

УДК 536.2

Громосяк Н. – ст.гр. МБ – 11

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **РОЗВ'ЯЗОК КРАЄВОЇ ЗАДАЧІ КОЛИВАННЯ РІВНЯ РІДИНИ В КІЛЬЦЕВОМУ КАНАЛІ**

Науковий керівник: канд. фіз. – мат. наук, доцент Шелестовський Б.Г.

Hromosyak N.

*Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University*

## **SOLUTION OF THE FOUNDARY TASK ON THE LIQUID LEVEL VARIATION IN THE ANNULAR CHANNEL**

Supervisor: Shelestovsky B.

Ключові слова: диференціальні рівняння, рідина, коливання

Key words: differential equation, liquid, variation

Вважаємо, що ширина і глибина каналу невелика в порівнянні з його радіусом, початкові відхилення рівня рідини від рівноважного стану та початкова швидкість зміни цього рівня задані.

Необхідно знайти розв'язок диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < \infty, \quad l = 2\pi R,$$

з краєвими умовами:

$$u(0, t) = u(l, t), \quad u_x(0, t) = u_x(l, t), \quad 0 < t < \infty,$$

та початковими умовами:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 < x < l.$$

Видокремлюючи змінні в диференціальному рівнянні, та знайшовши власні значення, отримуємо розв'язок задачі:

$$u(x, t) = \int_{n=0}^{+\infty} \left( a'_n \cos \frac{2\pi n a t}{l} + b'_n \sin \frac{2\pi n a t}{l} \right) \cos \frac{2\pi n x}{l} + \\ + \int_{n=1}^{+\infty} \left( a''_n \cos \frac{2\pi n a t}{l} + b''_n \sin \frac{2\pi n a t}{l} \right) \sin \frac{2\pi n x}{l}, \\ a'_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(z) \cos \frac{2\pi n z}{l} dz, \quad a''_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(z) \sin \frac{2\pi n z}{l} dz, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \\ a'_0 = \frac{1}{l} \int_0^l \varphi(z) dz, \\ b'_n = \frac{1}{n\pi a} \int_0^l \psi(z) \cos \frac{2\pi n z}{l} dz, \quad b''_n = \frac{1}{n\pi a} \int_0^l \psi(z) \sin \frac{2\pi n z}{l} dz, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \\ b'_0 = \frac{1}{2n\pi a} \int_0^l \psi(z) dz.$$