	5,12
Водень	15,4	Неон	21,48
Гелій	24,45	Вуглекислий газ	14,4