УДК 623.407

О. Шкодзінський, І. Бєлякова, В.Медвідь В.Пісьціо,
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ОПТИМІЗАЦІЯ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ПОПЕРЕЧНО-ПОПЕРЕЧНОГО ТИПУ У ОДНОМІРНІЙ ПОСТАПНОВЦІ

Розглянемо задачу оптимізації форми плоского п'єзотрансформатора струму (ПТ) з поляризацією за товщиною пластини. Нехай пластина має товщину h, а її середня площина співпадає з площиною x0y, а матеріал має густину ρ. Припустимо, що бічні поверхні п'єзотрансформатора вільні від електродів, а верхня і нижня поверхні покриті системою електродів, зазор між якими наближається до 0. Для зменшення втрат енергії п'єзотрансформатор звичайно закріплюють так, щоб його поверхні не передавали зусилля на закріплення, така умова приводить до граничної умови: $\sigma_{ij}n_j = 0$, де n_j - вектор зовнішньої нормалі. У якості мети оптимізації оберемо максимізацію коефіцієнта використання матеріалу, що визначається за формулою:

$$k = \frac{V(M(\sigma)=[\sigma])}{V},$$

де V – загальний об'єм матеріалу ПТ, $V(M(\sigma)=[\sigma])$ – об'єм матеріалу, у котрому напруження рівні максимальнодопустимим.

У випадку одномірних коливань з коловою частотою ω по довжині (координаті x) при змінній ширині b(x) п'єзотрансформатора та симетрії ПТ відносно осі Ox рівняння, що описують його можуть бути записані у виді:

$$\frac{d}{dx}(b\sigma_{11}) + \rho\omega^2 b u_1 = 0; \qquad \frac{d}{dx}u_1 = s_{11}\sigma_{11} + \frac{d_{31}}{h\cdot b}\int_{-b/2}^{b/2}\varphi(x,y)dy,$$

де $\varphi(x,y)$ - різниця потенціалів між верхнім і нижнім електродами ПТ, залежна, в загальному випадку, від двох координат. Звідки, вводячи заміну $z = y/b$ та $\phi(x,z) = \varphi(x, b\cdot z)$ маємо:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{b}\frac{d}{dx}(b\sigma_{11})\right) + \rho\omega^2 s_{11}\sigma_{11} = -\frac{\rho\omega^2 s_{11}d_{31}}{h}\int_{-1/2}^{1/2}\phi(x,z)dz.$$

У випадку оптимальної форми ПТ напруження σ_{11} у матеріалі ПТ наближаються до $[\sigma]$, а форма ПТ має наближатись до такої, що описується наступним рівнянням:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{b}\frac{d}{dx}(b[\sigma])\right) + \rho\omega^2 s_{11}[\sigma] = -\frac{\rho\omega^2 s_{11}d_{31}}{h}\int_{-1/2}^{1/2}\phi(x,z)dz.$$

Легко бачити, що дане рівняння диференціальне рівняння відносно b має загальний розв'язок, котрий може бути записаний у вигляді:

$$b(x) = B\exp\left(-\frac{\rho\omega^2 s_{11}d_{31}}{h\cdot[\sigma]}\left(x\int_0^x\int_{-1/2}^{1/2}\phi(v,z)dzdv - \int_0^x v\int_{-1/2}^{1/2}\phi(v,z)dzdv\right) - \frac{\rho\omega^2 s_{11}x^2}{2} + A\cdot x\right).$$

Де A та B невідомі сталі, причому, B визначається необхідною потужністю ПТ.

$$b(x) = B\exp\left(-\frac{\rho\omega^2 s_{11}d_{31}}{h\cdot[\sigma]}\left(x\int_0^x\int_{-1/2}^{1/2}\phi(v,z)dzdv - \int_0^x v\int_{-1/2}^{1/2}\phi(v,z)dzdv\right) - \frac{\rho\omega^2 s_{11}x^2}{2}\right).$$

Як легко зрозуміти, дефект такої оптимальної форми полягає в тому, що оптимальна форма п'єзопластини може мати нескінчену довжину, але, якщо примусово задати при $|x| > l_{max}$ ширину b(x) рівну 0, отримана форма ПТ буде близькою до оптимальної, і тим ближче до оптимальної чим більше l_{max}.