

УДК 631.348

Р. Гевко, докт. техн. наук; Ю. Гладь, канд. техн. наук; Р. Івасечко

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## РОЗРАХУНОК ПРОФІЛЮ ЗУБА ЧЕРВ'ЯКА З УМОВИ РІВНОМІРНОСТІ ОБЕРТАННЯ ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА

**Резюме.** Розроблено методику розрахунку профілю зуба черв'яка за умови рівномірності обертання зубчастого колеса. Розроблено методику побудови графіка огинаючої лінії, що описує геометричне місце точок контакту профілю поверхні черв'яка з черв'ячним колесом. Виведено аналітичні залежності визначення для забезпечення рівномірності обертання, а також дано практичні рекомендації щодо побудови профілю витка черв'яка модифікованої черв'ячної передачі.

**Ключові слова:** черв'ячна модифікована передача, профіль зуба черв'яка, геометричні параметри, проектування.

R. Gevko, J. Gladio, R. Ivasechko

## CALCULATION OF THE PROFILE TOOTH WORM WITH CONDITIONS UNIFORMITY ROTATION GEARS

**The summary.** The technique of worm tooth profile provided uniformity of rotation of the gear. A method of charting Envelope lines describing the locus of points of contact surface profile worm to worm wheel. Displaying analytical dependence determination to ensure the uniformity of rotation, and given practical advice on building a profile of spiral worm modified worm gears.

**Key words:** modified worm gear, worm tooth profile, geometric parameters, design.

### Умовні позначення:

$R$  і  $r$  – відповідно радіус кола центрів циліндричних зубів колеса і радіус циліндра, мм;

$\varphi$  – кут повороту зубчастого колеса, град;

$\alpha$  – кут нахилу поверхні зуба черв'яка, град;

$L$  – відстань між осями колеса і черв'яка, мм;

$\omega_1$  і  $\omega_2$  – відповідно кутові швидкості обертання колеса і черв'яка;

$X_r, Y_r$  – координати кола радіусом  $R$ , мм.

**Постановка проблеми.** При проектуванні механічних передач основним чином слід звернути увагу на забезпечення рівномірності руху передачі. Це є одним із найважливіших показників, що значною мірою вплине на ресурс роботи, довговічність передачі, забезпечить плавність її роботи та суттєво вплине на критерії працездатності.

В умовах важкого сільськогосподарського машинобудування та піднімально-транспортних машин виникають високі динамічні навантаження й значні крутні моменти, що призводять до передчасного зношування та руйнування зубів черв'ячних передач, підвищення шуму, зменшення плями контакту. Саме тому виникає основна проблема – забезпечення рівномірності руху передачі, що вирішить питання надійності та довговічності передачі тощо.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питаннями забезпечення рівномірності руху черв'ячних передач займалося багато вчених [1–5], проте виникнення нових видів та модифікацій конструкцій черв'ячних передач вимагає нового підходу у вирішенні питань їх надійності, довговічності, ремонтпридатності і т.д., чого не забезпечують класичні теорії. Особливо це стосується постійності заданого

передаточного відношення і відсутність люфтів, що дозволяє підвищити період експлуатації передачі, а також покращити відповідні параметри.

**Мета роботи** – обґрунтування основних параметрів і розроблення методики визначення профілю зуба черв'яка за умови рівномірності обертання черв'ячного колеса модифікованої черв'ячної передачі (МВЧП), в якій у якості зубів черв'ячного колеса застосовуються проміжні тіла ковзання у вигляді пальців, що підвищують коефіцієнт корисної дії та ремонтпридатність передачі за рахунок легкої заміни відповідних елементів, які вийшли з ладу, на нові.

Роботу виконано згідно з постановою Кабінету Міністрів України «Про розвиток сільськогосподарського машинобудування і забезпечення агропромислового комплексу конкурентоздатною технікою» на 2010–2015 роки.

**Реалізація роботи.** При застосуванні черв'яка із прямим профілем, нарізаного стандартним інструментом, існує нерівномірність руху, викликана змінною геометрією циліндричного зуба колеса. Для усунення цього недоліку розглянемо розрахункову схему, зображену на рис. 1.

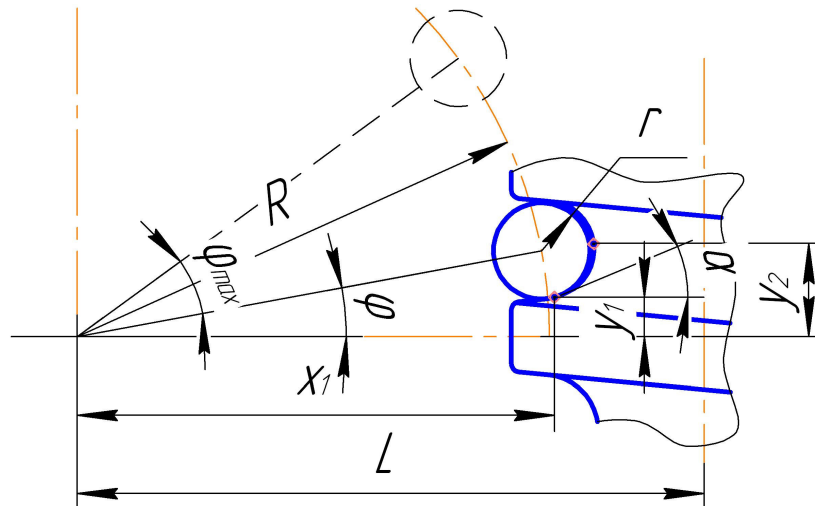


Рисунок 1. Розрахункова схема для визначення профілю черв'яка

Координати точки дотику циліндра до поверхні прямозубого черв'яка запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} X_1 &= R \cos \varphi + r \sin \alpha \\ Y_1 &= R \sin \varphi - r \cos \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

Координата переміщення черв'яка при його рівномірному русі пов'язана із точкою контакту

$$Y_2 = (L - X_1) \operatorname{tg} \alpha + Y_1. \quad (2)$$

Швидкість руху черв'яка визначиться як похідна шляху

$$V_2 = \frac{dY_2}{dt} = -\frac{dX_1}{dt} \operatorname{tg} \alpha + \frac{dY_1}{dt}. \quad (3)$$

Із рівняння (1) визначимо похідні

$$\frac{dX_1}{dt} = -R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}; \quad (4)$$

$$\frac{dY_1}{dt} = R \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Підставивши значення похідних у формулу (3), отримаємо вираз для визначення швидкості обертання колеса при рівномірному обертанні черв'яка

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_2}{R(\sin \varphi \operatorname{tg} \alpha + \cos \varphi)}. \quad (5)$$

Як бачимо із рівняння (5) швидкість обертання  $\omega$  суттєво залежить від кута повороту зубчастого колеса. Максимальне значення кута повороту визначається кількістю зубів колеса  $n$  за формулою

$$\varphi_{\max} = \frac{2\pi}{n}. \quad (6)$$

Графічна залежність нерівномірності руху черв'ячного колеса зображена на рис. 2

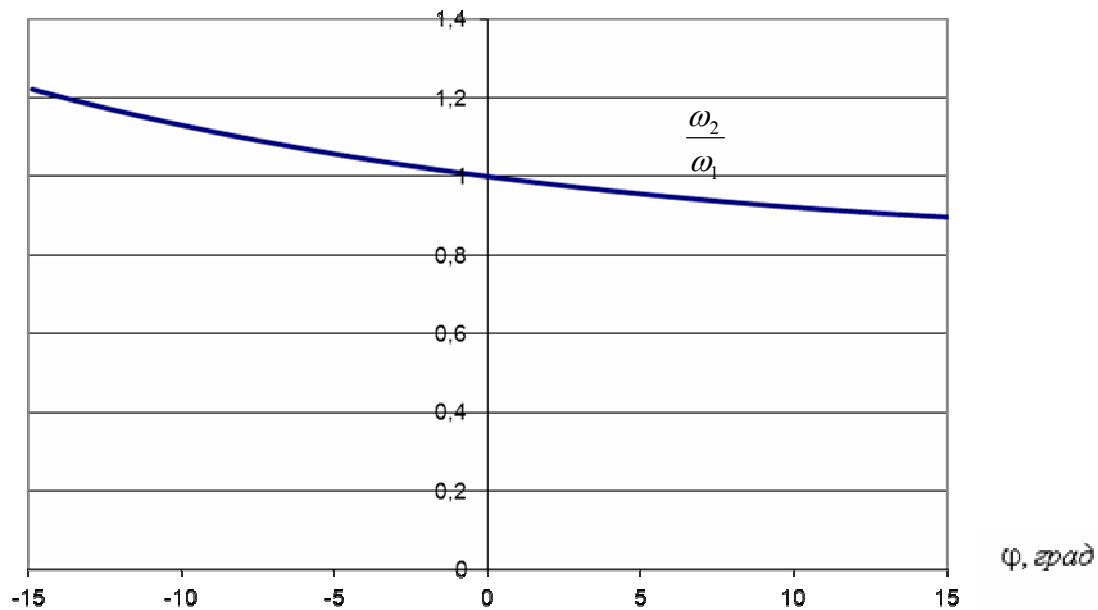


Рисунок 2. Графік нерівномірності обертання черв'ячного колеса

Відповідно мінімальна швидкість буде при вході зуба в зачеплення, а максимальна – при виході.

Для забезпечення рівномірності ходу необхідно підібрати такий профіль зуба, коли в будь-якому положенні значення швидкості обертання  $\omega$  матиме сталі значення, тобто необхідно забезпечити рівномірний рух центра циліндричної поверхні зуба колеса.

Розглянемо рух центра циліндричної поверхні зуба, тобто точки колеса, розташованої на радіусі  $R$ . Її координати визначаються із системи (1), у якій покладено  $r = 0$

$$\begin{aligned} X_1 &= R \cos \omega_1 t \\ Y_1 &= R \sin \omega_1 t \end{aligned} \quad (7)$$

Рух центра циліндричної поверхні зуба відносно тіла черв'яка повинен відбуватися по кривій, яка визначається різницею координат центра циліндричної поверхні при рівномірному обертанні колеса та координатою гвинтової поверхні черв'яка при його рівномірному русі.

Лінійна швидкість переміщення гвинтової поверхні однозахідного черв'яка визначається із умови, що один крок гвинтової поверхні дорівнює довжині дуги між зубами колеса

$$T = \frac{2\pi R}{n} \quad (8)$$

Звідси впливає співвідношення швидкостей колеса і черв'яка, тобто його передавальне відношення

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = n \quad (9)$$

Координати лінійного переміщення черв'яка

$$\begin{aligned} Y_2 &= \omega_1 R t \\ X_2 &= R \end{aligned} \quad (10)$$

Визначимо різниці координат  $X_c$  і  $Y_c$ , які описують параметричну залежність координат переміщення центра циліндричного зуба

$$\begin{aligned} X_c &= X_2 - X_1 = R - R \cos \omega_1 t = R(1 - \cos \omega_1 t) \\ Y_c &= Y_2 - Y_1 = \omega_1 R t - R \sin \omega_1 t = R(\omega_1 t - \sin \omega_1 t) \end{aligned} \quad (11)$$

На основі отриманих параметричних залежностей (11) побудовано графік траєкторії руху центра циліндричного зуба, зображений на рис. 3, для  $R = 150$  мм,  $n = 20$ .

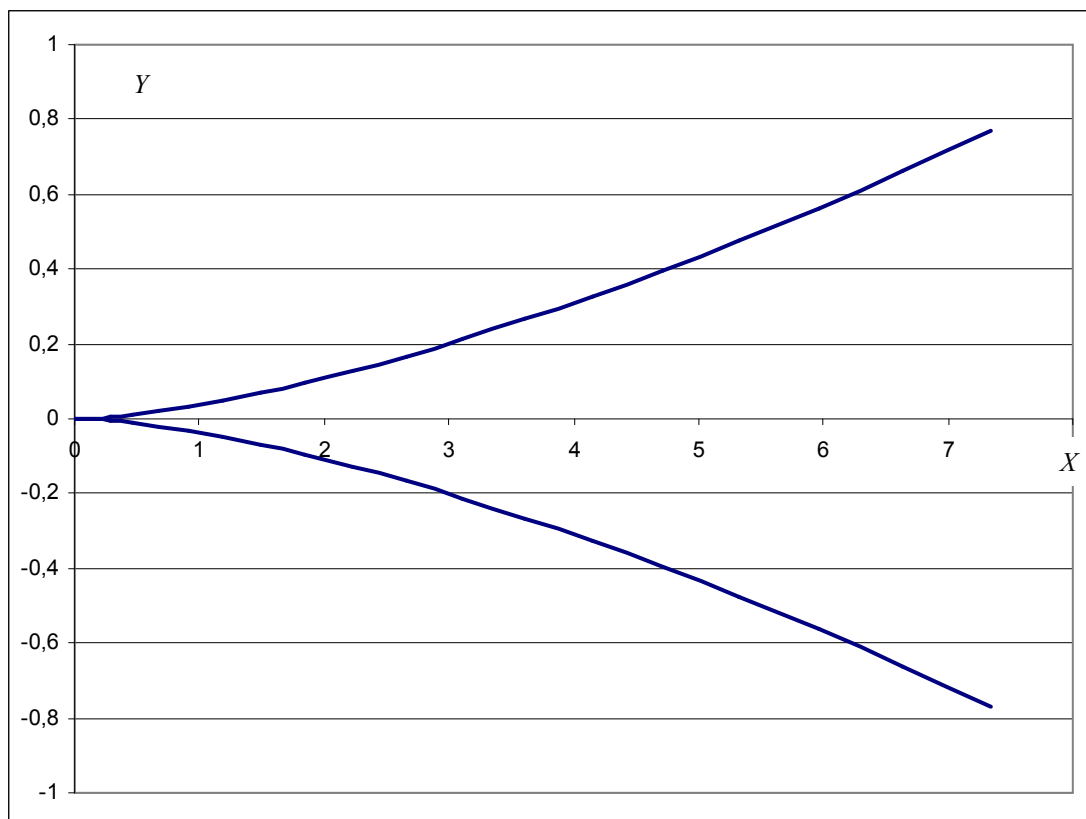


Рисунок 3. Траєкторія руху центра циліндричного зуба для забезпечення рівномірності обертання колеса

Аналізуючи траєкторію центра циліндричного зуба, зображену на рис. 3, можна зробити висновок, що на ділянці підйому (нижня частина графіка) і на ділянці виходу зуба із зачеплення (верхня частина графіка) потрібно забезпечити існування різних поверхонь зуба черв'яка. З конструктивних міркувань неможливо виконати черв'як із двома різними поверхнями. Тому для забезпечення рівномірності обертання можливо використовувати лише траєкторію, що відповідає нижній частині графіка рис. 3. Це означає, що черв'як матиме контакт із циліндром зуба при захопленні зуба і до точки, яка лежить на лінії центрів. При досягненні центром циліндричного зуба лінії центрів у контакт повинен заходити наступний зуб черв'яка і колеса. Попередній зуб при цьому повинен вільно відійти від поверхні черв'яка і не впирається у протилежну поверхню зуба (вільно по ній ковзати).

Для забезпечення двостороннього (реверсивного) руху черв'ячної передачі профіль зуба (впадини) повинен бути симетричним, аналогічно нижній та верхній частинам графіка, зображеного на рис. 3.

Врахуємо, що на рис. 3 зображено не профіль зуба, а траєкторію руху центра циліндричного зуба. Для побудови профіля поверхні зуба черв'яка необхідно врахувати радіус циліндричного колеса  $r$  та побудувати огинаючу криву, еквідистантну до зображеної на рис. 3 на вказаний радіус.

Побудова еквідистантної лінії полягає у знаходженні огинаючої до сімейства кривих.

У даному випадку для кожної точки, де може знаходитись центр циліндричного зуба, необхідно побудувати коло радіусом  $r$  і знайти огинаючу цих кіл, прирівнявши до нуля похідну від функції, що описує коло, по параметру (куту повороту)  $\phi$ . Функція  $\phi$ , що описує рух кола (циліндричного зуба), може бути записана у вигляді

$$\phi = (X_r - X_c)^2 + (Y_r - Y_c)^2 - r^2 = 0. \quad (12)$$

Прирівнявши до нуля часткову похідну,  $\frac{\partial \phi}{\partial \phi} = 0$ .

Із сумісного розв'язку рівняння (12), підставивши значення змінних із (11), отримаємо залежності для знаходження профілю поверхні зубчастого черв'яка у параметричній формі.

$$\begin{aligned} Y_r &= \frac{r \sin \phi}{\sqrt{2(1 - \cos \phi)}} - R(\phi - \sin \phi) \\ X_r &= \frac{(R\phi - Y_r)(\cos \phi - 1)}{\sin \phi} \end{aligned} \quad (13)$$

На основі формули (13) побудовано графік огинаючої лінії, що описує геометричне місце точок контакту профілю поверхні зуба черв'яка для радіуса циліндра  $r = 10$  мм (рис. 4).

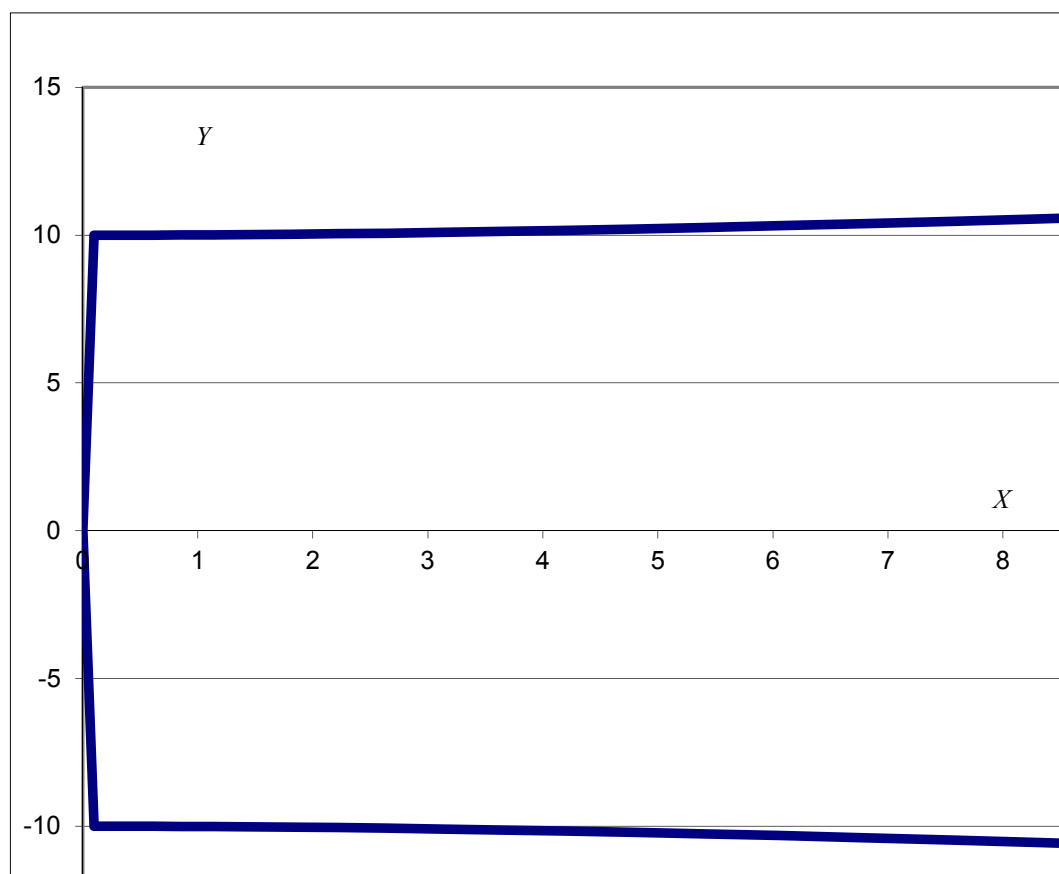


Рисунок 4. Профіль зуба черв'яка

Отриманий графік профілю необхідно продовжити в бік від'ємних значень  $X$ , до значення, більшого  $r$ , для того, щоб у цю заглибину міг вміститися циліндричний зуб колеса. Профіль впадини мінімально може бути циліндричним із радіусом  $r$ .

Технологічно нарізку вказаного профілю виконати досить просто, застосувавши верстати з ЧПК і відповідно розраховану програму для точіння профілю. Іншим можливим способом нарізки черв'яка є обкатка черв'яка фрезою, яка має профіль циліндричних зубів.

**Висновки.** Запропоновано методику розрахунку профілю зуба черв'яка за умови рівномірності обертання черв'ячного колеса, яка дозволяє виключити періодичність та нерівномірність обертання черв'ячного колеса, що призводить до підвищення експлуатаційної надійності та довговічності передачі. Розроблено методику, за якою, знаючи радіус ділильного колеса, кількість циліндричних зубів та їх радіус, можна побудувати таблицю значень та графічне зображення профілю зуба черв'яка, який забезпечуватиме рівномірне обертання колеса.

#### Список використаної літератури

1. Сандлер, А.И. Производство червячных передач [Текст] / А.И. Сандлер, С.А. Лагутин, А.В. Верховский. – М.: Машиностроение, 2008. – 271 с.
2. Бирюков, Б. Необычные свойства обычных механизмов [Текст] / Б. Бирюков. – О.: Наука и техника, 2006. – 232 с.
3. Faydor L. Litvin Development of Gear Technology and Theory of Gearing / Faydor L. Litvin. - University of Siinois at Chicago, Chicago, Illinois.: National Aeronautics and Space Adninastration (NASA), Lewis Research Center Cleveland (US Army), Ohio, 1997. – 120 s.

4. Illes Dudas The Theory and Practice Of Worm Gear Drives / Illes Dudas. - Department of Production Engineering, University of Miskolc, Hungary, Penton press, London, 2000. – 338 s.
5. Faydor L. Litvin Gear Geometry and Applied Theory / Faydor L. Litvin. - University of Siisnois at Chicago: Cambridge university press, 2004. – 818 s.

*Отримано 20.01.2012*