

УДК 330.46

**А.А. Исаенко***Запорожская государственная инженерная академия***МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ  
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ  
ФОККЕРА-ПЛАНКА****А.А. Isayenko****MODELING OF NON-STATIONARY TIME SERIES ECONOMIC  
DYNAMICS BASED ON EQUATION FOKKER-PLANCK**

В настоящее время разработка математических методов анализа нестационарных процессов представляет большую практическую значимость и востребованность в экономике. Это вызвано необходимостью повышения точности прогнозов и в частности, ценовых показателей финансовых и сырьевых рынков. Большинство из известных методов анализа экономических временных рядов (ЭВР) применимы только к стационарным ЭВР. Поэтому построение статистических корректных моделей нестационарных ЭВР является актуальной задачей. Теоретическим основанием таких моделей является уравнение Фоккера-Планка [1].

Динамическая система (ДС) характеризуется переменными состояниями  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  - системой экономических показателей и функцией состояния  $\varphi(x) = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_m)$  - функцией плотности вероятности (ФПВ), рассматриваемой в фазовом пространстве точек  $x$ . Переменные состояния  $x$  стандартизованы так, что  $x_i \in [0,1]$ . Так как ЭВР нестационарны в большом, то указанную функцию состояния необходимо рассматривать с учетом зависимости от времени  $\varphi(x, t)$ . Предложено скорость изменения значений ЭВР определять из кинетического уравнения:

$$\dot{x}_i = u_i(x, t) - \frac{1}{2\varphi(x, t)} \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial x_j} [b_{ij}(x, t)\varphi(x, t)], \quad (1)$$

где  $\varphi(x, t)$  удовлетворяет многомерному уравнению Фоккера-Планка, связывающему между собой концентрации и потоки. Детерминистические функции  $u_i(x, t)$  представляют собой локальные скорости переноса поля за счет действия однонаправленных статистических сил, поддерживающих развитие и самоорганизацию экономических систем. Вторая составляющая скорости представляет результирующую хаотического движения, возникающую за счет неоднородностей поля. Функции  $b_{ij}(x, t)$  характеризуют интенсивность случайных процессов. Многомерное уравнение Фоккера - Планка, дополненное граничными и начальными условиями  $\varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0, \varphi(x, 0) = \varphi_0(x)$  совместно с

кінетическими уравнениями (1) полностью определяют состояние многомерной ДС для каждого момента времени  $t$ .

Рассмотрим одномерную ДС, которая порождает  $m$ -мерный процесс  $x = (x, \dot{x}, \ddot{x} \dots x^{(m-1)}; t)$ . Важнейшим промежуточным этапом моделирования ЭВР на основе уравнения Фоккера-Планка является определение порядка (размерности ДС) и восстановление функциональных зависимостей  $u_i$  по результатам фазового анализа. Статистический анализ ценовых показателей финансовых инструментов позволил установить следующее. Начиная с некоторого порядка (практически 2 или 3) нормализованные ряды конечных разностей (производных) становятся самоподобными, а спектральный состав их колебаний практически не изменяется. Зависимости между конечными разностями линейны с высокой отрицательной корреляцией. Эти свойства рядов конечных разностей определили выбор модели локальной скорости и ускорения в виде:  $u_1(x, t) = \alpha_0 + \alpha_1 x$ ,  $u_2(x, \dot{x}, t) = \beta_0 + \beta_1 \dot{x} + \beta_2 x$ . С учетом принятых допущений модель эволюции ДС 2-го порядка сводится к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 - \frac{b_{11}}{2\varphi_1} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_1 \varphi_1) - \frac{b_{11}}{2} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} = 0, \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \dot{x}} ((\beta_0 + \beta_1 \dot{x}) \varphi_2) + \beta_2 \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\tilde{m} \varphi_2) - \frac{b_{22}}{2} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \dot{x}^2} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varphi_1 = \varphi_1(x, t)$ ,  $\varphi_2 = \varphi_2(\dot{x}, t)$  - одномерные ФПВ;  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \beta_2, b_{11}, b_{12}$  - текущие параметры модели, имеющие статистический смысл математических ожиданий и ковариаций;  $\tilde{m} = m(x|\dot{x}; t)$  - неизвестное условное математическое ожидание, которое определяется из уравнения эволюции первого момента, согласованного с 2-мерным уравнением Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial (\tilde{m} \varphi_2)}{\partial t} = \frac{b_{22}}{2} \frac{\partial^2 (\tilde{m} \varphi_2)}{\partial \dot{x}^2} - (\beta_0 + \beta_1 \dot{x}) \frac{\partial (\tilde{m} \varphi_2)}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial}{\partial \dot{x}} ((\beta_2 \tilde{m}_{x^2} + b_{12}) \varphi_2) + (\alpha_1 - \beta_1) \tilde{m} \varphi_2 + \alpha_0 \varphi_2, \quad (3)$$

Уравнение (3) является замыкающим для системы (2) при условии, что момент второго порядка  $\tilde{m}_{x^2}$  и параметр  $b_{12}$  известны с предыдущего шага, то есть в отношении этих параметров применяется концепция наивного прогноза ( $\tilde{m}_{x^2}(t) = \tilde{m}_{x^2}(t-1)$  и  $b_{12}(t) = b_{12}(t-1)$ ).

Модели ДС 2-го порядка в виде уравнений (2) и (3) были использованы для построения численных прогнозных моделей ЭВР. Точность прогноза оценивалась путем сравнения модельных с реальными данными показателем МАРЕ. В зависимости от глубины прогноза (1-5 дней) средний абсолютный процент ошибки составил 1,84-9,01%.

Литература:

1. Босов А.Д. Эмпирическое уравнение Фоккера-Планка для прогнозирования нестационарных временных рядов/А.Д. Босов, Ю.Н.

Орлов// Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша.- 2013.- №3.- 30с. - Режим доступа: [http://library.keldysh.ru/pre\\_print.asp?id=2013-3](http://library.keldysh.ru/pre_print.asp?id=2013-3)

УДК 330.341.1:338.49

**М.О. Жук, В.В. Здрок**

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

**ПРОГНОЗУВАННЯ КАТЕГОРІЇ ЯКОСТІ КРЕДИТУ  
ДОМОГОСПОДАРСТВА ЗА ДОПОМОГОЮ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ  
МОДЕЛЕЙ МУЛЬТИВАРІАНТНОГО ПОРЯДКОВОГО ВИБОРУ**

**М.О. Zhuk, V.V.Zdrok**

**HOUSEHOLD CREDIT QUALITY CATEGORY FORECAST WITH THE  
HELP OF ECONOMETRIC MODELS OF MULTIVARIATE ORDERED  
CHOICE**

Діяльності комерційних банків притаманна велика кількість різноманітних ризиків, розуміння та оцінювання яких є важливим для управління банками. Найвагомим ризиком, характерним банківській установі, є кредитний ризик; саме тому кредитний ризик-менеджмент є одним з головних завдань сучасної фінансової системи та центральним в управлінні комерційними банками.

Головною метою роботи є вивчення впливу характеристик домогосподарства на ризик кредитних операцій комерційного банку з цим домогосподарством та розроблення методу прогнозування категорії кредитної операції.

Об'єктом дослідження у роботі виступають кредитні операції домогосподарства, які здійснюють від імені уповноваженого представника цього домогосподарства. Предметом дослідження є оцінювання ступеня ризику кредитних операцій домогосподарства у відповідності з класифікацією Національного банку України.

Кредитні операції (кредит) – вид активних банківських операцій, пов'язаних із розміщенням залучених банком коштів шляхом їх надання в тимчасове користування або прийняттям зобов'язань про надання коштів у тимчасове користування за певних умов, а також надання гарантій, поручительств, акредитивів, акцептів, авалів, розміщення депозитів, проведення факторингових операцій, фінансового лізингу, видача кредитів у формі врахування векселів, у формі операцій репо, будь-яке продовження строку погашення боргу, яке надано в обмін на зобов'язання боржника щодо повернення заборгованої суми, а також на зобов'язання щодо сплати процентів та інших зборів із такої суми (відстрочення платежу) [1].