

УДК 539.3

¹М.С. Слободян, канд. фіз.-мат. наук, доц., ¹М.І. Матулка, ²О.В. Білаш

¹ Львівський національний університет імені Івана Франка

² Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного

**РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ ТА ТРІЩИНОЮ З
УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН БІЛЯ ЇЇ ВЕРШИН**

M.S. Slobodyan, Ph.D., Assoc. Prof., M.I. Matulka, O.V. Bilash

**TENSION PLATE WITH A CIRCULAR HOLE AND CRACK CONSIDERING
PLASTIC ZONES NEAR ITS VERTICES**

У багатьох галузях техніки широко використовують пластинчасті елементи конструкцій. Вони можуть містити кругові отвори, а в процесі експлуатації у них можуть виникати тріщиноподібні дефекти, в околах яких виникають локальні зони концентрації напружень. Важливо знати, як ці дефекти будуть впливати на напружено-деформований стан пластини та на її міцність.

Розв’язками плоских задач з отворами та тріщинами за розтягу пластини займалось багато авторів. Проте в цих роботах не враховувалися пластичні зони, які можуть утворитися на продовженні тріщин. У [1] проведено огляд досліджень для задач розтягу тіл з тріщиною, у вершині якої утворюються пластичні зони, та наведено критерії руйнування. У статті [2] досліджено одновісний розтяг пластини з наскрізною тріщиною у пластичній постановці. У роботі [3] з використанням умови пластичності Мізеса визначена пластична область на продовженні тріщини у пластині. Задачі розтягу однорідної та кусково-однорідної пластини з однією або двома прямолінійними тріщинами з урахуванням пластичних зон біля вершин розв’язано у [4-6].

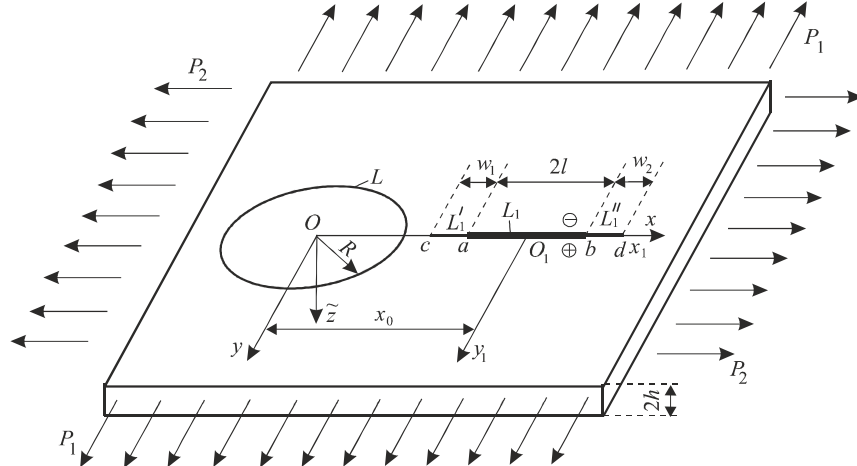


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщини

У роботі досліджено задачу про двовісний розтяг безмежної ізотропної пластини завтовшки $2h$ з круговим отвором радіуса R та радіальною прямолінійною тріщиною завдовжки $2l$. Межа кругового отвору та береги тріщини вільні від зовнішнього навантаження. Вважається, що під дією рівномірно розподіленого розтягувального навантаження на нескінченності P_1 і P_2 (див. рис. 1) біля вершин тріщини утворилися пластичні зони завдовжки w_1 і w_2 . У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ з початком у центрі кругового отвору, направивши вісь Ox вздовж тріщини, а вісь $O\tilde{z}$ перпендикулярно до неї, та полярну систему координат з центром у точці O та полярною віссю Ox , а в центрі тріщини виберемо

декартову систему координат $O_1x_1y_1$. Межу кругового отвору позначимо через L , лінію, де розміщена тріщина – L_1 , пластичні зони – L'_1 і L''_1 , відстань між центром отвору та центром тріщини – x_0 ; $\tilde{L}_1 = L_1 \cup L'_1 \cup L''_1$.

Розв'язок задачі будемо визначати за таких крайових умов:

$$\sigma_{rr} = 0, \sigma_{r\theta} = 0, t \in L;$$

$$\sigma_{x_1y_1}^{\pm} = 0, x_1 \in \tilde{L}_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = 0, x_1 \in L_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(1)}, x_1 \in L'_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(2)}, x_1 \in L''_1,$$

де $\sigma_{x_1y_1}$, $\sigma_{y_1y_1}$, σ_{rr} і $\sigma_{r\theta}$ – компоненти тензора напружень відповідно у декартовій та полярній системі координат; $\sigma_0^{(1)}$ і $\sigma_0^{(2)}$ – невідомі нормальні напруження у пластичних зонах, для яких виконуються умови пластичності Треска у вигляді поверхневого шару чи пластичного шарніру [7].

Із використанням комплексних потенціалів плоскої задачі [8], розв'язок сформульованої задачі зведений до задач лінійного спряження, на основі яких отримано інтегральне рівняння на межі кругового отвору, а крайові умови на берегах тріщини вдалося задовольнити аналітично. Проведено числовий аналіз довжин пластичних зон при різних параметрах задачі, на основі якого побудовано відповідні графічні залежності.

Література

1. Витвицький П.М. Пластические деформации в окрестности трещин и критерии разрушения. (Обзор) / Витвицький П.М., Панасюк В.В., Ярема С.Я. // Пробл. Прочности. – 1973. – № 2. – С. 3–18.
2. Костюшко І.А. Пружнопластична пластина з тріщиною нормального відриву / Костюшко І.А., Куземко В.А. // Мат. методи та фіз. мех. поля. – 2001. – 44, № 2. – С. 123–126.
3. Castro et alii J.T.P. Characterization of crack tip stress fields / Castro et alii J.T.P. // Forni di Sopra (UD). – 2011. – Pp. 58–65.
4. Nykolyshyn M.M. Biaxial tension of a homogeneous isotropic plate with two equal coaxial cracks with regard for plastic zones near their tips / M.M. Nykolyshyn, V.K. Opanasovych, L.R. Kurotchyn, M.S. Slobodyan // Journal of Mathematical Sciences, Vol. 168, No. 5, 2010.
5. Николишин М.М. Знаходження довжини пластичних зон біля вершин наскрізної тріщини на прямолінійній межі поділу матеріалів при розтязі кусково-однорідної ізотропної пластини / М.М. Николишин, В.К. Опанасович, Л.Р. Куротчин, М.С. Слободян // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – 2012. – Вип. 136. – С. 294-300.
6. Николишин М.М. Двовісний розтяг кусково-однорідної пластини з двома тріщинами на межі поділу матеріалів з урахуванням пластичних зон біля їхніх вершин / М.М. Николишин, В.К. Опанасович, Л.Р. Куротчин, М.С. Слободян // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2014. – № 6 С. 67-72.
7. Кушнір Р.М. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами / Р.М. Кушнір, М.М. Николишин, В.А. Осадчук. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 320 с.
8. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1966. – 707 с.