будемо дотримуватися наступного: економічні процеси, явища, сигнали, що мають **стохастично періодичний** характер, називати **циклічними**.

Основні економічні цикли. На даний час виявлено багато процесів в економіці, характерною особливістю яких є циклічність (повторюваність), циклічний розвиток, причому тривалістю циклу може бути різною. Існує класифікація циклів, яку подамо за [4,5].

1. Аграрні надмалі цикли строком до 1 року.
2. Фінансово-економічні малі цикли строком 3-5 років.
3. Торгово-промислові (ділові) середні цикли строком 7-11 років. ті.
4. Будівельні середні цикли строком 16-20 років (в середньому 18 років).
5. Довгі (великі) цикли кон'юнктури строком 50-60 років.
6. адвеликі вікові цикли – довгострокові коливання строком 100-120 років, наприклад, вікові цикли зміни економічного і політичного лідерства.

Маючи справу із циклічними процесами в економіці, виникає багато найрізноманітніших задач. Найперше, це задачі дослідження таких процесів, щоб на основі отриманих даних провести розрахунки прогнозних значень необхідних показників, по можливості згладити негативні впливи циклічності.

Чи є можливості аналізу циклічності (ритмічності) в економіці? Розглянемо це в одній із наступних доповідей.

Література.

1. Чижевського А.Л. Земное эхо солнечных бурь. Изд. 2-е. М.: Мысль, 1976. – 367 с.
2. М.І.Туган-Барановський Промышленные кризисы. Очерк из социальной истории Англии. – Киев: Наукова думка, 2004. – 368 с.
3. Слуцький Є. Визнання. Творча спадщина з погляду сучасності. За ред. В.Д.Базилевича. – К.: Знання, 2007. – 919 с.
4. Хансен Э. Экономические циклы и национальный доход. Пер. с англ., М., 1959.
5. Эконометрика: Учебник / Под ред. Елисеевой И.И. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.

УДК 519.217

М.В.Приймак, О.М.Приймак

Тернопільський національний технічний унуверситет

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ РИТМІЧНОСТІ (ЦИКЛІЧНОСТІ) В ЕКОНОМІЦІ

Pryimak M.V., Pryimak O.M.

MATHEMATICAL MODELS OF RHYTHMICITY (CYCLICITY) IN ECONOMY

Для дослідження ритмічності (в економіці переважно використовується термін «циклічність») пропонується підхід, суть якого зводиться до тріади «модель-алгоритм-програма». Згідно цього підходу на першому етапі обгрунтовується модель сигналу, на другому – розробляються аналітичні методи його дослідження, на третьому етапі створюється відповідне програмне забезпечення. Основним в цьому підході є побудова моделі. Наведемо деякі із основних моделей ритмічності, які концентровано подані в [1].

Адитивна та мультиплікативна моделі. Адитивна модель має вигляд

$$\xi(t) = f(t) + \xi_1(t),\ t \in (-\infty, \infty),$$

де $f(t)$ – тренд, що є періодичну функцію, $\xi_1(t)$ – стаціонарний процес.

Мультиплікативною є модель $\xi(t) = f(t) \cdot \xi_1(t),$ де $f(t)$ і $\xi_1(t)$ мають той же зміст, що і в попередній моделі.

Наведені моделі мають обмежені можливості. Першою моделлю, яка на строгому математичному рівні дає можливість враховувати ритмічність, є клас періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП).

Означення 1. Випадковий процес $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, називається періодично корельованим, якщо періодичними є його математичне сподівання і кореляційна функція, тобто

$$M\xi(t) = M\xi(t+T), \quad R(t_1, t_2) = M\left\{\mathring{\xi}(t_1) \cdot \overline{\mathring{\xi}(t_2)}\right\} = R(t_1 + T, t_2 + T),$$

де $\mathring{\xi}(t) = \xi(t) - M\xi(t)$ – центрований процес, $T > 0$ – період кореляції.

Для дослідження ритмічності в рамках функції розподілу можуть бути використані періодичні випадкові процеси (ПВП).

Означення 2. Випадковий процес $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, називається періодичним, якщо періодичною є його багатовимірна функція розподілу:

$$F(x_1, ..., x_n; t_1, ..., t_n) = P\{\xi(t_1) < x_1, ..., \xi(t_n) < x_n\} = F(x_1, ..., x_n; t_1 + T, ..., t_n + T).$$

Для вивчення дискретних сигналів можуть бути використані періодично корельовані та періодичні послідовності.

Означення 3. Послідовність випадкових величин $\xi_i, i = ... -1, 0, 1, ...,$ називається періодично корельованою, якщо періодичними з деяким періодом L є її математичне сподівання та кореляційна функція, тобто

$$M\xi_i = M\xi_{i+L}, \ R(i,k) = M\, \mathring{\xi}_i\, \mathring{\xi}_k = R(i+L, k+L).$$

Означення 4. Послідовність випадкових величин $\xi_i, i = ... -1, 0, 1, ...,$ називається періодичною, якщо періодичною з періодом $L > 1$ є багатовимірна функція розподілу:

$$F(x_1, \cdots, x_n; k_1, \cdots, k_n) = P\{\xi_{k_1} < x_1, \cdots, \xi_{k_n} < x_n\} = F(x_1, \cdots, x_n; k_1 + L, \cdots, k_n + L)..$$

Велике теоретичне і прикладне значення мають періодичні білі шуми. Наведемо означення дискретного періодичного шуму [1].

Означення 5. Дискретний білий шум $\eta_i, i = ... -1, 0, 1, ...,$ називається дискретним періодичним білим шумом, якщо існує таке ціле число $L > 0,$ що його функція розподілу є періодичною з періодом $L,$ тобто

$$F(x; j) = P\{\eta_j < x\} = F(x; j + L).$$

Проведена класифікаця дискретних періодичних білих шумів [1]. Деякі із цих класів наведені в таблиці.

Таблиця 1

Білі шуми з дискретними розподілами	Білі шуми з неперервними розподілами	
Бернуллі п.б.ш. біноміальний п.б.ш. геометричний п.б.ш. Пуассона п.б.ш. логарифмічний п.б.ш.	рівномірний п.б.ш. трикутний п.б.ш. показниковий п.б.ш. нормальний п.б.ш. гама п.б.ш.	χ^2 п.б.ш. χ п.б.ш. Стьюдента п.б.ш. F п.б.ш. логістичний п.б.ш.

Дискретні періодичні білі шуми

Для дослідження ритмічних процесів марківського типу можуть бути використані марківські періодичні процеси та періодичні ланцюги Маркова.

Означення 6. Марківський процес $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, називається марківським періодичним процесом, якщо періодичною є його умовна ймовірність переходу, тобто існує таке число T, що

$$P(s, x; t, B) = P(s + T, x; t + T, B).$$

Для марківського періодичного процесу його перехідна функція розподілу також буде періодичною, тобто $F(s, x; t, y) = F(s + T, x; t + T, y)$.

Означення 7. Ланцюг Маркова $\xi_n, n = 0,1,\ldots$, називається періодичним, якщо періодичними з періодом L є його ймовірності переходів, тобто $p_{i,j}(n) = p_{i,j}(n + L)$, де i, j – стани ланцюга.

Для періодичного ланцюга Маркова періодичною є його матриця переходів, тобто

$$\Pi(n) = \left|p_{i,j}(n)\right| = \Pi(n + L), n = 0,1,\cdots.$$

Припускається, що періодичні марківські процеси та періодичні ланцюги Маркова можуть бути успішно використані при дослідженні циклічності в економіці.

Література.

1. Коринківська О.Б., Приймак М.В., Савчук М.А. Розвиток моделі стохастично періодичних сигналів і завад // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – №1. – С. 119-133.