Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра автоматизації
технологічних процесів
і виробництв

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА ЛІТЕРАТУРА

Теорія автоматичного керування

Методичні вказівки для розрахункової
роботи №1

Характеристики типових елементарних
ланок

Тернопіль 2015

Методичні вказівки для розрахункової роботи №1. "Характеристики типових елементарних ланок" з курсу "Теорія автоматичного управління". /Пісьціо В.П., Рогатинська О.Р., Тернопіль: ТНТУ, 2015 - 44 с.

Для студентів напряму: 6.050202 "Автоматизоване управління технологічними процесами.

Методічні вказівки розглянуті і затверджені на засіданні кафедри автоматизації технологічних процесів і виробництв (протокол 6 від 23.11.2015 року).

ПРИЙНЯТІ СКОРОЧЕННЯ

А-ланка - аперіодична ланка;
АЧХ - амплітудно-частотна характеристика;
АФЧХ - амплітудно-фазочастотна характеристика;
Д-ланка - диференціююча ланка;
Ід Д-ланка - ідеальна диференціююча ланка;
І-ланка - інтегруюча ланка;
Ід І-ланка - ідеальна інтегруюча ланка;
ЛАЧХ - логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;
ЛФЧХ - логарифмічна фазочастотна характеристика;
ЗЗ - зворотній зв'язок;
П-ланка - пропорційна ланка;
РД-ланка - реальна диференціююча ланка;
РІ-ланка - реальна інтегруюча ланка;
ФЧХ - фазочастотна характеристика.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ

Задача 1.

Вивести формулу передавальної функції за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдання наведені в табл. Д 1.

Приклад розв'язку для варіанта 1.

$$30\frac{d^4}{dt^4}x_{вих}(t)+25\frac{d^2}{dt^2}x_{вих}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вих}(t)+10\,x_{вих}(t)=5\frac{d}{dt}x_{вх}(t)+x_{вх}(t).$$

Для розв'язку задачі необхідно у в відповідності із правилами операційного числення перейти від оригіналів до зображень і враховуючі представлення зображення похідної функції при нульових початкових умовах записати задане диференціальне рівняння у вигляді:

$$30p^4X_{вих}(p)+25p^2X_{вих}(p)-10p\,X_{вих}(p)+10\,X_{вих}(p)=5p\,X_{вх}(p)+X_{вх}(p).$$

Виносячи за дужки зображення вихідного і вхідного сигналів в лівій та правій частині отриманого рівняння отримаємо:

$$\left[30p^4+25p^2-10p+10\right]X_{вих}(p)=\left[5p+1\right]X_{вх}(p).$$

Передавальна функція - це відношення зображень вихідного та вхідного сигналів. Виразимо вихідний сигнал через вхідний і розділимо результат на вхідний сигнал. Отримаємо шукану передавальну функцію як відношення зображення вихідного сигналу до вхідного:

$$W(p)=\frac{X_{вих}(p)}{X_{вх}(p)}=\frac{5p+1}{30p^4+25p^2-10p+10}.$$

Задача 2.

Отримати перехідну функцію для кола з заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 2.

Нехай задане диференціальне рівняння:

$$10\frac{d}{dt}x_{вих}(t)+100\,x_{вих}(t)=1000\,x_{вх}(t).$$

Спочатку приведемо рівняння до стандартному виду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, (у випадку коли у початковому рівнянні цей коефіцієнт рівний 0, встановлюємо рівним одиниці коефіцієнт при найменшій похідній вихідного сигналу). Для цього у даному прикладі потрібно праву та ліву частини заданого рівняння поділити на 100:

$$0{,}1\frac{d}{dt}x_{вих}(t)+x_{вих}(t)=10\,x_{вх}(t).$$

Переходимо до зображень і враховуючі нульову початкові умови отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$0{,}1p\,x_{вих}(t)+x_{вих}(t)=10x_{вх}(t).$$

За котрим легко знайти передавальну функцію:

$$W(p)=\frac{10}{0{,}1p+1},$$

що є передавальною функцією аперіодичної ланки із параметрами k=10 та T=0,1 с.

Перехідна функція отримується при подачі на вхід блока одиничної функції. Вона, як відомо, має зображення $1/p$. З визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює:

$$H(p)=W(p)\cdot\frac{1}{p}=\frac{10}{0{,}1p+1}\cdot\frac{1}{p}.$$

Дане зображення є правильною дробово-раціональною функцією і відповідний оригінал може бути записаний розкладом функції на елементарні дроби виду

$$H(p)=\frac{A}{0{,}1p+1}+\frac{B}{p},$$

і заміною табличного зображення відповідним оригіналом:

$$H(t)=\frac{A}{0{,}1}\exp\left(-t/0{,}1\right)+B.$$

Для побудови графіку перехідної функції лишилось знайти невідомі коефіцієнти A та B, такі, щоб рівність

$$\frac{10}{0{,}1p+1}\cdot\frac{1}{p}=\frac{A}{0{,}1p+1}+\frac{B}{p}=\frac{A\,p+B(0{,}1p+1)}{(0{,}1p+1)p}$$

перетворилась у тотожність при будь-якому значенні p. Знаменники виразів зліва та справа співпадають, отже вираз перетвориться у тотожність коли коефіцієнти при однакових ступенях p у чисельнику будуть рівні. Отже маємо два рівняння:

$A+0{,}1\,B=0$ та $B=10$.

Звідки легко отримати $A=-1$, $B=10$. Отже:

$$H(t)=-\frac{1}{0{,}1}\exp\left(-t/0{,}1\right)+10=10\cdot\left(1-\exp(-10\,t)\right).$$

Перехідна функція для цього кола наведена на наступному рисунку.

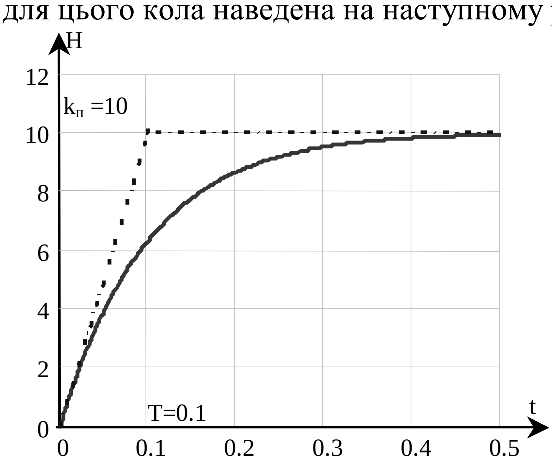


Рис. 1. Перехідна функція аперіодичної ланки с k=10 та T=0,1 с

Задача 3

Отримати імпульсну перехідну функцію для кола з заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 3.

Нехай задане диференціальне рівняння:

$$10\frac{d}{dt}x_{вих}(t)+100\,x_{вих}(t)=1000\,x_{вх}(t).$$

Спочатку приведемо рівняння до стандартному виду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, (у випадку коли у початковому рівнянні цей коефіцієнт рівний 0, встановлюємо рівним одиниці коефіцієнт при найменшій похідній вихідного сигналу). Для цього у даному прикладі потрібно праву та ліву частини заданого рівняння поділити на 100:

$$0{,}1\frac{d}{dt}x_{вих}(t)+x_{вих}(t)=10\,x_{вх}(t).$$

Переходимо до зображень і враховуючі нульову початкові умови отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$0{,}1p\;x_{вих}(t)+x_{вих}(t)=10x_{вх}(t).$$

За котрим легко знайти передавальну функцію

$$W(p)=\frac{10}{0{,}1p+1},$$

що є передавальною функцією аперіодичної ланки із параметрами k=10 та T=0,1 с.

Імпульсна перехідна (вагова) функція отримується при подачі на вхід блока дельта-функції функції. Котра, як відомо, має зображення рівне 1. Із визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює:

$$x_{вих}(p)=W(p)=\frac{10}{0{,}1p+1}.$$

Дане зображення є відразу елементарною функцією, і відповідний оригінал може бути отриманий відразу.

$$x_{вих}(p) = \frac{10}{0{,}1}\exp(-t/0{,}1) = 100\ \exp(-t/0{,}1).$$

Імпульсна перехідна функція зображена на наступному рисунку.

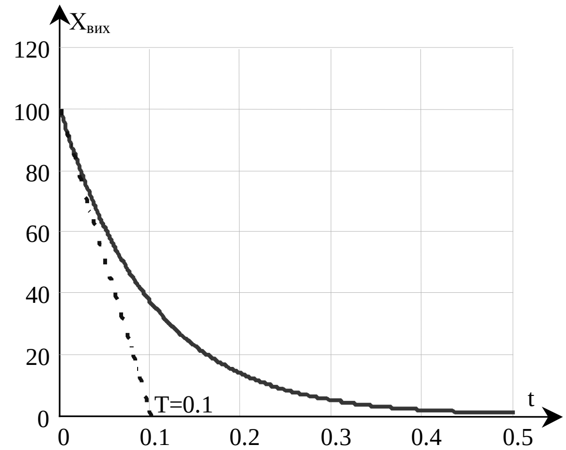


Рис. 2. Імпульсна перехідна функція аперіодичної ланки з k=10 та T=0,1 с

Задача 4.

Накреслити амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) з лінійним масштабом за частотою для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 3.

Приклад розв’язку. Нехай задане диференціальне рівняння:

$$25\frac{d}{dt}x_{вых}(t) + 50x_{вых}(t) = 100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)\ .$$

Спочатку необхідно привести його до стандартному виду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1. Для цього в даному прикладі потрібно праву та ліву частини заданого рівняння поділити на 50:

$$0{,}5\frac{d}{dt}x_{вых}(t) + x_{вых}(t) = 2\frac{d}{dt}x_{вх}(t).$$

Йому відповідає передавальна функція:

$$W(p) = \frac{2p}{0{,}5p+1}$$

диференціюючої ланки з параметрами k=2 и T=0,5 с.

Амплітудно-частотна характеристика - це залежність модуля передавальної функції від частоти. Для побудови амплітудно-частотної характеристики замінюємо p на jω:

$$W(j\omega) = \frac{2\ j\omega}{0{,}5j\omega+1}\ .$$

А потім визначаємо її модуль. Як відомо модуль відношення двох величин рівний відношенню модулів чисельника і знаменника. Отже

$$|W(\,jw\,)| = \frac{2\,|jw|}{|0{,}5\,jw+1|} = \frac{4\,|jw|}{\sqrt{4+w^2}}\ .$$

Так як частота вважається величиною не меншою нуля:

$$|W(\,jw\,)| = \frac{4\,w}{\sqrt{4+w^2}}\ .$$

АЧХ для вказаної ланки будуємо по точках. Результуюча характеристика зображена на наступному рисунку.

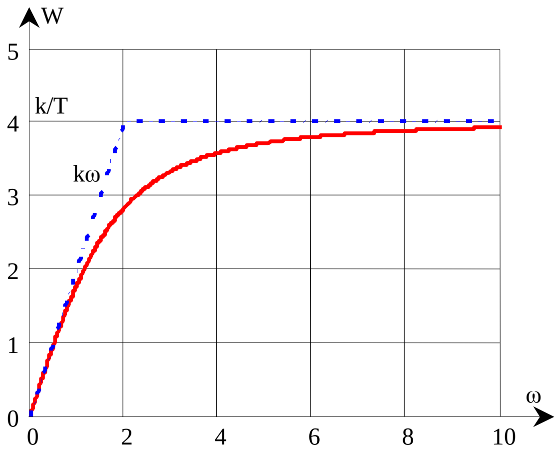


Рис. 3. АЧХ диференціюючої ланки з параметрами k=2 та T=0,5 с..

Задача 5.

Накреслити фазочастотну характеристику (ФЧХ) з лінійним масштабом за частотою для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 5.

Приклад розв'язку. Фазочастотна характеристика це залежність фази передавальної функції записаної як аргумент від комплексної частоти від частоти. Як відомо аргумент від комплексної величини arg(X) визначається як розв'язок рівняння $X = |X| \exp(j \arg(X))$.

У загальному випадку він може бути визначений за формулою:

$$\arg(x) = \mathrm{arctg2}\left(\mathrm{Im}(x), \mathrm{Re}(x)\right) = 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}(x)}{\mathrm{Re}(x) + \sqrt{\mathrm{Re}(x)^2 + \mathrm{Im}(x)^2}}\right).$$

У випадку коли дійсна частина числа x позитивна:

$$\arg(x) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}(x)}{\mathrm{Re}(x)}\right).$$

У випадку коли уявна частина числа x позитивна:

$$\arg(x) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Re}(x)}{\mathrm{Im}(x)}\right).$$

або в градусах: $\arg(x) = 90 - \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Re}(x)}{\mathrm{Im}(x)}\right)$.

Отже нехай задане наступне рівняння:

$$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t) + 120\frac{d}{dt}x_{вых}(t) = 60x_{вх}(t).$$

Задане диференціальне рівняння необхідно привести до стандартного вигляду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, а якщо такий коефіцієнт рівний 0 - встановити рівним 1 коефіцієнт при найменшій похідній вихідного сигналу. У даному випадку коефіцієнт при сигналі рівний 0, а коефіцієнт при найменшій похідній 120, отже необхідно праву та ліву частину рівняння ділити на 120:

$$0{,}25\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t) + \frac{d}{dt}x_{вых}(t) = 0{,}5x_{вх}(t).$$

Рівнянню відповідає передавальна функція:

$$W(p) = \frac{0{,}5}{p(0{,}25p + 1)}.$$

Реальної інтегруючої ланки з параметрами k=0,5 и T=0,25 с.

Для побудови фазочастотної характеристики замінюємо p на jω:

$$W(j\omega) = \frac{0{,}5}{j\omega(0{,}25j\omega + 1)},$$

а потім визначаємо аргумент комплексної величини, залежність котрого від частоти і дає ФЧХ. Як відомо, аргумент від дробової величини рівний різниці аргументів чисельника та знаменника, а аргумент добутку рівний сумі аргументів множників (з врахуванням, можливо, зсувів на 2π). Отже:

$$\arg(W(j\omega)) = \arg(0{,}5) - \arg\left(j\omega(0{,}25j\omega+1)\right) = \arg(0{,}5) - \arg(j\omega) - \arg\left(0{,}25j\omega+1\right),$$

враховуючі, що аргумент дійсної величини рівний 0, а аргумент уявної величини завжди рівний $p/2$ (90 градусів), отримаємо:

$$\arg(W(j\omega)) = -\frac{\pi}{2} - \arg\left(0{,}25j\omega+1\right).$$

Так як дійсна частина числа $0{,}25j\omega+1$ позитивна маємо: $\arg(Z) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}(Z)}{\mathrm{Re}(Z)}\right)$.

Звідки: $\Psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(0{,}25\omega\right)$ в радіанах, або в градусах:

$\Psi(\omega) = -90 - \mathrm{arctg}\left(0{,}25\omega\right)$.

ФЧХ будемо по точках. Для заданої ланки він наведений на наступному рисунку.

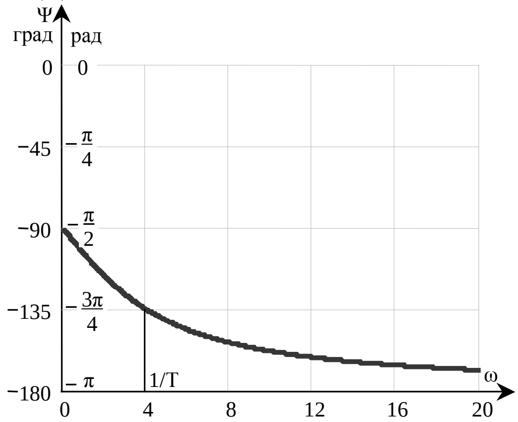


Рис. 4. ФЧХ інтегруючої ланки з параметрами k=0,5 та T=0,25 с

Задача 6.

Накреслити АФЧХ для ланки із заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань приведені в табл. Д 6.

Приклад розв’язку. Нехай задано рівняння:

$$15\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t) + 30\frac{d}{dt}x_{вых}(t) = 60x_{вх}(t).$$

Рівняння необхідно привести до стандартного вигляду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, а якщо такий коефіцієнт рівний 0 - встановити рівним 1 коефіцієнт при найменшій похідній вихідного сигналу. У даному випадку коефіцієнт при сигналі рівний 0, а коефіцієнт при найменшій похідній 30, отже необхідно праву та ліву частину рівняння ділити на 30:

$$0{,}5\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t) + \frac{d}{dt}x_{вых}(t) = 2x_{вх}(t).$$

Йому відповідає передавальна функція РІ-ланка з параметрами k=2 та T=0,5 с.:

$$W(p) = \frac{2}{p(0{,}5p+1)}.$$

Для побудови амплітудно-фазочастотної характеристики замінюємо p на jω

$$W(j\omega) = \frac{2}{j\omega\left(0{,}5j\omega+1\right)}.$$

Амплітудно-фазочастотна характеристика (АФЧХ) це годограф кінця вектора W(jω) на комплексній площині при різних значеннях частоти ω, яка змінюється в межах від 0 до нескінченності. При нульовій частоті W(jω) прямує до вертикальної прямої Re(x) = -1, а при ω = ∞ до точки x = 0 + j0.

Для визначення положення АФЧХ виберемо декілька проміжних точок і побудуємо графік по них. Шукана АФЧХ показана на наступному рисунку.

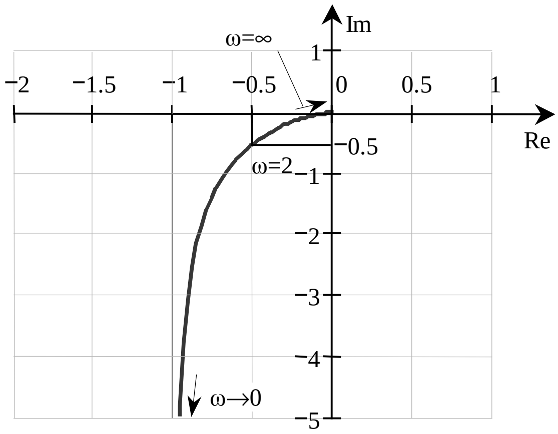


Рис. 5. АФЧХ інтегруючої ланки з параметрами k=2 та T=0,5 с

Задача 7.

Накреслити асимптотичну та "точну" ЛАЧХ для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 7.

Приклад розв’язку. Нехай задано диференціальне рівняння:

$$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t).$$

Спочатку приводимо його до стандартного виду:

$$4\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+x_{вых}(t)=2x_{вх}(t).$$

Тепер переходимо до зображень вважаючи початкові умови нульовими:

$$4p\,x_{вих}(p)+x_{вих}(p)=2x_{вх}(p).$$

котрому відповідає передавальна функція

$$W(p)=\frac{2}{4p+1}$$

аперіодичного кола з параметрами k=2 и T=4 с.

При побудові ЛАЧХ для осі ординат використовується масштаб 20 lg(x), тобто значення АЧХ рівне 10, перетворюється в 20 децибел шкали ЛАЧХ, а значення АЧХ рівне 1 - в 0 децибел. По осі абсцис відкладається частота у логарифмічному масштабі, одиниця вимірювань - безрозмірна величина: декада або октава.

Одна декада рівна зміні частоти в 10 разів, одна октава рівна зміні частоти в 2 рази. Звичайно користуються декадами, а також враховують, що наближено 10 октав це 3 декади.

Для побудови логарифмічної амплітудно-частотної характеристики (ЛАЧХ) спочатку замінюємо p на jω:

$$W(j\omega)=\frac{2}{4j\omega+1},$$

визначаємо модуль $W(j\omega)$, а потім визначаємо значення виразу:

$$L(\omega)=20\lg(|W(j\omega)|);$$

$$L(\omega)=20\lg\left(\left|\frac{2}{4j\omega+1}\right|\right)=20\lg(2)-20\lg(|4j\omega+1|)=20\lg 2-20\lg\left(\sqrt{1+4^2\omega^2}\right);$$

$$L(\omega)=20\lg 2-10\lg\left(1+4^2\omega^2\right).$$

Далі будуємо "точну" ЛАЧХ по точках в логарифмічному масштабі по обох координатах. Проте можна побудувати асимптотичну ЛАЧХ, яка наближає реальну ЛАЧХ значно простішим методом.

Якщо передавальна функція має вигляд:

$$W(p)=\frac{A}{p+y_m},$$

побудувати ЛАЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ початкове значення ЛАЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від полюса;
◊ до точки спряження ЛАЧХ іде горизонтально;
◊ в точці спряження, де $\omega = |y_m|$ (полюс), нахил ЛАЧХ стає рівним - 20 дБ на декаду;
◊ якщо $y_m = 0$ ніяких спряжень немає і ЛАЧХ це пряма з нахилом – 20 дБ на декаду, положення котрої визначається підстановкою будь-якої зручної частоти;
◊ кінцеве значення можна знайти підстановкою нескінченої частоти;

Для більш точного опису ЛАЧХ, що апроксимується прямими лініями, потрібно:
◊ при частоті спряження поставити точку на 3 дБ нижче побудованої лінії;
◊ провести через поставлену точку відрізок прямої до перетину із початкової апроксимацією із нахилом рівним середньому значенню справа і зліва (тобто – 10 дБ на декаду).

Якщо передавальна функція має вигляд:

$$W(p) = A\left(p + x_m\right),$$

побудувати ЛАЧХ можна використовуючи наступні правила:
◊ початкове значення ЛАЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від нулів і полюсів;
◊ до точки спряження ЛАЧХ іде горизонтально;
◊ в точці спряження, де $\omega = |x_m|$ (нуль), нахил ЛАЧХ стає рівним + 20 дБ на декаду;
◊ якщо $x_m = 0$ ніяких спряжень немає і ЛАЧХ це пряма з нахилом + 20 дБ на декаду, положення котрої визначається підстановкою будь-якої зручної частоти;
◊ кінцеве значення можна знайти підстановкою нескінченої частоти.

Для більш точного опису ЛАЧХ, що апроксимується прямими лініями, потрібно:
◊ при частоті спряження поставити точку на 3 дБ вище побудованої лінії;
◊ провести через поставлену точку відрізок прямої до перетину із початкової апроксимацією із нахилом рівним середньому значенню справа і зліва (тобто +10 дБ на декаду).

Отримана ломана і буде уточненою апроксимацією ЛАЧХ з похибкою порядку 1 дБ.

Якщо передавальна функція описується виразом:

$$W(p) = A\frac{\prod_n (p + x_n)^{a_n}}{\prod_m (p + y_m)^{b_m}}$$

ЛАЧХ можна отримати як суму ЛАЧХ окремих ланок, сумування можна проводити як аналітично так і графічним методом.

Побудову почнемо із визначення положення нулів і полюсів передавальної функції W(p). Для визначення положення нулів розв’язуємо рівняння:

$$W(p) = \frac{2}{4p+1} = 0\,.$$

Зрозуміло, що це рівняння не має коренів, тому функція не має нулів. Для визначення положення полюсів розв’язуємо рівняння:

$$\frac{1}{W(p)} = 0 \quad \text{тобто} \quad \frac{4p+1}{2} = 0\,.$$

Це рівняння має єдиний корінь $p = -1/4$, що відповідає полюсу передавальної функції, тому ЛАЧХ має єдину точку спряження при частоті $\omega = |p| = 1/4$, де нахил ЛАЧХ змінюється на -20 дБ/дек. Легко бачити, що при нульовій частоті немає жодного нуля і полюса, а отже ЛАЧХ іде горизонтально, і положення ЛАЧХ визначається виразом:

$$L(0) = 20\lg(|W(j0)|) = 20\lg\left(\frac{2}{4\cdot 0+1}\right) = 20\lg(2) \approx 6\,.$$

Отже для побудови асимптотичної ЛАЧХ проводимо горизонтальну пряму на висоті $20\lg(2)$ до $\omega = 1/4$. У точці $\omega = 1/4$ ЛАЧХ має спряження і далі прямує із нахилом -20 дБ/дек. Накреслимо цю частину ЛАЧХ як відрізок з нахилом -20 дБ/дек, що проходить через точку

$\omega = 1/4$, $L(\omega) = 20\lg(2)$.

Тепер накреслимо уточнену ЛАЧХ. Для цього відмітимо точку, з частотою $\omega = 1/4$, яка знаходиться на 3 дБ нижче побудованого графіка асимптотичної ЛАЧХ і проведемо через неї пряму із нахилом, що є середнім між нахилами зліва і справа від неї на асимптотичній ЛАЧХ до перетину прямої із асимптотичною ЛАЧХ.

Побудова асимптотичної ЛАЧХ для ланки наведена на наступному рисунку.

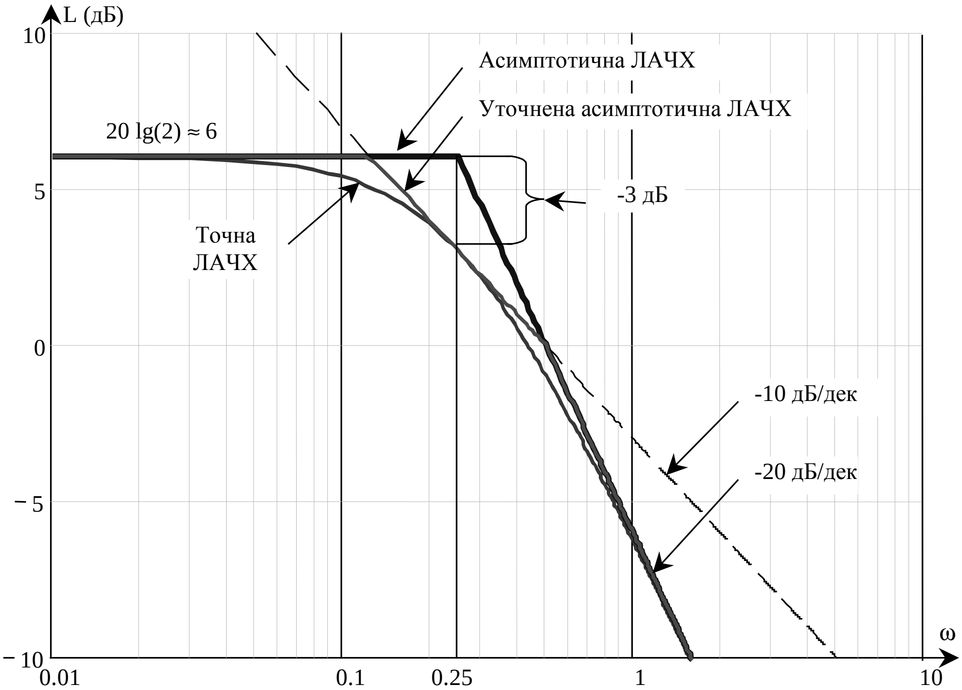


Рис. 6. Точна та асимптотичні ЛАЧХ А-ланки з параметрами k=2 и T=4 с.

Задача 8.

Накреслити асимптотичну та "точну" ЛФЧХ для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 8.

Приклад розв’язку. Нехай задано диференціальне рівняння:

$$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t) + 20x_{вых}(t) = 40x_{вх}(t).$$

Спочатку приводимо його до стандартного виду:

$$4\frac{d}{dt}x_{вых}(t) + x_{вых}(t) = 2x_{вх}(t).$$

Тепер переходимо до зображень вважаючи початкові умови нульовими:

$$4p\,x_{вих}(p) + x_{вих}(p) = 2x_{вх}(p).$$

Рівнянню відповідає передавальна функція:

$$W(p) = \frac{2}{4p+1}$$

аперіодичного кола з параметрами k=2 и T=4 с.

При побудові ЛФЧХ для осі ординат використовується лінійний масштаб, звичайно фаза записується у градусах.

Для побудови логарифмічної фазочастотної характеристики (ЛФЧХ) спочатку замінюємо p на jω,

$$W(j\omega) = \frac{2}{4j\omega+1},$$

а потім визначаємо значення виразу:

$$\Psi(\omega) = \arg(W(j\omega)),$$

де arg(X) визначається із рівняння: $X = |X|\exp(\arg(x))$.

Як відомо, аргумент від дробової величини рівний різниці аргументів чисельника та знаменника, а аргумент добутку рівний сумі аргументів множників (з врахуванням, можливо, зсувів на 2π (360 градусів)). Отже, враховуючі, що дійсна частина числа $4j\omega+1$ - позитивна:

$$\Psi(\omega)=\arg\left(\frac{2}{4j\omega+1}\right)=\arg(2)-\arg(4j\omega+1)=0-\mathrm{arctg}(4\,\omega)=-\mathrm{arctg}(4\,\omega).$$

Далі будуємо "точну" ЛФЧХ по точках в логарифмічному масштабі по частоті.

Проте можна побудувати асимптотичну ЛФЧХ, яка наближає реальну ЛФЧХ значно простішим методом.

Якщо передавальна функція має вигляд ($y \geq 0$):

$$W(p)=\frac{A}{p+y}$$

побудувати ЛФЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ початкове значення ЛФЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від частоти спряження;
◊ до точки, де ω = 0,1 |y| ЛФЧХ іде горизонтально;
◊ після переходу через точку ω = 0.1|y|, фаза змінюється за лінійним законом із швидкістю -45 градусів (-$\frac{p}{4}$ радіан) на декаду. Така швидкість утримується до тих пір поки частота не стане рівною ω = 10 |y|. У результаті фаза зменшується на 90 градусів ($\frac{p}{2}$радіан) за 2 декади, а при частоті ω = |y| зміна фаз становить - 45 градусів (-$\frac{p}{4}$ радіан);
◊ якщо y_m = 0 фаза відразу має бути рівна -90 градусів, якщо A позитивний, і –270 градусів, якщо A негативний.

Якщо передавальна функція має вигляд ($x \geq 0$):

$$W(p)=A(p+x)$$

побудувати ЛФЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ початкове значення ЛФЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від частоти спряження;
◊ до точки, де ω = 0,1|x| ЛФЧХ іде горизонтально;
◊ після переходу через точку ω = 0.1|x|, фаза збільшується за лінійним законом із швидкістю 45 градусів ($\frac{p}{4}$ радіан) на декаду. Така швидкість утримується до тих пір поки частота не стане рівною ω = 10 |x|. У результаті фаза збільшується на 90 градусів ($\frac{p}{2}$радіан) за 2 декади, а при частоті ω = |x| зміна фаз становить 45 градусів ($\frac{p}{4}$ радіан);
◊ якщо x = 0 фаза відразу має бути рівна 90 градусів, якщо A позитивний, і –90 градусів, якщо A негативний.

Максимальна похибка отриманої апроксимації менше 6 градусів, що достатньо для практичних розрахунків.

Якщо передавальна функція описується виразом:

$$W(p)=A\frac{\prod_{n}(p+x_n)^{a_n}}{\prod_{m}(p+y_m)^{b_m}}$$

ЛФЧХ можна отримати як суму ЛФЧХ окремих ланок, сумування можна проводити як аналітично так і графічним методом.

Для заданого прикладу побудову почнемо із визначення початкового положення ЛФЧХ. При нульовій частоті передавальна функція рівна:

$$W(j0)=\frac{2}{1}=2\,.$$

Тому Ψ = 0 градусів, отже графік ЛФЧХ починається з нуля. Тепер знайдемо положення нулів і полюсів передавальної функції W(p). Для визначення положення нулів розв'язуємо рівняння:

$$W(p)=\frac{2}{4p+1}=0\,.$$

Зрозуміло, що це рівняння не має коренів, тому функція не має нулів.

Для визначення положення полюсів розв'язуємо рівняння:

$$\frac{1}{W(p)}=0 \text{ звідки } \frac{4p+1}{2}=0\,.$$

Це рівняння має єдиний корінь $p=-1/4$, що відповідає полюсу передавальної функції.

Отже для побудови ЛФЧХ від найденої точки (ω = 0, Ψ = 0) креслимо горизонтальний відрізок прямої до частоти $\omega=0.1|p|=0.1/4=0.025$. Далі з нахилом -45 градусів на декаду креслимо відрізок до частоти $w=10|p|=10/4=2.5$, цей відрізок проходить через точку $(\omega=|p|=1/4=0.25, \Psi=-45)$. Побудова асимптотичної ЛФЧХ для ланки наведена на наступному рисунку.

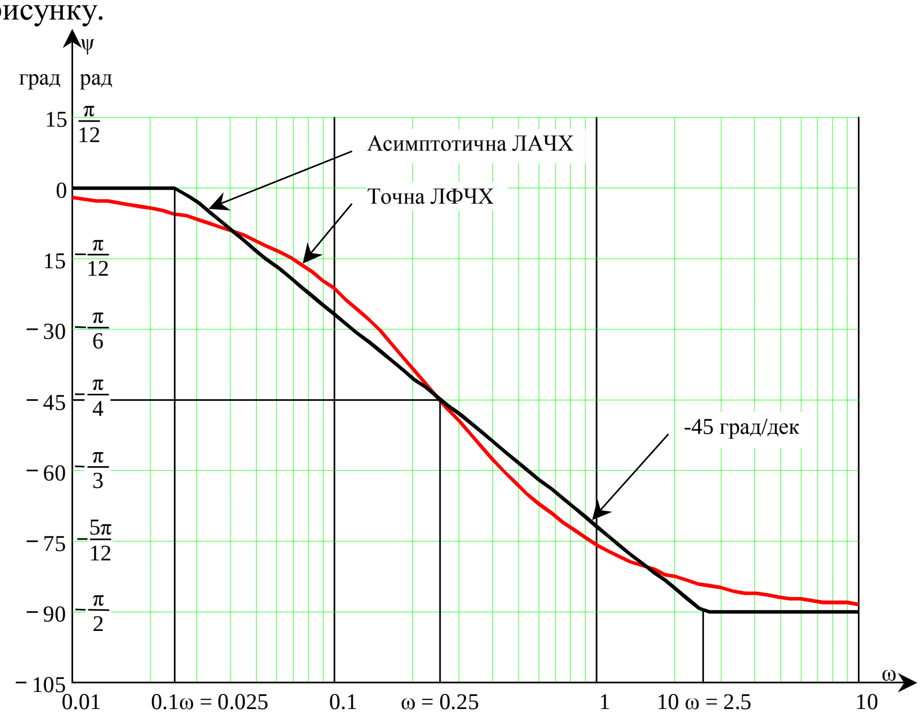


Рис. 7. Точна та асимптотична ЛФЧХ А-ланки з параметрами k=2 и T=4 с.

Задача 9.

Побудувати перехідну функцію для ланки заданого типу з заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в табл. Д 9.

Приклад розв'язку. Нехай задано реальну інтегруючу ланку з параметрами k=10 та T=2 с., що описується передавальною функцією

$$W(p)=\frac{10}{p(2p+1)}.$$

Перехідна функція отримується при подачі на вхід блока одиничної функції. Вона, як відомо, має зображення $1/p$. З визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює.

$$x_{вих}(p)=W(p)\cdot\frac{1}{p}=\frac{10}{(2p+1)p^2}\,.$$

Звернемо увагу, що знаменник має три корені два з котрих однакові. Тобто дане зображення є правильною дробово-раціональною функцією і відповідний оригінал може бути отриманий шляхом розкладу функції на елементарні дроби.

$$x_{вих}(p) = \frac{A}{2p+1} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p^2}.$$

потім скориставшись таблицею зворотного перетворення Лапласа отримаємо:

$$x_{вих}(p) = \frac{A}{2}\exp(-t/2) + B + Ct.$$

Для побудови графіку перехідної функції лишилось знайти невідомі коефіцієнти A, B та C, такі, щоб рівність

$$\frac{10}{(2p+1)p^2} = \frac{A}{2p+1} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p^2} = \frac{A\,p^2 + B(2p+1)p + C(2p+1)}{(2p+1)p^2}$$

перетворилась у тотожність при будь-якому p. Знаменники виразів зліва та справа співпадають, отже вираз перетвориться у тотожність коли коефіцієнти при однакових ступенях p у чисельнику будуть рівні. Отже маємо три рівняння:

A + 2B = 0,

B + 2C = 0,

C = 10.

Звідки легко отримати $A = 40$, $B = -20$. Отже:

$$x_{вих}(p) = \frac{40}{2}\exp(-t/2) - 20 + 10\,t = 20\cdot(1 - \exp(-t/2)) + 10\,t.$$

Графік перехідного процесу для цього кола наведений на наступному рисунку.

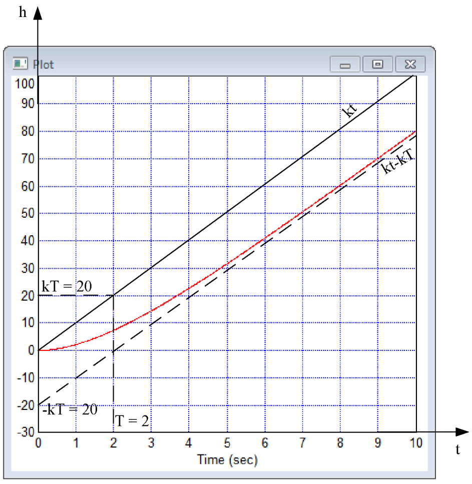


Рис. 8. Перехідна функція реальної інтегруючої ланки з k=10 та T=2 с.

Задача 10.

Накреслити АЧХ для ланки заданого типу із заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в таблиці Д 10.

Приклад розв'язку. Нехай задано аперіодичну ланку з параметрами k=12 та T=20 с, що описуються передавальною функцією:

$$W(p) = \frac{12}{20p+1}.$$

Для побудови амплітудно-частотної характеристики замінюємо p на jω

$$W(j\omega) = \frac{12}{20j\omega+1}.$$

А потім визначаємо її модуль. Як відомо модуль відношення двох величин рівний відношенню модулів чисельника і знаменника. Отже:

$$L(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{12}{|20j\omega+1|} = \frac{12}{\sqrt{1+20^2\omega^2}}.$$

АЧХ для цієї ланки наведений на наступному рисунку.

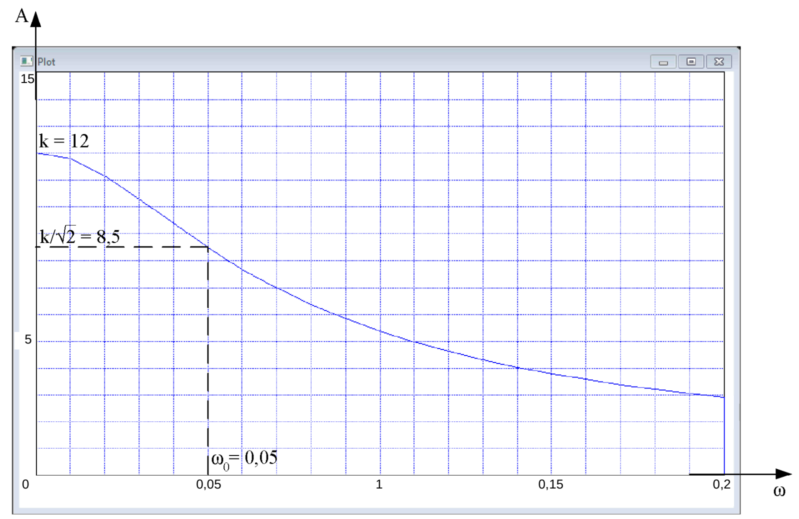


Рис. 9. АЧХ аперіодичної ланки с параметрами k=12 та T=20 с

Задача 11.

Накреслити ФЧХ для ланки заданого типу із заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в таблиці. Д 11.

Приклад розв'язку: нехай задано диференціююча ланка з параметрами k=15 та T=0,1 с, що описується передавальною функцією:

$$W(p) = \frac{15\,p}{(0{,}1p+1)},$$

для визначення фазочастотної характеристики замінюємо p на jω:

$$W(j\omega) = \frac{15\,j\omega}{(0{,}1j\omega+1)},$$

а потім визначаємо аргумент комплексної величини, залежність котрого від частити і дає ФЧХ. Як відомо, аргумент від дробової величини рівний різниці аргументів чисельника та знаменника, а аргумент добутку рівний сумі аргументів множників. Отже:

$$\Psi = \arg(W(j\omega)) = \arg(15j\omega) - \arg(0{,}1j\omega+1).$$

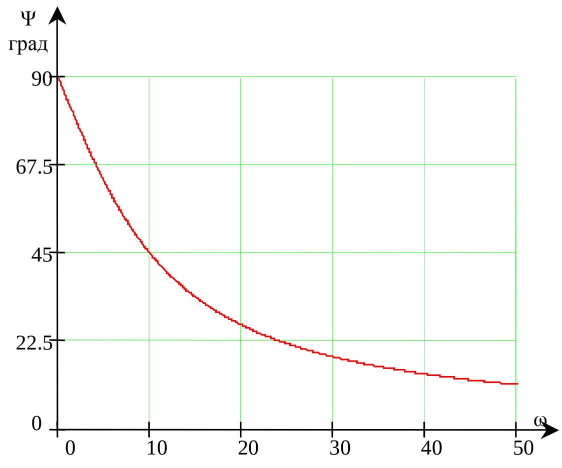


Рис. 10. ФЧХ диференціюючої ланки с параметрами k=15 и T=0,1 с

Враховуючі, що аргумент дійсної величини рівний 0, а аргумент уявної рівний 90 градусів ($\frac{p}{2}$ радіан), отримаємо:

$$\Psi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arg(0{,}1j\omega+1),$$

так як число $0{,}1j\omega+1$ має додатну дійсну частину то:

$$\arg(0{,}1j\omega+1) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}(0{,}1j\omega+1)}{\operatorname{Re}(0{,}1j\omega+1)}\right) = \operatorname{arctg}(0{,}1\omega).$$

Звідки: $\Psi(\omega)=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}(0{,}1\omega)$, або у градусах $\Psi(\omega)=90-\operatorname{arctg}(0{,}1\omega)$

Графік ФЧХ для ланки наведений на рис. 10.

Задача 12.

Накреслити АФЧХ для ланки заданого типу с заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в табл. Д 12.

Приклад розв'язку: нехай задана аперіодична ланка з параметрами k=25 та T=0,1 с, що описується передавальною функцією:

$$W(p)=\frac{25}{0{,}1p+1}.$$

Для побудови амплутудно-фазочастотної характеристики замінюємо p на jω:

$$W(jw)=\frac{25}{(0{,}1jw+1)}.$$

При нульовій частоті W(jω) прямує до точки 25+j 0, а при ω = ∞ до точки x = 0 + j0 при частоті ω = 10 до точки 12,5 - j 12,5.

Для визначення руху АФЧХ у проміжних точках виберемо декілька проміжних частот і побудуємо графік по них. Шукана АФЧХ показана на наступному рисунку.

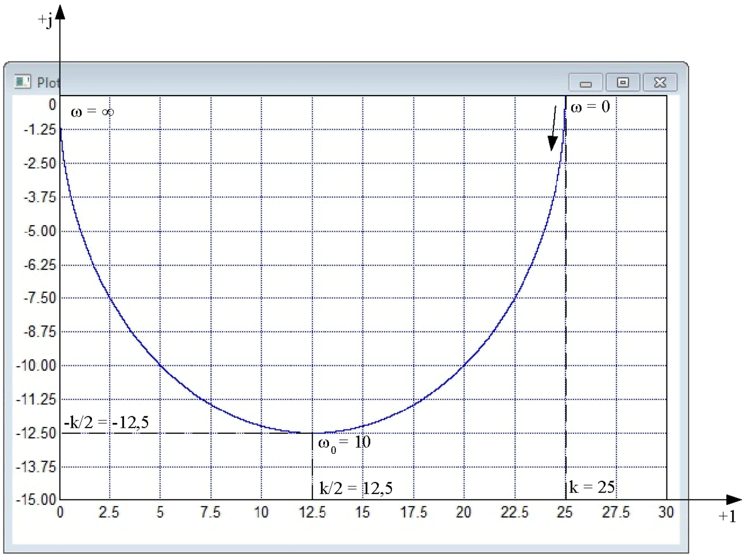


Рис. 11. АФЧХ заданої ланки з k=25 и T=0,1 с.

Задача 13.

Накреслити "точну" та асимптотичну ЛАЧХ для ланки заданого типа с заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в табл. Д 13.

Приклад розв'язку: нехай задана PI-ланка з параметрами k=25 та T=0,1 с. що описується передавальною функцією:

$$W(p)=\frac{25}{p(0{,}1p+1)}.$$

Для побудови ЛАЧХ спочатку замінюємо p на jω, визначаємо модуль $W(jw)$, а потім визначаємо значення виразу:

$$L(\omega)=20\lg(|W(j\omega)|),$$

$$L(\omega)=20\lg\left(\left|\frac{25}{j\omega(0{,}1j\omega+1)}\right|\right)=20\lg(25)-20\lg(|0{,}1j\omega+1|)-20\lg(|j\omega|),$$

$$L(\omega)=20\lg(25)-10\lg(0{,}1^2\omega^2+1)-20\lg(\omega).$$

Далі будуємо "точну" ЛАЧХ по точках в логарифмічному масштабі по обох координатах.

Тепер будуємо асимптотичну ЛАЧХ.

Так як передавальна функція вже представлена в виді необхідному для побудови

ЛАЧХ розкладати чисельник і знаменник на множники не потрібно.

$$W(p)=\frac{25}{(0{,}1p+1)}\frac{1}{p}=W_1(p)W_2(p).$$

Розглянемо першу передавальну функцію:

$$W_1(p)=\frac{25}{(0{,}1p+1)}.$$

Визначаємо положення нулів та полюсів передавальної функції $W_1(p)$. Для визначення положення нулів розв'язуємо рівняння: $W_1(p)=\frac{25}{(0{,}1p+1)}=0$.

Зрозуміло, що це рівняння не має коренів, тому функція не має нулів. Для визначення положення полюсів розв'язуємо рівняння:

$$\frac{1}{W_1(p)}=0 \text{ звідки } \frac{(0{,}1p+1)}{25}=0.$$

Це рівняння має корінь $p=-10$, що відповідає полюсу передавальної функції, тому ЛАЧХ передавальної функції $W_1(p)$ із точки $\omega=0$ прямує горизонтально і знаходиться на рівні $20\lg(25)$ = 28 дБ. На частоті спряження $\omega=|p|=10$, нахил ЛАЧХ змінюється на -20 дБ/дек і отже справа від частоти $\omega=10$ ЛАЧХ має нахил -20 дБ/дек.

Для уточнення ЛАЧХ на частоті спряження $\omega=10$ відкладемо точку на 3 дБ нижче передавальної характеристики і проведемо через неї пряму до перетину із початковою ЛАЧХ ланки.

Легко зрозуміти, що ЛАЧХ другої складової $W_2(p)=\frac{1}{p}$ є прямою з нахилом -20 дБ/дек. Для визначення положення даної прямої знаходимо хоча б одну точку на ній, для цього підставляємо хоча б одну точку в закон зміни ЛАЧХ. Зручно підставити ω = 1, тоді

$$L_2(1)=20\log\left|\frac{1}{j\omega}\right|=20\log(1)=0$$

Отже ЛАЧХ другої складової - пряма, що проходить через точку (ω = 1, L(ω) = 0).

Отримані ЛАЧХ наведені на наступному рисунку. Після побудови кожного з графіків складових здійснюємо графічне їх сумування.

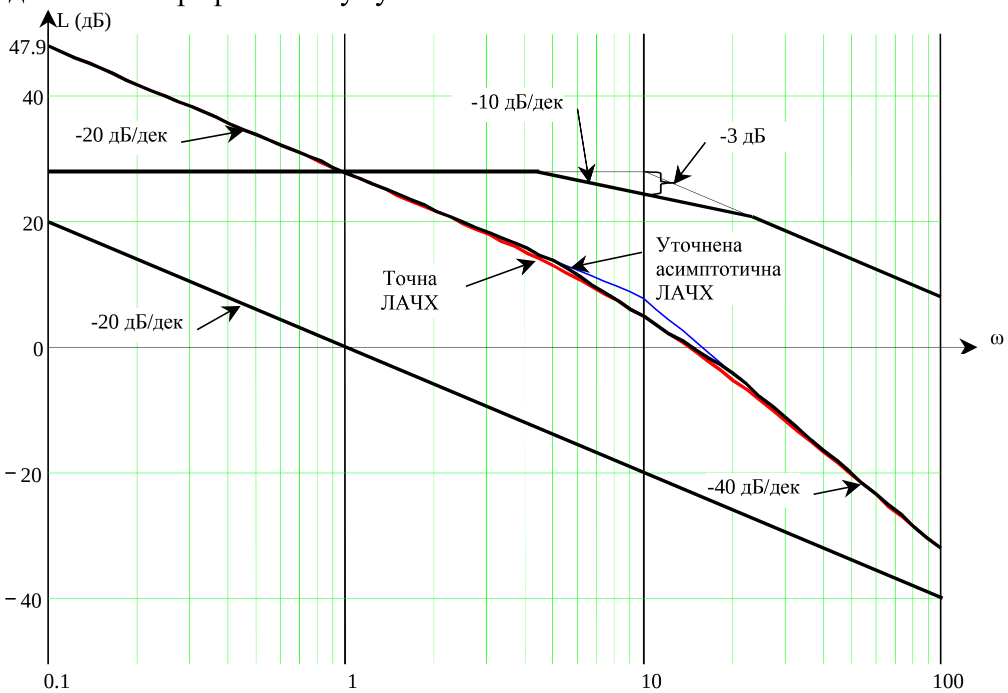


Рис. 12. Асимптотична та точна ЛАЧХ інтегруючої ланки з k=25 та T=0,1 с.

Задача 14.

Накреслити "точну" та асимптотичну ЛФЧХ для ланки заданого типа с заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в табл. Д 14.

Приклад розв'язку: нехай задана PI-ланка з параметрами k=25 та T=0,1 с., що описується передавальною функцією:

$$W(p)=\frac{25}{p(0,1p+1)}.$$

Для побудови ЛФЧХ замінюємо p на jω, і визначаємо аргумент $W(j\omega)$:

$$\Psi(\omega)=\arg(W(j\omega))=\arg\left(\frac{25}{j\omega(0,1j\omega+1)}\right).$$

Враховуючі, що аргумент добутку рівний сумі аргументів множників, а аргумент від дробового виразу рівний різниці аргументів чисельника і знаменника (можливо по модулю 2π рад = 180 град) маємо:

$$\Psi(\omega)=\arg(25)-\arg(j\omega)-\arg(0,1j\omega+1).$$

Враховуючі визначення аргументу маємо

$\Psi(\omega)=-\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}(0,1\omega)$ (в радіанах) та $\Psi(\omega)=-90-\mathrm{arctg}(0,1\omega)$ (в градусах). Отже будуємо "точну" ЛФЧХ по точках в логарифмічному масштабі по частоті.

Тепер будуємо асимптотичну ЛФЧХ.

Так як передавальна функція вже представлена в виді необхідному для побудови ЛФЧХ розкладати чисельник і знаменник на множники не потрібно.

$$W(p)=\frac{25}{(0,1p+1)}\frac{1}{p}=W_1(p)W_2(p).$$

Розглянемо першу передавальну функцію:

$$W_1(p)=\frac{25}{(0,1p+1)}.$$

Визначаємо положення нулів та полюсів передавальної функції $W_1(p)$. Для визначення положення нулів розв'язуємо рівняння: $W_1(p)=\frac{25}{(0,1p+1)}=0$.

Зрозуміло, що це рівняння не має коренів, тому функція не має нулів. Для визначення положення полюсів розв'язуємо рівняння:

$$\frac{1}{W_1(p)}=0 \text{ звідки } \frac{(0,1p+1)}{25}=0.$$

Це рівняння має корінь $p=-10$, що відповідає полюсу передавальної функції, тому ЛФЧХ передавальної функції $W_1(p)$ із точки $\omega=0$ прямує горизонтально до частоти $\omega=0.1|p|=1$, де змінює свій нахил на - 45 градусів на декаду, далі проходить через точку на - $\omega=|p|=10$ Ψ=45 градусів, і доходить до частоти $\omega=10|p|=100$ і фази -90 градусів де знову стає горизонтальною.

Легко зрозуміти, що ЛФЧХ другої складової $W_2(p)=\frac{1}{p}$ є горизонтальною прямою проведеною на рівні -90 градусів.

Отримані ЛФЧХ наведені на наступному рисунку. Після побудови кожного з графіків складових здійснюємо графічне їх сумування.

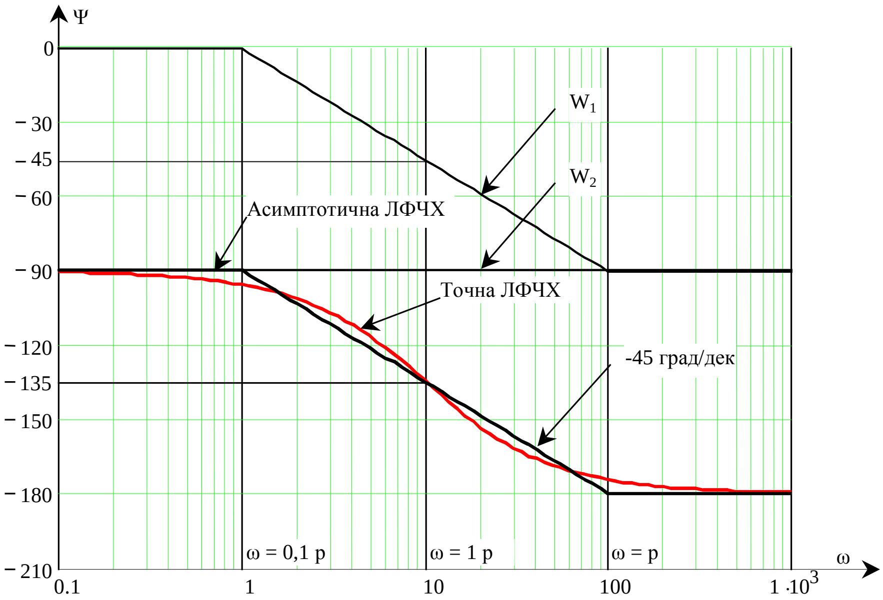


Рис. 13. Асимптотична та точна ЛФЧХ інтегруючої ланки з k=25 та T=0,1 с.

Задача 15.

Накреслити реакцію П-ланки на заданий сигнал. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в таблиці Д 12. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5.

Приклад розв'язку. Нехай заданий вхідний сигнал зображений на наступному рисунку.

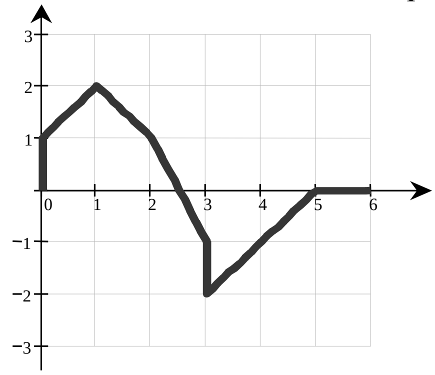


Рис. 14. Вхідний сигнал

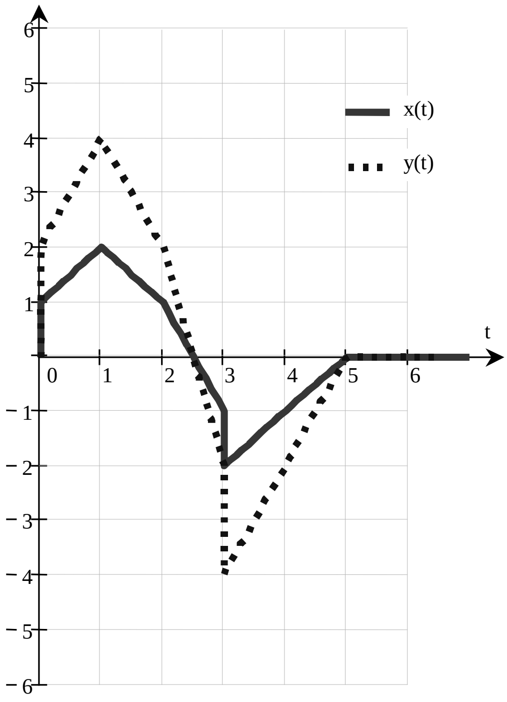


Рис. 15. Реакція П-ланки (y(t)) на заданий вхідний сигнал x(t)

Із визначення пропорційної ланки:

$Y(p) = W(p)\ X(p) = k_п\ X(p)$,

звідки за допомогою зворотного перетворення Лапласа отримаємо залежність між вхідним і вихідним сигналами:

$y(t) = k_п\ x(t)$.

Отже вихідний сигнал рівний вхідному помноженому на $k_п$. Графіки вхідного та вихідного сигналів наведені на рис. 15.

Задача 16.

Накреслити реакцію ІдІ - ланки на заданий сигнал. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в наступній таблиці. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5. Один крок по часу дорівнює 1 с.

Приклад розв'язку. Нехай заданий вхідний сигнал, зображений на наступному рисунку, а $k_п = 2$.

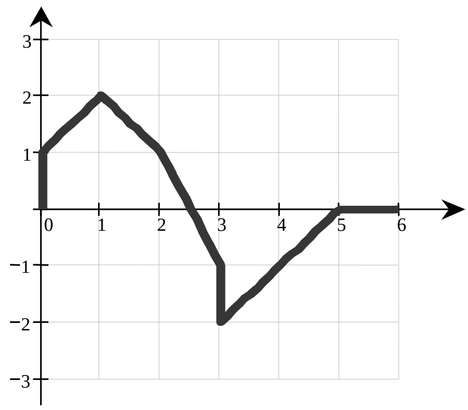


Рис. 16. Вхідний сигнал

Із визначення ідеальної інтегруючої ланки слідує, що вихідний сигнал рівний інтегралу від вхідного, тобто:

$y(t) = k_п \int_0^t x(t)dt$ або у просторі зображень $Y(p) = k_п\ p\ X(p)$.

Так як функція на кожному інтервалі є лінійною, її апроксимацію легко записати на кожному інтервалі у вигляді:

$$x = \frac{x_R(t - t_L)}{(t_R - t_L)} + \frac{x_L(t - t_R)}{(t_L - t_R)}$$

де t_L, t_R - значення часу на лівій і правій стороні інтервалу, а x_L, x_R - значення змінної x на лівій і правій границі інтервалу. Запишемо кусочно лінійну апроксимацію для даної функції на відповідних інтервалах у наступну таблицю (табл. 1).

Табл. 1

Інтервал зміни t	(0;1)	(1;2)	(2;3)	(3;5)	(5; ∞)
Номер інтервала	0	1	2	3	4
x_L	1	2	1	-2	0
x_R	2	1	-1	0	0
$x_i = \frac{x_R(t-t_L)}{(t_R-t_L)} + \frac{x_L(t-t_R)}{(t_L-t_R)}$	t + 1	3 - t	5 - 2 t	t - 5	0
$z(t) = \int_0^t x(t)dt$	$\frac{t^2}{2} + t$	$3t - \frac{t^2}{2} - 1$	$5t - t^2 - 3$	$\frac{t^2}{2} - 5t + 13{,}5$	1
$y(t) = k_п \int_0^t x(t)dt$	$t^2 + 2t$	$6t - t^2 - 2$	$10t - 2t^2 - 6$	$t^2 - 10t + 27$	2

Пошук інтеграла $z(t)=\int_0^t x(t)dt$ може бути зведений до послідовного пошуку інтегралів від кусочно-лінійної функції на відповідних інтервалах зміни t.

Для інтервалу зміни t (0;1]:

$$z(t)=\int_0^t x_0(t)dt = \int_0^t (t+1)dt = \left.\frac{t^2}{2}+t\right|_0^t = \frac{t^2}{2}+t$$

Для інтервалу зміни t (1;2]:

$$z(t)=\int_0^t x(t)dt = \int_0^1 x_0(t)dt+\int_1^t x_1(t)dt = z(1) + \int_1^t (3-t)dt = 1{,}5 + \left.\left(3t-\frac{t^2}{2}\right)\right|_1^t$$

$$z(t) = 1{,}5+3t-\frac{t^2}{2} - 3+\frac{1}{2} = 3t-\frac{t^2}{2}-1$$

Для інтервалу зміни t (2;3]:

$$z(t)=\int_0^t x(t)dt = z(2)+\int_2^t x_2(t)dt = 3\cdot 2-\frac{2^2}{2}-1 + \int_2^t (5-2t)dt = 3 + \left.\left(5t-t^2\right)\right|_2^t$$

$$z(t) = 3 + 5t-t^2 - 5\cdot 2+2^2 = 5t-t^2-3$$

Для інтервалу зміни t (3;5]:

$$z(t)=\int_0^t x(t)dt = z(3)+\int_3^t x_3(t)dt = 5\cdot 3-3^2-3 + \int_3^t (t-5)dt = 3 + \left.\left(\frac{t^2}{2}-5t\right)\right|_3^t$$

$$z(t) = 3 + \frac{t^2}{2}-5t - \frac{3^2}{2}+5\cdot 3 = \frac{t^2}{2}-5t+13{,}5$$

Для інтервалу зміни t (5;∞):

$$z(t)=\int_0^t x(t)dt = z(5)+\int_5^t x_4(t)dt = \frac{5^2}{2}-5\cdot 5+13{,}5 + \int_5^t 0\cdot dt = 1$$

Вирази для відповідних функцій записуємо у згадану вище таблицю. Як відомо:

$$y(t) = k_п\int_0^t x(t)dt = k_п\, z(t) = 2\, z(t)$$

отже після обчислення z(t) для отримання y(t) достатньо помножити z(t) на $k_п$.

Графіки вхідного та вихідного сигналів наведені на наступному рисунку.

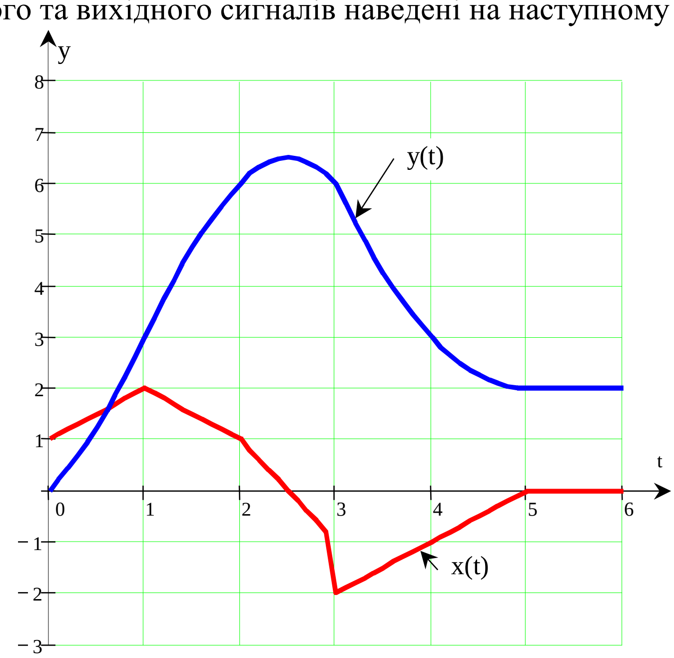


Рис. 17. Реакція ідеальної інтегруючої ланки

Задача 17.

Накреслити реакцію ІдД - ланки на заданий сигнал. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в таблиці Д 17. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5. Один крок по часу дорівнює 1 с.

Приклад розв'язку. Нехай заданий вхідний сигнал, зображений на наступному рисунку, а $k_п = 2$.

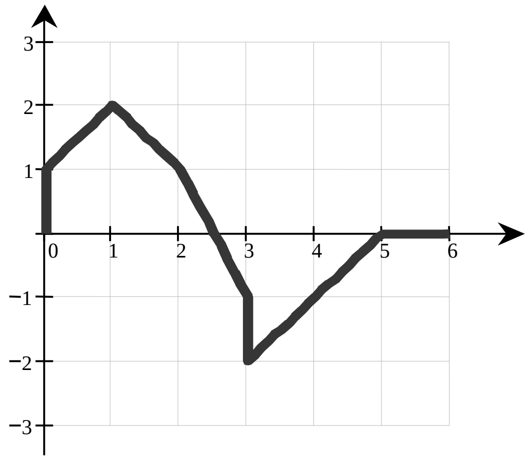


Рис. 18. Вхідний сигнал

Із визначення ідеальної диференціюючої ланки слідує, що вихідний сигнал рівний похідній від вхідного, тобто x(t) є кусочно лінійною функцією і змінює свій характер у точках t = {0,1,2,3,5}.

Розіб'ємо весь інтервал зміни t так, щоб на кожному інтервалі функція описувалась найбільш простим чином. Також виділимо ті значення t де функція має розриви - тобто вихідна величина миттєво змінює своє значення і занесемо усі інтервали і значення у наступну таблицю.

Табл. 2.

t		0	(0..1)	1	(1..2)	2	(2..3)	3	(3..5)	5	(5..∞)
x(t)	L	0	t+1	2	3 - t	1	5-2t	-1	t-5	0	0
	R	1						-2			
Δ		1	-	0	-	0	-	-1	-	0	-
$\frac{d}{dt}x(t)$		δ(t)	1	-	-1	-	-2	δ(t-3)	1	-	0
y(t)		δ(t)	2	-	-2	-	-4	2 δ(t-3)	2	-	0

У таблицю у точках де функція має розриви занесемо значення x при прямуванні t зліва (L) та справа (R), а для кожного інтервалу значень лінійну інтерполяцію відповідної функції, яку можна отримати із виразу:

$$x(t) = \frac{x_R(t - t_L)}{(t_R - t_L)} + \frac{x_L(t - t_R)}{(t_L - t_R)}$$

де t_L та t_R - ліва та права границі інтервалу зміни t, x_L та x_R - значення функції його границях.

Визначимо і занесемо у таблицю значення скачків функції у точках де вона має розрив. Функція на кожному із інтервалів де вона неперервна може бути легко продиференційована, а у кожній точці t_i де функція має розрив до похідної має бути добавлена дельта функція $\delta(t - t_i)$ помножена на величину скачка Δ у цій точці.

Як відзначалось $y(t) = k_п \frac{d}{dt}x(t) = 2\frac{d}{dt}x(t)$.

Графік вихідного сигналу побудований на наступному рисунку.

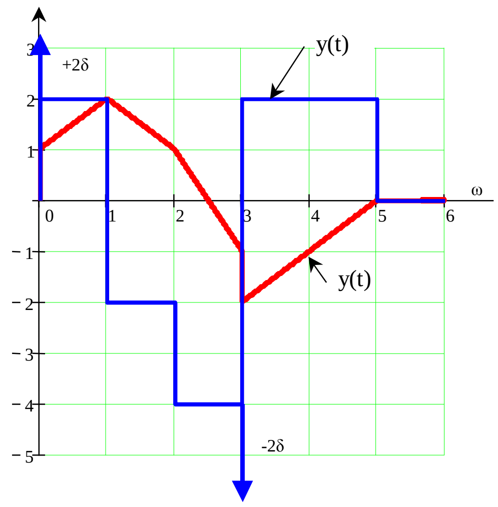


Рис. 19. Реакція ідеальної інтегруючої ланки

Задача 18

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією виду $W(p)=\dfrac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$ перехідну і імпульсну перехідну функції. Варіанти завдань наведені в таблиці Д 18.

Приклад розв’язку. Нехай задані наступні параметри: $b_0 = 1$ c, $b_1 = 2$, $T = 1$ c, $\xi = 0.2$.

Перехідна функція отримується при подачі на вхід блока одиничної функції. Вона, як відомо, має зображення $1/p$. З визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює.

$$H(p)=W(p)\frac{1}{p}=\frac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}\frac{1}{p}.$$

Дане зображення є правильною дробово-раціональною функцією і відповідний оригінал може бути записаний розкладом функції на елементарні дроби, проте значно простіше записати $H(p)$ у вигляді розкладу у ряд Лорана (ряд за степенями $1/p$). Якщо такій ряд існує і має не нульову область збіжності існує ряд, що відображає оригінал функції.

Для подальших викладок позначимо:

$a_0 = T^2$, $a_1 = 2\xi T$, $a_2 = 1$.

Представимо $H(p)$ у вигляді добутку:

$$H(p)=W(p)\frac{1}{p}=A(p)\frac{1}{p^2}.$$

і знайдемо розклад у ряд за степенями $1/p$ виразу $A(p)=p\dfrac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$, для цього позначимо $s = 1/p$:

$$A\left(\frac{1}{s}\right)=\frac{1}{s}\frac{b_1+b_0\frac{1}{s}}{T^2\frac{1}{s^2}+2\xi T\frac{1}{s}+1}=\frac{b_1s+b_0}{T^2+2\xi Ts+s^2}.$$

Використовуючи вищезгадані позначення отримаємо:

$$A\left(\frac{1}{s}\right)=\frac{b_1s+b_0}{a_0{}^2+a_1s+a_2s^2}.$$

Додатково визначивши $a_i = 0$ де $(i = 3..\infty)$ та $b_i = 0$ де $(i = 2..\infty)$ маємо $A(1/s)$ у вигляді відношення двох рядів:

$$A\left(\frac{1}{s}\right)=\sum_i c_i s^i ,$$

де $c_0=\frac{b_0}{a_0}$, $c_i=\frac{1}{a_0}\left(b_i-\sum_{k=0}^{i-1} c_k a_{i-k}\right)$ при $i\neq 0$.

Обчислення перших 10 коефіцієнтів приведемо у таблиці.

Табл. 3. Розрахунок коефіцієнтів ряду Лорана

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_i	1	0.4	1	0	0	0	0	0	0	0
b_i	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0
c_i	1	1.6	-1.64	-0.944	2.0176	0.13696	-2.0723	0.69199	1.79559	-1.4102

Отже $A(p)=\sum_i \frac{c_i}{p^i}$, де c_i визначаються за вказаними вище правилами. Тоді:

$$H(p)=A(p)\frac{1}{p^2}=\sum_i \frac{c_i}{p^{i+2}}$$

Перейшовши до оригіналів і врахувавши співвідношення: $L\left(\frac{t^{i-1}}{(i-1)!}\right)=\frac{1}{p^i}$ маємо:

$$H(t)=\sum_i \frac{c_i}{(i+1)!}t^{i+1} .$$

Знайдемо тепер імпульсну перехідну функцію. Як відомо імпульсна перехідна функція отримується при подачі на вхід блока дельта-функції Дірака. Вона, як відомо, має зображення рівне 1. З визначення передавальної функції слідує, що зображення імпульсної перехідної функції дорівнює:

$$h(p)=W(p)=\frac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}=\frac{A(p)}{p} .$$

Розклад $A(p)$ за степенями $1/p$ вже відомий і наведений вище, тому можна відразу записати $h(p)=\sum_i \frac{c_i}{p^{i+1}}$.

Перейшовши до оригіналів маємо:

$$h(t)=\sum_i \frac{c_i}{i!}t^i .$$

Графіки відповідних функцій наведені на наступному рисунку.

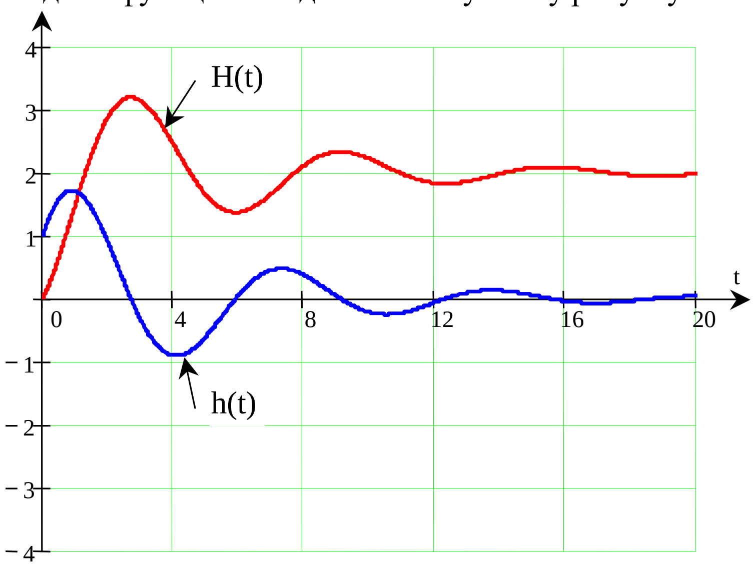


Рис. 20. Перехідна та імпульсна перехідна функції для ланки другого порядку

Задача 19

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією $W(p) = \dfrac{b_1 + b_0 p}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$ асимптотичну та точну ЛАЧХ. Варіанти завдань наведені в таблиці Д 19.

Приклад розв'язку. Нехай задані наступні параметри ланки: b_0 = 1 с, b_1 = 2, T =1 с, ξ = 0,2, тоді передавальна функція ланки рівна:

$$W(p) = \frac{2 + p}{p^2 + 0.4p + 1}.$$

Для побудови логарифмічної амплітудно-частотної характеристики (ЛАЧХ) спочатку замінюємо p на jω у передавальній функції,

$$W(j\omega) = \frac{b_1 + b_0 j\omega}{T^2 (j\omega)^2 + 2\xi T j\omega + 1} = \frac{b_1 + b_0 j\omega}{2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)},$$

визначаємо модуль $W(j\omega)$, а потім визначаємо значення виразу:

$$L(\omega) = 20\lg\left(\left|W(j\omega)\right|\right)$$

$$L(\omega) = 20\lg\left(\left|\frac{b_1 + b_0 j\omega}{2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)}\right|\right) = 20\lg\left(\left|b_1 + b_0 j\omega\right|\right) - 20\lg\left(\left|2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)\right|\right),$$

$$L(\omega) = 10\lg\left(b_1{}^2 + (b_0\omega)^2\right) - 10\lg\left((2\xi T\omega)^2 + \left(1 - T^2\omega^2\right)^2\right).$$

Далі будуємо "точну" ЛАЧХ по точках в логарифмічному масштабі по обох координатах. Проте можна побудувати асимптотичну ЛАЧХ, яка наближає реальну ЛАЧХ значно простішим методом.

Якщо передавальна функція має вигляд:

$$W(p) = A\frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

де p - комплексна змінна, що можна пов'язати із частотою, T та ξ < 1 - дійсні константи, яким відповідають комплексно спряжені полюси АЧХ. Тоді побудувати ЛАЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ в кожній точці, де ω = |1/T|, нахил зменшується на 40 дБ на декаду;
◊ початкове значення ЛАЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від нулів і полюсів;
◊ кінцеве значення можна знайти підстановкою нескінченої великої частоти
◊ початковий нахил графіка залежить від числа та порядку нулів та полюсів, що менші початкового значення частоти. Він може бути визначений за допомогою перших двох правил.

Для більш точного опису ЛАЧХ, що апроксимується прямими лініями, потрібно:

◊ в кожному полюсі поставити точку на $20\lg(2\xi)$ дБ нижче лінії, (з відповідним врахуванням знаку, тобто якщо $20\lg(2\xi)$<0 поставити точку вище лінії)
◊ якщо ξ > 0,5 провести через відмічену точку відрізок прямої із середнім нахилом між правою і лівою частинами до перетину із початковою ламаною - цей відрізок і буде вносити корекцію на асимптотичній ламаній
◊ якщо $\xi \le$ 0,5 необхідно взяти хоча б декілька частот коло полюса, значення точної ЛАЧХ в котрих легко обчислити і провести через ці точки і згадану вище точку ламану. Вказані в таблиці поправки слід відкладати вниз від початкового наближення ЛАЧХ з урахуванням знака результату. Якщо $\xi \ge$ 0,1 цього буде достатньо для побудови ЛАЧХ з прийнятною для технічних розрахунків точністю. Якщо ж $\xi \le$ 0,1 для збільшення точності можна обчислити значення у точках, що розміщені ще ближче до частоти спряження.

Табл. 4. Поправки до ЛАЧХ

ω	$\frac{1}{3T}$	$\frac{1}{\sqrt{2}T}$	$\frac{\sqrt{2}}{T}$	$\frac{3}{T}$
Поправка до ЛАЧХ	$10\lg\left(\frac{64}{81}+\frac{4}{9}\xi^2\right)$ $\approx 2\xi - 1$	$10\lg\left(\frac{1}{4}+2\xi^2\right)$ $\approx 10\xi - 6.5$	$10\lg\left(\frac{1}{4}+2\xi^2\right)$ $\approx 10\xi - 6.5$	$10\lg\left(\frac{64}{81}+\frac{4}{9}\xi^2\right)$ $\approx 2\xi - 1$

Якщо передавальна функція має вигляд:

$$W(p) = A\left(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1\right),$$

де p - комплексна змінна, що можна пов'язати із частотою, T та $\xi < 1$ - дійсні константи, яким відповідають комплексно спряжені нулі АЧХ. Тоді побудувати ЛАЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ в кожній точці де $\omega = |1/T|$ (нуль), нахил збільшується на 40 дБ на декаду.
◊ початкове значення ЛАЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від нуля.
◊ кінцеве значення можна знайти підстановкою нескінченої великої частоти
◊ початковий нахил графіка залежить від числа та порядку нулів та полюсів, що менші початкового значення частоти. Він може бути визначений за допомогою перших двох правил.

Для більш точного опису ЛАЧХ, що апроксимується прямими лініями, потрібно:

◊ в кожному нулі поставити точку на $20\lg(2\xi)$ дБ вище лінії, (з урахуванням знаку, тобто якщо $20\lg(2\xi)<0$ поставити точку нижче лінії)
◊ якщо $\xi > 0,5$ провести через відмічену точку відрізок прямої із середнім нахилом між правою і лівою частинами до перетину із початковою ламаною - цей відрізок і буде вносити корекцію на асимптотичній ламаній
◊ якщо $\xi \le 0,5$ необхідно взяти хоча б декілька частот коло частоти спряження, значення точної ЛАЧХ в котрих легко обчислити і провести через ці точки і згадану вище точку ламану. Вказані в таблиці поправки слід відкладати вверх від початкового наближення ЛАЧХ з урахуванням знака результату. Якщо $\xi \ge 0,1$ цього буде достатньо для побудови ЛАЧХ з прийнятною для технічних розрахунків точністю. Якщо ж $\xi \le 0,1$ для збільшення точності можна обчислити значення у точках, що розміщені ще ближче до частоти спряження.

Якщо передавальна функція визначається виразом:

$$W(p) = A\frac{\prod\limits_n(\tau_n^2p^2 + 2\mu_n\tau_n p + 1)^{a_n}}{\prod\limits_m(T_m^2p^2 + 2\xi_m T_m p + 1)^{b_m}}\frac{\prod\limits_k(p + x_k)^{c_k}}{\prod\limits_l(p + y_l)^{d_l}},$$

окремо креслять ЛАЧХ для всіх множників, що входять у передавальну функцію, користуючись:

◊ для комплексно спряжених нулів і полюсів правилами, описаними вище,
◊ для простих полюсів використовуючи правила, описані в задачі 7.

Потім здійснюють сумування всіх ЛАЧХ графічним чи іншим методом отримуючи результуючу ЛАЧХ ланки.

Задана в задачі передавальна функція є поєднанням двох передавальних функцій:

$$W(p) = \frac{b_1 + b_0p}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} = W_1(p)W_2(p),$$

$$W_1(p) = b_1 + b_0p, \quad W_2(p) = \frac{1}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}.$$

Спочатку побудуємо ЛАЧХ для першої передавальної функції. Легко бачити, що функція має нуль у точці $p = -\frac{b_1}{b_0} = -2$, йому відповідає частота $\omega = 2$. При нульовій частоті

$W_1(p) = b_1$ і ЛАЧХ набуває значення $L(\omega) = 20\lg(|W(j\omega)|) = 20\lg(|b_1|) = 6$ дБ. Початковий нахил ЛАЧХ рівний нулю. Отже для побудови ЛАЧХ першої ланки на рівні 6 дБ ведемо горизонтальну пряму до частоти спряження $\omega = \left| \frac{b_1}{b_0} \right|$, у котрій ЛАЧХ починає зростати із швидкістю +20 дБ на декаду.

Для уточнення ЛАЧХ відступаємо вверх на 3 дБ у точці спряження і проводимо через неї відрізок з нахилом + 10 дБ на декаду до перетину із побудованою раніше ЛАЧХ. Цей відрізок є коректуючим відрізком цієї складової ЛАЧХ.

Будуємо тепер ЛАЧХ ланки з частотною характеристикою $W_2(p) = \dfrac{1}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$.

Із виду котрої випливає, що частота спряження рівна ω = |1/T| = 1.

Знайдемо початкове значення ЛАЧХ:

$L(\omega) = 20\lg|W_2(j0)| = 20\lg|1| = 20\lg|b_1| = 0$ дБ.

Початковий нахил ЛАЧХ рівний нулю. При частоті ω = 1 зустрічається полюс і нахил частотної характеристики зменшується на 40 дБ/дек і стає рівним - 40 дБ/дек.

Отже ведемо горизонтальну пряму від точки з $L(\omega) = 0$ дБ до частоти ω = 1 далі проводимо лінію із нахилом - 40 дБ/дек. Перше наближення частотної характеристики побудоване.

Для уточнення частотної характеристики частоті ω = 1 слід поставити точку, що лежить на $20\log(2\xi)$ дБ нижче ніж знайдене вище перше наближення ЛАЧХ. Так як значення $20\log(2\xi) = -8$ точка насправді буде вище ніж перше наближення ЛАЧХ на 8 дБ.

Знаходимо ще 4 точки для побудови уточненої ЛАЧХ, за вказаною вище таблицею і з'єднуємо їх відрізками. З’єднуємо крайні точки із початковою ЛАЧХ у точках ω = 0,1 та ω = 10.

Графічно сумуємо отримані ЛАЧХ ланок. Графік і його побудова зображені на наступному рисунку. Побудова асимптотичної ЛАЧХ для ланки наведена на наступному рисунку.

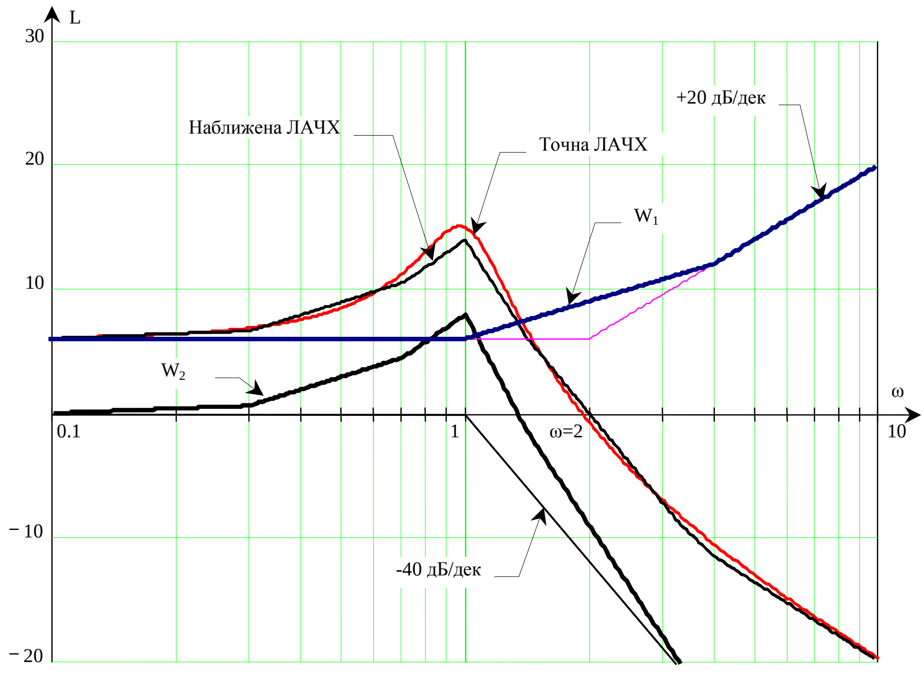


Рис. 21. Асимптотична та точна ЛАЧХ

Задача 20

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією $W(p) = \dfrac{b_1 + b_0 p}{T^2 p + 2xTp + 1}$ асимптотичну та точну ЛФЧХ. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Приклад розв'язку. Нехай задані наступні параметри ланки: $b_0 = 1$ с, $b_1 = 2$, $T = 1$ с, $\xi = 0{,}2$, тоді передавальна функція ланки рівна:

$$W(p) = \frac{2+p}{p^2+0.4p+1}.$$

Для побудови логарифмічної фазо-частотної характеристики (ЛФЧХ) спочатку замінюємо p на jω у передавальній функції:

$$W(j\omega) = \frac{b_1 + b_0 j\omega}{T^2 (j\omega)^2 + 2\xi T j\omega + 1} = \frac{b_1 + b_0 j\omega}{2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)},$$

визначаємо аргумент $W(j\omega)$, а потім визначаємо значення виразу:

$$\Psi(\omega) = \arg\left(\frac{b_1 + b_0 j\omega}{2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)}\right) = \arg\left(b_1 + b_0 j\omega\right) - \arg\left(2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)\right).$$

Якщо b_1 не негативний:

$$\arg\left(b_1 + b_0 j\omega\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{b_0\omega}{b_1}\right).$$

У виразі $2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)$ при зміні частоти від 0 до нескінченності змінюється знак дійсної частини, а знак уявної лишається сталим, тому для вірного врахування знака аргументу слід записати:

$$\arg\left(2\xi T j\omega + \left(1 - T^2\omega^2\right)\right) = 90^o - \operatorname{arctg}\left(\frac{1 - T^2\omega^2}{2\xi T\omega}\right),$$

$$\Psi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{b_0\omega}{b_1}\right) - 90^o + \operatorname{arctg}\left(\frac{1 - T^2\omega^2}{2\xi T\omega}\right).$$

Далі будуємо "точну" ЛФЧХ по точках в логарифмічному масштабі.

Проте можна побудувати асимптотичну ЛАЧХ, яка наближає реальну ЛАЧХ значно простішим методом.

Якщо передавальна функція має вигляд:

$$W(p) = A\frac{1}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1},$$

де p - комплексна змінна, що можна пов'язати із частотою, T та ξ - дійсні позитивні константи, яким відповідають комплексно спряжені полюси АЧХ. Тоді побудувати ЛФЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ початкове значення ЛФЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від частоти спряження;

◊ до точки, де частота рівна $\omega = \frac{1}{10^{\xi}}\frac{1}{T}$ ЛФЧХ іде горизонтально;

◊ після переходу через точку $\omega = \frac{1}{10^{\xi}}\frac{1}{T}$, фаза змінюється за лінійним законом із такою швидкістю, щоб при частоті $\omega = \frac{1}{T}$ досягнути значення -90 градусів, а при частоті $\omega = 10^{\xi}\frac{1}{T}$ стати рівною -180 градусів;

◊ після переходу через точку $\omega = 10^{\xi}\frac{1}{T}$ фаза лишається сталою.

Якщо передавальна функція має вигляд ($x \geq 0$):

$$W(p) = A(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)$$

побудувати ЛФЧХ можна використовуючи наступні правила:

◊ початкове значення ЛФЧХ можна знайти простою підстановкою нульової частоти чи будь-якої іншої котра зручна для обчислень і далека від частоти спряження;

◊ до точки, де частота рівна $\omega = \frac{1}{10^{\xi}}\frac{1}{T}$ ЛФЧХ іде горизонтально;

◊ після переходу через точку $\omega = \frac{1}{10^{\xi}}\frac{1}{T}$, фаза змінюється за лінійним законом із такою швидкістю, щоб при частоті $\omega = \frac{1}{T}$ досягнути значення +90 градусів, а при частоті $\omega = 10^{\xi}\frac{1}{T}$ стати рівною +180 градусів;

◊ після переходу через точку $\omega = 10^{\xi}\frac{1}{T}$ фаза лишається сталою.

Якщо передавальна функція визначається виразом:

$$W(p) = A\frac{\prod\limits_{n}(\tau_n^2 p^2 + 2\mu_n \tau_n p + 1)^{a_n}}{\prod\limits_{m}(T_m^2 p^2 + 2\xi_m T_m p + 1)^{b_m}}\frac{\prod\limits_{k}(p + x_k)^{c_k}}{\prod\limits_{l}(p + y_l)^{d_l}}.$$

Окремо креслять ЛФЧХ для всіх множників, що входять у передавальну функцію, користуючись:

◊ для комплексно спряжених нулів і полюсів правилами, описаними вище,

◊ для простих полюсів використовуючи правила, описані в задачі 7.

Потім здійснюють сумування всіх ЛФЧХ графічним чи іншим методом і отримують результуючу ЛФЧХ ланки.

Задана в задачі передавальна функція є поєднанням двох ланок

$$W(p) = \frac{b_1 + b_0 p}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = W_1(p) W_2(p),$$

$$W_1(p) = b_1 + b_0 p, \quad W_2(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}.$$

Спочатку побудуємо ЛФЧХ для першої передавальної функції. Легко бачити, що функція має нуль у точці $p = -\frac{b_1}{b_0} = -2$, йому відповідає частота ω = 2. При нульовій частоті ЛФЧХ набуває значення $\Psi(\omega) = 0$ градусів.. Отже для побудови ЛФЧХ першої ланки на рівні 0 градусів ведемо горизонтальну пряму до частоти $\omega = 0.1\left|{b_1}/{b_0}\right|$, у котрій ЛФЧХ починає зростати із швидкістю +45 градусів дБ на декаду і зростає до частоти $\omega = 10\left|{b_1}/{b_0}\right|$, де досягає значення +90 градусів.

Будуємо тепер ЛФЧХ ланки з частотною характеристикою $W_2(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$.

Із виду котрої випливає, що частота спряження рівна ω = |1/T| = 1

Знайдемо початкове значення ЛФЧХ. Підставивши нульову частоту отримаємо $\Psi(\omega) = 0$ градусів.

До точки, де частота рівна $\omega = \frac{1}{10^{\xi}}\frac{1}{T} = \frac{1}{10^{0.2}} = 0.63$ ЛФЧХ іде горизонтально; після переходу через точку $\omega = 0.63$, фаза змінюється за лінійним законом із такою швидкістю, щоб при частоті $\omega = \frac{1}{T}$ досягнути значення - 90 градусів, а при частоті $\omega = \frac{10^{0.2}}{T} = 1{,}6$ стає рівною - 180 градусів; після чого ЛФЧХ ланки іде знову горизонтально.

Графічно сумуємо отримані ЛФЧХ ланок. Побудова асимптотичної ЛФЧХ для ланки наведена на наступному рисунку.

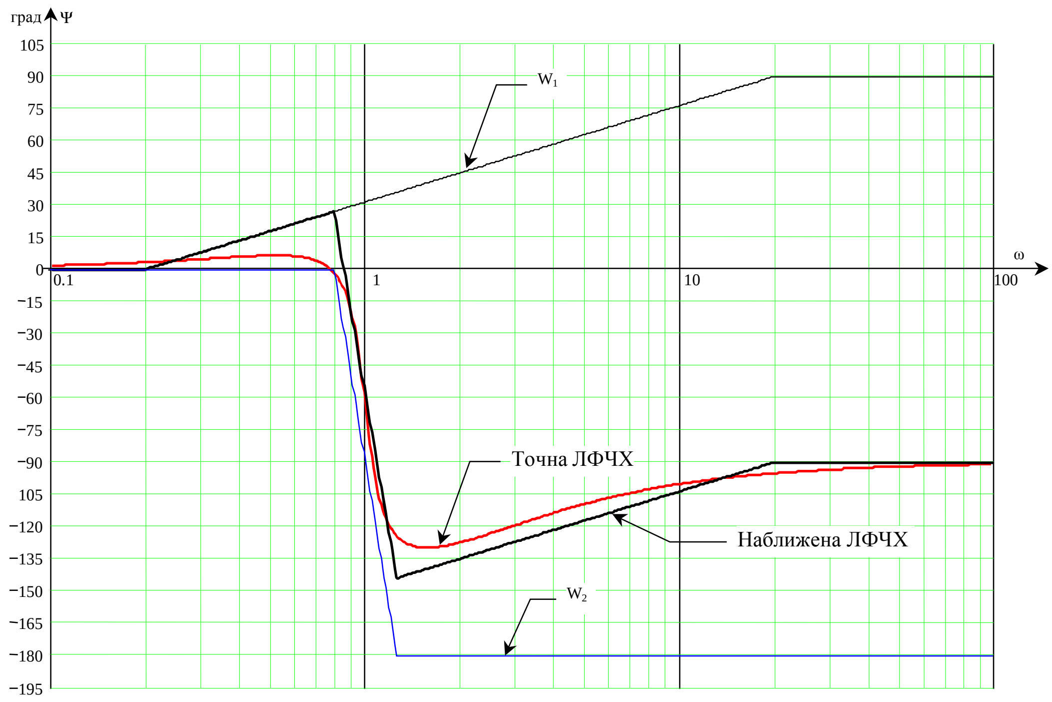


Рис. 22. Точна та наближена ЛФЧХ

ДОДАТОК 1. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Задача 1

Вивести формулу передавальної функції за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдання наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 1

№	Диференціальне рівняння
1	$4\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+8\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=2\frac{d^4}{dt^4}x_{вх}(t)+2x_{вх}(t)$
2	$9\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+6\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+3\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+3x_{вых}(t)=9\frac{d^4}{dt^4}x_{вх}(t)-6\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
3	$\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+7\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-14\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+7x_{вых}(t)=7\frac{d^2}{dt^2}x_{вх}(t)+21\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
4	$6\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+4\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+4x_{вых}(t)=-4\frac{d^3}{dt^3}x_{вх}(t)+4x_{вх}(t)$
5	$15\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)-9\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+12\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+3x_{вых}(t)=6\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
6	$4\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+8\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=6\frac{d^2}{dt^2}x_{вх}(t)+12\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
7	$22\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)-33\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+11\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+22x_{вых}(t)=44\frac{d^3}{dt^3}x_{вх}(t)+11x_{вх}(t)$
8	$2\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+6\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-12\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+12x_{вых}(t)=2\frac{d^4}{dt^4}x_{вх}(t)+4x_{вх}(t)$
9	$20\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+16\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-12\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+12x_{вых}(t)=-8\frac{d^3}{dt^3}x_{вх}(t)+4x_{вх}(t)$
10	$15\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)-9\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+12\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+3x_{вых}(t)=6\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
11	$30\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+25\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=5\frac{d}{dt}x_{вх}(t)+x_{вх}(t)$
12	$12\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+6\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+3\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+3x_{вых}(t)=9\frac{d^4}{dt^4}x_{вх}(t)-6\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
13	$\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+7\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-14\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+7x_{вых}(t)=21\frac{d}{dt}x_{вх}(t)+14x_{вх}(t)$
14	$6\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+4\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+4x_{вых}(t)=2\frac{d^4}{dt^4}x_{вх}(t)+10\frac{d^2}{dt^2}x_{вх}(t)$
15	$30\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+15\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+25\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=x_{вх}(t)$
16	$3\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+6\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+3\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)-9\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+12x_{вых}(t)=3\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
17	$12\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+6\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+3\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+9x_{вых}(t)=9\frac{d^2}{dt^2}x_{вх}(t)-3x_{вх}(t)$
18	$-33\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+22\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+11\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=22\frac{d}{dt}x_{вх}(t)+11x_{вх}(t)$
19	$3\frac{d^4}{dt^4}x_{вых}(t)+9\frac{d^3}{dt^3}x_{вых}(t)+3\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)=6\frac{d^2}{dt^2}x_{вх}(t)-9x_{вх}(t)$
20	$3\frac{d^4}{dt^4}x_{вих}(t)+8\frac{d^3}{dt^3}x_{вих}(t)+0{,}1x_{вих}(t)=10\frac{d^3}{dt^3}x_{вх}(t)-x_{вх}(t)$

Задача 2

Отримати перехідну функцію для кола з заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в табл. Д 2.

Табл. Д 2.

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$15\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	11	$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
2	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10000x_{вх}(t)$	12	$30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
3	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	13	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
4	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	14	$25\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+50x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
5	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$	15	$50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=50\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
6	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	16	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
7	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	17	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
8	$15\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	18	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$
9	$40\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	19	$40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$
10	$45\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+90\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$	20	$45\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+90x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$

Задача 3

Отримати імпульсну перехідну функцію для кола з заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 3.

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	11	$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
2	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10000x_{вх}(t)$	12	$30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
3	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	13	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
4	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$	14	$25\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+50x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
5	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$	15	$50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=50\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
6	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	16	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
7	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	17	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
8	$15\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	18	$15\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
9	$40\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	19	$40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$
10	$45\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+90\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$	20	$45\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+90x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$

Задача 4

Накреслити амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) з лінійним масштабом за частотою для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 4

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$60\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=90\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	11	$40\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$
2	$50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=50\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	12	$45\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+90\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$
3	$25\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+50x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	13	$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
4	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	14	$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
5	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	15	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
6	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	16	$30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
7	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$	17	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
8	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	18	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
9	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	19	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
10	$15\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	20	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$

Задача 5

Накреслити фазочастотну характеристику (ФЧХ) з лінійним масштабом за частотою для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 5

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	11	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
2	$480\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=600x_{вх}(t)$	12	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
3	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	13	$15\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
4	$25\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	14	$40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$
5	$50\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=50x_{вх}(t)$	15	$45\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+90x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$
6	$60\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=90\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	16	$60\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=90x_{вх}(t)$
7	$30\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+120\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	17	$10\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$
8	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	18	$100\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
9	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	19	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$
10	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	20	$80\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$

Задача 6

Накреслити АФЧХ для ланки із заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань приведені в наступній таблиці.

Табл. Д 6

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+80x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	11	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
2	$40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=80x_{вх}(t)$	12	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=80\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
3	$45\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+90x_{вых}(t)=180x_{вх}(t)$	13	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
4	$360\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=600x_{вх}(t)$	14	$15\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
5	$30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+120x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	15	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=60\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
6	$20\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+40\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$	16	$20\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+40x_{вых}(t)=60x_{вх}(t)$
7	$25\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	17	$25\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+50x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
8	$50\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=50x_{вх}(t)$	18	$50\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=50x_{вх}(t)$
9	$60\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+30\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=90x_{вх}(t)$	19	$60\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+30x_{вых}(t)=90x_{вх}(t)$
10	$10\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$	20	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$

Задача 7

Накреслити асимптотичну та "точну" ЛАЧХ для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 7

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	11	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
2	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	12	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=0{,}1\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
3	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	13	$100\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
4	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=1000\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	14	$\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10x_{вх}(t)$
5	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$	15	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=0{,}01\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
6	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$	16	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
7	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	17	$100\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=0{,}01x_{вх}(t)$
8	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$	18	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=0{,}1\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
9	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	19	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=0{,}01x_{вх}(t)$
10	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$	20	$0{,}1\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+0{,}01x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$

Задача 8

Накреслити асимптотичну та "точну" ЛФЧХ для ланки за заданим диференціальним рівнянням. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 8

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	11	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
2	$100\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=0{,}01x_{вх}(t)$	12	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$
3	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=0{,}1\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	13	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
4	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=0{,}01x_{вх}(t)$	14	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$
5	$0{,}1\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+0{,}01x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	15	$\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+100x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
6	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	16	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=100\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
7	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=0{,}1\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	17	$\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$
8	$100\frac{d^2}{dt^2}x_{вых}(t)+10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)=100x_{вх}(t)$	18	$10\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=1000\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$
9	$\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=10x_{вх}(t)$	19	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=1000x_{вх}(t)$
10	$100\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+10x_{вых}(t)=0{,}01\frac{d}{dt}x_{вх}(t)$	20	$80\frac{d}{dt}x_{вых}(t)+20x_{вых}(t)=40x_{вх}(t)$

Задача 9

Побудувати перехідну функцію для ланки заданого типу з заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 9

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	Р Д	12	6	11	РД	10	2
2	Р Д	15	5	12	А	15	5
3	А	20	10	13	Р І	20	10
4	І	12	6	14	Р І	10	2
5	Р Д	25	50	15	А	25	0,5
6	А	10	2	16	Р І	25	0,5
7	Р І	15	5	17	Р Д	10	0,2
8	РД	20	10	18	А	15	0,5
9	А	12	6	19	Р І	20	100
10	Р І	25	50	20	Р Д	12	0,6

Задача 10

Накреслити АЧХ для ланки заданого типу із заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 10.

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	А	25	100	11	Р І	12	0,1
2	Р І	25	100	12	Р Д	25	0,01
3	РД	10	0,1	13	А	10	10
4	А	15	0,01	14	Р І	15	100
5	Р І	20	10	15	РД	20	0,1
6	ІдД	12	100	16	А	12	10
7	А	25	0,1	17	Р І	10	0,1

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
8	Р І	10	0,01	18	Р Д	15	0,01
9	Р Д	15	10	19	А	20	10
10	А	20	100	20	Р І	12	100

Задача 11

Накреслити ФЧХ для ланки заданого типу із заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 11.

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	Ід І	15	0,01	11	А	15	10
2	А	20	0,01	12	Р І	20	100
3	Ід І	12	10	13	РД	12	0,1
4	Ід Д	25	100	14	А	25	0,01
5	А	10	0,1	15	Р І	10	10
6	Ід Д	15	0,1	16	Р Д	15	100
7	Р Д	20	10	17	А	20	0,1
8	А	12	100	18	Р І	12	0,01
9	Р І	25	0,1	19	Р Д	25	10
10	РД	10	0,01	20	А	10	100

Задача 12

Накреслити АФЧХ для ланки заданого типу з заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 12.

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	ІдІ	12	0,1	11	РІ	25	50
2	РІ	10	2	12	РД	10	2
3	РД	15	5	13	А	15	5
4	А	20	10	14	РІ	20	10
5	РІ	12	6	15	ІдД	12	6
6	РД	25	50	16	А	25	0,5
7	А	10	2	17	І І	10	0,2
8	РІ	15	5	18	РД	15	0,5
9	РД	20	10	19	А	20	1
10	А	12	6	20	А	25	0,1

Задача 13

Накреслити "точну" та асимптотичну ЛАЧХ для ланки заданого типа с заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 13.

№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	РІ	20	0,1	11	РД	100	10
2	РД	1	0,01	12	А	1000	100
3	А	10	10	13	РІ	0,1	0,1
4	РІ	100	100	14	РД	0,01	0,01
5	РД	1000	0,1	15	А	0,001	10
6	А	0,1	0,01	16	РІ	1	100
7	РІ	0,01	10	17	РД	10	0,1
8	РД	0,001	100	18	А	100	0,01
9	А	1	0,1	19	РІ	1000	10
10	ІдІ	10	0,01	20	РД	0,1	100

Задача 14

Накреслити "точну" та асимптотичну ЛФЧХ для ланки заданого типа с заданими параметрами. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

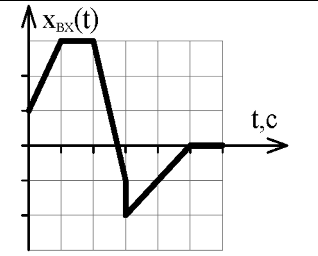
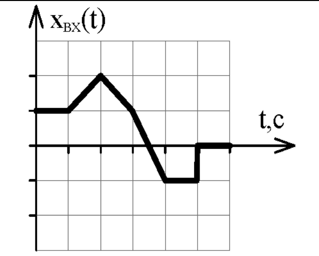
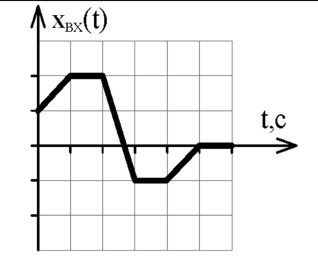
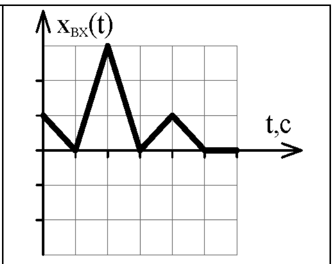
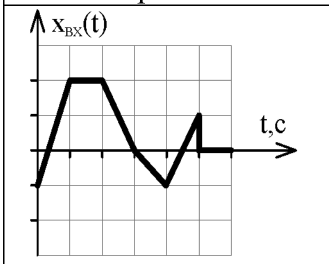
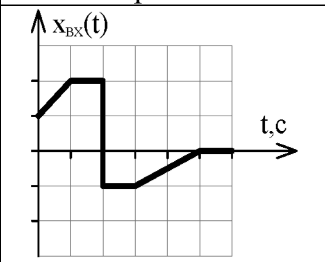
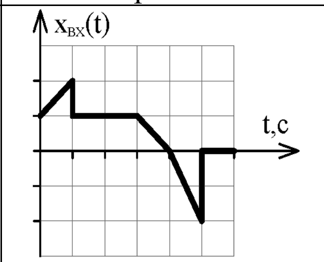
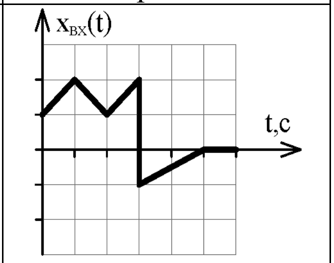
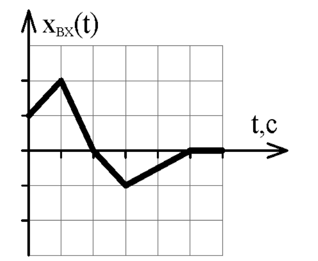
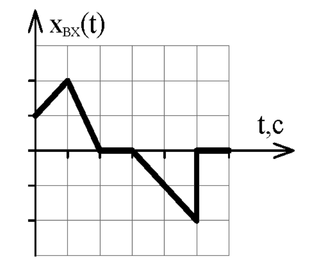
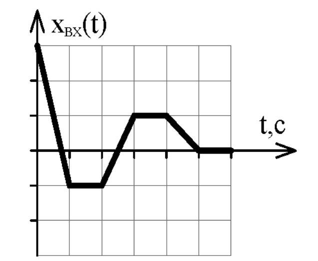
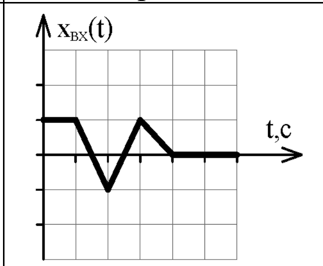
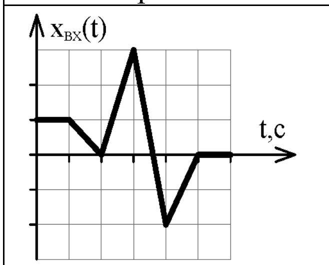
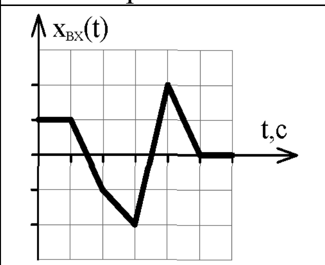
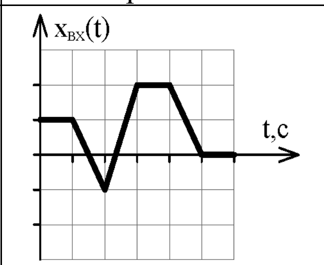
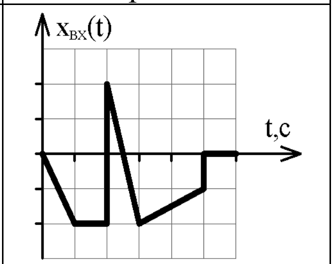
Табл. Д 14.

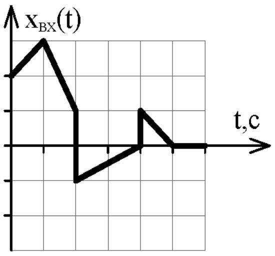
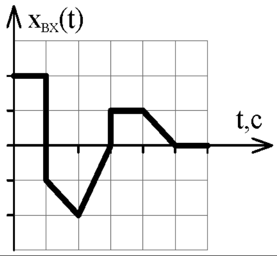
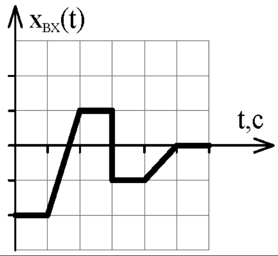
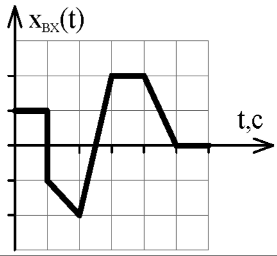
№	Тип ланки	k	T, c.	№	Тип ланки	k	T, c.
1	PI	1	100	11	PI	20	0,1
2	РД	10	0,1	12	РД	1	0,01
3	А	100	0,01	13	Д	0,001	100
4	PI	1000	10	14	А	1	0,1
5	РД	0,1	100	15	ІдІ	10	0,01
6	РД	100	10	16	А	0,1	0,01
7	А	1000	100	17	PI	0,01	10
8	PI	0,1	0,1	18	А	10	10
9	РД	0,01	0,01	19	PI	100	100
10	А	0,001	10	20	ІД	1000	0,1

Задача 15

Накреслити реакцію П-ланки на заданий сигнал наведений в наступній таблиці. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в наступній таблиці. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5.

Табл. Д 15.

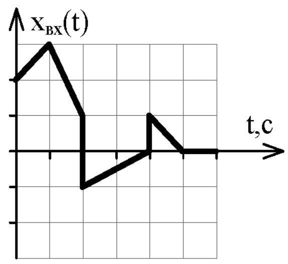
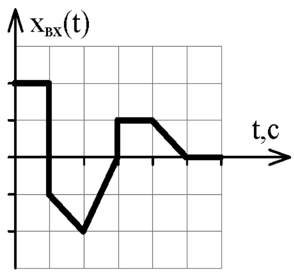
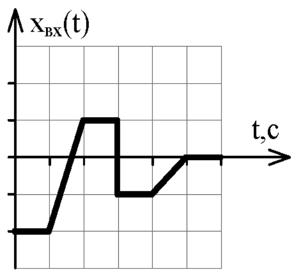
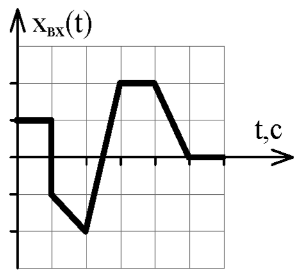
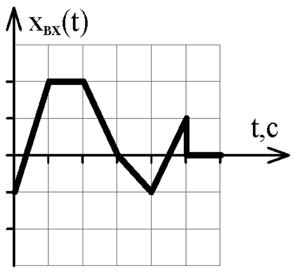
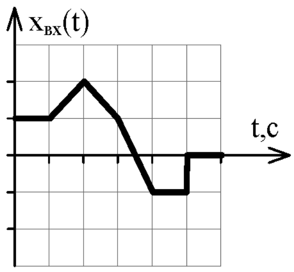
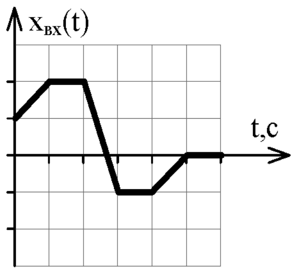
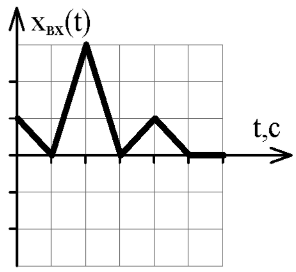
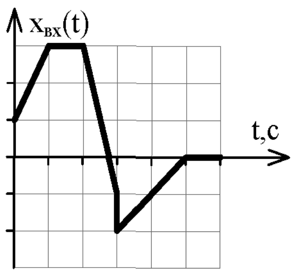
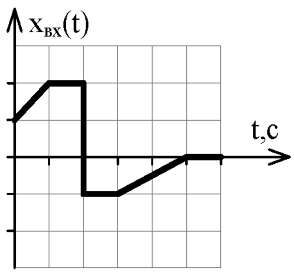
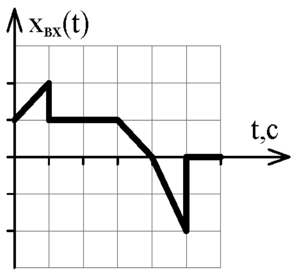
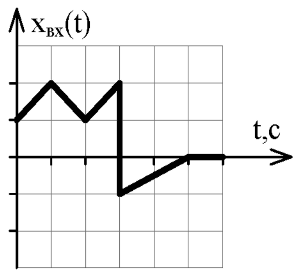
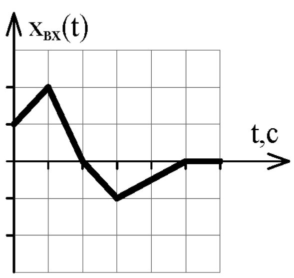
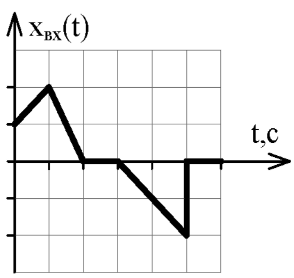
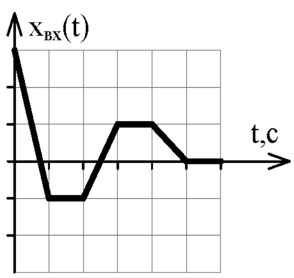
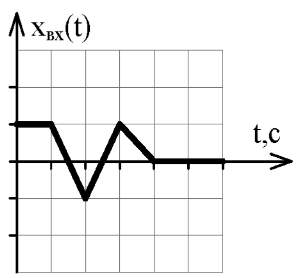
			
Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4
			
Варіант 5	Варіант 6	Варіант 7	Варіант 8
			
Варіант 9	Варіант 10	Варіант 11	Варіант 12
			
Варіант 13	Варіант 14	Варіант 15	Варіант 16

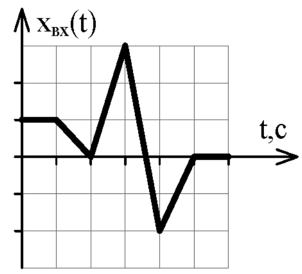
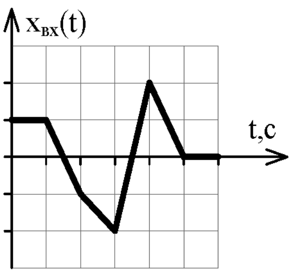
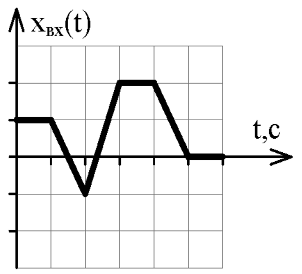
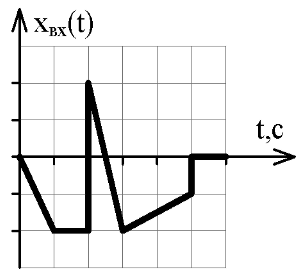
			
Варіант 17	Варіант 18	Варіант 19	Варіант 20

Задача 16

Накреслити реакцію ІІ - ланки на заданий сигнал, наведений в наступній таблиці. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в наступній таблиці. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5. Один крок по часу дорівнює 1 с.

Табл. Д 16.

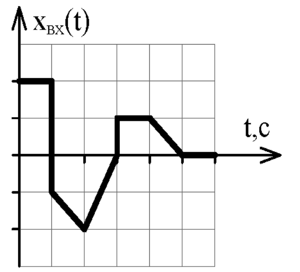
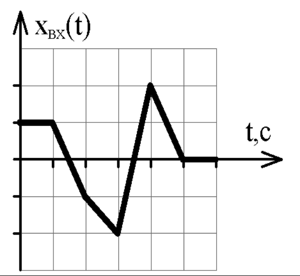
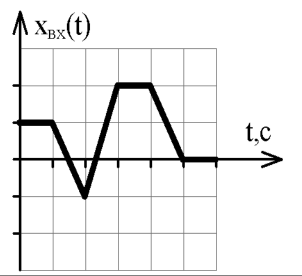
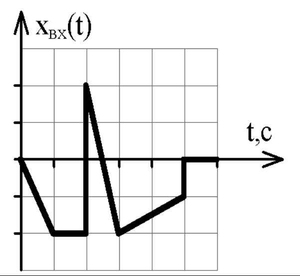
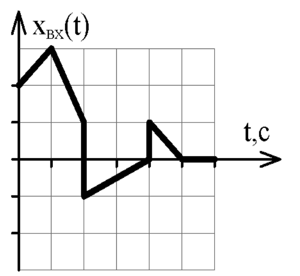
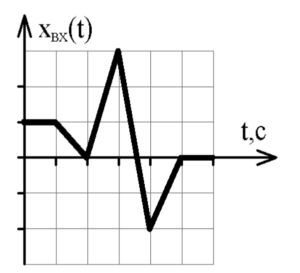
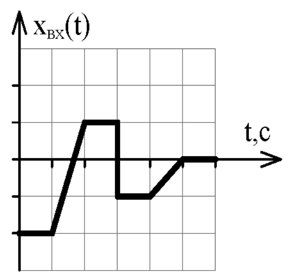
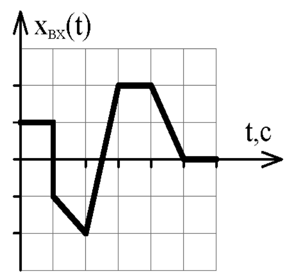
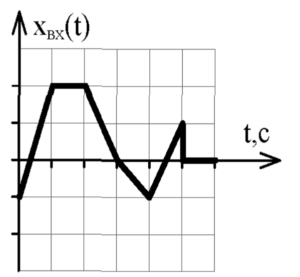
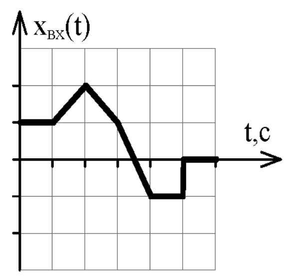
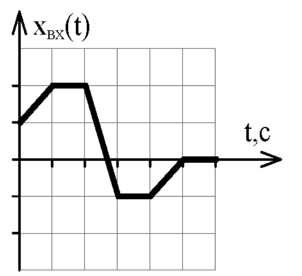
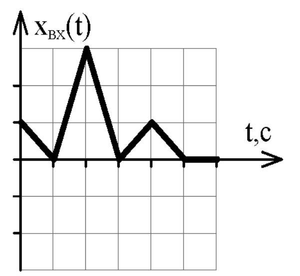
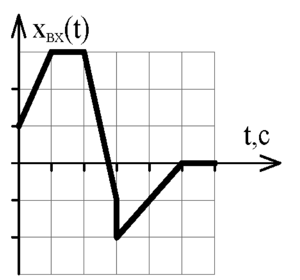
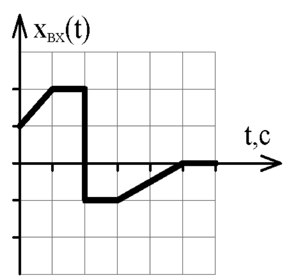
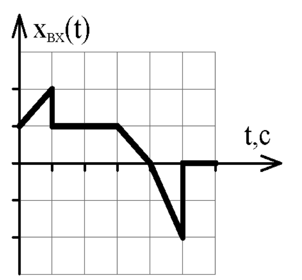
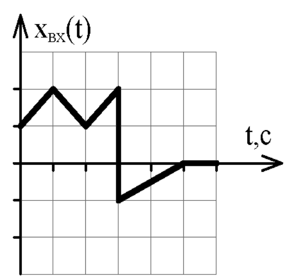
			
Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4
			
Варіант 5	Варіант 6	Варіант 7	Варіант 8
			
Варіант 9	Варіант 10	Варіант 11	Варіант 12
			
Варіант 13	Варіант 14	Варіант 15	Варіант 16

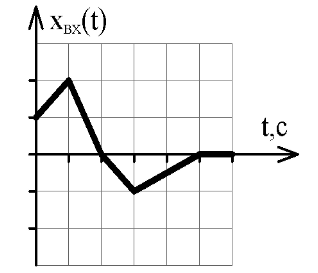
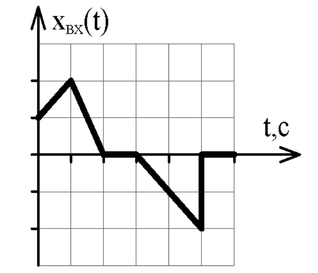
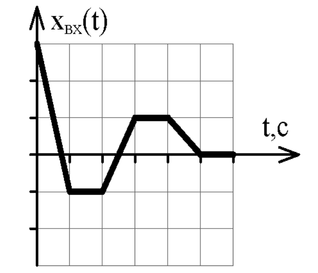
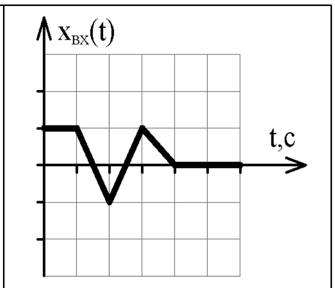
			
Варіант 17	Варіант 18	Варіант 19	Варіант 20

Задача 17

Накреслити реакцію ІдД - ланки на заданий сигнал. Вхідний і вихідний сигнали повинні бути накреслені у єдиних координатах. Варіанти вхідного сигналу представлені в наступній таблиці. Коефіцієнт підсилення $k_п$ для непарних варіантів рівний 2, для парних 0,5. Один крок по часу дорівнює 1 с.

Табл. Д 17

			
Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4
			
Варіант 5	Варіант 6	Варіант 7	Варіант 8
			
Варіант 9	Варіант 10	Варіант 11	Варіант 12
			
Варіант 13	Варіант 14	Варіант 15	Варіант 16

			
Варіант 17	Варіант 18	Варіант 19	Варіант 20

Задача 18

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією виду $W(p)=\dfrac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$ перехідну функцію. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 18

№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ	№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ
1	1	0	1	0,5	11	1	2	1	0,2
2	1	1	2	0,2	12	0	2	2	0,1
3	1	2	1	0,7	13	2	0	1	0,3
4	2	3	0,5	0,8	14	2	3	0,5	0,1
5	-1	3	3	0,1	15	0	1	3	0,4
6	3	1	1	0,3	16	1	4	1	0,5
7	5	0	3	0,4	17	2	3	3	0,2
8	5	4	4	0,1	18	4	0	4	0,7
9	4	1	0,5	0,5	19	1	0	0,5	0,1
10	0	2	1	0,2	20	0	2	1	0,1

Задача 19

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією $W(p)=\dfrac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$ асимптотичну та точну ЛАЧХ. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 19

№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ	№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ
1	0	1	1	0,3	11	2	3	1	0,5
2	1	1	3	0,4	12	4	0	3	0,2
3	2	1	4	0,1	13	1	2	4	0,7
4	3	2	0,5	0,5	14	0	2	0,5	0,1
5	3	1	1	0,5	15	2	0	1	0,1
6	1	3	2	0,2	16	2	3	1	0,2
7	0	5	1	0,7	17	1	1	2	0,1
8	4	5	0,5	0,8	18	1	4	1	0,3
9	1	4	3	0,1	19	-1	1	0,5	0,1
10	2	0	1	0,2	20	0	2	3	0,4

Задача 20

Побудувати для заданої ланки другого порядку з передавальною функцією $W(p)=\dfrac{b_1+b_0p}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$ асимптотичну та точну ЛФЧХ. Варіанти завдань наведені в наступній таблиці.

Табл. Д 20

№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ	№	b_0 (с)	b_1	T (с)	ξ
1	0	1	1	0,3	11	2	3	1	0,5
2	1	1	3	0,4	12	4	0	3	0,2
3	2	1	4	0,1	13	1	2	4	0,7

№	b_0 (c)	b_1	T (c)	ξ	№	b_0 (c)	b_1	T (c)	ξ
4	3	2	0,5	0,5	14	0	2	0,5	0,1
5	3	1	1	0,5	15	2	0	1	0,1
6	1	3	2	0,2	16	2	3	1	0,2
7	0	5	1	0,7	17	1	1	2	0,1
8	4	5	0,5	0,8	18	1	4	1	0,3
9	1	4	3	0,1	19	-1	1	0,5	0,1
10	2	0	1	0,2	20	0	2	3	0,4

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Музылёва, И.В. Компьютерное моделирование линейных систем автоматического управления. Часть 1. Переходные функции [Текст]: учеб. пособие/И.В.Музылева - Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2006. - 80 с.

2. Музылёва, И.В. Компьютерное моделирование линейных систем автоматического управления. Часть 2. Частотные характеристики [Текст]: учеб. посо-бие/И.В.Музылева - Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2011. - 48 с.

3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. 3-е изд., испр. М.: Физматгиз, 1975. - 768 с. djvu

4. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.:"Либідь", 1997. - 544 с.

5. Теория автоматического управления. / Под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк„ 1986. - 367 с. djvu

6. Теория автоматического управления. 4.2. Теория нелинейных систем автоматического управления / под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк, 1986. - 356 с. djvu

7. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. 2-е изд. Л.: Энергия, 1975. - 416 с.

8. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. - Москва: Паука, 1977. - 560 с.

9. Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. - 352 с. pdf

ЗМІСТ