Секція: МАТЕМАТИКА
Керівник: **доц. Б.Шелестовський**
Секретар: **І. Габрусєва**

УДК 517.9
І. Габрусєва, Г. Габрусєв
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МЕТОДИКА НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПАРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

При розв'язанні практичних задач, зокрема у теорії пружності, теплопровідності, електростатиці, зустрічаються парні інтегральні рівняння виду:

$$\int_0^\infty tJ_0(xt)y(t)dt = f(x), 0 \le x \le a, \tag{1}$$

$$\int_0^\infty J_0(xt)y(t)dt = 0, \qquad a \le x < \infty, \tag{2}$$

де $J_0(x)$ – функція Бесселя 0-го порядку, $f(x)$ – відома, а $y(t)$ – шукана функція.

Використовуючи одиничну функцію Гевісайда $\eta(x)$ та ввівши на відрізку $[0,a]$ невідому функцію $\varphi(x)$, рівняння (2) можна записати:

$$\int_0^\infty J_0(xt)y(t)dt = \varphi(x)\eta(a-x), \qquad 0 \le x < \infty. \tag{3}$$

Запишемо невідому функцію $\varphi(x)$ у вигляді узагальненого ряду Фур'є за функціями Бесселя із невідомими коефіцієнтами a_n:

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^\infty a_n J_0(\gamma_n x),\ 0 \le x \le a,$$

де γ_n – додатні корені рівняння $J_0(ax) = 0$.

Застосувавши формулу обернення інтегрального перетворення Ганкеля до рівності (3), отримаємо вираз для шуканої функції через a_n:

$$\frac{y(t)}{t} = \int_0^\infty x\varphi(x)\eta(a-x)J_0(xt)dx,\ 0 \le t < \infty,$$

$$y(t) = \sum_{n=1}^\infty a_n t\Phi_n(t),\ \Phi_n(t) = \int_0^a xJ_0(\gamma_n x)J_0(tx)dx = \frac{a\gamma_n J_1(a\gamma_n)}{\gamma_n^2 - t^2} J_0(at). \tag{4}$$

Підставивши (4) у (1) отримаємо:

$$\sum_{n=1}^\infty a_n \int_0^\infty t^2 J_0(xt)\Phi_n(t)dt = f(x), 0 \le x \le a.$$

Помноживши ліву та праву частини останнього співвідношення на $xJ_0(\gamma_q x)$, $q = \overline{1,\infty}$ та проінтегрувавши по x від 0 до a отримаємо:

$$\sum_{n=1}^\infty a_n \int_0^\infty t^2 \Phi_n(t)\Phi_q(t)dt = \int_0^a xf(x)J_0(\gamma_q x)dx. \tag{5}$$

Співвідношення (5) є системою лінійних рівнянь відносно невідомих a_n. Їх кількість можна вибирати довільно. Чим більшою вона буде, тим вищою буде точність розв'язання парних інтегральних рівнянь (1) – (2).